

STUDI KINERJA DALAM SISTEM KOMUNIKASI UNTUK PERHITUNGAN PROBABILITAS KESALAHAN PADA SPEKTRUM TERSEBAR

Eppy Yundra

Jurusan Teknik Elektro, Fakultas Teknik, Universitas Negeri Surabaya
e-mail: eppyundra@unesa.ac.id

Abstrak

Tantangan dalam spectrum tersebar adalah bagaimana menurunkan probabilitas kesalahan dan bagaimana untuk meningkatkan nilai perbandingan energi per bit terhadap densitas interferensi (E_b/I_0). Ada beberapa artikel sudah membahas tentang menghitung probabilitas kesalahan pada spektrum tersebar pada sistem akses ganda. Namun dari semua yang dituliskan sebelumnya belum ada yang membandingkan antara pendekatan Gaussian dengan pendekatan holtzman. Tujuan penelitian ini adalah (1) untuk mengetahui perbandingan kinerja antara pendekatan Gaussian dengan pendekatan holtzman dalam hal E_b/I_0 terhadap bit error rate (BER) dan (2) untuk mengetahui perbandingan kinerja antara pendekatan Gaussian dengan pendekatan holtzman dalam jumlah user terhadap bit error rate (BER). Berdasarkan hasil simulasi dapat diambil kesimpulan sebagai berikut: (1) bit error rate (BER) terhadap E_b/I_0 yang dilakukan dengan pendekatan aproksimasi Gaussian memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan dengan pendekatan aproksimasi Holtzman, (2) bit error rate (BER) terhadap jumlah user yang dilakukan dengan pendekatan aproksimasi Gaussian memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan dengan pendekatan aproksimasi Holtzman, namun turunan persamaan yang dilakukan oleh Holtzman tidak terlalu sulit.

Kata Kunci: bit error rate, aproksimasi Gaussian, aproksimasi Holtzman

Abstract

The challenge of spread spectrum is how to decrease error probability and how to increase energy per bit to interference density ratio (E_b/I_0). There were several papers have been submitted to calculate error probability at spread spectrum multiple access. However, all of them still compared not each other, especially Gaussian approximation with Holtzman approximation. This research have several goals as following: (1) to know performance comparison between Gaussian approximation and Holtzman approximation in term of E_b/I_0 versus bit error rate (BER), (2) to know performance comparison between Gaussian approximation and Holtzman approximation in term of number of users versus bit error rate (BER). Based on simulation that have been done, can be concluded as following: (1) bit error rate (BER) that was performed with Gaussian approximation can result more better than Holtzman approximation in term of E_b/I_0 versus BER, (2) bit error rate (BER) that was performed with Gaussian approximation can result more better than Holtzman approximation in term of number of users versus BER, however the formula that was performed by Holtzman not too difficult

Keywords: bit error rate, Gaussian approximation, Holtzman approximation.

PENDAHULUAN

Tantangan dalam spektrum tersebar adalah bagaimana menurunkan probabilitas kesalahan dan meningkatkan nilai perbandingan energi per bit terhadap densitas interferensi (E_b/I_0). Ada beberapa artikel sudah membahas tentang menghitung probabilitas kesalahan pada spektrum tersebar pada sistem akses ganda. Menurut Aproksimasi dengan pendekatan Gaussian dapat menghasilkan akurasi yang cukup bagus (J.M. Holtzman, 1992). Perhitungan kesalahan probabilitas dengan pendekatan deret fourier menggunakan improvisasi standar gaussian juga menghasilkan akurasi yang bagus (M. Oguz Sunay, 1996). Pengembangan pendekatan Gaussian masih memungkinkan untuk menghasilkan hasil yang optimal (R. K. Morrow, 2001). Didalam sistem komunikasi berbasis *code division multiple access*

(CDMA) dapat di justifikasi dengan asumsi bahwa jika jumlah user didalam satu carrier banyak, kemudian *multiple access interference* (MAI) akan *safety* dengan *central limit theory* (CLT) dimana akan memungkinkan komponen terdistribusi secara Gaussian. Sebaliknya ada metode lain untuk menghitung *direct sequence spread spectrum multiple access* (DS/SSMA) adalah pendekatan holtzman, yang mana dikenal dengan pendekatan holtzman. Namun dari semua yang dituliskan sebelumnya belum ada yang membandingkan antara pendekatan Gaussian dengan pendekatan Holtzman. Tujuan penelitian ini adalah (1) untuk mengetahui perbandingan kinerja antara pendekatan Gaussian dengan pendekatan Holtzman dalam hal E_b/I_0 terhadap bit error rate (BER) dan (2) untuk mengetahui perbandingan kinerja antara pendekatan Gaussian dengan

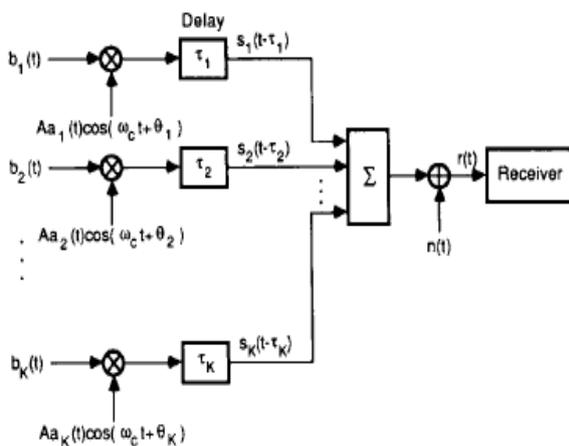
pendekatan holtzman dalam jumlah user terhadap bit error rate (BER). Menurut M. B. Pursley (1977), analisa dari sebuah *code sequence* adalah parameter sangat penting dalam kinerja sistim komunikasi, begitu juga didalam sistim DS/SSMA.

SISTIM MODEL

Model dari deskripsi sistim mengacu pada R.K. Morrow (1989) dan ditunjukkan didalam gambar 1, dimana menggunakan hasil dari M. B. Pursley (1977). Sistimnya adalah *phase coded* dengan sinyal termulasi pada *phase coded carrier*. Ada K user dengan urutan ke-K transmisi sinyal *user* dapat dihitung dengan menggunakan persamaan berikut ini:

$$S_k(t - \tau_k) = \sqrt{2P} b_k(t - \tau_k) a_k(t - \tau_k) \cos(\omega_c t + \phi_k) \quad (1)$$

Dimana $b_k(t)$ dan $a_k(t)$ adalah data dan penyebaran sinyal secara berurutan. P adalah daya sinyal diterima, ω_c adalah frekuensi pembawa dan ϕ_k adalah sudut *phase*. Sinyal data $b_k(t)$ adalah urutan dari unit amplitudo (positif dan negatif) pulsa segi empat. Penyebar sinyal $a_k(t)$ adalah urutannya lebih cepat dari unit amplitudo (positif dan negatif) pulsa segi empat atau lebih dikenal dengan *chips*



Gambar 1. Sistim model DS/SSMA

Terdapat N *chips* per data pulsa. Sementara τ_k dan ϕ_k adalah pergeseran sudut *phase*. Pulsa dan amplitudo *chips* adalah bebas (*independent*), secara identik terdistribusi variabel acak dengan probabilitas 1/2 dari ± 1 . Selama demodulasi pada penerima, gabungan dari semua sinyal *user* di kalikan oleh *replica* sinkron dari urutan tanda aslinya.

Keputusan statistik untuk sinyal diinginkan 1, di normalissi dengan durasi *chip* T_c dan dengan daya sinyal

yang diterima $P=2$ dapat dilihat pada persamaan 2 berikut ini:

$$Z_1 = N + \sum_{k=2}^K W_k \cos \Phi_k \quad (2)$$

Dimana W_k dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan 3 berikut ini:

$$W_k = P_k S_k + Q_k (1 - S_k) + X_k + Y_k (1 - 2S_k) \quad (3)$$

Interferensi *user* ke K mempunyai waktu *offset* paling dekat dekat *chip* diberikan dengan S_k dan *carrier phase* Φ_k (i.e., $S_k = \tau_k - \tau_l$). Variable acak P_k dan Q_k adalah *uniform* (0, 1}. Variabel acak X_k dan Y_k memiliki kepadatan yang diberikan pada persamaan 3 yang mengacu pada R. K. Morrow (1989), tetapi karena tidak dibutuhkan, maka tidak diulangi disini. Dimana sebagai kunci kuantitas adalah B yang mana merupakan representasi jumlah *chip* didalam sinyal yang diinginkan 1, dimana transisi untuk perbedaan nilai. Secara konsekuensinya, B dapat diinterpretasikan sebagai pengukur dari penyebaran yang diberikan untuk sinyal yang diinginkan.

Nilai B diperoleh dari *auto korelasi aperiodic* C urutan diskrit seperti diberikan pada persamaan 4 berikut ini:

$$B = \frac{N - 1 - C}{2} \quad (4)$$

Dimana nilai C diberikan pada persamaan 5 berikut ini:

$$C = \sum_{j=0}^{N-2} a_j^{(1)} a_{j+1}^1 \quad (5)$$

Dimana $a_j^{(k)}$ adalah chip ke- J didalam urutan signature dari sinyal K. Kerapatan untuk C diberikan pada bagian 2 seperti yang disajikan oleh R. K. Morrow (1989), tetapi karakteristik dari pendekatan disajikan tidak dibutuhkan. Kenyataannya, keutamaan pendekatan adalah sebelum hanya informasi sesaat dibutuhkan sebelum analisis distribusi di kerjakan.

STANDAR APROKSIMASI GAUSSIAN

Standar aproksimasi Gaussian sangat baik diketahui untuk koheren BPSK dimana asumsi Gaussian yang tepat dan probabilitas *bit error rate* dapat dihitung sebagai fungsi Q dari *signal-to-noise ratio* (SNR) yang diberikan dalam persamaan 6 berikut ini:

$$Q[x] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-u^2/2} du \quad (6)$$

Aplikasi paling mudah adalah untuk menghitung SNR dengan mengevaluasi varian dari tahap kedua dari persamaan 2. Tahap kedua adalah MAI untuk sinyal yang diinginkan 1 dari *user* yang lain. Hasil ini untuk probabilitas dari bit error P_e seperti dilihat pada persamaan 7 berikut ini:

$$P_e = Q \left[\sqrt{\frac{3N}{K-1}} \right] \quad (7)$$

Namun ini dapat mengabaikan secara serius kemungkinan *bit error*, khususnya nilai rendah dari jumlah *user* secara bersamaan, seperti yang di sajikan oleh R. K. Morrow (1989). Secara umum perhitungan untuk menentukan kinerja *bit error rate* (BER) sebagai fungsi dari rasio dari energi per bit terhadapp intereferensi density (E_b/I_0) pada 1 carrier CDMA dapat menggunakan persamaan 8 berikut ini:

$$\frac{E_b}{I_0} = \frac{P/R}{\sigma_n^2 + (K-1)P/W} \quad (8)$$

Dan nilai K dapat dihitung dengan persamaan 9 berikut ini:

$$K = 1 + \frac{W}{R} \left[\frac{1}{E_b/I_0} \right] - \frac{1}{\text{SNR}} \quad (9)$$

Dimana P adalah daya yang diterima setiap *user*. R adalah laju dan K adalah jumlah dari *user* pada 1 *carrier*. W adalah *bandwidth* dan σ^2 adalah AWGN, sementara SNR adalah singkatan dari *signal to noise ratio*.

IMPROVISASI DARI APROKSIMASI GAUSSIAN

Sebuah aproksimasi Gaussian diberikan oleh R. K. Morrow (1989), yang mana adalah berdasakan pada pengamatan MAI yang diaproksimasi secara Gaussian. Kemudian aproksimasi yang akurat untuk *probabilitas bit error* dapat dilihat pada persamaan 10 sampai 15 secara berurutan.

$$\hat{P}_e = \int_0^{\infty} Q \left[\frac{N}{\sqrt{\Psi}} \right] f_{\Psi}(\Psi) d\Psi \quad (10)$$

Dimana

$$\Psi = \text{Var}[MAI | S, \Phi, B] \quad (11)$$

Dengan $S = (S_2, \dots, S_k)$ dan $\Phi = (\Phi_2, \dots, \Phi_k)$. Ψ

$$\Psi = \sum_{k=2}^K Z_k \quad (12)$$

Dan Z_k adalah secara identik terdistribusi dan kondisi bebas diberikan oleh B dengan masing-masing Z_k seperti persamaan 13 berikut ini:

$$Z_k = U_k V_k \quad (13)$$

$$U_k = 1 + \cos(2\Phi_k) \quad (14)$$

$$V_k = (2B+1)(S_k^2 - S_k) + N/2 \quad (15)$$

Seperti diketahui bahwa S_k dan Φ_k adalah waktu dan *phase offsets relative* terhadap sinyal yang diinginkan 1. Evaluasi dari persamaan 10 menemukan densitas dari U_k dan V_k pada B yang mana menghasilkan kepadatan kondisi dari masing-masing Z_k , $f_{Z|B}(z)$; seperti dilihat pada persamaan 16.

$$f_{\Psi}(z) = E[f_{Z|B}(z) * \dots * f_{Z|B}(z)] \quad (16)$$

Peningkatan akurasi yang signifikan pada aproksimasi standar Gaussian seperti yang disajikan oleh R. K. Morrow (1989)

APROKSIMASI LEBIH SEDERHANA TETAPI MASIH AKURAT

Perlu diketahui bahwa persamaan 10 adalah ekpetasi fungsi $Q \left[\frac{N}{\sqrt{\Psi}} \right]$ dari variable acak Ψ^2 . Sebuah penyederhanaan komputasi yang cukup dapat dibuat dengan menggunakan hasil dari yang dituliskan oleh T. Rappaport (2008). Misalkan P menjadi fungsi nyata dari θ , variable acak dengan rata-rata μ dan varian σ^2 , seperti di tunjukkan pada persamaan 17 dan 18 secara berurutan

$$P(\theta) = P(\mu) + (\theta - \mu)P'(\mu) + \frac{1}{2}(\theta - \mu)^2 P''(\mu) + \dots \quad (17)$$

$$E[P(\theta)] \approx P(\mu) + \frac{1}{2} P''(\mu) \sigma^2 \quad (18)$$

Hasil ini akan memberi manfaat yang signifikan dalam hal akurasi seperti di lihat pada persamaan 19 dibawah ini.

$$P(\theta) = P(\mu) + (\theta - \mu) \frac{P(\mu+h) - P(\mu-h)}{2h} + \frac{1}{2} (\theta - \mu)^2 \frac{P(\mu+h) - 2P(\mu) + P(\mu-h)}{h^2} \sigma^2 \quad (19)$$

Sehingga ekspektasinya dapat dilihat pada persamaan 20 berikut ini:

$$E[P(\theta)] \approx P(\mu) + \frac{1}{2} \frac{P(\mu+h) - 2P(\mu) + P(\mu-h)}{\sigma^2} \sigma^2 \quad (20)$$

Kemudian untuk menghitung h sudah di tulis oleh T. Rappaport (2008), bahwa $h = \sqrt{3} \sigma$ adalah sesuai, sehingga persamaan 20 dapat menjadi persamaan 21 seperti berikut ini:

$$E[P(\theta)] \approx \frac{2}{3} P(\mu) + \frac{1}{6} P(\mu + \sqrt{3} \sigma) + \frac{1}{6} P(\mu - \sqrt{3} \sigma) \quad (21)$$

Dengan menggunakan persamaan 10 dan 21 pada akhirnya akan mendapat persamaan 22, seperti berikut ini:

$$\hat{P}_e \approx \frac{2}{3} Q \left[\sqrt{\frac{3N}{(K-1)}} \right] + \frac{1}{6} Q \left[\frac{N}{\left((K-1)N/3 + \sqrt{3} \sigma \right)^{0.5}} \right] + \frac{1}{6} Q \left[\frac{N}{\left((K-1)N/3 - \sqrt{3} \sigma \right)^{0.5}} \right] \quad (22)$$

Dimana nilai σ^2 seperti ditunjukkan pada persamaan 23 berikut ini:

$$\sigma^2 = (K-1) \left[N^2 \frac{23}{360} + N \left(\frac{1}{20} + \frac{K-2}{36} \right) - \frac{1}{20} - \frac{K-2}{36} \right] \quad (23)$$

APROKSIMASI HOLTZMAN

Dengan memasukkan *additive white Gaussian noise* (AWGN) akan lebih mudah. Asumsikan bahwa AWGN dengan dua sisi *spectral density* dari $N_0/2$ ditambahkan dari persamaan sinyal K spektrum tersebar, sehingga menghasilkan seperti persamaan 24 seperti berikut ini:

$$\hat{P}_e \approx \frac{2}{3} Q \left[\left(\frac{K-1}{3N} + \frac{N_0}{2E_b} \right)^{-0.5} \right]$$

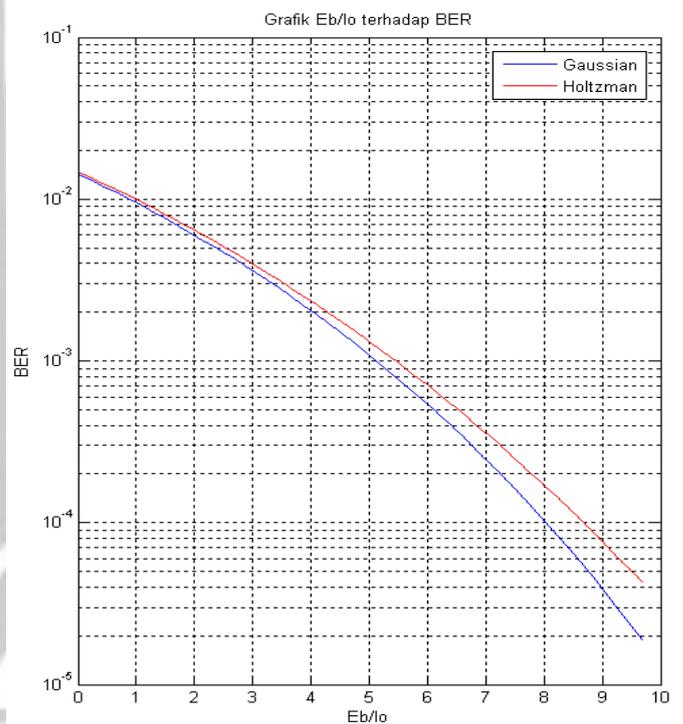
$$+ \frac{1}{6} Q \left[\left(\frac{(K-1)(N/3) + \sqrt{3} \sigma}{N^2} + \frac{N_0}{2E_b} \right)^{-0.5} \right]$$

$$+ \frac{1}{6} Q \left[\left(\frac{(K-1)(N/3) + \sqrt{3} \sigma}{N^2} + \frac{N_0}{2E_b} \right)^{-0.5} \right] \quad (24)$$

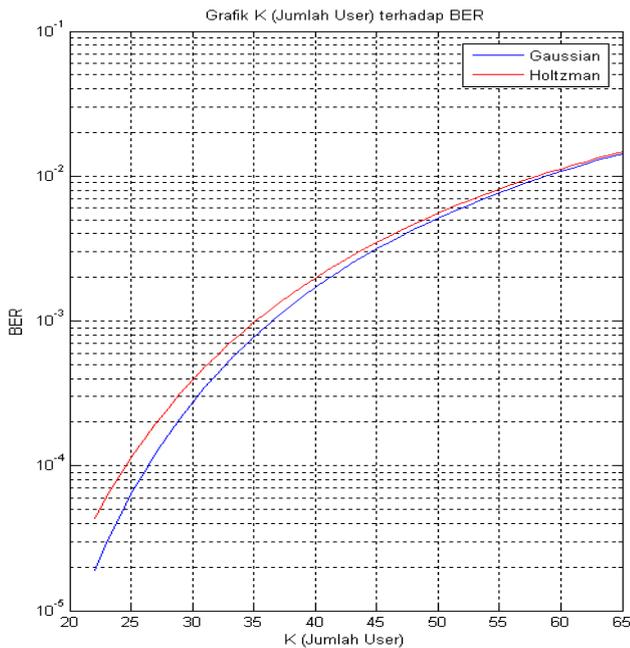
Dimana E_b adalah energi per bit dan σ seperti diberikan pada persamaan 23 sebelumnya

HASIL

Dalam rangka untuk membandingkan aproksimasi Gaussian dengan aproksimasi Holtzman dan lebih mudah untuk melihat perbedaannya, cara yang digunakan adalah dengan pendekatan simulasi, yang di implementasi pada matlab. Hasil simulasi dapat dilihat pada gambar 2 dan gambar 3 berikut ini.



Gambar 2. Eb/Io terhadap BER



Gambar.3. Jumlah *user* terhadap BER

Gambar 2 menunjukkan perbandingan Eb/Io terhadap BER untuk aproksimasi Gaussian dan Holtzman. Berdasarkan hasil yang diperoleh dari simulasi, kinerja akan bagus ketika Eb/Io meningkat sementara BER akan menurun. Pada gambar 3, ketika jumlah user meningkat akan menghasilkan BER yang tidak bagus. Akan tetapi aproksimasi Gaussian tetap lebih baik bila dibandingkan dengan aproksimasi Holtzman.

Untuk gambar 2 dan gambar 3 untuk kedua aproksimasi. Kinerja perhitungan dengan aproksimasi Gaussian memberikan hasil yang lebih baik dari aproksimasi yang diberikan oleh aproksimasi Holtzman. Bahkan ketika *bit error rate* (BER) 1.10^{-3} , Eb/Io pendekatan dengan aproksimasi Gaussian memberikan hasil sekitar 5.1 dB, sementara dengan menggunakan pendekatan aproksimasi Holtzman memberikan hasil sekitar 5.4 dB, sehingga menghasilkan perbedaan sekitar 0.3 dB. Ketika kondisi BER 1.10^{-4} , Eb/Io dengan menggunakan pendekatan aproksimasi Gaussian memberikan hasil sekitar 8 dB, sementara Eb/Io dengan menggunakan pendekatan aproksimasi Holtzman memperoleh hasil sekitar 8.7 dB, dengan demikian terjadi perbedaan margin sekitar 0.7 dB. Sehingga dengan membuat BER menjadi sempit atau memperbaiki kinerja, perbedaan perhitungan dari Eb/Io antara pendekatan aproksimasi Gaussian dan pendekatan aproksimasi Holtzman akan lebih terlihat perbedaannya.

Ketika dilihat dari reduksi persamaan yang dibuat oleh Holtzman dapat dikatakan bahwa penurunan persamaan dikerjakan secara fair dan akurat, meskipun aplikasinya

secara mendasar tidak jauh berbeda dengan pendekatan aproksimasi Gaussian.

PENUTUP

Kesimpulan

Perbandingan kinerja antara pendekatan aproksimasi Gaussian dengan pendekatan aproksimasi Holtzman sudah dilakukan secara baik dengan menggunakan simulasi. Berdasarkan hasil simulasi dapat diambil kesimpulan sebagai berikut: (1) *bit error rate* (BER) dilakukan dengan pendekatan aproksimasi Gaussian memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan dengan pendekatan aproksimasi Holtzman dalam hal BER terhadap Eb/Io, (2) *bit error rate* (BER) dilakukan dengan pendekatan aproksimasi Gaussian memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan dengan pendekatan aproksimasi Holtzman dalam hal BER terhadap jumlah *user* dan (3) penurunan persamaan yang dibuat oleh Holtzman secara mendasar tidak terlalu sulit, tetapi dapat menyediakan pendekatan yang sama dengan pendekatan aproksimasi Gaussian.

Saran

Dalam penelitian yang telah dilakukan perbandingan hanya dengan dua pendekatan, diharapkan untuk penelitian lebih lanjut bisa dilakukan dengan membandingkan dengan metode yang lebih banyak sehingga dapat dilihat perbedaan yang lebih signifikan lagi.

DAFTAR PUSTAKA

- J.M. Holtzman, *A Simple, Accurate Method to Calculate Spread Spectrum Multiple Access Error Probabilities*, IEEE Trans. Commun., vol. 40, no. 3, pp. 461-464, March 1992
- M. Oguz Sunay, *Calculating Error Probabilities for DS CDMA Systems: When Not to Use the Gaussian Approximation*, IEEE Trans. Commun, pp. 1744-1749, 1996
- M. B. Pursley, "Performance evaluation for phase-coded spread-spectrum multiple-access communication-Part I: system analysis," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-25, pp. 795-799, Aug. 1977
- R. K. Morrow and J. S. Lehnert, "Bit-to-bit error dependence in slotted DS/SSMA packet systems with random signature sequences," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-37, pp. 1052-1061, Oct. 1989.
- T. Rappaport, 2008, *Wireless communications principles and practice*, second edition, Massachusetts: Prentice Hall PTR