PENALARAN SISWA DALAM MENGGAMBAR GRAFIK FUNGSI

Wulan Ayu Rahmawati

Pendidikan Matematika, Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya
E-mail: itawamharuyanaluw@gmail.com

Tatag Yuli Eko Siswono

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya. E-mail: tatagyes@gmail.com

Abstrak

Penalaran dan matematika merupakan dua hal yang tidak dapat dipisahkan. Matematika dapat dipahami melalui penalaran, sedangkan penalaran dapat dipahami dan dilatihkan melalui belajar matematika. Salah satu submateri yang membutuhkan penalaran adalah menggambar grafik fungsi sehingga penelitian ini bertujuan mendeskripsikan penalaran siswa dalam menggambar grafik fungsi. Penelitian deskriptif kualitatif ini dilaksanakan di SMA Negeri 1 Driyorejo tahun ajaran 2013/2014. Subjek penelitian adalah dua siswa yang menghasilkan gambar grafik fungsi dengan benar, dua siswa yang menghasilkan gambar grafik fungsi namun salah, dan dua siswa yang tidak menghasilkan gambar grafik fungsi. Metode pengumpulan data yang digunakan adalah Tes Menggambar Grafik Fungsi (TMGF) dan wawancara. Hasil penelitian menunjukkan bahwa: (1) Siswa yang menghasilkan gambar grafik fungsi dengan benar mengidentifikasi jenis dari fungsi yang diberikan dahulu lalu mengajukan dugaan. Siswa menentukan beberapa koordinat titik sehingga mereka melakukan manipulasi matematika. Siswa menggunakan data manipulasi matematika sebagai pedoman untuk memberi titik pada bidang koordinat dan menghubungkan titik-titik tersebut hingga membentuk suatu gambar grafik. Dengan mengetahui bahwa tidak ada kesalahan dalam manipulasi matematika, letak titik, bentuk gambar grafik fungsi, jarak titik, dan kesimetrisan gambar grafik sudah sesuai, siswa memberikan alasan bahwa gambar grafik yang dihasilkan adalah benar. Hanya subjek kedua yang berhasil menghasilkan gambar grafik dengan cara lain dan menunjukkan bahwa gambar grafik tersebut juga benar. (2) Siswa yang menghasilkan gambar grafik namun salah, ada yang mengidentifikasi jenis dari fungsi yang diberikan dahulu lalu mengajukan dugaan, namun ada yang tidak. Siswa menentukan beberapa koordinat titik sehingga mereka melakukan manipulasi matematika. Siswa menggunakan data manipulasi matematika sebagai pedoman untuk memberi titik pada bidang koordinat dan menghubungkan titik-titik tersebut hingga membentuk suatu gambar grafik. Dengan yakin bahwa tidak ada kesalahan dalam perhitungan (padahal sebenarnya ada), letak titik dan bentuk gambar grafik fungsi sudah sesuai, siswa memberikan alasan yang mendukung kebenaran gambar grafiknya. (3) Siswa yang tidak menghasilkan gambar grafik, ada yang mengidentifikasi jenis dari fungsi yang diberikan dahulu lalu mengajukan dugaan namun ada yang tidak. Siswa menentukan beberapa koordinat titik sehingga mereka melakukan manipulasi matematika. Siswa memiliki prinsip yang salah sehingga tidak menghasilkan gambar grafik.

Kata kunci: penalaran, grafik, fungsi.

Abstract

Reasoning and mathematics are two things that cannot be separated. Mathematics can be understood through reasoning, while the reasoning can be understood and practiced through the learning of mathematics. One of sub material that requires reasoning is graphing functions. Therefore, this study aims to describe students' reasoning in graphing functions. This qualitative descriptive study was conducted at SMAN 1 Driyorejo school year 2013/2014. Subjects were two students who are able graphing functions, two students are less able to graphing functions, and two students were not able graphing functions. Data collection method used was Graphing Functions Test (GFT) and interviews. The results showed that: (1) Students who produced graphic images function correctly identified the type of a given function first then gave conjecture. Students determined some coordinates of the points so that they did mathematical manipulations. Students used mathematical manipulation of data as a guide to give a point on the coordinate plane and connected the dots to form a graphic image. Knowing that there were no errors in the mathematical manipulation, the point location, the shape of the graphic images, the point distance, and the symmetry of graphic images were appropriate, they gave the reasons that their graphic images were correct. Just the second subject who managed to produce graphic images in any other way and showed that these graphic image was also true. (2) Students who produced graphic images but false, one of them identified the type of a given function first then gave conjecture, but another one was not. Students

determined some coordinates of the points so that they did mathematical manipulations. Students used mathematical manipulation of data as a guide to give a point on the coordinate plane and connected the dots to form a graphic image. With sure that there were no errors in the calculation (when in fact there was), the point location, and the shape of the graphic images were appropriate, they gave the reasons that support the truth of their graphic images. (3) Students who did not produce graphic images, one of them identified the type of a given function first then gave conjecture, but another one was not. Students determined some coordinates of the points so that they did mathematical manipulations. Students had the wrong principles so they did not produce graphic images.

Keywords: reasoning, graph, functions.

PENDAHULUAN

Matematika merupakan ilmu pengetahuan yang memiliki bidang kajian yang abstrak, oleh karena itu diperlukan “sesuatu” untuk dapat memahami matematika. *National Council of Teachers of Mathematics* atau disingkat NCTM (2000:1) menyatakan bahwa, penalaran merupakan bagian dalam mempelajari matematika dan mampu bernalar merupakan hal penting untuk memahami matematika. Ball dan Bass (2003:28) mengungkapkan bahwa pemahaman terhadap matematika tak berarti tanpa ada perhatian khusus dari sebuah penalaran. Jadi dapat dikatakan bahwa “sesuatu” yang dapat digunakan untuk memahami matematika adalah penalaran.

Drever (Fatima, 2007:2) menyebutkan bahwa penalaran merupakan sebuah proses berpikir yang menyertakan simpulan atau penyelesaian masalah dengan menggunakan prinsip-prinsip umum. Keraf (2007:5) mendefinisikan penalaran sebagai proses berpikir yang berusaha menghubungkan fakta-fakta yang diketahui menuju suatu simpulan. Dandekar (Fatima, 2007:12) menyebutkan bahwa penalaran merupakan suatu bentuk berpikir yang mana konsep-konsep disatukan kembali sedemikian hingga timbul sebuah pemahaman atau pengertian baru dari pengetahuan sebelumnya. Dalam matematika, penalaran merupakan apa yang dilakukan matematikawan ketika membentuk dan menghubungkan ide atau konsep yang satu dengan ide atau konsep yang lain (Brodie, 2010). Lebih lanjut, Brodie (2010:7) menjelaskan bahwa penalaran matematika merupakan penalaran mengenai dan dengan melibatkan objek-objek matematika. Wardhani (2008:9) menyebutkan bahwa objek-objek matematika ada empat yaitu fakta, konsep, prinsip, dan *skill* (prosedur dan operasi). Oleh karena itu, penalaran didefinisikan sebagai proses berpikir yang melibatkan pengaitan objek-objek matematika (fakta, konsep, prinsip, atau *skill* (prosedur dan operasi)).

Berkenaan dengan peran penting penalaran dalam matematika, pada Lampiran Permendikbud Nomor 65 tentang Standar Proses Pendidikan Dasar dan Menengah Kurikulum 2013 disebutkan bahwa terdapat tiga ranah kompetensi yang dikembangkan dalam pelajaran matematika saat ini yaitu ranah sikap, pengetahuan, dan

keterampilan. Untuk keterampilan diperoleh melalui aktivitas mengamati, menanya, mencoba, menalar, menyaji, dan mencipta. (Kemendikbud, 2013:3). Salah

satu submateri yang berhubungan dengan ranah keterampilan adalah submateri menggambar grafik fungsi.

Pada dokumen Peraturan Dirjen Dikdasmen Nomor 506/C/PP/2004 tanggal 11 November 2004 (Wardhani, 2010:12) disebutkan bahwa menyajikan pernyataan matematika dengan lisan, tertulis, tabel, gambar, atau diagram merupakan indikator yang menunjukkan adanya komunikasi. Berarti, ketika siswa menggambar grafik fungsi dapat dikatakan siswa mengomunikasikan fungsi ke dalam bentuk gambar grafiknya. Sehubungan dengan komunikasi, Brodie (2010:7) menyebutkan bahwa komunikasi merupakan bagian untuk melengkapi proses penalaran. Wardhani (2010:21) juga menyebutkan bahwa penalaran seseorang akan diketahui orang lain bila dikomunikasikan. Berdasar kedua pernyataan tersebut, dapat dikatakan bahwa ketika siswa menghasilkan gambar grafik fungsi, maka hasil gambar yang ia berikan merupakan wujud dari melengkapi penalaran yang ia lakukan dan dari hasil itu pula diketahui bahwa ada penalaran yang terjadi terkait dengan fungsi dan grafiknya.

Menurut Leinhardt dkk. (1990:3) fungsi dan grafik pada dasarnya merupakan dua sistem simbol yang sangat berbeda dan seringkali diperlakukan sebagai dua konsep yang terpisah, tetapi sebenarnya mereka digabungkan oleh sebuah jembatan yang menarik yaitu penalaran. Dari pernyataan tersebut, diketahui bahwa sebenarnya menggambar grafik fungsi merupakan submateri menarik yang menghubungkan dua hal abstrak yaitu fungsi dan grafiknya, namun dengan penalaran keduanya dapat dipahami dan dipelajari lebih lanjut dalam wujud konkret berupa suatu gambar.

Departemen Pendidikan Nasional (Depdiknas) mengeluarkan dokumen Peraturan Dirjen Dikdasmen Nomor 506/C/PP/2004 pada 11 November 2004 tentang rapor (Wardhani, 2010:21) yang memuat enam indikator penalaran matematika yaitu:

1. Mengajukan dugaan.
2. Melakukan manipulasi matematika.

3. Menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi.
4. Menarik kesimpulan dari pernyataan.
5. Memeriksa kesahihan suatu argumen.
6. Menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

Lebih lanjut Wardhani (2010:21) menjelaskan bahwa setiap indikator penalaran berlaku tidak saling tergantung, namun antar indikator dapat dikombinasikan. Oleh karena itu, tiga dari enam indikator tersebut diadaptasi sesuai dengan fokus penelitian ini yaitu menggambar grafik fungsi. Indikator penalaran dalam menggambar grafik fungsi sebagai berikut:

Tabel 1. Indikator Penalaran dalam Menggambar Grafik Fungsi

Indikator	Uraian
Mengajukan dugaan	<ul style="list-style-type: none"> • Mengidentifikasi jenis dari fungsi yang diberikan. • Menggunakan prinsip yang menyatakan hubungan antara jenis fungsi dengan bentuk grafik fungsi.
Melakukan manipulasi matematika	<ul style="list-style-type: none"> • Menentukan koordinat titik pembentuk gambar grafik. • Melakukan perhitungan dengan cara memisalkan atau mengganti nilai dari suatu variabel pada fungsi yang diberikan. • Melakukan perhitungan dengan menggunakan rumus. • Mengubah bentuk fungsi yang diberikan.
Menarik simpulan	<ul style="list-style-type: none"> • Memberi tanda titik pada bidang koordinat yang merupakan letak titik-titik pembentuk gambar grafik. • Menghubungkan titik-titik yang telah diletakkan sehingga membentuk suatu gambar grafik. • Menyebutkan atau menunjuk gambar grafik yang dianggap sebagai gambar grafik dari fungsi yang diberikan.
Memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi	<ul style="list-style-type: none"> • Menyebutkan bahwa tidak ada kesalahan dalam manipulasi matematika karena telah dilakukan pemeriksaan/perhitungan ulang. • Menyebutkan bahwa letak titik sudah sesuai dengan koordinat yang ditemukan karena telah dilakukan pemeriksaan/pencocokan. • Melakukan substitusi absis dan ordinat dari masing-masing koordinat titik yang didapatkan ke dalam fungsi guna menunjukkan bahwa akan didapatkan suatu kesamaan. • Mencari nilai gradien dari gambar garis yang dibuatnya untuk

Indikator	Uraian
	<p>dicocokkan dengan nilai gradien dari persamaan fungsi yang diberikan (jika merupakan fungsi linear).</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mengukur jarak dari beberapa pasang titik yang terletak pada kurva sisi kanan dan sisi kiri dari sumbu simetri (jika merupakan fungsi kuadrat). • Memilih sebarang absis dari koordinat titik yang terletak pada grafik tetapi bukan dari hasil manipulasi matematika yang sudah dilakukan untuk disubstitusi ke fungsi yang diberikan dan setelah mendapatkan hasilnya, nilai tersebut dicocokkan apakah juga sesuai dengan ordinat dari titik yang terpilih tersebut (atau sebaliknya).
Menyusun bukti terhadap keberadaan cara lain	<ul style="list-style-type: none"> • Menghasilkan gambar grafik dari fungsi yang diberikan dengan cara yang berbeda. • Menunjukkan bahwa hasil gambar grafik fungsi dengan cara lain tersebut juga bernilai benar.

Menggambar grafik fungsi bukan merupakan hal yang mudah. Menurut Roth dan McGinn (1997:92), menggambar grafik merupakan sebuah latihan yang membutuhkan gabungan antara kemampuan kognitif dan keterampilan. Oleh karena itu, tidak heran jika ada siswa yang dapat, kurang dapat, bahkan tidak dapat menggambar grafik fungsi.

METODE

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif. Seperti yang telah disebutkan Hendricks (Siswono, 2010:102) bahwa penelitian kualitatif secara umum digunakan untuk memahami dan mendeskripsikan suatu fenomena secara alami, maka penelitian ini mendeskripsikan penalaran siswa dalam menggambar grafik fungsi yang meliputi fungsi linear dan fungsi kuadrat dengan apa adanya. Penelitian ini dilaksanakan pada semester genap tahun ajaran 2013/2014 tepatnya pada tanggal 4 dan 5 Maret 2014 di SMA Negeri 1 Driyorejo Kabupaten Gresik. Subjek dalam penelitian ini adalah enam siswa SMA Negeri 1 Driyorejo tahun ajaran 2013/2014 kelas X yang telah mempelajari materi menggambar grafik fungsi linear dan fungsi kuadrat. Dua siswa merupakan siswa yang menghasilkan gambar grafik fungsi dengan benar yaitu siswa yang tidak melakukan kesalahan baik dari segi prosedur atau operasi yang ditulis dalam langkah-langkah pengerjaan maupun dari segi gambar grafik beserta bidang koordinat yang dibuat, sehingga gambar grafik fungsi yang dihasilkan merupakan representasi himpunan penyelesaian dari fungsi yang

diketahui dalam soal Tes Menggambar Grafik Fungsi (TMGF). Dua siswa merupakan siswa yang menghasilkan gambar grafik fungsi namun salah adalah siswa yang melakukan kesalahan baik dari segi prosedur atau operasi yang ditulis dalam langkah-langkah pengerjaan maupun dari segi gambar grafik beserta bidang koordinat yang dibuat, sehingga gambar grafik fungsi yang dihasilkan bukan merupakan representasi himpunan penyelesaian dari fungsi yang diketahui dalam soal TMGF. Dua siswa merupakan siswa yang tidak menghasilkan gambar grafik untuk fungsi yang diketahui dalam soal TMGF, baik disertai maupun tanpa disertai dengan langkah-langkah pengerjaan dan baik terdapat kesalahan pada langkah-langkah pengerjaan tersebut maupun tidak.

Pemilihan subjek penelitian juga memperhatikan jenis kelamin siswa, karena berdasar hasil penelitian yang dilakukan Fatima (2007) diperoleh informasi bahwa siswa laki-laki memiliki penalaran yang lebih baik daripada siswa perempuan. Oleh karena itu, jenis kelamin dari keenam subjek penelitian akan dikontrol. Aspek komunikasi siswa juga dipertimbangkan dalam pemilihan subjek penelitian. Hal ini dikarenakan penalaran merupakan proses berpikir seseorang sehingga diperlukan komunikasi yang baik untuk dapat mengetahuinya. Siswa yang dapat berkomunikasi dengan baik adalah siswa yang dapat menyampaikan pendapat dengan baik berdasar hasil pengamatan guru mata pelajaran matematika selama mengajar di kelas yang bersangkutan.

Instrumen utama dalam penelitian ini adalah peneliti, sedangkan instrumen pendukung terdiri dari lembar Tes Menggambar Grafik Fungsi (TMGF) dan pedoman wawancara. Untuk teknik pengumpulandata yang digunakan adalah pemberian soal TMGF dan metode wawancara. Wawancara dilakukan untuk mengkonfirmasi jawaban tertulis sekaligus mendapatkan data yang tidak dapat diperoleh dari hasil TMGF subjek. Adapun soal yang termuat dalam TMGF disajikan sebagai berikut:

1. Diberikan fungsi $f(x) = \frac{-x+21}{3} - \frac{18+6x}{6}, x \in \mathbb{R}$.
 - a. Tanpa menggambar, apa dugaanmu mengenai bentuk grafik fungsi tersebut? Jelaskan alasanmu!
 - b. Gambarlah grafik fungsi tersebut disertai dengan langkah-langkah yang kamu gunakan!
2. Diberikan fungsi $f(x) = -2(x+2)^2 - 1, x \in \mathbb{R}$.
 - a. Tanpa menggambar, apa dugaanmu mengenai bentuk grafik fungsi tersebut? Jelaskan alasanmu!
 - b. Gambarlah grafik fungsi tersebut disertai dengan langkah-langkah yang kamu gunakan!

Teknik analisis yang digunakan terdiri dari reduksi, penyajian data, dan penarikan simpulan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil Penelitian

Pada tanggal 4 Maret 2014 telah dilaksanakan TMGF di kelas X IPA 5 SMAN 1 Driyorejo Gresik. Namun setelah dianalisis, tidak ada siswa yang termasuk dalam kriteria pertama. Oleh karena itu, pada tanggal 5 Maret 2014 dilaksanakan TMGF di kelas yang berbeda yaitu kelas X IPA 6. Banyak siswa kelas X IPA 6 adalah 37 siswa terdiri dari 18 siswa laki-laki dan 19 siswa perempuan. Namun pada hari itu ada seorang siswa yang tidak hadir di sekolah karena sakit, sehingga hanya 36 siswa yang mengikuti TMGF. Setelah dilakukan analisis TMGF dan berdasar informasi yang diberikan guru tentang kemampuan komunikasi siswa, didapatkan enam subjek yaitu ADP dan APN (siswa yang menghasilkan gambar grafik fungsi dengan benar), AC dan PDA (siswa yang menghasilkan gambar grafik fungsi namun salah), serta AN dan CAN (siswa yang tidak menghasilkan gambar grafik fungsi). Untuk selanjutnya, inisial nama keenam subjek penelitian secara berturut-turut diganti dengan inisial SD1, SD2, SK1, SK2, ST1, dan ST2.

Adapun hasil penalaran siswa dalam menggambar grafik fungsi diuraikan sebagai berikut:

1. Siswa yang menghasilkan gambar grafik fungsi dengan benar.

Ketika diberi fungsi, SD1 dan SD2 mengidentifikasi jenis dari fungsi yang diberikan terlebih dahulu (apakah termasuk fungsi linear ataukah termasuk fungsi kuadrat). Dengan mengetahui jenis dari fungsi yang diberikan dan berpedoman pada prinsip, “Jika suatu fungsi merupakan fungsi linear maka grafik fungsinya berbentuk garis lurus, sedangkan jika suatu fungsi merupakan fungsi kuadrat, maka grafik fungsinya berbentuk kurva/parabola”, mereka mengajukan dugaan terhadap bentuk grafik dari fungsi yang diberikan.

SD1 dan SD2 melakukan perhitungan dengan cara memisalkan nilai dari suatu variabel pada fungsi soal nomor 1. Sedangkan untuk soal nomor 2, ia mengubah bentuk fungsi menjadi sederhana, melakukan perhitungan dengan cara mengganti nilai dari suatu variabel pada fungsi tersebut, dan menggunakan rumus. Mereka berpikir bahwa dengan melakukan hal itu mereka bisa mendapatkan beberapa koordinat titik yang akan membantunya dalam membentuk gambar grafik fungsi pada bidang koordinat.

SD1 dan SD2 menggunakan data yang diperoleh dari manipulasi matematika yang telah dilakukan sehingga dapat memberikan titik pada bidang koordinat yang mereka yakini sebagai titik-titik pembentuk gambar grafik dari fungsi yang diberikan.

Kemudmerekan, mereka menghubungkan titik-titik tersebut hingga membentuk suatu gambar grafik sesuai dengan dugaan terhadap bentuk grafik dari fungsi yang diberikan. mereka dengan tegas menyebutkan atau menunjuk gambar grafik fungsi yang dihasilkan adalah benar merupakan gambar grafik dari fungsi yang diberikan.

Dengan mengetahui bahwa tidak ada kesalahan dalam manipulasi matematika yang dilakukan (setelah dilakukan pemeriksaan) dan letak titik sudah sesuai dengan koordinat yang ditemukan (setelah dilakukan pemeriksaan/pencocokan), SD1 dan SD2 memberikan alasan bahwa gambar grafik yang dihasilkan adalah benar. Selain itu, mereka juga menggunakan bentuk gambar grafik fungsi, jarak titik pada gambar grafik fungsi soal pertama, dan kesimetrisan gambar grafik fungsi soal kedua sebagai alasan yang mendukung kebenaran gambar grafiknya.

Tidak ada pengaitan objek-objek matematika yang terjadi dalam pikiran SD1 untuk membantunya menghasilkan gambar grafik dari fungsi yang diberikan dengan cara yang berbeda. Sedangkan SD2, tidak ada pengaitan objek-objek matematika yang terjadi dalam pikiran SD2 untuk membantunya menghasilkan gambar grafik dari fungsi soal nomor 1. Namun dengan menggabungkan langkah yang telah digunakan untuk menggambar grafik fungsi yang diberikan, SD2 bisa menghasilkan gambar grafik fungsi soal nomor 2. Mereka juga menyebutkan beberapa hal untuk menunjukkan bahwa gambar grafik fungsi yang dihasilkan dengan cara kedua juga benar. Meskipun demikian, mereka mengaku mengalami kesulitan jika tidak melibatkan beberapa langkah dari cara yang telah digunakan sebelumnya untuk menggambar grafik fungsi soal nomor 2.

2. Siswa yang menghasilkan gambar grafik fungsi namun salah.

Ketika diberi fungsi, SK1 mengidentifikasi jenis dari fungsi yang diberikan terlebih dahulu, apakah termasuk fungsi linear ataukah termasuk fungsi kuadrat. Setelah mengetahui jenis fungsi tersebut (walaupun dari hasil pengaitan fakta dan konsep fungsi yang salah) dan berpedoman pada prinsip, “Jika suatu fungsi merupakan fungsi linear maka grafik fungsinya berbentuk garis lurus, sedangkan jika suatu fungsi merupakan fungsi kuadrat, maka grafik fungsinya berbentuk parabola”, SK1 mengajukan dugaan terhadap bentuk grafik dari fungsi yang diberikan. Namun tidak demikian dengan SK2. Ketika diberi fungsi, SK2 tidak mengidentifikasi jenis dari fungsi yang diberikan terlebih dahulu, tetapi dengan mengaitkan fakta yang benar yang diketahui pada

fungsi dengan prinsip yang salah yaitu “Jika pada suatu fungsi hanya ada x dan y tanpa x^2 , maka fungsi hanya memiliki dua titik koordinat yaitu $(0, y)$ di sumbu Y dan $(x, 0)$ di sumbu X atau yang disebut sebagai titik potong sumbu Y dan titik potong sumbu X sehingga bentuk grafik fungsi berupa garis lurus. Namun jika pada suatu fungsi ada x, y , dan x^2 , maka fungsi memiliki lebih dari dua titik koordinat yaitu titik potong sumbu X , titik potong sumbu Y , dan titik puncak sehingga bentuk grafik fungsi berupa parabola”. Meskipun demikian, SK2 tetap mengajukan dugaan terhadap bentuk grafik dari fungsi yang diberikan.

SK1 mengubah bentuk fungsi yang diberikan menjadi lebih sederhana, meskipun prosedur yang digunakan salah. Selain itu, ia juga melakukan perhitungan dengan cara memisalkan nilai dari suatu variabel pada fungsi untuk soal nomor 1. Sedangkan untuk soal nomor 2, ia melakukan perhitungan dengan cara mengganti nilai dari suatu variabel pada fungsi tersebut dan menggunakan rumus. Berbeda dengan SK1, SK2 melakukan perhitungan dengan cara mengganti nilai dari suatu variabel pada fungsi untuk soal nomor 1. Sedangkan untuk soal nomor 2, ia melakukan perhitungan dengan cara mengganti nilai dari suatu variabel pada fungsi tersebut dan menggunakan rumus. Mereka berpikir bahwa dengan melakukan hal itu ia bisa mendapatkan beberapa koordinat titik yang akan membantunya dalam membentuk gambar grafik fungsi pada bidang koordinat.

SK1 dan SK2 menggunakan data yang diperoleh dari manipulasi matematika yang telah dilakukan sehingga dapat memberikan titik pada bidang koordinat yang mereka yakini sebagai titik-titik pembentuk gambar grafik dari fungsi yang diberikan. Kemudian, mereka menghubungkan titik-titik tersebut hingga membentuk suatu gambar grafik sesuai dengan dugaan terhadap bagaimana bentuk grafik dari fungsi yang diberikan. SK1 dan SK2 dengan tegas menyebutkan atau menunjuk gambar grafik fungsi yang dihasilkan adalah benar merupakan gambar grafik dari fungsi yang diberikan.

Dengan meyakini bahwa tidak ada kesalahan dalam manipulasi matematika yang telah dilakukan (setelah dilakukan pemeriksaan) dan letak titik sudah sesuai dengan koordinat yang ditemukan (setelah dilakukan pemeriksaan/pencocokan), SK1 dan SK2 memberikan alasan bahwa gambar grafik yang dihasilkan adalah benar. Selain itu, ia juga menggunakan bentuk gambar grafik fungsi sebagai alasan yang mendukung kebenaran gambar grafiknya.

Tidak ada pengaitan objek-objek matematika yang terjadi dalam pikiran SK1 maupun SK2 untuk membantu mereka menghasilkan gambar grafik dari fungsi yang diberikan dengan cara yang berbeda.

3. Siswa yang tidak menghasilkan gambar grafik fungsi.

Ketika diberi fungsi, ST1 mengidentifikasi jenis dari fungsi yang diberikan terlebih dahulu (apakah termasuk fungsi linear ataukah termasuk fungsi kuadrat). Dengan mengetahui jenis dari fungsi yang diberikan (walaupun dari hasil pengaitan fakta dan konsep fungsi yang salah) dan berpedoman pada prinsip, "Jika suatu fungsi merupakan fungsi linear maka grafik fungsinya berbentuk garis lurus, sedangkan jika suatu fungsi merupakan fungsi kuadrat, maka grafik fungsinya berbentuk parabola", ST1 mengajukan dugaan terhadap bentuk grafik dari fungsi yang diberikan. Berbeda dengan ST1, ST2 tidak mengidentifikasi jenis dari fungsi yang diberikan terlebih dahulu, tetapi dengan mengaitkan fakta dan prinsip yang salah yaitu "Jika suatu fungsi tidak memuat tanda kuadrat maka gambar grafik fungsi tersebut berbentuk garis miring dan lurus. Namun jika suatu fungsi memuat tanda kuadrat maka gambar grafik fungsi tersebut berbentuk parabola". Meskipun demikian, ia tetap mengajukan dugaan terhadap bentuk grafik dari fungsi yang diberikan.

ST1 mengetahui bahwa ia harus mencari dua koordinat titik untuk dapat menggambar grafik fungsi soal nomor 1, namun tidak ada pengaitan dalam pikirannya sehingga dapat menemukan koordinat titik tersebut. Sedangkan untuk fungsi soal nomor 2, ia mengubah bentuk fungsi tersebut menjadi lebih sederhana. Lalu, ia melakukan perhitungan dengan cara menggunakan rumus. ST1 menghentikan langkah pengerjaan dikarenakan meyakini prinsip yang salah. ST2 melakukan perhitungan dengan cara memisalkan/mengganti nilai dari suatu variabel untuk fungsi soal nomor 1. Sedangkan untuk fungsi soal nomor 2, ST2 mengetahui bahwa ia harus mencari koordinat beberapa titik, namun tidak ada pengaitan dalam akal pikirannya sehingga dapat menemukan koordinat titik tersebut.

Ada kesalahan prinsip dalam diri ST1 dan ST2 sehingga mereka tidak memberikan titik pada bidang koordinat dan membentuk suatu gambar grafik terhadap fungsi yang diberikan. Mereka juga tidak memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi karena memang tidak ada gambar grafik fungsi yang dihasilkan. Tidak ada pengaitan objek-objek matematika yang terjadi dalam pikiran ST1 dan ST2 untuk membantunya menghasilkan gambar grafik dari fungsi yang diberikan dengan cara yang berbeda.

Pembahasan

Beberapa hal yang dibahas adalah sebagai berikut:

1. Penalaran siswa yang menghasilkan gambar grafik fungsi dengan benar (SD1 dan SD2)

Saat siswa menarik simpulan gambar grafik fungsi kedua, diketahui bahwa siswa menempatkan sebuah titik tambahan pada bidang koordinat dengan memperhatikan kelurusan terhadap titik potong sumbu Y dan kesimetrisan terhadap sumbu simetri. Hal ini menunjukkan bahwa penalaran yang mereka lakukan dapat membawa mereka memunculkan sebuah ide baru seperti yang disebutkan Brodie (2010:74) bahwa bagian penting dalam penalaran matematika adalah siswa datang dengan ide-ide dari dirinya sendiri.

2. Penalaran siswa yang menghasilkan gambar grafik fungsi namun salah (SK1 dan SK2)

Siswa yang kurang dapat menggambar grafik lebih cenderung melakukan penalaran keliru. Contoh penalaran keliru yang dilakukan oleh SK1 adalah saat ia melakukan manipulasi matematika untuk dapat menghasilkan gambar grafik fungsi kedua. Ia memutuskan untuk menggunakan prosedur yang salah guna mendapatkan titik potong sumbu X . Pernyataan bahwa titik potong sumbu X diperlukan untuk dapat menggambar grafik fungsi berupa parabola ditafsirkan dengan salah. SK1 menganggap bahwa diperlukan sama artinya dengan harus ada sehingga ketika mendapati nilai x tidak real, ia mencoba berbagai cara guna mendapatkan nilai x yang real. Sedangkan contoh penalaran keliru yang dilakukan SK2 adalah saat ia mengajukan dugaan bentuk grafik fungsi. Meskipun ia memahami konsep fungsi linear dan fungsi kuadrat, hal tersebut tidak dijadikan sebagai alasan yang mendukung dugaan tetapi justru dengan menggunakan prinsip bahwa berupa garis lurus karena hanya memiliki dua titik dan berupa parabola karena memiliki lebih dari dua titik. Keberadaan prinsip tersebut cenderung dipengaruhi cara yang SK2 gunakan dalam menggambar grafik fungsi. Meskipun siswa yang kurang dapat menggambar grafik fungsi cenderung melakukan penalaran keliru, tetap saja mereka melakukan penalaran dalam menggambar grafik fungsi. Pernyataan tersebut sesuai dengan hasil penelitian yang dilakukan oleh Ceraso dan Provitara (1971) bahwa penalaran yang keliru disebabkan oleh premis yang salah atau proses berpikir yang kurang lengkap seperti salah menafsirkan premis ketika menarik suatu simpulan dan apabila terjadi penalaran yang keliru

dalam diri seseorang bukan berarti bahwa orang tersebut tidak melakukan penalaran sama sekali.

3. Penalaran siswa yang tidak menghasilkan gambar grafik fungsi (ST1 dan ST2)

Siswa yang tidak menghasilkan gambar grafik fungsi menunjukkan banyak kelemahan dalam mengaitkan objek-objek matematika. ST1 tidak mengetahui bahwa $y = f(x)$. Kemudian ketika ia mengatakan bahwa ia dapat menggambar grafik $y = \frac{-x+21}{3} - \frac{18+6x}{6}$, pada akhirnya ia hanya mengetahui bahwa untuk dapat membuat grafik persamaan tersebut harus mencari dua titik koordinat yang mana kedua titik tersebut akan terletak di sumbu X dan sumbu Y . Sedangkan bagaimana cara mendapatkan koordinat kedua titik tersebut, ST1 tidak mengetahuinya. Hal ini menunjukkan bahwa selain ST1 tidak mengetahui keterkaitan antara $f(x)$ dengan y , ia juga tidak paham terhadap konsep titik potong sumbu X dan sumbu Y . Saat menggambar grafik fungsi kedua, ST1 juga mengalami penalaran yang keliru. Ia beranggapan bahwa untuk menggambar grafik fungsi kuadrat, yang pertama harus didapatkan adalah nilai x_1 dan x_2 sebagai patokan untuk memberi titik di sumbu X . Tanpa titik tersebut, menurutnya grafik fungsi tidak dapat digambar. Hal serupa juga dialami oleh ST2. Ia sempat menghasilkan gambar grafik fungsi soal pertama, namun gambar tersebut tidak diakui sebagai gambar grafik fungsi soal nomor 1. Menurut ST2, untuk menggambar grafik fungsi soal nomor 1, ia harus menemukan titik-titik pembentuk gambar grafik yang hanya didapatkan setelah membuat dan mengisi tabel terlebih dahulu. Hal ini menunjukkan bahwa penalaran ST2 keliru dan sekaligus memberikan informasi bahwa ST2 tidak mengetahui keterkaitan antara nilai x dengan nilai $f(x)$. Berdasar uraian di atas, dapat dikatakan bahwa apa yang terjadi pada ST1 dan ST2 sesuai dengan hasil penelitian Berg dan Smith (1994) yaitu siswa tidak dapat menggambar grafik karena mereka tidak memiliki peralatan mental yang cukup untuk terhubung dalam sebuah konstruksi pengetahuan dengan level yang lebih tinggi atau mereka memiliki kemampuan berpikir logis, namun kurang lengkap.

PENUTUP

Simpulan

Dari 36 siswa kelas X IPA 6 SMA Negeri 1 Driyorejo, Gresik didapatkan 6 subjek penelitian yang terdiri dari dua siswa menghasilkan gambar grafik fungsi dengan benar (SD1 dan SD2), dua siswa menghasilkan gambar grafik fungsi namun salah (SK1 dan SK2), dan dua siswa

tidak menghasilkan gambar grafik fungsi (ST1 dan ST2). Berdasar hasil analisis dan pembahasan pada BAB IV, diperoleh simpulan sebagai berikut:

1. Penalaran siswa yang menghasilkan gambar grafik fungsi dengan benar

- a. Ketika diberi fungsi, siswa mengidentifikasi jenis dari fungsi yang diberikan terlebih dahulu (apakah termasuk fungsi linear ataukah termasuk fungsi kuadrat). Dengan mengetahui jenis dari fungsi yang diberikan dan berpedoman pada prinsip, "Jika suatu fungsi merupakan fungsi linear maka grafik fungsinya berbentuk garis lurus, sedangkan jika suatu fungsi merupakan fungsi kuadrat, maka grafik fungsinya berbentuk kurva/parabola", siswa mengajukan dugaan terhadap bentuk grafik dari fungsi yang diberikan.
- b. Siswa mencari beberapa koordinat titik yang akan membantunya dalam membentuk gambar grafik fungsi. Oleh karena itu, mereka melakukan manipulasi matematika seperti mengubah bentuk fungsi menjadi sederhana, melakukan perhitungan dengan cara memisalkan nilai dari suatu variabel pada fungsi yang diberikan, atau melakukan perhitungan dengan menggunakan rumus.
- c. Dari manipulasi matematika yang telah dilakukan, siswa memperoleh data yang digunakan sebagai pedoman untuk memberi titik pada bidang koordinat. Kemudian, siswa menghubungkan titik-titik tersebut hingga membentuk suatu gambar grafik sesuai dengan dugaan terhadap bentuk grafik dari fungsi yang diberikan. Siswa dengan tegas menyebutkan atau menunjuk gambar grafik fungsi yang dihasilkan adalah benar merupakan gambar grafik dari fungsi yang diberikan.
- d. Dengan mengetahui bahwa tidak ada kesalahan dalam manipulasi matematika yang dilakukan (setelah dilakukan pemeriksaan) dan letak titik sudah sesuai dengan koordinat yang ditemukan (setelah dilakukan pemeriksaan/ pencocokan), siswa memberikan alasan bahwa gambar grafik yang dihasilkan adalah benar. Tidak hanya itu, siswa juga menggunakan bentuk gambar grafik fungsi, jarak titik pada gambar grafik fungsi soal pertama, dan kesimetrisan gambar grafik fungsi soal kedua sebagai alasan yang mendukung kebenaran gambar grafiknya.
- e. Tidak ada pengaitan objek-objek matematika dalam pikiran subjek pertama untuk membantunya menghasilkan gambar grafik dari fungsi soal yang diberikan. Akibatnya, penalaran subjek pertama tidak dapat diketahui melalui menyusun bukti terhadap keberadaan cara lain. Namun tidak

demikian untuk subjek kedua. Penalaran subjek kedua juga dapat diketahui melalui menyusun bukti terhadap keberadaan cara lain meskipun kurang optimal (cara yang baru masih melibatkan beberapa bagian dari cara yang lama). Ia berhasil menghasilkan gambar grafik hanya untuk fungsi soal nomor 2 dan menunjukkan bahwa gambar grafik tersebut juga benar walaupun secara fisik, tampak berbeda dengan gambar grafik fungsi sebelumnya.

2. Penalaran siswa yang menghasilkan gambar grafik fungsi namun salah

- a. Ketika diberi fungsi, subjek pertama mengidentifikasi jenis dari fungsi yang diberikan terlebih dahulu (apakah termasuk fungsi linear ataukah termasuk fungsi kuadrat). Dengan mengetahui jenis dari fungsi yang diberikan (walaupun dari hasil pengaitan fakta dan konsep fungsi yang salah) dan berpedoman pada prinsip, “Jika suatu fungsi merupakan fungsi linear maka grafik fungsinya berbentuk garis lurus, sedangkan jika suatu fungsi merupakan fungsi kuadrat, maka grafik fungsinya berbentuk parabola”, ia mengajukan dugaan terhadap bentuk grafik dari fungsi yang diberikan. Namun tidak demikian dengan subjek kedua. Ia tidak mengidentifikasi jenis dari fungsi yang diberikan terlebih dahulu, tetapi berdasar hasil pengaitan fakta yang benar yang diketahui pada fungsi dengan prinsip yang salah.
- b. Siswa mencari beberapa koordinat titik yang akan membantunya dalam membentuk gambar grafik fungsi. Oleh karena itu, mereka melakukan manipulasi matematika seperti mengubah bentuk fungsi menjadi sederhana, melakukan perhitungan dengan cara memisalkan/ mengganti nilai dari suatu variabel pada fungsi yang diberikan, atau melakukan perhitungan dengan menggunakan rumus.
- c. Dari manipulasi matematika yang telah dilakukan, siswa memperoleh data yang digunakan sebagai pedoman untuk memberi titik pada bidang koordinat. Kemudian, siswa menghubungkan titik-titik tersebut hingga membentuk suatu gambar grafik sesuai dengan dugaan terhadap bentuk grafik dari fungsi yang diberikan. Siswa dengan tegas menyebutkan atau menunjuk gambar grafik fungsi yang dihasilkan adalah benar merupakan gambar grafik dari fungsi yang diberikan.
- d. Dengan meyakini bahwa tidak ada kesalahan dalam manipulasi matematika yang dilakukan (setelah dilakukan pemeriksaan) dan letak titik

sudah sesuai dengan koordinat yang ditemukan (setelah dilakukan pemeriksaan/pencocokan), siswa memberikan alasan bahwa gambar grafik yang dihasilkan adalah benar. Tidak hanya itu, siswa juga menggunakan bentuk gambar grafik fungsi sebagai alasan yang mendukung kebenaran gambar grafiknya.

- e. Tidak ada pengaitan objek-objek matematika dalam pikiran siswa untuk membantunya menghasilkan gambar grafik dari fungsi soal yang diberikan selain dengan cara yang telah digunakan.

3. Penalaran siswa yang tidak menghasilkan gambar grafik fungsi

- a. Ketika diberi fungsi, subjek pertama mengidentifikasi jenis dari fungsi yang diberikan terlebih dahulu (apakah termasuk fungsi linear ataukah termasuk fungsi kuadrat). Dengan mengetahui jenis dari fungsi yang diberikan (walaupun dari hasil pengaitan fakta dan konsep fungsi yang salah) dan berpedoman pada prinsip, “Jika suatu fungsi merupakan fungsi linear maka grafik fungsinya berbentuk garis lurus, sedangkan jika suatu fungsi merupakan fungsi kuadrat, maka grafik fungsinya berbentuk parabola”, ia mengajukan dugaan terhadap bentuk grafik dari fungsi yang diberikan. Namun tidak demikian dengan subjek kedua. Ia tidak mengidentifikasi jenis dari fungsi yang diberikan terlebih dahulu, tetapi berdasar hasil pengaitan fakta dan prinsip yang salah.
- b. Siswa mencari beberapa koordinat titik yang akan membantunya dalam membentuk gambar grafik fungsi. Namun, mereka hanya bisa melakukan manipulasi matematika untuk salah satu fungsi yang diberikan. Subjek pertama mengubah bentuk fungsi menjadi sederhana dan melakukan perhitungan dengan menggunakan rumus untuk fungsi soal nomor 2, sedangkan subjek kedua melakukan perhitungan dengan cara memisalkan/mengganti nilai dari suatu variabel untuk fungsi soal nomor 1.
- c. Ada kesalahan prinsip dalam diri siswa sehingga meskipun melakukan manipulasi matematika, mereka tidak memberikan titik pada bidang koordinat dan membentuk suatu gambar grafik.
- d. Siswa tidak memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi karena memang tidak ada gambar grafik fungsi yang dihasilkan.
- e. Tidak ada pengaitan objek-objek matematika dalam pikiran siswa untuk membantunya menghasilkan gambar grafik dari fungsi soal yang diberikan selain dengan cara yang telah digunakan.

Saran

1. Terdapat perbedaan penalaran dalam diri siswa ketika mereka menggambar grafik suatu fungsi sehingga memberikan pengaruh terhadap hasil kerja mereka. Siswa yang menghasilkan gambar grafik fungsi dengan benar cenderung memiliki penalaran yang lebih baik daripada siswa yang menghasilkan gambar grafik fungsi namun salah dan yang tidak menghasilkan gambar grafik fungsi. Sedangkan siswa yang menghasilkan gambar grafik fungsi namun salah cenderung memiliki penalaran yang lebih baik daripada siswa yang tidak menghasilkan gambar grafik fungsi. Oleh karena itu, disarankan kepada guru untuk lebih memperhatikan penalaran siswa dalam menggambar grafik fungsi.
2. Berknaan dengan kelemahan dalam penelitian ini tentang pemilihan subjek penelitian, maka disarankan kepada peneliti lain yang ingin mengadakan penelitian yang serupa yaitu penalaran siswa dalam menggambar grafik fungsi untuk menggunakan tinjauan yang memiliki kriteria lebih jelas.

DAFTAR PUSTAKA

Ball, D. L. dan Bass, H. 2003. Making Mathematics Reasonable in School. *A Research Companion to Principals and Standards for School Mathematics*. pp: 27-44. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Berg, Craig A. dan Phillips, Darrell G. 1994. An Investigation of The Relationship Between Logical Thinking Structures and The Ability to Construct and Interpret Line Graphs. *Journal of Research in Science Teaching*. Vol. 31 (4). pp: 323-344.

Brodie, Karin. 2010. *Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classrooms*. New York : Springer.

Ceraso, John dan Provitera, Angela. 1971. *Sources of Error in Syllogistic Reasoning*. Elsevier. (Online). Vol. 2. (<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0010028571900235>, diakses 19 April 2014)

Fatima, S. K. 2007. *Reasoning Ability of School Students*. New Delhi: Discovery Publishing House.

Kemendikbud. 2013. *Salinan Lampiran Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 65 Tahun 2013 tentang Standar Proses Pendidikan Dasar dan Menengah*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.

Keraf, Gorys. 2007. *Argumentasi dan Narasi*. Jakarta: PT Gramedia Pustaka Utama.

Leinhardt, Gaea, dkk. 1990. Functions, Graphs, and Graphing: Task, Learning, and Teaching. *American Educational Research Assosiation*. Vol 60 (1). pp: 1-64.

NCTM. 2000. *Reasoning and Proof*. National Council of Teachers Mathematics.

Roth, Wolff Michael dan McGinn, Michelle K. 1997. Graphing: Cognitive Ability or Practice?. *Wiley Online Library*. Vol 81 (1). pp: 91-106.

Siswono. 2010. *Penelitian Pendidikan Matematika*. Surabaya: Unesa University Press.

Wardhani, Sri. 2008. *Analisis SI dan SKL Mata Pelajaran Matematika SMP/MTs untuk Optimalisasi Tujuan Mata Pelajaran Matematika*. Yogyakarta: PPPPTK Matematika.

Wardhani, Sri. 2010. *Teknik Pengembangan Instrumen Penilaian Hasil Belajar Matematika di SMP/MTs*. Yogyakarta: PPPPTK Matematika.