

PROFIL LAPISAN PEMAHAMAN *PROPERTY NOTICING* SISWA PADA MATERI LOGARITMA DITINJAU DARI PERBEDAAN JENIS KELAMIN**Indah Wahyu Utami**Pendidikan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya, e-mail : wahyu.indahutami@gmail.com**Abdul Haris Rosyidi, M.Pd**Pendidikan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya, e-mail : ah_rosyidi@yahoo.com**Abstrak**

Pemahaman matematis merupakan aspek yang penting dalam pembelajaran matematika. Teori Pirie dan Kieren mengklasifikasikan delapan lapisan pemahaman matematis, satu diantaranya *property noticing*. Pemahaman matematis ditengarai dipengaruhi oleh perbedaan jenis kelamin.

Tujuan penelitian ini adalah mendeskripsikan lapisan pemahaman *property noticing* siswa laki-laki dan perempuan SMA kelas X pada materi logaritma. Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif dengan metode tes dan wawancara. Subjek penelitian terdiri dari satu siswa laki-laki dan satu siswa perempuan yang memiliki kemampuan matematika setara dengan kategori kemampuan sedang.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa lapisan pemahaman *property noticing* siswa laki-laki dan perempuan dengan kemampuan setara hampir sama. Siswa laki-laki dapat membuktikan dua dari ketiga sifat dasar logaritma menggunakan definisi. Siswa laki-laki tidak dapat membuktikan sifat " $\log a^n = n$ ". Sedangkan siswa perempuan dapat membuktikan ketiga sifat dasar menggunakan definisi. Kemudian, keduanya mengalami *ineffective folding back* saat menggabungkan definisi dengan sifat terkait untuk membuktikan suatu sifat. Siswa laki-laki juga menggunakan simbol yang salah saat menghubungkan bentuk logaritma dengan bentuk eksponen

Kata Kunci: Pemahaman Matematis, Teori Pirie-Kieren, Lapisan *Property Noticing*, Logaritma, Perbedaan Jenis Kelamin

Abstract

Mathematical understanding is the important thing in mathematics learning. Pirie and Kieren's theory classify eight layers of mathematical understanding, one of them is property noticing. Mathematical understanding is suspected which influence on sex differences.

This research aims to describe understanding layer of property noticing between men and women students 10th grade of senior high school on Logarithm. This is a qualitative research using test and interview methods. Subjects in this research are consist of a man and a woman students who have equivalent ability on middle category of mathematics ability.

Result of this research showed that understanding layer of property noticing between man and woman with equivalent ability almost had the same understanding . Man could use definition to prove two of three basic natures of logarithm. Whereas woman could prove three basic natures of logarithm. They made ineffective folding back to combine definition when they were proving theorem about natures of logarithm. Man also use the incorrect symbol when connecting logarithm with exponent.

Key words: *Mathematical Understanding, Pirie-Kieren's Theory, Property Noticing Layer, Logarithm, Sex Differences*

PENDAHULUAN

Matematika merupakan ilmu universal yang berperan penting di setiap sendi kehidupan. Kleine (dalam Sukarman, 2002) yang menyatakan bahwa matematika itu bukan pengetahuan menyendiri yang dapat sempurna karena dirinya sendiri, tetapi adanya matematika itu terutama untuk membantu manusia dalam memahami dan menguasai permasalahan sosial, ekonomi, dan alam. Sehingga, konsep-konsep yang ada dalam matematika digunakan untuk menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan.

Di era globalisasi, perkembangan IPTEK mampu mempermudah tugas manusia. Perkembangan IPTEK dewasa ini dilandasi oleh perkembangan matematika. Hal ini diperkuat oleh pendapat Soedjadi (2000) yang menyatakan bahwa matematika adalah salah satu ilmu dasar, baik aspek terapannya maupun aspek penalarannya mempunyai peranan penting dalam penguasaan ilmu dan teknologi. Sejalan dengan itu, menurut Peraturan Menteri Pendidikan Nasional nomor 22 tahun 2006 tentang Standar Isi menyatakan bahwa untuk menguasai dan menciptakan teknologi di masa depan diperlukan penguasaan matematika yang kuat sejak dini.

Lebih lanjut, Hiebert dan Carpenter (1992) menyatakan “*One of the most widely accepted ideas within the mathematics education community is the idea that student should understand mathematics*”. Hal ini berarti bahwa yang paling penting dalam pembelajaran matematika adalah ide yang seharusnya dipahami siswa.

Sependapat dengan Hiebert dan Carpenter, *The National Council of Teachers of Mathematics* (2000) menyatakan bahwa pemahaman matematis merupakan aspek yang penting dalam pembelajaran matematika. Menurut Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 59 tentang Kurikulum 2013, memahami konsep matematika terkait dengan kemampuan menjelaskan keterkaitan antarkonsep dan menggunakan konsep maupun algoritma secara luwes, akurat, efisien, dan tepat dalam pemecahan masalah. Sehingga dapat disimpulkan bahwa dalam pembelajaran matematika, salah satu aspek yang perlu ditekankan adalah pemahaman matematis yang dimiliki siswa.

Pemahaman dalam revisi taksonomi Bloom berada satu tingkat di atas mengingat (*remembering*). Menurut Krathwohl (2002), memahami adalah menentukan makna dari pembelajaran termasuk lisan, tertulis, gambar dan komunikasi. Berdasarkan uraian tersebut, tampak bahwa pemahaman bukan hanya dapat mengingat tetapi juga mempunyai kemampuan untuk menangkap makna dari pembelajaran.

Pemahaman merupakan topik yang menarik. Berbagai teori telah muncul untuk menjelaskan

pertumbuhan pemahaman matematis. Beberapa teori tersebut, antara lain Teori Skemp (1987), Teori Hiebert & Carpenter (1992), Teori Pirie dan Kieren (1992), serta Teori Sierpinska (1994). Teori-teori tersebut memiliki pendapat yang sama yaitu pemahaman seseorang berada pada pikirannya sendiri. Pemahaman seseorang dapat berubah waktu. Seseorang dikatakan paham dapat diketahui dari hasil analisis fakta yang ada. Sehingga, pada penelitian ini diasumsikan pemahaman siswa dapat diketahui melalui penjelasannya dalam mengerjakan soal dan interaksi yang terjadi antara subjek dan peneliti.

Hampir semua teori yang pemahaman di atas, kecuali teori Pirie dan Kieren, menganggap bahwa pemahaman merupakan proses yang linear. Pirie dan Kieren (dalam Susiswo, 2014) menganggap pemahaman merupakan proses pertumbuhan yang utuh, dinamis, berlapis tetapi tidak linear dan tidak pernah berakhir. Proses pemahaman ini digambarkan seperti bawang yang memiliki lapisan-lapisan. Lapisan-lapisan tersebut antara lain *primitive knowing*, *image having*, *image making*, *property noticing*, *formalizing*, *observing*, *structuring*, dan *investizing* (Pirie dan Kieren, 1994). Sesuai dengan anggapan pemahaman merupakan proses yang tidak pernah berakhir, sehingga pemahaman pada *investizing* sering menjadi *primitive knowing* materi baru. Lapisan-lapisan pemahaman merupakan satu dari keistimewaan dari teori ini. Keistimewaan lain dari teori ini adalah adanya komponen-komponen penyusun tiap lapisan dan adanya *folding back*.

Tidak dapat dipungkiri bahwa dalam pembelajaran matematika, materi logaritma merupakan satu dari materi yang masih dianggap sulit oleh siswa. Indikator yang digunakan dalam ujian nasional terkait logaritma, satu di antaranya adalah indikator menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan fungsi eksponen dan logaritma. Berdasarkan laporan hasil ujian nasional oleh BSNP dan Pusat Penilaian Pendidikan Balitbang Kemendikbud. Pada tahun 2014, rata-rata kelulusan untuk indikator tersebut tingkat Jawa Timur adalah 33,75 dan tingkat nasional 29,91. Sedangkan pada tahun 2015, tingkat Jawa Timur memiliki rata-rata 67,56 dan tingkat nasional 66,20. Selain data tersebut, berdasarkan hasil praktik pembelajaran lapangan diperoleh tiga siswa dari empat siswa salah dalam mengerjakan soal logaritma. Kesalahan yang dilakukan siswa berkaitan dengan sifat-sifat logaritma. Oleh karena itu, penelitian ini mendeskripsikan pemahaman matematis siswa berdasarkan Teori Pirie dan Kieren pada lapisan *property noticing*.

Selain kemampuan matematika, perbedaan jenis kelamin diindikasikan memengaruhi perbedaan pemahaman siswa. Krutetski (dalam Mujiono, 2011)

menjelaskan bahwa laki-laki lebih unggul dalam penalaran, sedangkan perempuan lebih unggul dalam ketepatan, ketelitian, kecermatan, dan keseksamaan berpikir. Krutetski juga menyatakan bahwa laki-laki memiliki pemahaman matematika dan mekanika yang lebih baik daripada perempuan. Perbedaan ini semakin tampak jelas pada tingkat yang lebih tinggi. Bertentangan dengan hal tersebut, *American Psychological Association (Science Daily, 6 Januari 2010)* mengemukakan bahwa berdasarkan analisis terbaru dari peneliti internasional, kemampuan perempuan di seluruh dunia dalam matematika tidak lebih buruk daripada kemampuan laki-laki, meskipun laki-laki memiliki kepercayaan diri yang lebih dari perempuan dalam matematika. Dari uraian di atas, tampak ada perbedaan pendapat mengenai pengaruh perbedaan jenis kelamin di bidang matematika.

Berdasarkan uraian di atas, pertanyaan penelitian ini adalah bagaimana lapisan pemahaman *property noticing* siswa laki-laki dan perempuan pada materi logaritma.

Sedangkan tujuan dari penelitian ini untuk mendeskripsikan pemahaman matematis siswa pada lapisan *property noticing* dengan materi logaritma ditinjau dari perbedaan jenis kelamin.

Pemahaman Matematis

Pemahaman berasal dari kata dasar “paham”. Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia (2002), pemahaman berarti proses atau cara atau tindakan memahami atau memahamkan sesuatu. Sehingga dari segi bahasa, pemahaman matematis merupakan proses atau cara atau tindakan memahami atau memahamkan konsep matematika.

Pemahaman dalam revisi taksonomi Bloom merupakan jenjang kognitif C_2 yang berada di atas jenjang *remember* atau mengingat. Hal ini menandakan bahwa pemahaman merupakan jenjang dasar sebelum *apply* (aplikasi), *analyze* (analisis), *evaluate* (evaluasi), dan *create* (membuat). Menurut Krathwohl (2002), memahami adalah menentukan makna dari pembelajaran termasuk lisan, tertulis, gambar dan komunikasi. Di dalam proses memahami terdapat proses menafsirkan (*interpreting*), mencontohkan (*exemplifying*), mengklasifikasikan (*classifying*), merangkum (*summarizing*), menyimpulkan (*inferring*), membandingkan (*comparing*), dan menjelaskan (*explaining*).

Di sisi lain, menurut Brownell dan Sims (dalam Meel, 2003) pemahaman matematis merupakan sebuah konsep yang susah didefinisikan dan dinyatakan. Definisi secara pasti tentang paham atau pemahaman tidak mudah untuk diformulasikan. Sehingga terdapat berbagai kerangka pemikiran tentang apa itu pemahaman. Brownell dan Sims (dalam Meel, 2003) menyatakan

bahwa pemahaman disamakan dengan pembangunan koneksi dalam konteks operasi algoritma dan pemecahan masalah. Selanjutnya, Haylock dalam Jung (2002) mendefinisikan pemahaman sebagai sesuatu untuk membuat koneksi kognitif.

Pada dasarnya, pemahaman matematis didasarkan pada representasi internal. Namun dalam pembelajaran dan penilaiannya digunakan representasi eksternal dari sebuah konsep. Representasi eksternal yang dimaksud semisal penulisan simbol, cara mengkomunikasikan, bahasa matematika yang digunakan, gambar dan objek atau benda nyata yang digunakan untuk mengomunikasikan konsep matematika (Hiebert dan Carpenter dalam Barmby *et al*, 2007).

Berdasarkan definisi yang telah dipaparkan beberapa tokoh, terdapat sebuah kesamaan yaitu pemahaman merupakan aksi maupun hasil dari sebuah aksi yang mengasosiasikan berbagai representasi dengan konsep. Representasi ini merupakan representasi eksternal dan internal. Lebih lanjut, pemahaman dapat disimpulkan sebagai kemampuan untuk membuat koneksi dari berbagai representasi baik internal maupun eksternal. Sedangkan pemahaman matematis dapat disimpulkan sebagai kemampuan menggunakan atau mengaplikasikan konsep matematika dalam menyelesaikan permasalahan terkait algoritma serta dapat memberikan argumen atas kebenaran langkahnya.

Teori Pirie dan Kieren

Teori Pirie dan Kieren ini lebih dikenal dengan lapisan-lapisan pemahaman matematis. Teori ini bermula pada pendapat bahwa pemahaman sebagai sebuah proses pertumbuhan yang utuh, dinamis, berlapis tetapi tidak linear dan merupakan proses yang berulang-ulang (dalam Pirie dan Martin, 2000). Pirie dan Kieren (dalam Kastberg, 2002:17) berpendapat bahwa pemahaman didefinisikan sebagai berikut:

Mathematical understanding can be characterized as leveled but non-linear. It is a recursive phenomenon and recursion is seen to occur when thinking moves between levels of sophistication.... Indeed each level of understanding is contained within succeeding levels. Any particular level is dependent on the forms and processes within and further, is constrained by those without.

Dari definisi di atas dapat diketahui bahwa menurut Pirie dan Kieren, pemahaman matematis dapat digolongkan menjadi beberapa lapisan yang tidak linear. Pemahaman matematis merupakan fenomena rekursif yaitu adanya pengulangan proses untuk mendapatkan sebuah pemahaman. Pengulangan itu terjadi ketika akan mendapatkan pemahaman baru dibutuhkan pengetahuan yang telah didapat sebagai modal utama. Sehingga, teori

ini menolak konsep bahwa pemahaman merupakan proses yang linear dan naik secara monoton. Pirie dan Kieren merepresentasikan pemahaman matematis menjadi delapan lapisan antara lain: *primitive knowing (Pk)*, *image making (Im)*, *image having (Ih)*, *property noticing (Pn)*, *formalizing (F)*, *observing (O)*, *structuring (S)*, dan *investizing (Iv)*.

Selanjutnya pada penelitian ini akan dibahas mengenai lapisan *property noticing*. *Property noticing* merupakan lapisan pemahaman keempat. *Property noticing* adalah sebuah aksi untuk mengidentifikasi sifat-sifat (Droujkova, et al, 2005). Seseorang dapat menghubungkan suatu topik dengan memanipulasi atau mengkombinasikan aspek-aspek dari sebuah topik dan dapat membentuk sifat yang relevan terhadap suatu topik tersebut (Slaten, 2006). Sifat-sifat tersebut dikombinasikan untuk membangun definisi penting yang dapat memperkenalkan fakta dari karakteristik-karakteristik yang mengabaikan unsur lain dari konsep (Meel, 2003).

Menurut Pirie dan Kieren (dalam Meel, 2003), perbedaan antara *image having* dan *property noticing* terletak pada kemampuan untuk menyadari adanya sebuah hubungan antara gambaran-gambaran sebuah topik dan menjelaskan bagaimana memverifikasi hubungan tersebut. Seseorang menyadari kesamaan dan perbedaan beragam gambaran sebuah topik dan mengembangkannya menjadi sebuah definisi konsep yang dibangun di antara hubungan gambaran-gambaran tersebut (Tall dan Vinner dalam Susiswo, 2014). Dengan kata lain, pada lapisan *property noticing*, seseorang menggunakan ide yang telah didapat untuk membentuk atau membuktikan sifat yang relevan sehingga memperkenalkan fakta baru.

Menurut Teori Pirie dan Kieren, lapisan ini memiliki komponen pembentuk. Dua komponen yang saling melengkapi pada lapisan *property noticing* yaitu *property predicting* dan *property recording* (Pirie dan Kieren dalam Meel, 2003). Lebih lanjut, *property predicting* didefinisikan sebagai kegiatan menceritakan gambaran suatu topik ke sebuah pembentukan sifat. *Property recording* adalah sebuah aktivitas menggabungkan ke dalam struktur kognitif tentang pembentukan sifat sebagai sesuatu yang ada dan bekerja.

Hal penting lainnya dalam teori ini adalah *folding back*. *Folding back* adalah proses kembali ke sebuah lapisan yang lebih dalam dari lapisan tertentu (Susiswo, 2014). Menurut Slaten (2010), terdapat *effective folding back* dan *ineffective folding back*. *Effective folding back* ketika seseorang dapat menggunakan perluasan pemahaman yang didapat untuk menyelesaikan

permasalahan yang ada. Sedangkan *ineffective folding back* ketika seseorang tidak dapat menggunakan pemahaman yang telah diperoleh. *Ineffective folding back* tidak mengindikasikan tidak terjadi *folding back*.

Folding back bertujuan untuk memperluas pemahaman pada lapisan yang lebih dalam sehingga dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan pada lapisan lebih luar. *Folding back* tidak selalu kembali pada lapisan *primitive knowing*, tetapi *folding back* kembali ke lapisan yang dibutuhkan. Sebagai contoh, *folding back* ke lapisan *image making* mungkin dengan melakukan aksi fisik seperti menggambar diagram, memanipulasi atau bermain dengan angka (Martin, LaCroix dan Fownes, 2005b).

Logaritma

Materi logaritma dengan konsep yang akan diuji adalah bagaimana pemahaman siswa terhadap sifat-sifat logaritma. Berdasarkan Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 59 Tahun 2014 tentang Kurikulum 2013 di SMA, hal yang akan diuji tersebut termasuk dalam Kompetensi Dasar 3.1 yaitu memilih dan menerapkan aturan eksponen dan logaritma sesuai dengan karakteristik permasalahan yang akan diselesaikan dan memeriksa kebenaran langkah-langkahnya. Adapun indikator yang ingin dicapai pada penelitian ini yaitu membuktikan sifat-sifat logaritma.

Pemahaman Matematis pada Materi Logaritma Berdasarkan Teori Pirie-Kieren

Penelitian ini mendeskripsikan pemahaman matematis siswa terhadap materi logaritma. Lebih lanjut, untuk mengambil data akan menggunakan instrumen yang dibuat berdasarkan Teori Perkembangan Pemahaman Matematis Pirie dan Kieren. Seperti yang telah dipaparkan, pada penelitian ini konsep yang akan diuji adalah bagaimana pemahaman siswa terhadap sifat-sifat logaritma. Jika dikaitkan dengan lapisan pemahaman Pirie dan Kieren, maka pembuktian sifat-sifat logaritma terdapat pada lapisan *property noticing*. Oleh karena itu, penelitian ini akan mendeskripsikan pemahaman matematis siswa pada lapisan *property noticing*.

Satu diantara penelitian terkait Teori Pirie dan Kieren dilakukan oleh Warner dan Schorr (2004). Lapisan *property noticing* dalam penelitian Warner dan Schorr diindikasikan dengan adanya manipulasi dan mengombinasikan aspek dari gambaran topik sebelumnya. Kemudian digunakan untuk menentukan sifat atau fakta yang muncul.

Dalam penelitian ini, lapisan *property noticing* diindikasikan dengan penggunaan ide yang telah didapat untuk membentuk atau membuktikan sifat yang relevan

sehingga memperkenalkan fakta baru. Berdasarkan uraian itu, dalam penelitian ini digunakan soal yang meminta siswa memanipulasi definisi logaritma dan mengombinasikan definisi dengan satu sifat operasi logaritma yang menunjang untuk membuktikan sifat logaritma lainnya. Sifat logaritma yang memanipulasi definisi untuk membuktikannya adalah sifat dasar logaritma.

Teori Perbedaan Jenis Kelamin

Dari segi bahasa, jenis kelamin dalam bahasa Inggris artinya *sex* bukan *gender*. *Sex* dan *gender* merupakan dua kata yang berbeda makna. Beberapa tahun terakhir, para peneliti mulai berhati-hati dalam menggunakan istilah jenis kelamin (*sex*) atau *gender*. *American Psychological Association* (2011) menjelaskan bahwa jenis kelamin (*sex*) lebih sering digunakan untuk menunjukkan status biologis seseorang, sedangkan *gender* lebih menunjukkan sikap, perasaan, dan tingkah laku yang diberikan lingkungan.

Lebih lanjut, *American Psychological Association* mengategorikan jenis kelamin menjadi laki-laki dan perempuan, sedang *gender* dikategorikan menjadi maskulin dan feminim. Menurut Hungu (2007) jenis kelamin (*sex*) adalah perbedaan antara perempuan dengan laki-laki secara biologis sejak seseorang lahir. Sehingga dapat disimpulkan bahwa perbedaan jenis kelamin (*sex*) berhubungan dengan perbedaan secara biologis dan psikis yang dikategorikan menjadi laki-laki dan perempuan.

Ada beberapa teori terkait perbedaan jenis kelamin dalam matematika. Krutetskii (dalam Mujiono, 2011) menjelaskan perbedaan antara laki-laki dan perempuan dalam belajar matematika yaitu:

1. Laki-laki lebih unggul dalam hal penalaran, sedangkan perempuan lebih unggul dalam hal ketepatan, ketelitian, kecermatan dan keseksamaan berpikir;
2. Laki-laki memiliki kemampuan matematika dan mekanika yang lebih baik daripada perempuan. Perbedaan ini tidak nyata pada tingkat sekolah dasar akan tetapi menjadi tampak lebih jelas pada tingkat yang lebih tinggi.

Sementara itu, Menurut Maccoby dan Jacklin (dalam Soenarjadi, 2011) menyatakan bahwa:

1. Pada masa awal sekolah hingga awal masa remaja, kemampuan verbal laki-laki lebih baik daripada kaum perempuan. Akan tetapi kemampuan verbal mereka akan menjadi sama pada usia 11 tahun ke atas.
2. Kemampuan laki-laki dalam hal visual-spasial akan menjadi lebih baik daripada perempuan pada usia 12 tahun ke atas, namun cenderung sama pada usia sebelumnya.

3. Kedua jenis kelamin memiliki kemampuan matematika yang sama pada masa sekolah dasar (SD) hingga awal masa remaja. Mulai kira-kira umur 12 – 13 tahun keterampilan matematika laki-laki meningkat lebih cepat daripada perempuan.

Berdasarkan dua pendapat tersebut dapat disimpulkan bahwa laki-laki lebih unggul daripada perempuan dalam bidang matematika.

Di sisi lain, Zhixia (2010) menyatakan bahwa dalam kemampuan matematika tidak dipengaruhi perbedaan laki-laki atau perempuan. Laki-laki dan perempuan saling mengungguli dalam matematika bahkan perempuan bisa lebih unggul dalam bidang yang berkaitan dengan matematika.

Sedangkan *American Psychological Association* (Science Daily, 6 Januari 2010) menuliskan

Girls around the world are not worse at math than boys, even though are more confident in their math abilities, and girls from countries where gender equity is more prevalent are more likely to perform better on mathematics assessment test, according to a new analysis of international research.

Dalam harian tersebut dinyatakan bahwa kemampuan perempuan di seluruh dunia dalam matematika tidak lebih buruk daripada kemampuan laki-laki, meskipun laki-laki memiliki kepercayaan diri yang lebih dari perempuan dalam matematika.

Berdasarkan pendapat di atas, tampak adanya perbedaan pendapat mengenai pengaruh perbedaan jenis kelamin di bidang matematika. Sebagian pakar berpendapat bahwa perbedaan jenis kelamin memengaruhi kemampuan matematika seseorang, dan sebagian lagi berpendapat sebaliknya.

METODE

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif. Karena penelitian ini dilakukan untuk mendeskripsikan atau memberikan gambaran pemahaman matematis pada lapisan *primitive knowing* hingga *image making* ditinjau dari perbedaan jenis kelamin.

Penelitian ini dilaksanakan di SMA Negeri 12 Surabaya pada tanggal 14-17 Desember 2015. Penelitian dilakukan di sekolah ini karena sekolah ini satu dari sekolah yang menggunakan kurikulum 2013. Subjek penelitian ini terdiri dari satu siswa laki-laki dan perempuan kelas X IPA 7 semester gasal 2015/2016. Pemilihan subjek didasari oleh kesetaraan kemampuan yang dimilikinya dengan indikator adalah memiliki selisih skor maksimal 5 poin untuk hasil tes kemampuan matematika. Subjek memiliki kemampuan matematika sedang.

Instrumen penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah tes kemampuan matematika (TKM), tes pemahaman matematis (TPM) dan pedoman wawancara. TKM terdiri dari tujuh soal yang mewakili setiap kompetensi dasar UN SMP tahun 2015. Sedangkan TPM berisi soal terkait lapisan pemahaman *primitive knowin* hingga *image making*.

Berdasarkan instrumen yang digunakan, peneliti menggunakan teknik pengumpulan data dengan metode tes dan wawancara. TKM dikerjakan dengan durasi waktu 60 menit, sedangkan TPM berdurasi 30 menit. Wawancara yang digunakan dalam penelitian ini bersifat semiterstruktur. Dalam penelitian ini juga digunakan triangulasi teknik. Triangulasi ini dilakukan untuk mengecek jawaban tes dan wawancara yang telah dilakukan. Sehingga, selain wawancara digunakan untuk menggali pemahaman matematis siswa. Wawancara juga digunakan sebagai triangulasi.

Untuk menganalisis data digunakan dua teknik yaitu analisis tes pemahaman dan analisis wawancara. Analisis tes pemahaman melihat penyelesaian siswa berdasarkan Teori Pirie dan Kieren serta memperhatikan representasi eksternal yang muncul. Sedangkan, teknik analisis data wawancara dilakukan dengan tahap (1) reduksi data; (2) penyajian data dan (3) penarikan simpulan. Penarikan simpulan didasarkan pada kriteria pemahaman, yaitu siswa dapat membuktikan sifat/aturan dengan menggunakan definisi yang telah diperoleh atau dengan mengombinasikan pengetahuan yang telah ada.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pengambilan data di kelas X IPA 7. Tes kemampuan matematika diberikan kepada 33 siswa kelas X IPA 7. Dari hasil tes kemampuan matematika, diperoleh 3 siswa memiliki kemampuan tinggi, 18 siswa memiliki kemampuan sedang dan 12 siswa memiliki kemampuan rendah. Subjek diambil satu siswa laki-laki dan perempuan dengan selisih skor TKM 2 poin.

TPM diberikan kepada dua subjek terpilih selama 30 menit. TPM berisi dua soal pada lapisan *property noticing*. Berikut soal yang digunakan.

- Untuk a dan n bilangan real, $a > 0$, $a \neq 1$. Gunakan definisi logaritma untuk membuktikan:
 - ${}^a\log a = 1$
 - ${}^a\log 1 = 0$
 - ${}^a\log a^n = n$
- Buktikan ${}^a\log b \times {}^b\log c = {}^a\log c$ dengan a, b, c bilangan real positif, $a \neq 1, c \neq 1$. (Petunjuk: gunakan definisi logaritma)

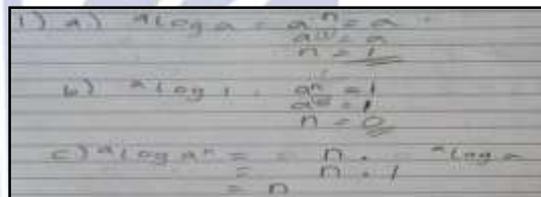
Soal nomor 1 berisi tentang soal yang meminta siswa membuktikan sifat-sifat dasar logaritma menggunakan definisi logaritma. Sedangkan, soal nomor 2 berisi tentang soal yang mengombinasikan definisi logaritma dengan salah satu sifat operasi logaritma yang terkait. Ide untuk pembuktian soal nomor 2 adalah mengombinasikan definisi logaritma dengan sifat ${}^a\log b^n = n {}^a\log b$.

Adapun beberapa kode yang digunakan dalam wawancara yaitu.

- Kode Px-0n merupakan kode pertanyaan peneliti ke- n pada soal ke- x .
- Kode Sx-0n merupakan kode jawaban subjek terhadap pertanyaan peneliti ke- n soal ke- x .

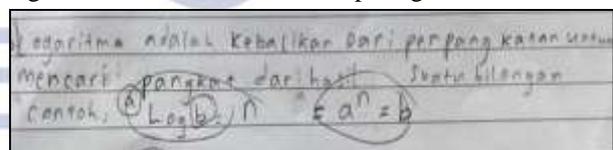
Profil Pemahaman Teori Pirie-Kieren: Lapisan *Property Noticing* Subjek Laki-laki (SL)

Melalui hasil pengerjaan soal nomor 1, terlihat bahwa SL dapat membuktikan sifat 1a dan 1b menggunakan definisi. Akan tetapi, SL menggunakan cara lain untuk membuktikan sifat 1c. Berikut jawaban SL terhadap soal nomor 1.



Gambar 1 Hasil Pengerjaan SL Soal Nomor 1

Dari pengerjaan nomor 1a dan 1b, diketahui bahwa SL menggunakan simbol '=' sebagai penghubung antara bentuk eksponen dengan bentuk logaritma. Sebelum mengerjakan soal ini, SL diminta untuk mendefinisikan logaritma. SL mendefinisikan seperti gambar berikut.



Gambar 2 Definisi Logaritma Menurut SL

Dari definisi tersebut, dijelaskan bahwa SL memahami setiap bentuk logaritma akan sama dengan bentuk eksponen. Pemahaman ini terbawa hingga SL mengerjakan soal nomor 1a dan 1b. Selain itu, dari tulisannya tampak bahwa SL langsung menulis a^n tanpa memberitahu apa maksud dari n . Namun, setelah diwawancarai, SL menyatakan bahwa n adalah pemisalan hasil logaritma. SL memisalkan ${}^a\log a = n$ dan ${}^a\log 1 = n$.

Lebih lanjut, saat membuktikan sifat 1c, SL menggunakan sifat operasi logaritma ${}^a\log b^n = n {}^a\log b$ dan sifat ${}^a\log a = 1$. Setelah ditanya alasan SL memilih jawaban itu, kesulitannya adalah ketika memisalkan ${}^a\log$

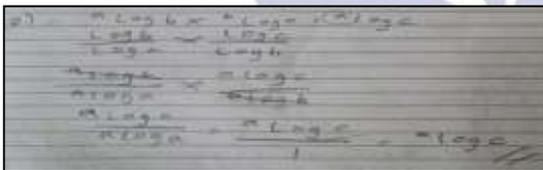
$a^n = n$ kemudian diperoleh bentuk eksponennya adalah $a^n = a^n$. Hal tersebut yang diakui SL sulit untuk diungkapkan dalam kata-kata sehingga menggunakan cara lain. Berikut cuplikan wawancara terkait pembuktian sifat 1c.

Tabel 1 Cuplikan Wawancara SL Soal 1c

Kode	Kegiatan
P1-1	Oke, selanjutnya.
SL1-1	Kalau yang c membuktikan ${}^a\log a^n = n$. Sehingga langkah yang saya lakukan adalah ${}^a\log a = n \times {}^a\log a = n \times 1 = n$. Jadi, simpulannya ${}^a\log a^n = n$ terbukti.
P1-2	Hmm apakah ini menggunakan definisi?
SL1-2	Tidak kak.
P1-3	Mengapa tidak menggunakan definisi?
SL1-3	Karena ini sudah terbukti ${}^a\log a = 1$ jadi ya saya menggunakannya. Lagipula saya bingung menggunakan definisi, kan kalau saya misalkan ${}^a\log a^n = n$ berarti kan $a^n = a^n$ jelas lah bahwa $n = n$. Jadi saya bingung menuliskannya.

Selain itu, adanya pemahaman definisi logaritma bahwa ${}^a\log b = n$ juga mengakibatkan SL memisalkan ${}^a\log a^n = n$ sehingga diperoleh bentuk eksponennya adalah $a^n = a^n$ yang membuatnya bingung. Hal ini menampakkan adanya keterbatasan untuk merepresentasikan hasil logaritma dengan notasi lain.

Selanjutnya, berikut hasil pengerjaan SL soal nomor 2.



Gambar 3 Hasil Pengerjaan SL Soal Nomor 2

Melalui hasil pengerjaan SL pada Gambar 3 tampak bahwa subjek membuktikan sifat tersebut tidak menggunakan petunjuk yang diberikan. Subjek membuktikannya dengan mengubah ${}^a\log b$ menjadi $\frac{\log b}{\log a}$ dan ${}^b\log c$ menjadi $\frac{\log c}{\log b}$ kemudian mengoperasikannya. Saat wawancara, SL menyatakan tidak memiliki ide selanjutnya untuk membuktikannya setelah mengubah bentuk ${}^a\log b$ dan ${}^b\log c$ menjadi bentuk eksponen. Berikut cuplikan wawancara SL tentang hal tersebut.

Tabel 2 Cuplikan Wawancara SL Soal 2

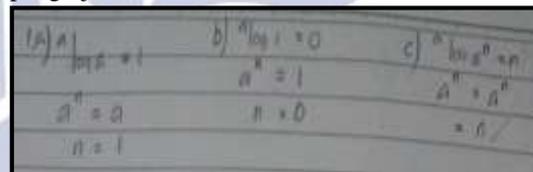
Kode	Kegiatan
P2-1	Disuruh apa nomor 2?
SL2-1	Disuruh membuktikan bahwa ${}^a\log b \times {}^b\log c = {}^a\log c$.
P2-2	Dilihat dari jawabanmu, sepertinya kamu tidak menggunakan definisi logaritma ya dek?
SL2-2	Iya kak, saya sudah mencoba mengubah ini (menunjuk ${}^a\log b$ dan ${}^b\log c$) ke bentuk eksponen tapi kesulitan untuk menemukan ide selanjutnya. Jadi saya menggunakan cara lain.

Hal ini membuktikan bahwa pada saat mengerjakan soal, siswa melakukan *folding back*. Namun, *folding back* yang terjadi adalah *ineffective folding back*. *Ineffective folding back* ini terjadi karena saat SL kembali ke pemahaman sebelumnya yaitu definisi logaritma, SL tidak dapat menggunakannya untuk menyelesaikan permasalahan. Akan tetapi, cara yang digunakan SL memiliki langkah yang benar dan dapat membuktikan sifat operasi tersebut.

Berdasarkan uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa SL memiliki keterbatasan dalam merepresentasikan hasil log dengan n . Akibatnya, tidak dapat membuktikan sifat ${}^a\log a^n = n$ dengan definisi. SL tidak dapat membuktikan suatu sifat dengan mengombinasikan definisi logaritma dan salah satu sifat terkait (soal 2). Pada lapisan ini pula ditemukan adanya penggunaan simbol '=' yang tidak tepat sebagai penghubung bentuk eksponen dan bentuk logaritma dan adanya keterbatasan representasi hasil logaritma dengan notasi lain.

Profil Pemahaman Teori Pirie-Kieren: Lapisan Property Noticing Subjek Perempuan (SP)

Melalui hasil analisis jawaban SP terhadap soal nomor 1 diketahui bahwa SP telah membuktikan sifat dasar logaritma menggunakan definisi. Berikut hasil pengerjaan soal nomor 1.



Gambar 4 Hasil Pengerjaan SP Soal Nomor 1

Hasil pengerjaan SP sudah benar. Penggunaan simbol dalam pengerjaan SP juga sudah tepat. Dari tulisan SP, tampak bahwa SP tidak menjelaskan asal usul a^n . Namun, saat wawancara SP menjelaskan bahwa n adalah hasil dari logaritma. Ide awal SP adalah memisalkan ${}^a\log a = n$, ${}^a\log 1 = n$ dan ${}^a\log a^n = n$. Berikut cuplikan wawancara SP soal nomor 1.

Tabel 3 Cuplikan Wawancara SP Soal 1

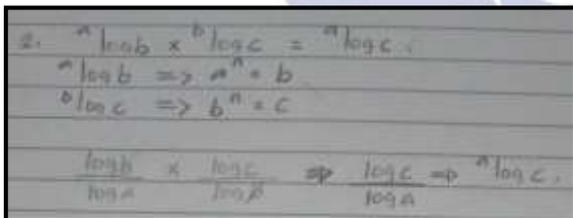
Kode	Kegiatan
P1-1	Lalu bagaimana jawabanmu?
SP1-1	Nomor 1a membuktikan ${}^a\log a = 1$. Ini dimisalkan hasil ${}^a\log a = n$. Pertama dijadikan bentuk eksponen dulu menjadi $a^n = a$ berarti $n = 1$.
P1-2	Jadi?
SP1-2	Kan ini (menunjuk pangkat a pada ruas kanan) pangkatnya nol. Jadi $n = 1$.

Lanjutan Tabel 3

Kode	Kegiatan
P1-3	Pangkatnya nol? Coba diteliti dulu.
SP1-3	Ooh iya kak maksudnya pangkatnya 1 jadi n sama dengan 1.
P1-4	Jadi pernyataan ini (menunjuk ${}^a\log a = 1$) terbukti tidak nomor 1a?
SP1-4	Ya, terbukti.
P1-5	Oke. Lanjut b!
SP1-5	${}^a\log 1 = 0$. Sama seperti sebelumnya dimisalkan ${}^a\log 1 = n$. Sehingga bentuk eksponennya menjadi $a^n = 1$. Berarti n sama dengan 0.
P1-6	Mengapa n sama dengan nol?
SP1-6	Ya karena berapapun jika dipangkatkan nol hasilnya 1.
P1-7	Oke lanjut ke 1c!
SP1-7	${}^a\log a^n = n$. Sama seperti sebelumnya dimisalkan ${}^a\log a^n = n$. Sehingga bentuk eksponennya menjadi $a^n = a^n$. Berarti ya jawabannya n . Jadi terbukti kak ${}^a\log a^n = n$.

Pada pembuktian sifat 1c SP kurang tepat memisalkan hasil logaritma sehingga menimbulkan kerancuan. SP terlihat hanya memahami bahwa pemisalan hasil ${}^a\log b$ adalah n . Sehingga menimbulkan bentuk eksponen $a^n = a^n$. SP juga tidak menuliskan bahwa diawal, dia memisalkan hasil logaritma dengan n .

Selanjutnya, melalui hasil pengerjaan soal nomor 2 diketahui bahwa SP tidak dapat membuktikannya dengan melibatkan definisi. Berikut hasil pengerjaan SP soal nomor 2.



Gambar 5 Hasil Pengerjaan SP Soal Nomor 2

Pada lembar jawaban SP tampak bahwa SP telah mengubah ${}^a\log b$ dan ${}^b\log c$ menjadi bentuk eksponen. Langkah yang dilakukan SP ini diakuinya bahwa pada awalnya dia telah mencoba untuk menggunakan definisi logaritma tetapi gagal dalam menentukan langkah selanjutnya.

Tabel 4 Cuplikan Wawancara SP Soal 2

Kode	Kegiatan
P2-1	Lalu ini saya lihat logaritma diubah menjadi eksponen digunakan untuk apa?
SP2-1	Ooh ini tidak jadi dipakai kak.
P2-2	Kenapa dek?
SP2-2	Karena setelah itu tidak tau langkah selanjutnya.

Hal ini menunjukkan adanya *folding back*. *Folding back* yang terjadi adalah *ineffective folding back* yang berarti bahwa *folding back* yang dilakukan tidak dapat digunakan dalam menyelesaikan permasalahan.

Berdasarkan uraian di atas, disimpulkan bahwa SP dapat membuktikan sifat dasar menggunakan definisi logaritma. SP tidak dapat mengombinasikan definisi logaritma dengan sifat yang sesuai untuk membuktikan sifat terkait.

PENUTUP

Simpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan, dapat disimpulkan deskripsi pemahaman pada lapisan *property noticing* ditinjau dari perbedaan jenis kelamin sebagai berikut.

1. Pemahaman Lapisan *Property Noticing* Siswa Laki-laki

Siswa tidak dapat membuktikan semua sifat dasar logaritma dengan menggunakan definisi logaritma. Tampak adanya keterbatasan yang muncul saat siswa membuktikan ${}^a\log a^n = n$ yang menimbulkan persamaan eksponen $a^n = a^n$. Ditemukan adanya *ineffective folding back* saat siswa tidak dapat membuktikan suatu sifat dengan mengombinasikan definisi logaritma dan sifat lain yang sesuai. Pada lapisan ini juga ditemukan adanya kesalahan dalam penggunaan simbol sebagai penghubung antara bentuk logaritma dan eksponen.

2. Pemahaman Lapisan *Property Noticing* Siswa Perempuan

Siswa dapat membuktikan ketiga sifat dasar dengan definisi. Namun, saat membuktikan sifat 1c tampak bahwa siswa memiliki keterbatasan representasi hasil logaritma yang mengakibatkan kerancuan dengan munculnya persamaan $a^n = a^n$. Pada lapisan ini, tampak adanya *ineffective folding back* saat siswa mencoba membuktikan suatu sifat dengan mengombinasikan definisi dan sifat yang sesuai.

Saran

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, peneliti memberikan beberapa saran sebagai berikut.

1. Untuk peneliti lain diharapkan lebih komunikatif dan lebih detail saat menggali pemahaman siswa. Hal ini didasari oleh hasil penelitian bahwa beberapa pemahaman yang dimiliki siswa tidak diutaraka secara tertulis.
2. Saat wawancara diharapkan peneliti lain dapat membuat siswa lebih santai jadi tidak merasa tertekan.

DAFTAR PUSTAKA

- American Psychological Association. 2010. *Few Gender Differences In Math Abilities, Worldwide Study Finds*, (Online), (<http://www.sciencedaily.com/releases/2010/01/100105112303.htm>, diakses 11 Oktober 2015).
- American Psychological Association. 2011. *Definition of Terms: Sex, Gender, Gender Identity, Sexual Orientation*, (Online), (<https://www.apa.org/pi/lgbt/resources/sexuality-definitions.pdf>, diakses 11 Oktober 2015).
- Barmby, P., et al (2007). "How Can We Assess Mathematical Understanding?". *Proceedings of The 31th Conference of The International Group for The Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, pp. 41-48. Seoul: PME.
- Dirjen Dikti. 2014. *Permendiknas No. 59 Tahun 20014 tentang Kurikulum SMA* (Lampiran). Jakarta: Depdiknas.
- Droujkova, M., et al. 2005. "A Conceptual Framework for Studying Teacher Preparation: The Pirie-Kieren Model Collective Understanding and Metaphor". *Proceedings of The 29th Conference of The International Group for The Psychology of The Mathematics Education*. Vol. 2: pp. 289-296.
- Hungu. 2007. *Demografi Kesehatan Indonesia*. Jakarta: Grasindo.
- Jung, I. (2002). *Student Representation and Understanding of Geometric Transformations with Technology Experience*. Doctoral Dissertation. The University of Georgia.
- Kastberg, S. E. (2002). *Understanding Mathematical Concepts: The Case of The Logarithmic Function*. Doctoral Dissertation. University of Georgia.
- Krathwohl, D. (2002). "A Revision of Bloom's Taxonomy: An Overview". *Theory into Practice*. Vol. 41.
- Martin, C., LaCroix, L., dan Fownes, L. (2005b). "Folding Back and The Growth of Mathematical Understanding in Workplace Training". *ALM International Journal*. Vol. 1: hal. 19-35.
- Martin, L., & Pirie, S. (2000). "The Role of Collecting in the Growth of Mathematical Understanding". *Mathematics Education Research Journal*. Vol. 12 (2): hal. 124-146.
- Meel, D. (2003). "Models and Theories of Mathematical Understanding: Comparing Pirie and Kieren's Model of The Growth of Mathematical Understanding and APOS Theory". *CBMS Issues in Mathematics Education*. Vol. 12: hal. 132-179.
- Mujiono. (2011). *Profil Penalaran Siswa dalam Pemecahan Masalah Matematika Ditinjau dari Perbedaan Gaya Kognitif Field Dependent-Field Independent dan Perbedaan Gender*. Tesis tidak dipublikasi. Surabaya: Universitas Negeri Surabaya.
- Pirie, S. dan Kieren, T. (1994). "Beyond Metaphor: Formalising in Mathematical Understanding within Constructivist Environments". *For the Learning of Mathematics*. Vol. 14: hal. 39-43.
- Slaten, K. (2006). *Effective Teaching and Uses of Instructional Representations in Secondary Geometry: A Comparison of a Novice and an Experienced Mathematics Teacher*. Doctoral Dissertation. North Carolina State University.
- Slaten, K. (2010). "Effective Folding Back Via Student Research of The History of Mathematics". *Proceedings of The 13th Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education*, (pp. 1-10).
- Soedjadi. 2000. *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia (Konstataasi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan)*. Jakarta: Ditjen Dikti Depdikbud
- Soenarjadi, Gatot. 2011. "Profil Pemecahan Masalah Geometri Ditinjau dari Perbedaan Gaya Belajar dan Perbedaan Gender". *E-Journal Dinas Pendidikan Kota Surabaya*. Vol. 3: hal. 19-24.
- Sukarman, Herry. 2012. *Inovasi dalam Pengelolaan Pembelajaran Matematika di Sekolah Dasar*. Yogyakarta: PPPG Matematika.
- Susiswo. 2014. "Folding Back Mahasiswa dalam Menyelesaikan Masalah Limit Berdasarkan Pengetahuan Konseptual dan Pengetahuan Prosedural". *Prosiding Seminar Nasional TEQIP (Teachers Quality Improvement Program)* (pp. 1-10). Malang: Universitas Negeri Malang.
- The National Council of Teachers of Mathematics*. 2000. *Principles and Standards for School Mathematics*. United States of America
- Tim Penyusun Kamus Pusat Bahasa. 2002. *Kamus Besar Bahasa Indonesia*. Jakarta: Balai Pustaka.
- Warner, L. dan Schorr, Y. (2004). "From Primitive Knowing to Formalising : The Role of Student-to-Student Questioning in The Development of Mathematical Understanding". *Proceedings of PME-NA-26*. Vol. 2: hal. 429-437.
- Zhixia, Y. 2010. *Gender Differences in Mathematics Learning School Science in Mathematics*, (Online), (www.purdue.edu/discoverypark/advance/assets/pdfs/documents/research/researchnote-02.pdf, diakses 11 Oktober 2015)