

PENALARAN SISWA SMA DALAM PEMBUKTIAN MATEMATIKA PADA MATERI TRIGONOMETRI DITINJAU DARI PERBEDAAN JENIS KELAMIN**Muhamad Bakhрил Ilmi**

Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya

*e-mail: muhamadbakhрилilmi@gmail.com***Abdul Haris Rosyidi**

Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya

*e-mail: abdulharis@unesa.ac.id***Abstrak**

Salah satu tujuan mempelajari matematika adalah mengembangkan penalaran. Penalaran merupakan proses berpikir untuk membuat suatu pernyataan baru atau kesimpulan berdasarkan fakta atau asumsi yang telah dibuat sebelumnya. Pembuktian matematika merupakan suatu proses menunjukkan kebenaran dari suatu pernyataan matematika dengan menggunakan sekumpulan argumen logis. Untuk membuktikan suatu pernyataan dalam matematika diperlukan penalaran untuk melakukannya. Beberapa penelitian sebelumnya menunjukkan perbedaan jenis kelamin mempengaruhi penalaran siswa sehingga dimungkinkan juga mempengaruhi penalaran siswa dalam pembuktian matematika.

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif yang bertujuan untuk mendeskripsikan penalaran siswa laki-laki dan perempuan dalam pembuktian matematika. Subjek penelitian ini terdiri dari satu orang siswa laki-laki SMA dan satu orang siswa perempuan SMA dengan kemampuan matematika setara. Pengumpulan data dilakukan dengan teknik wawancara berbasis tes pada materi trigonometri. Data yang terkumpul selanjutnya dianalisis untuk memperoleh data yang akurat yang akan digunakan untuk proses penyimpulan.

Hasil penelitian ini adalah sebagai berikut. Siswa laki-laki dan siswa perempuan memilih strategi yang berbeda dalam menyelesaikan tes pembuktian yang diberikan. Pada tahap memahami masalah, kedua subjek mengidentifikasi konsep matematika yang digunakan untuk menyebutkan informasi dalam masalah pembuktian, namun berbeda dalam menyebutkannya. Subjek laki-laki menyebutkan secara verbal sedangkan subjek perempuan membuat representasi gambar terkait informasi tersebut. Keduanya memberikan alasan yang logis dalam menyebutkan informasi tersebut. Pada tahap menentukan rencana, subjek laki-laki menentukan rencana penyelesaian satu per satu sedangkan subjek perempuan tidak tampak dengan jelas. Hal ini dikarenakan subjek perempuan mencoba menyelesaikan masalah pembuktian terlebih dahulu. Pada tahap melaksanakan rencana, meskipun memiliki penyelesaian yang berbeda, kedua subjek mengidentifikasi dan menerapkan konsep matematika yang digunakan untuk memecahkan masalah pembuktian. Keduanya memberikan alasan yang logis dalam mengidentifikasi konsep yang digunakan untuk memecahkan masalah pembuktian. Selain itu, kedua subjek juga tidak dapat menemukan strategi lain yang mungkin digunakan untuk menyelesaikan masalah. Pada tahap memeriksa kembali, kedua subjek dapat menginterpretasi penyelesaian yang telah diperoleh.

Kata Kunci: penalaran, pembuktian matematika, jenis kelamin**Abstract**

One of the goals of learning mathematics is to develop reasoning. Reasoning defined as a process of thinking to make a new statement or conclusion based on facts or assumptions that have been made before. One of the problems in mathematics is mathematical proof. Mathematical proof is a process that show the truth of a mathematical statement using a set of logical arguments. When we prove a statement in mathematics, we need reasoning to do it. Some previous researches shown that sex differences influence students' reasoning, so it may also influence students' reasoning in mathematical proofs too.

This study is a descriptive research with qualitative approach which aims to describe the reasoning of male and female students in mathematical proof. The subject of this study consisted of one male student and one female student with equivalent mathematical ability. The data collected by interview based on test of trigonometric problems. Then, the collected data analyzed to obtain accurate data to be used for the inference process.

Based on the results of the study, male students and female students chose different strategies in completing the given proof test. At understanding the problem phase, both subjects identified the

mathematical concepts that used to mention the informations of the problem, but have different way to mention it. The male subject mentioned verbally the information that he obtained from the problem of proof while the female subject made a sketch to representate the information. Both of them provide a logical reason to establish their answer. At devising a plan phase, the male subject revealed the plan one by one, while the female subject is not clearly visible. This is because the female subject trying to solve the problem of proof first. At carrying out the plan phase, the both subjects identified and applied the mathematical concepts that used to solve the problem of proof. Both of them provide a logical reason too for identified the concepts that used to solve the problem. In addition, neither subject can't find any other strategies that might be used to solve the problem. At looking back phase, both subjects can interpret the solution that has been obtained.

Keywords: reasoning, mathematical proof, sex

PENDAHULUAN

Salah satu tujuan dari mempelajari matematika adalah mengembangkan penalaran siswa. Hal ini dikarenakan matematika merupakan salah satu mata pelajaran yang memfasilitasi siswa untuk mengembangkan penalaran. Penalaran yang meliputi berpikir logis, berpikir deduksi, berpikir sistematis, berpikir konsisten, menarik kesimpulan, menentukan metode, membuat alasan, dan menentukan strategi, merupakan salah satu materi pembelajaran matematika pada semua jenjang pendidikan (Ebutt dan Straker, dalam Marsigit, 2013).

Shadiq (2004) mendefinisikan penalaran sebagai suatu kegiatan, suatu proses atau suatu aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru yang benar berdasarkan pada beberapa pernyataan yang kebenarannya telah dibuktikan atau diasumsikan sebelumnya.

Fakta yang ada menunjukkan bahwa penalaran siswa di Indonesia masih belum baik. Rendahnya hasil Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) yang dicapai oleh Indonesia pada tahun 2011 dapat disebabkan oleh beberapa faktor, salah satunya adalah karena peserta didik di Indonesia kurang terlatih dalam menyelesaikan soal-soal kontekstual yang menuntut penalaran, argumentasi dan kreativitas siswa dalam menyelesaikannya (Puspendik, 2012).

Russel (dalam Brodie, 2010:9) menyatakan bahwa penalaran matematika pada dasarnya berkaitan dengan pengembangan, justifikasi dan penggunaan generalisasi matematika sedangkan justifikasi dan generalisasi sangat berkaitan erat dengan pembuktian dalam matematika (Brodie, 2010:9). Dari uraian tersebut dapat disimpulkan bahwa penalaran berkaitan erat dengan pembuktian dalam matematika.

Menurut Hernadi (2008) bukti adalah serangkaian argumentasi logis (semua langkah pada argumen harus berdasarkan langkah sebelumnya yang sudah dibuktikan atau diberikan sebagai asumsi) yang menjelaskan kebenaran suatu pernyataan.

Dalam kurikulum 2013, salah satu aspek penalaran dan pembuktian dalam pembelajaran matematika yaitu, merencanakan dan mengkonstruksi argumen-argumen matematis, menurunkan atau membuktikan kebenaran rumus dengan berbagai cara (Kemendikbud, 2016). Dengan demikian, pendidikan di Indonesia mulai menyisipkan pembuktian sebagai salah satu aspek yang perlu dipelajari dalam matematika pada jenjang SMA.

Tidak jauh berbeda dengan penalaran, pembuktian matematika bagi siswa bukanlah hal mudah. Tidak sedikit siswa yang mengeluh ketika akan menyelesaikan soal yang berkaitan dengan pembuktian matematika. Sebagai contoh, dalam pengalaman peneliti selama praktik mengajar, beberapa siswa SMA kesulitan menginterpretasi maksud dari soal pembuktian. Ada juga siswa SMA yang bingung untuk menentukan langkah atau ide awal untuk menyelesaikan soal pembuktian. Kesulitan yang dialami siswa dalam pembuktian matematika ini salah satu penyebabnya adalah rendahnya kemampuan pemecahan masalah siswa (Stylianou, dkk., 2009).

Fakta di lapangan menunjukkan trigonometri bukanlah materi yang mudah bagi siswa. Berdasarkan laporan daya serap UN tahun ajaran 2014/2015 untuk indikator butir soal “menyelesaikan masalah geometri dengan menggunakan aturan sinus atau kosinus” secara nasional masih 59,46%. Salah satu penyebabnya menurut Demir (2012) adalah tidak mudah bagi siswa untuk mengembangkan pemahaman berdasarkan hubungan trigonometri. Selain itu, salah satu materi dalam trigonometri pada jenjang SMA adalah membuktikan identitas trigonometri. Megawati (2013) menyebutkan bahwa beberapa siswa SMA Al Hikmah Surabaya masih kesulitan dalam membuktikan identitas trigonometri. Dengan demikian, pembuktian terkait materi trigonometri menjadi salah satu materi yang sulit bagi siswa.

Perbedaan jenis kelamin sebelumnya telah menjadi objek banyak penelitian pendidikan matematika, termasuk penalaran matematika (mathematical reasoning). Zhu (2007) menyebutkan bahwa hasil penelitian yang dilakukan Benbow dan Stanley (1983) menunjukkan bahwa laki-laki memiliki penalaran matematika lebih

tinggi dibandingkan perempuan. Selain itu, Zhu juga menyebutkan hasil penelitian Halpern, Wai, dan Saw (2005), menunjukkan hal yang sama bahwa laki-laki menunjukkan hasil yang lebih baik dalam tugas penalaran matematika dan spasial. Selain itu, Alfiani (2016) menyebutkan bahwa siswa laki-laki lebih unggul terkait penalaran dalam memecahkan masalah.

Berdasarkan hasil penelitian tersebut, peneliti berasumsi bahwa terdapat perbedaan terkait penalaran siswa dalam pembuktian matematika antara siswa laki-laki dan perempuan karena menurut Polya (2004), pembuktian merupakan salah satu jenis dari pemecahan masalah.

Dari uraian tersebut peneliti tertarik untuk mengetahui lebih dalam lagi terkait perbedaan jenis kelamin pada penalaran siswa dalam pembuktian matematika.

Berdasarkan latar belakang di atas, pertanyaan yang dirumuskan dari penelitian ini adalah bagaimana penalaran siswa SMA laki-laki dan perempuan dalam pembuktian matematika pada materi trigonometri.

Untuk menjawab pertanyaan dalam penelitian ini, perlu diketahui beberapa teori yang berkaitan dengan penelitian ini yakni, penalaran dalam pembuktian matematika.

Penalaran merupakan kemampuan untuk berpikir, memahami dan membuat opini atau pernyataan berdasarkan fakta. Penalaran merupakan suatu proses membuat kesimpulan dari suatu informasi (Longman, dalam Kaur, 2009).

NCTM (2009: 4) berpendapat, *“Reasoning often begins with explorations, conjectures at various levels, false starts, and partial explanations before a result is reached”*. Lebih lanjut, NCTM (2009) memberikan contoh tentang aktivitas penalaran (*reasoning habit*) siswa yang muncul dalam kegiatan belajar di kelas seperti menganalisis suatu masalah, menentukan strategi yang digunakan dalam pemecahan masalah, mencari keterkaitan masalah dengan materi yang telah dipelajari, dan merefleksi solusi permasalahan. Berdasarkan informasi tersebut, indikator penalaran yang dikembangkan dalam penelitian ini adalah 1)Mengidentifikasi informasi pada masalah disertai dengan alasan logis; 2)Merencanakan penyelesaian masalah disertai dengan alasan logis; 3)Menerapkan rencana untuk memecahkan masalah disertai dengan alasan logis; 4)Menginterpretasi penyelesaian yang telah diperoleh disertai dengan alasan logis; dan 5)Menduga strategi lain yang mungkin digunakan untuk menyelesaikan masalah disertai dengan alasan logis.

Dari uraian tersebut diketahui bahwa penalaran dimungkinkan muncul ketika siswa memecahkan masalah. Polya (2004) membagi masalah dalam dua jenis yaitu masalah yang membutuhkan penyelesaian dan masalah tentang pembuktian. Iskenderoglu, dkk (2010)

berpendapat bahwa pembuktian dapat didefinisikan sebagai suatu aktivitas mental yang digunakan untuk menghilangkan keraguan terkait suatu pernyataan yang disebutkan oleh suatu komunitas atau individu.

Polya (2004) juga menyebutkan tahapan dalam pemecahan masalah yang terdiri dari empat tahap yakni 1)Memahami masalah; 2)Menentukan rencana; 3)Melaksanakan rencana penyelesaian; dan 4)Memeriksa kembali. Sebelumnya telah dijelaskan bahwa pembuktian merupakan salah satu jenis pemecahan masalah, sehingga keempat tahap tersebut juga dapat digunakan dalam penyelesaian pembuktian matematika.

NCTM (2009) menyebutkan bahwa pemecahan masalah dan pembuktian tidak mungkin dapat dilakukan tanpa penalaran. Selain itu, McCrone dan Martin (2009) berpendapat bahwa pembuktian dapat memberikan kesempatan bagi siswa untuk mengorganisir diri mereka dan berpikir logis serta menyusun penalaran mereka. Dari uraian tersebut, dapat diketahui bahwa penalaran dan pembuktian saling terkait satu sama lain, sehingga penalaran dalam pembuktian dapat didefinisikan sebagai proses berpikir untuk membuat pernyataan baru atau kesimpulan berdasarkan fakta atau asumsi yang telah dibuat sebelumnya dalam rangka menunjukkan kebenaran suatu pernyataan matematika dengan menggunakan argumen logis.

Untuk mengetahui penalaran siswa dalam pembuktian matematika maka indikator penalaran yang telah dikembangkan sebelumnya dikaitkan dengan tahapan pemecahan masalah Polya yang diuraikan dalam tabel berikut.

Tabel 1 Indikator Penalaran Berdasarkan Tahapan Pemecahan Masalah Polya

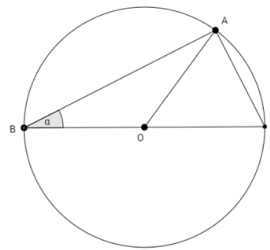
No.	Tahapan Pemecahan Masalah Polya	Indikator Penalaran yang Mungkin Muncul
1.	Memahami masalah	Mengidentifikasi informasi pada masalah pembuktian disertai dengan alasan logis.
2.	Menentukan rencana	Merencanakan penyelesaian masalah pembuktian disertai dengan alasan logis.
3.	Melaksanakan rencana penyelesaian	a. Mengidentifikasi konsep matematika yang digunakan untuk memecahkan masalah pembuktian disertai dengan alasan logis. b. Menerapkan penyelesaian yang direncanakan untuk memecahkan masalah

No.	Tahapan Pemecahan Masalah Polya	Indikator Penalaran yang Mungkin Muncul
		pembuktian disertai dengan alasan logis.
4.	Memeriksa kembali	a. Menginterpretasi penyelesaian yang direncanakan untuk memecahkan masalah pembuktian disertai dengan alasan logis. b. Menduga strategi lain yang mungkin digunakan untuk menyelesaikan masalah pembuktian disertai dengan alasan yang logis.

METODE

Berdasarkan tujuan dari penelitian ini yakni untuk mendeskripsikan penalaran siswa laki-laki dan perempuan dalam pembuktian matematika, maka penelitian merupakan penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif. Adapun prosedur penelitian ini antara lain, menyusun instrumen penelitian, observasi ke sekolah, melakukan tes prasyarat, melakukan tes pembuktian matematika, menentukan subjek penelitian, melakukan wawancara, melakukan analisis data, dan membuat laporan.

Sumber data penelitian ini adalah dua orang siswa kelas X yang terdiri dari satu orang laki-laki dan satu orang perempuan. Subjek penelitian dipilih berdasarkan hasil tes prasyarat dan hasil tes pembuktian matematika siswa. Tes prasyarat digunakan untuk mengetahui kompetensi siswa dalam menyelesaikan masalah terkait materi trigonometri, sedangkan tes pembuktian matematika digunakan untuk mengetahui kompetensi siswa dalam pembuktian matematika pada materi trigonometri. Data yang diperoleh dalam penelitian ini adalah data tentang penalaran siswa SMA dalam pembuktian matematika pada materi trigonometri ditinjau dari perbedaan jenis kelamin. Teknik pengumpulan data penelitian ini adalah wawancara berbasis tes. Subjek penelitian diberikan tes pembuktian matematika kemudian hasil jawaban siswa akan dianalisis dan dilakukan wawancara untuk mengetahui penalaran siswa. Instrumen penelitian yang digunakan antara lain, tes prasyarat, tes pembuktian matematika dan pedoman wawancara. Instrumen tes pembuktian matematika yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut. Perhatikan gambar berikut!



Panjang jari-jari lingkaran yang berpusat di O adalah 1 satuan. Buktikan bahwa $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$!

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil Penelitian

Berdasarkan tes pembuktian matematika dan wawancara, diperoleh hasil penelitian sebagai berikut.

1. Penalaran siswa laki-laki SMA dalam pembuktian matematika pada materi trigonometri

a. Tahap memahami masalah

Siswa laki-laki dalam mengidentifikasi informasi pada masalah pembuktian, masih terdapat pernyataan yang tidak disertai alasan yang logis seperti yang ditunjukkan pada cuplikan wawancara berikut.

P-01 : "Terus tadi kamu juga menyebutkan ini 90° , kenapa?"

*SL-01 : (memutar gambar pada soal)
"Ini kayak membentuk segitiga siku-siku kalau dimiringkan."*

Keterangan:

P-n : Pertanyaan ke-n yang diajukan peneliti.

SL-n : Jawaban siswa laki-laki terhadap pertanyaan ke-n yang diajukan peneliti.

Dari cuplikan wawancara tersebut diketahui bahwa siswa laki-laki menyebutkan besar $\angle BAC = 90^\circ$ dengan alasan persepsi ketika dimiringkan maka gambarnya menjadi segitiga siku-siku.

Selain itu, ada beberapa pernyataan siswa laki-laki dalam mengidentifikasi informasi dalam masalah pembuktian yang sudah disertai alasan yang logis seperti yang tampak pada cuplikan wawancara berikut.

P-02 : "Tadi kamu menyebutkan di titik O ada sudut 2α , sebenarnya di soal kan tidak ada, itu kamu peroleh dimana?"

SL-02 : "Sifat sudut pusat dan sudut keliling."

P-02 : "Apa sifatnya?"

SL-02 : "Sudut pusat itu dua kalinya sudut keliling."

Dari cuplikan wawancara tersebut diketahui bahwa siswa laki-laki menyebutkan bahwa besar $\angle AOC = 2\alpha$ dengan alasan karena sifat sudut pusat dan sudut keliling. Pada awal siswa laki-laki lupa terkait sifat sudut pusat besarnya dua kali sudut

keliling jika sudut pusat dan sudut keliling menghadap busur yang sama, namun siswa laki-laki dapat mengonstruksi konsep tersebut dengan bahasanya sendiri yaitu ujung dari sudut pusat dan sudut keliling saling bertemu.

b. Tahap menentukan rencana

Pada tahap menentukan rencana, rencana pertama yang diberikan siswa laki-laki masih belum disertai dengan alasan logis. Hal ini tercermin pada cuplikan wawancara berikut.

P-03 : *"Coba kamu sebutkan apa rencana penyelesaianmu?"*

SL-03 : *"Menggunakan aturan sinus pada segitiga AOC . Yang kedua menggunakan luas segitiga untuk mencari panjang AC . Menggunakan aturan sinus untuk mencari nilai sin $\angle ACO$."*

P-04 : *"Dari banyak strategi, kenapa kamu memilih menggunakan aturan sinus pada segitiga AOC sebagai langkah pertama?"*

SL-04 : *"Karena kepikirannya itu."*

Siswa laki-laki berencana akan menggunakan aturan sinus pada segitiga AOC sebagai langkah pertama dengan alasan karena strategi itu yang terpikirkan. Rencana berikutnya yang diberikan siswa laki-laki sudah disertai dengan alasan logis. Siswa laki-laki menentukan panjang menggunakan konsep luas segitiga dan menggunakan aturan sinus untuk menentukan nilai sin $\angle ACO$ dengan alasan karena panjang AC dan nilai sin $\angle ACO$ diperlukan untuk disubstitusikan pada persamaan yang diperoleh dari langkah pertama.

c. Tahap melaksanakan rencana penyelesaian

Pada tahap melaksanakan rencana penyelesaian siswa laki-laki memberikan alasan logis untuk menguatkan penyelesaian yang dibuatnya. Selain itu, siswa laki-laki juga mengidentifikasi konsep matematika yang digunakan untuk menyelesaikan masalah pembuktian dengan memberikan alasan logis. Pada langkah pertama siswa laki-laki memilih menerapkan aturan sinus pada segitiga ACO . Alasan siswa laki-laki menggunakan aturan sinus karena aturan sinus berlaku untuk sebarang segitiga. Hal ini seperti yang ditunjukkan pada cuplikan wawancara berikut.

P-05 : *"Ini kamu peroleh darimana?"*

SL-05 : *"Aturan sinus."*

P-06 : *"Kok bisa? Memangnya aturan sinus itu secara umum seperti apa?"*

SL-06 : *(menuliskan aturan sinus) " $\frac{A}{\sin a} = \frac{B}{\sin b} = \frac{C}{\sin c}$ "*

P-07 : *"Itu berlaku untuk segitiga yang seperti apa?"*

SL-07 : *"Segitiga sembarang."*

Pada langkah pertama yang dilakukan siswa laki-laki diperoleh persamaan $\sin 2\alpha = AC \times \sin \angle ACO$. Pada langkah kedua siswa laki-laki menggunakan luas segitiga untuk menentukan panjang AC. Alasan yang diberikan siswa laki-laki adalah karena persamaan yang diperoleh pada langkah pertama muncul AC sehingga harus dicari. Untuk mencari panjang AC, siswa laki-laki menyatakan luas segitiga ABC dengan bentuk yang berbeda menggunakan rumus yang sama yaitu $\frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \alpha$ dengan sudut α itu sudut yang ada di seberangnya sisi. Alasan siswa laki-laki menggunakan rumus tersebut karena rumus tersebut berlaku untuk sebarang segitiga. Pada langkah kedua, siswa laki-laki juga melakukan manipulasi aljabar yaitu mencoret AB pada kedua ruas persamaan. Siswa laki-laki memberikan alasan karena AB berada pada ruas yang berbeda. Pada langkah ketiga, siswa laki-laki tidak menerapkan seperti yang direncanakan sebelumnya karena menurutnya sebenarnya dia cukup mengetahui nilai $\angle ACO$ saja. Pada langkah ketiga siswa laki-laki juga mensubstitusi $\sin(90 - \alpha)$ menjadi $\cos \alpha$ karena sesuai dengan aturan relasi sudut.

d. Tahap memeriksa kembali

Pada tahap memeriksa kembali, siswa laki-laki menginterpretasi penyelesaian yang telah diperoleh dengan alasan logis. Siswa laki-laki menunjukkan bahwa penyelesaian yang dilakukan saling terkait satu sama lain. Hal ini seperti yang ditunjukkan pada cuplikan wawancara berikut.

P-08 : *"Menurut kamu, langkah-langkah ini saling terkait nggak satu sama lain?"*

SL-08 : *"Ya, terkait."*

P-09 : *"Contohnya gimana?"*

SL-09 : *"Misalnya kan di sini tertulis menggunakan aturan sinus pada AOC . Setelah menggunakan itu, ketemu persamaan, dan di dalam persamaan itu ada variabelnya."*

Siswa laki-laki memberikan contoh pada langkah pertama yang dilakukannya yaitu menggunakan aturan sinus pada segitiga AOC diperoleh persamaan yang memuat AC yang nilainya belum diketahui. Selanjutnya, siswa laki-laki mencari AC pada langkah berikutnya dengan menggunakan

luas segitiga. Siswa laki-laki mencoba mencari strategi lain yang dapat digunakan untuk menyelesaikan pembuktian namun diperoleh persamaan yang sama seperti yang diperoleh pada langkah pertama.

2. Penalaran siswa perempuan SMA dalam pembuktian matematika pada materi trigonometri

a. Tahap memahami masalah

Pada tahap memahami masalah, siswa perempuan hanya menyebutkan informasi yang jelas tertuang pada soal yaitu panjang jari-jari lingkaran 1 satuan dan besar $\angle ABC = \alpha$, serta diminta untuk membuktikan $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ pada awal pengerjaan. Alasan yang diberikan siswa perempuan menyebutkan demikian adalah karena informasi-informasi tersebut sudah terdapat pada soal. Siswa perempuan menyebutkan informasi yang tidak tertulis jelas pada soal ketika ia membutuhkannya untuk menyelesaikan masalah pembuktian. Misalnya, siswa perempuan menyebutkan bahwa besar $\angle BAC = 90^\circ$ karena ia akan menggunakan informasi tersebut untuk mengerjakan langkah pertama, seperti yang tertuang dalam cuplikan wawancara berikut.

P-01 : "Kenapa kamu bisa menyimpulkan kalo sisi AB sama AC itu saling tegak lurus?"

SP-01 : "Soalnya kalo ini α (menunjuk gambar $\angle ABC$) kalo ini β (menunjuk gambar $\angle ACB$) berarti inikan $\alpha + \beta$ (menunjuk gambar $\angle BAC$). Kan segitiga 180 terus aku mikirnya kalo $\alpha + \beta$ itu berarti kan jadi 90."

P-02 : "Kenapa kok bisa seperti itu?"

SP-02 : (bingung)

Keterangan:

P-n : Pertanyaan ke-n yang diajukan peneliti.

SP-n : Jawaban siswa perempuan terhadap pertanyaan ke-n yang diajukan peneliti.

Dari cuplikan wawancara tersebut, pernyataan siswa perempuan tidak disertai dengan alasan logis. Siswa perempuan memisalkan $\angle ABC = \alpha$ dan $\angle ACB = \beta$ sehingga $\angle BAC = \alpha + \beta$. Siswa perempuan menganggap bahwa $\alpha + \beta$ itu pasti 90. Siswa perempuan juga memisalkan jika $\alpha = 30$, maka $2\alpha = 60$, sehingga $\angle BOA = 120$ dan $\angle BAO = 30$, $\angle BAC = 90$. Oleh karena itu, $\angle BAC = \angle ABC + \angle ACB = 30 + 60 = 90$. Alasan tersebut tidak logis karena masih berupa kasus khusus yaitu ketika $\alpha = 30$. Selain itu, beberapa pernyataan siswa perempuan terkait

mengidentifikasi masalah pembuktian juga disertai alasan logis. Contohnya, siswa perempuan menyebutkan bahwa panjang $BC = 2$ satuan, karena BC merupakan diameter lingkaran dan panjang jari-jarinya 1. Siswa perempuan juga menyebutkan bahwa $\angle AOC = 2\alpha$. Alasannya adalah karena $\angle ABC$ dan $\angle AOC$ dari busur yang sama. $\angle AOC$ di titik pusat itu berarti dua kalinya $\angle ABC$. Alasan siswa perempuan logis meskipun ia lupa terkait istilah sudut pusat dan sudut keliling.

b. Tahap menentukan rencana

Pada tahap menentukan rencana, siswa perempuan memberikan alasan logis terkait rencana penyelesaian yang dibuatnya. Siswa perempuan berencana menentukan $\sin \alpha$ dan $\cos \alpha$ untuk menentukan AB dan AC . Alasan yang diberikan siswa perempuan adalah sebenarnya di awal siswa perempuan sudah mencoba menggunakan aturan sin, tetapi tidak bisa. Hal ini seperti yang tertuang dalam cuplikan wawancara berikut.

P-03 : "Dari banyak strategi yang mungkin kenapa kamu terlebih dahulu menentukan $\sin \alpha$ dan $\cos \alpha$?"

SP-03 : "Sebenarnya di awal sudah nyoba dulu pakai aturan sin, tetapi nggak bisa. Dari situ aku tahu kalau harus nyari sisinya dulu baru dimasukkan ke pembuktian."

Dari wawancara tersebut diketahui bahwa siswa perempuan menyimpulkan kalau harus mencari sisinya dahulu baru disubstitusikan ke pembuktian. Rencana berikutnya yang diberikan siswa perempuan adalah menentukan luas segitiga ABC dengan dua cara berbeda yaitu menggunakan tinggi AB dan menggunakan tinggi t yang dikonstruksi sendiri. Alasannya adalah segitiga ABC adalah segitiga siku-siku sehingga siswa perempuan menggunakan persamaan tersebut untuk memunculkan $\sin 2\alpha$. Selanjutnya, siswa perempuan juga menduga adanya persamaan lain yang memuat $\sin 2\alpha$ yang akan digunakan untuk disubstitusikan pada luas segitiga ABC yang sudah diperoleh sebelumnya.

c. Tahap melaksanakan rencana penyelesaian

Pada tahap melaksanakan rencana, penyelesaian siswa perempuan disertai dengan alasan. Selain itu, siswa perempuan juga mengidentifikasi konsep matematika yang digunakan untuk menyelesaikan masalah pembuktian dengan memberikan alasan logis. Pada langkah pertama siswa perempuan menerapkan

konsep trigonometri pada segitiga ACO seperti yang tampak pada cuplikan wawancara berikut.

P-04 : “Di sini (menunjuk jawaban siswa), $\sin \alpha = \frac{AC}{BC}$, kok bisa seperti itu?”

SP-04 : “Karena kan $\sin \alpha$ itu rumusnya sisi depan sudut dibagi sisi miring. Sisi depan sudutnya itu AC dan sisi miringnya itu BC .”

P-05 : “Apakah sin seperti itu berlaku untuk semua segitiga?”

SP-05 : “Nggak, cuma segitiga siku-siku.”

P-06 : “Kamu tahu darimana kalo segitiga ABC itu segitiga siku-siku?”

SP-06 : “Sisinya tegak lurus.”

Alasan siswa perempuan menggunakan konsep tersebut karena segitiga ABC adalah segitiga siku-siku. Pada langkah pertama yang dilakukan siswa perempuan diperoleh persamaan $2 \sin \alpha = AC$, $2 \cos \alpha = AB$. Pada langkah kedua siswa perempuan menentukan luas segitiga ABC dengan dua cara berbeda. Alasan yang diberikan siswa perempuan adalah untuk memunculkan persamaan yang memuat $2 \sin \alpha \cos \alpha$. Siswa perempuan juga dapat mengidentifikasi konsep luas segitiga dengan memberikan alasan logis. Alasan siswa perempuan adalah alas dan tinggi suatu segitiga harus saling tegak lurus. Pada langkah ketiga, siswa perempuan menentukan persamaan yang memuat $\sin 2\alpha$ yaitu $\sin 2\alpha = t$ dengan menggunakan konsep sinus pada segitiga siku-siku. Alasan siswa perempuan adalah siswa perempuan mengonstruksi segitiga siku-siku dengan tinggi t dan $\angle AOC = 2\alpha$ sebagai implikasi $\angle ABC = \alpha$, karena keduanya berasal dari busur yang sama. Dalam hal ini siswa perempuan tidak menggunakan istilah sudut pusat dan sudut keliling yang menghadap busur yang sama, meskipun demikian pernyataannya benar. Pada langkah terakhir siswa perempuan juga mensubstitusi $\sin 2\alpha$ pada persamaan luas segitiga sehingga diperoleh $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$. Alasannya adalah karena siswa perempuan menggunakan segitiga yang sama, jadi walaupun menggunakan alas atau tinggi yang berbeda, tapi kalau itu memang alas sama tingginya maka hasilnya sama.

d. Tahap memeriksa kembali

Pada tahap memeriksa kembali, siswa perempuan memeriksa kembali penyelesaian yang dilakukan dan menambahkan detil pada gambar yang dibuat. Alasan siswa perempuan menambahkan hal tersebut agar gambar yang dibuat sama seperti pada soal sehingga tidak

terkesan dibuat sendiri. siswa perempuan menduga strategi lain yang dapat digunakan untuk menyelesaikan pembuktian dengan menggunakan aturan sinus karena untuk memunculkan $\sin 2\alpha$ dan aturan sinus berlaku pada sebarang segitiga. Namun penyelesaian siswa perempuan terhenti pada persamaan $\frac{AC}{\sin 2\alpha} = \frac{1}{\sin \beta}$ karena siswa perempuan tidak tahu harus dikembangkan bagaimana lagi. Sebenarnya strategi yang diduga siswa perempuan benar hanya saja siswa perempuan kesulitan karena terdapat dua variabel yang diperolehnya. Hal ini seperti yang ditunjukkan pada cuplikan wawancara berikut.

P-07 : “Selain pakai cara ini, kamu bisa nggak menemukan cara yang lain?”

SP-07 : (mencoba menemukan cara lain pada kertas kosong)
“Nggak tahu.”

P-08 : “Kok bisa nemu ini (menunjuk $\frac{AC}{\sin 2\alpha} = \frac{1}{\sin \beta}$) itu gimana? Coba kaitkan?”

SP-08 : “Yang dicari $\sin 2\alpha$, jadi kalo $\sin 2\alpha$ berarti sisi yang depannya itu AC dalam segitiga itu. Terus 1 itu sisi AO , jari-jari lingkaran lalu $\sin \beta$. Jadi di sini sudah macet, tidak bisa dikembangkan lagi.”

Pembahasan

Secara keseluruhan, baik siswa laki-laki dan siswa perempuan dapat menyelesaikan masalah pembuktian meskipun keduanya memiliki penyelesaian yang berbeda. Selain perbedaan, keduanya juga terdapat beberapa persamaan dalam penalaran antara siswa laki-laki dan siswa perempuan.

Siswa laki-laki dan siswa perempuan mengidentifikasi konsep matematika yang digunakan dalam menyelesaikan masalah pembuktian. Keduanya juga dapat memberikan alasan yang logis mengapa menggunakan konsep tersebut. Selain itu, baik siswa laki-laki dan siswa perempuan dapat menerapkan konsep matematika tersebut untuk menyelesaikan masalah pembuktian.

Siswa laki-laki memilih konsep aturan sinus, lingkaran, hubungan antara sudut pusat dan sudut keliling yang menghadap busur yang sama, luas segitiga sebarang, dan jumlah sudut dalam segitiga. Siswa laki-laki menuliskan konsep aturan sinus dan luas segitiga sebarang. Meskipun, di awal siswa laki-laki bingung dengan aturan sinus yang dituliskannya yaitu $\frac{\sin C}{AB} = \frac{\sin A}{2}$. Kemudian siswa laki-laki menggantinya setelah mengingat aturan sinus seperti yang ada di buku yaitu $\frac{AB}{\sin C} = \frac{2}{\sin A}$ dan pada akhirnya dia memperoleh persamaan yang sama dengan yang sebelumnya. Sebenarnya, kedua

aturan sinus tersebut tidak salah karena memiliki makna yang sama namun siswa laki-laki merasa tidak yakin jika tidak sesuai dengan buku pelajaran di sekolah.

Dalam menuliskan konsep luas segitiga dan luas segitiga sebarang, siswa laki-laki juga menggunakan simbol-simbol yang tidak lazim digunakan. Misalnya, siswa laki-laki menggunakan a, b, c untuk penamaan sudut dan A, B, C untuk penamaan sisi pada segitiga. Meskipun demikian, siswa laki-laki tetap memberikan definisi simbol-simbol tersebut seperti A sebagai sisi segitiga di depan sudut a , B sebagai sisi segitiga di depan sudut b , dan C sebagai sisi segitiga di depan sudut c .

Siswa perempuan memilih konsep rasio sisi-sisi pada segitiga, lingkaran, hubungan sudut pusat dan sudut keliling yang menghadap busur yang sama, dan luas segitiga. Siswa perempuan juga dapat menyebutkan konsep-konsep tersebut. Misalnya, siswa perempuan menyebutkan bahwa $\sin$ merupakan sisi depan sudut dibagi sisi miring dan $\cos$ merupakan sisi pembatas sudut dibagi sisi miring. Siswa perempuan juga menyebutkan bahwa itu hanya berlaku pada segitiga siku-siku. Selain itu, siswa perempuan juga menyebutkan bahwa luas segitiga merupakan setengah alas dikali tinggi, dan tinggi harus tegak lurus dengan alasnya.

Persamaan lainnya yaitu baik siswa laki-laki maupun siswa perempuan tidak dapat menemukan strategi lain untuk menyelesaikan masalah pembuktian. Hal ini menunjukkan bahwa masalah pembuktian masih baru dan bukanlah hal yang mudah bagi siswa. Meskipun demikian, keduanya sudah menemukan penyelesaian yang tepat untuk masalah tersebut. Selain itu, keduanya juga sudah mencoba untuk menemukannya. Siswa laki-laki mencoba menggunakan aturan sinus lagi namun memperoleh persamaan yang mirip seperti penyelesaian sebelumnya, sedangkan siswa perempuan mencoba menggunakan aturan sinus, namun sulit untuk melanjutkan karena diperoleh dua variabel yang berbeda yaitu sudut dengan besar α dan sudut dengan besar β dan siswa perempuan tidak dapat mengidentifikasi hubungan kedua variabel tersebut.

Siswa laki-laki dan siswa perempuan juga masih tidak dapat menguatkan dugaan atau asumsi yang dibuat. Hal ini ditunjukkan oleh siswa laki-laki dan perempuan tidak dapat memberikan alasan yang logis untuk dugaan yang mereka buat.

Siswa laki-laki melakukan pemeriksaan sekali lagi terkait pengerjaannya. Selain itu, siswa laki-laki juga yakin dengan penyelesaiannya karena sudah saling terkait satu sama lain. Siswa laki-laki yakin bahwa penyelesaiannya sudah selesai karena sudah membuktikan apa yang diminta pada soal. Hal yang sama juga dilakukan oleh siswa perempuan. Siswa perempuan juga memeriksa kembali penyelesaian yang dibuat dan menambahkan

beberapa hal dalam penyelesaiannya untuk membuatnya yakin. Siswa perempuan juga yakin bahwa penyelesaiannya sudah selesai karena sudah membuktikan bahwa $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$.

Penalaran siswa laki-laki dan siswa perempuan dalam menyelesaikan masalah pembuktian juga memiliki perbedaan. Perbedaan yang mencolok adalah strategi penyelesaian yang digunakan siswa perempuan dan siswa laki-laki berbeda satu sama lain. Hal ini sejalan dengan penelitian Zhu (2007) dan Alfiani (2016) yang menghasilkan bahwa terdapat perbedaan strategi dan argumen yang digunakan siswa laki-laki dan siswa perempuan. Hal ini sesuai dengan penelitian ini. Dalam penelitian ini, siswa laki-laki menggunakan aturan sinus, luas segitiga sebarang dengan menggunakan salah satu sudutnya, relasi sudut, dan jumlah sudut dalam segitiga. Berbeda dengan siswa laki-laki, siswa perempuan menggunakan konsep rasio panjang sisi pada segitiga siku-siku dan luas segitiga dengan menggunakan alas dan tingginya.

Selain itu, alasan yang digunakan siswa laki-laki dan siswa perempuan juga berbeda. Misalnya dalam kasus yang sama, baik siswa laki-laki maupun siswa perempuan mengatakan bahwa besar sudut $\angle ABC = 90^\circ$, dan keduanya juga memberikan alasan yang kurang tepat untuk mendukungnya. Meskipun begitu, alasan yang diberikan keduanya berbeda satu sama lain. Siswa laki-laki mengatakan besar sudut $\angle ABC = 90^\circ$ karena $\angle ABC$ pada gambar terlihat siku-siku sehingga besarnya 90° sedangkan siswa perempuan mengatakan besar sudut $\angle ABC = 90^\circ$ karena $\angle ABC$ merupakan penjumlahan $\angle BAO$ yang besarnya α , dan $\angle OAC$ yang besarnya dapat dimisalkan sebagai β . Jika besar α dimisalkan 30° , diperoleh besar $\beta = 60^\circ$, sehingga diketahui bahwa $\alpha + \beta = 90^\circ$.

Perbedaan lainnya yaitu, siswa laki-laki lebih rinci dalam menyebutkan informasi yang diperoleh dalam masalah pembuktian dibandingkan siswa perempuan. Hal ini nampak pada penyelesaian yang ditulis (Gambar 4.1 dan Gambar 4.2). Hal ini sesuai dengan hasil penelitian Subaidi (2015) yang mengatakan bahwa siswa laki-laki lebih mendetail dan menyeluruh dalam menjelaskan dan menyampaikan informasi yang diketahui dalam soal. Meskipun begitu, siswa perempuan juga memberikan representasi gambar dalam penyelesaiannya untuk memperjelas informasi yang diperoleh dalam masalah pembuktian.

Dalam perencanaan penyelesaian juga terdapat perbedaan antara siswa laki-laki dan siswa perempuan. Siswa laki-laki menuliskan perencanaan penyelesaiannya dan mengeksekusinya satu per satu. Maksudnya, siswa laki-laki menuliskan perencanaannya terlebih dahulu kemudian melaksanakan rencana tersebut. Hasil dari

penyelesaian tersebut digunakan sebagai dasar untuk menentukan rencana selanjutnya. Siswa perempuan terlebih dahulu menyelesaikan masalah pembuktian pada kertas lain. Dalam kertas tersebut siswa perempuan menuangkan ide yang muncul untuk menyelesaikan masalah. Setelah hasil akhir diperoleh, siswa perempuan menyalin dalam lembar penyelesaiannya. Kemudian, siswa perempuan menulis rencana penyelesaian sesuai dengan penyelesaian yang telah ditulis sebelumnya. Dalam hal ini, sebenarnya siswa perempuan merencanakan penyelesaian dalam kertas coretan tersebut yang masih belum terarah dan acak. Selain itu, siswa perempuan juga menjumpai kegagalan pada langkah awalnya. Sebelumnya, siswa perempuan menggunakan aturan sinus, namun karena harus mencari sisi-sisi segitiga terlebih dahulu, siswa perempuan mengganti strategi penyelesaiannya.

Kondisi langkah awal yang salah tersebut merupakan “*false starts*” seperti yang dikatakan NCTM (2009), dan ini merupakan salah satu bagian dalam penalaran. Begitu juga dengan siswa laki-laki mengalami “*false starts*”-nya pada langkah ketiga. Sebelumnya, siswa laki-laki berencana menggunakan aturan sinus untuk mengetahui nilai $\sin \angle ACO$, namun persamaan yang diperoleh tidak sesuai dengan harapan tetapi malah kembali pada langkah awal. Kemudian, siswa laki-laki mengetahui bahwa sebenarnya yang dibutuhkan adalah besar $\angle ACO$ untuk melengkapi penyelesaiannya sehingga ia mengganti rencana tersebut dengan menentukan besar $\angle ACO$ melalui konsep jumlah sudut dalam segitiga.

Dari ulasan tersebut diketahui bahwa hasil penelitian ini sejalan dengan penelitian yang dilakukan oleh Healy and Hoyles (1999) yang menunjukkan bahwa terdapat perbedaan yang signifikan dalam pembuktian antara siswa laki-laki dan perempuan. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa terdapat perbedaan jalan argumentasi siswa laki-laki dan perempuan dalam pembuktian. Hal serupa juga dijumpai dalam penelitian ini. Siswa laki-laki dan siswa perempuan memberikan strategi penyelesaian yang berbeda dalam pembuktian.

Selain itu, hasil penelitian ini senada dengan penelitian yang dilakukan Küchemann and Hoyles (2003) menyebutkan bahwa siswa perempuan menunjukkan hasil yang lebih baik dari siswa laki-laki dalam pembuktian aljabar. Begitu juga dalam penelitian ini, siswa perempuan nampak lebih unggul dibandingkan siswa laki-laki dalam beberapa aspek seperti menemukan strategi lain untuk penyelesaian masalah pembuktian.

PENUTUP

Simpulan

Berdasarkan pertanyaan dan hasil analisis data penelitian, maka dapat disimpulkan hasil penelitian sebagai berikut.

1. Penalaran siswa laki-laki SMA dalam pembuktian matematika pada materi trigonometri adalah sebagai berikut.

Pada tahap memahami masalah, siswa laki-laki mengidentifikasi konsep matematika yang tepat sehingga dapat menyebutkan semua informasi yang diperoleh dalam masalah pembuktian. Siswa laki-laki juga mengidentifikasi informasi yang tersirat dalam permasalahan. Dalam menyebutkan informasi tersebut, siswa laki-laki memberikan alasan yang logis untuk menguatkannya. Siswa laki-laki menyebutkan informasi yang diperoleh dalam masalah pembuktian secara verbal. Informasi tersebut diperoleh dari memperhatikan kalimat dan gambar pada soal.

Pada tahap menentukan rencana, siswa laki-laki menuliskan rencana penyelesaiannya satu persatu dan mengeksekusinya. Hal ini membuat perencanaan yang dilakukan siswa laki-laki saling berkaitan satu sama lain. Selain itu, alasan yang diberikan juga logis. Siswa laki-laki mengidentifikasi konsep matematika yang akan digunakan untuk memecahkan masalah pembuktian.

Pada tahap melaksanakan rencana penyelesaian, siswa laki-laki mengidentifikasi konsep matematika dan menerapkannya untuk memecahkan masalah pembuktian. Pada setiap langkah penyelesaiannya, siswa laki-laki memberikan alasan yang logis.

Pada tahap memeriksa kembali, siswa laki-laki menginterpretasi penyelesaian yang diperoleh pada saat siswa laki-laki dapat menunjukkan keterkaitan antar langkah yang telah dibuat. Selain itu, siswa laki-laki juga yakin bahwa pengerjaannya benar karena penyelesaian yang sudah dibuat sudah membuktikan apa yang diminta pada soal. Siswa laki-laki kesulitan untuk menemukan strategi lain untuk menyelesaikan masalah pembuktian. Saat menemukan strategi lain, siswa laki-laki mencoba menerapkan aturan sinus pada langkah pertama namun dengan sisi yang berbeda, namun persamaan yang diperoleh sejenis dengan penyelesaian yang telah dibuat.

2. Penalaran siswa SMA perempuan dalam pembuktian matematika pada materi trigonometri adalah sebagai berikut.

Pada tahap memahami masalah, siswa perempuan mengidentifikasi konsep matematika yang digunakan sehingga dapat menyebutkan informasi yang diperoleh dalam masalah pembuktian. Pada saat awal pengerjaan, siswa perempuan hanya menyebutkan informasi yang disebutkan dengan jelas pada soal. Siswa perempuan mengidentifikasi informasi yang

tersirat dalam permasalahan ketika menyelesaikan permasalahan tersebut. Dalam penyelesaian yang dibuat, siswa perempuan membuat gambar yang menyajikan informasi yang diketahui dari soal.

Pada tahap menentukan rencana, siswa perempuan merencanakan penyelesaian dengan mencoba mengerjakan masalah pembuktian pada kertas coretan. Langkah yang dituliskan pada kertas coretan tersebut sesuai dengan pemikirannya sehingga masih belum tersusun rapi. Siswa perempuan menuliskan penyelesaian tersebut pada lembar jawaban setelah hasil akhir diperoleh. Meskipun demikian, perencanaan yang ditulis siswa perempuan disertai dengan alasan yang logis dan saling berkaitan satu sama lain. Siswa perempuan juga mengidentifikasi konsep matematika yang digunakan untuk memecahkan masalah pembuktian.

Pada tahap melaksanakan rencana penyelesaian penalaran, siswa perempuan mengidentifikasi konsep matematika dan menerapkannya untuk memecahkan masalah pembuktian dengan memberikan alasan yang logis. Dalam menerapkan konsep matematika, siswa perempuan memberikan alasan yang logis. Selain itu, siswa perempuan mengonstruksi ruas garis yang tegak lurus dengan alas segitiga sebagai tinggi segitiga. Hal ini sesuai dengan konsep tinggi segitiga.

Pada tahap memeriksa kembali, siswa perempuan menginterpretasi penyelesaian yang diperoleh pada saat siswa perempuan dapat menunjukkan keterkaitan antar langkah yang telah dibuat. Selain itu, siswa perempuan juga yakin bahwa pengerjaannya benar karena penyelesaian yang sudah dibuat sudah membuktikan apa yang diminta pada soal. Siswa perempuan kesulitan untuk menemukan strategi lain untuk menyelesaikan masalah pembuktian namun dapat mengungkapkan ide yang akan digunakan.

Saran

Berdasarkan hasil penelitian ini, guru dapat melatih dan meminta siswa SMA untuk menyelesaikan masalah-masalah pembuktian, terutama masalah tersebut membutuhkan berbagai konsep dalam matematika untuk menyelesaikannya. Hal ini dapat memberikan pengertian pada siswa bahwa materi-materi yang selama ini dipelajari masih dibutuhkan. Selain itu, guru juga dapat memberikan pemahaman pada siswa bahwa dalam suatu masalah pembuktian dimungkinkan terdapat berbagai alternatif penyelesaian. Hal ini juga dapat menjadi materi diskusi di kelas, dan siswa dapat saling bertukar pendapat untuk memperluas wawasan.

Selain itu, beberapa indikator penalaran masih belum terungkap baik pada siswa laki-laki dan siswa perempuan sehingga untuk peneliti selanjutnya agar lebih memperhatikan pedoman wawancara dan menyiapkan

pertanyaan wawancara dengan baik sebelum wawancara dilaksanakan.

DAFTAR PUSTAKA

- Alfiani. 2016. Penalaran Siswa dalam Memecahkan Masalah Matematika Ditinjau dari Jenis Kelamin. Tesis tidak diterbitkan. Surabaya: PPs Universitas Negeri Surabaya.
- Brodie, Karin. 2010. *Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classrooms*. New York: Springer Science.
- Demir, Ozcan. 2012. *Student's Concept Development and Understanding of Sine and Cosine Functions*. Tesis tidak diterbitkan. Amsterdam: Universiteit van Amsterdam.
- Hernadi, Julan. 2008. "Metoda Pembuktian Dalam Matematika". *Jurnal Pendidikan Matematika*. Vol 2 hal 1.
- Iskenderoglu, T, dkk. 2010. *Proof Schemes Used by First Grade of Preservice Mathematics Teachers About Function Topic*. *Procedia Social and Behavioral Sciences* 9, hal. 531–536
- Kaur, Berinderjeet. 2009. "Reasoning and Communication in the Mathematics Classroom – Some 'What' Strategies". *MAV Annual Conference 2009* hal 118-123.
- Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan. 2016. *Silabus Mata Pelajaran Sekolah Menengah Atas/Madrasah Aliyah/Sekolah Menengah Kejuruan/Madrasah Aliyah Kejuruan (SMA/MA/SMK/MAK)*.
- Marsigit. 2003. *Pendalaman dan Pengembangan Konsep Kurikulum 2004 dan Silabus Berbasis Kompetensi Matematika SMP*. Disampaikan pada Pelatihan TOT II Ilmu-Ilmu Dasar Se Indonesia pada 15-20 Desember 2003.
- McCrone, S. M. & Martin, T. S. 2009. *Formal Proof in High School Geometry*. New York: Routledge.
- Megawati, Deni. 2013. Profil Penalaran Siswa SMA Al Hikmah Surabaya dalam Membuktikan Identitas Trigonometri Ditinjau dari Kemampuan Matematika. Tesis tidak diterbitkan. Surabaya: PPs Universitas Negeri Surabaya.
- National Council of Teachers of Mathematics. 2009. *Focus in High School Mathematics: Reasoning and Sense Making*. Reston: NCTM.
- Polya, G. 2004. *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. United States of America: Princeton University Press.
- Pusat Penilaian Pendidikan. 2012. *Kemampuan Matematika Siswa SMP Indonesia*, (Online),

(<http://litbang.kemdikbud.go.id/data/puspendik/>,
diunduh pada 9 Juni 2016)

Shadiq, Fajar. 2004. *Pemecahan Masalah, Penalaran dan Komunikasi*. Disampaikan pada Diklat Instruktur/Pengembang Matematika SMA Jenjang Dasar pada 6-19 Agustus 2004.

Stylianou, Despina A, dkk. 2009. *Teaching and Learning Proof Across the Grades: A K-16 Perspective*. New York: Routledge

Zhu, Zheng. 2007. *Gender Differences in Mathematical Problem Solving Patterns: A Review of literature*. International Education Journal, 2007, hal 187-203.

