

Homepage: https://ejournal.unesa.ac.id/index.php/mathedunesa/index Email: mathedunesa@unesa.ac.id

p-ISSN: 2301-9085; e-ISSN: 2685-7855

dex

Vol. 13 No. 3 Tahun 2024

Halaman 979-999

Penalaran Aljabar Siswa SMP dalam Menyelesaikan Soal Pola Bilangan Berbantuan GeoGebra

Salsadila Rahma Yuniarti^{1*}, Abdul Haris Rosyidi²

^{1,2} Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Surabaya, Surabaya, Indonesia

DOI: https://doi.org/10.26740/mathedunesa.v13n3.p979-999

Article History:

Received: 20 June 2024 Revised: 13 September

2024

Accepted: 6 October 2024 Published: 18 December

2024

Keywords:

Penalaran Aljabar, Pola Bilangan, GeoGebra

*Corresponding author: salsadilarahma.20033@mh s.unesa.ac.id

Abstract: This study aims to describe the algebraic reasoning students in solving number pattern-assisted GeoGebra. The subjects of this study are students at State Junior High Schools in Nganjuk. Data collection procedures through the assignment of algebraic reasoning and interviews. Data analysis refers to the Herbert and Brown (2000). The results showed that two students had differences in generalizing number patterns in the second method because there are no constan variabel (in this case color) as with the first method, one student was not successful in generalizing because there were many colors and there were no constant colors compared to the first method. However, both students were equally successful in generalizing the first method. Based on the research results, attention is needed regarding the influence of color position or the number of colors used in GeoGebra to help students generalize the pattern and determine an effective solution strategy by considering the many elements and color positions in each pattern.

PENDAHULUAN

Teknologi berperan penting dalam mengubah banyak aspek pembelajaran. Perubahan tersebut tampak pada cara penyampaian materi dengan mengubah gaya pedagogi dan strategi pengajaran baru, pengaturan serta pengelolaan pembelajaran, dan akses sumber informasi yang berguna (Nguyen dkk., 2022). Pada pembelajaran matematika peran teknologi sangat penting terutama dalam menyampaikan materi dan meningkatkan minat belajar siswa (Midgett & Eddins, 2001).

Salah satu teknologi yang dapat dijalankan melalui laptop dan smartphone yang mampu menunjang dalam pembelajaran matematika adalah GeoGebra (Fitriani dkk., 2020). GeoGebra merupakan salah satu aplikasi yang dapat dimanfaatkan untuk materi geometri dan aljabar (Wigati, 2019). Pada proses pembelajaran matematika yang menuntut ketelitian tinggi, pemanfaatan teknologi sangat berguna (Fitriasari, 2017). Nuritha & Tsurayya (2021) menyatakan dalam pembelajaran matematika GeoGebra memiliki tiga peran yang signifikan yaitu sebagai alat pembelajaran yang mendukung pengajaran matematika, sebagai bahan ajar yang memperkaya konten pembelajaran matematika, dan sebagai alat untuk menyelesaikan berbagai masalah matematika. Berdasarkan hasil penelitian Sugandi dkk. (2020), penggunaan GeoGebra dalam pembelajaran matematika sangat efektif untuk meningkatkan kemampuan penalaran matematis siswa.

Ayal dkk. (2016) menyatakan bahwa konten matematika dan penalaran saling terkait dan tidak terpisahkan, pemahaman tentang konten matematika dapat dipelajari melalui penalaran, dan penalaran itu sendiri dipelajari serta diterapkan melalui pembelajaran matematika. Penalaran yang baik akan membantu siswa menerapkan konten matematika dalam pemecahan masalah (Battista, 2017).

Penalaran merupakan proses memanipulasi dan menganalisis objek, representasi, diagram, simbol, atau pernyataan untuk menarik kesimpulan berdasarkan bukti atau asumsi (Battista, 2017). Penalaran termasuk proses membuat atau menciptakan asumsi (titik awal) yang disebut premis, dan menarik kesimpulan (titik akhir) dari asumsi tersebut dengan menggunakan warant (Walton, 2013). Penalaran mengacu pada langkahlangkah untuk menghasilkan kesimpulan berdasarkan fakta atau bukti yang tersedia. (Lohman & Lakin, 2012). Shadiq (2004) menyatakan bahwa penalaran adalah proses mental atau aktivitas berpikir yang dilakukan untuk menyimpulkan atau membuat pernyataan baru yang benar, berdasarkan pada premis-premis yang telah dibuktikan atau diasumsikan sebelumnya. Dari beberapa pendapat tersebut dapat disimpulkan bahwa penalaran adalah proses berpikir logis yang digunakan untuk menarik kesimpulan berdasarkan fakta atau bukti sebelumnya.

Salah satu jenis penalaran adalah penalaran aljabar. Penalaran aljabar penting karena kompleksitas materi aljabar sering kali dianggap abstrak dan sulit dipahami oleh sebagian besar siswa (Chow, 2011). Salah satu cara mengatasi kesulitan siswa dalam mempelajari materi aljabar perlu adanya teknologi yang memberikan tampilan dari visualisasi aljabar yang abstrak, salah satu tekonologi yang dapat digunakan adalah GeoGebra. Hohenwarter dkk. (2008) menyatakan penggunaan GeoGebra bertujuan mengurangi kesulitan siswa untuk belajar materi aljabar yang abstrak dengan adanya tampilan aljabar, tampilan geometri, dan tampilan numerik. Ying dkk. (2020) menunjukkan beberapa kesulitan yang sering dialami siswa salah satunya kesulitan dalam membangun model matematika dari pernyataan tertentu. Penggunaan keterampilan visual pada GeoGebra juga memberikan keuntungan signifikan dalam memecahkan masalah aljabar, melalui generalisasi yang didasarkan pada studi pola visual, siswa dapat terlibat dengan konstruksi dinamis dari objek matematis dan konsep yang membantu memberikan makna pada simbol dan ekspresi aljabar (Rivera & Becker, 2020) sehingga penting untuk mempertimbangkan bagaimana strategi yang dapat membantu dalam pengembangan penalaran siswa (Böcherer-Linder dkk., 2017). Penalaran aljabar merupakan keterampilan penting bagi siswa karena penalaran aljabar dapat meningkatkan keterampilan matematika siswa melalui proses generalisasi ide-ide matematika dalam situasi tertentu, membuat generalisasi melalui diskusi, dan mengungkapkannya secara formal sesuai dengan tingkat usianya (Ahmadah, 2020; Kaput & Blanton, 2005). Penalaran aljabar melibatkan proses mencari, mengenali, dan menggeneralisasi pola untuk menyelesaikan masalah atau situasi tertentu (Herbert & Brown, 2000).

Penelitian terdahulu terkait penalaran aljabar pada materi pola bilangan tanpa teknologi seperti mendeskripsikan penyelesaian soal bantuan pola (Purwaningtyas & Rosyidi, 2020), pengamatan pola (Rivera & Becker, 2020) dan pemecahan masalah pola bilangan (Raharjo dkk., 2020). Selain itu penelitian (Kobandaha dkk., 2019) menitikberatkan pada penalaran aljabar siswa yang memiliki kecerdasan matematis dan kecerdasan visual spasial untuk menyelesaikan masalah aljabar, (Istinaro & Setianingsih, 2019) fokus pada siswa yang memiliki kecerdasan linguistik dan logismatematis, (Setyaningrum, 2021) fokus pada penyelesaian masalah SPLDV ditinjau dari gaya kognitif visualizer dan verbalizer, (Arum Nissa & Mahmudi, 2022) fokus pada model pembelajaran masalah, (Fitrianna dkk., 2021) fokus pada pengembangan model E-Book interaktif, (Basir & Aminudin, 2020) fokus pada pengembangan buku teks matematika berbasis investigasi, (Khairani dkk., 2022) fokus pada penalaran aljabar dan math anxiety. Penelitian ini berfokus pada penalaran aljabar dalam menyelesaikan soal pola bilangan berbantuan GeoGebra dengan memberikan visualisasi dari pola bilangan.

Penelitian topik penalaran menggunakan teknologi sudah banyak dilakukan peneliti terdahulu yaitu penelitian (Budiman & Rosmiati, 2020) fokus pada penerapan teori belajar van hiele berbantuan GeoGebra hasilnya penalaran matematis siswa yang mendapat pembelajaran dengan bantuan GeoGebra lebih baik daripada yang tidak, (Sari dkk., 2021) fokus pada penerapan media prolibra dengan hasil adanya peningkatan penalaran matematis dan self confidence, dan (Situmeang dkk., 2022) fokus pada pengembangan emodul berbantuan smartphone android. Dari hasil peneltian terdahulu dapat disimpulkan bahwa penelitian terkait penalaran aljabar berbantuan GeoGebra perlu dilakukan karena peran teknologi telah masuk pada proses berfikir dan pembelajaran matematika.

Pola bilangan merupakan salah satu materi yang dapat menunjang penalaran aljabar siswa. Raharjo dkk. (2020) menyatakan pola bilangan merupakan susunan dari beberapa bilangan yang umumnya memiliki hubungan antara dua bilangan dan mengikuti aturan tertentu. Pola bilangan membentuk hubungan antara dua bilangan dan dapat direpresentasikan dalam berbagai cara, seperti menggunakan garis bilangan, titik, atau segitiga. Pemahaman tentang materi pola bilangan sangat penting bagi siswa karena termasuk komponen penting dalam menunjang keberhasilan dalam mempelajari matematika (Diana & Fauzan, 2018). Proses penalaran aljabar dalam menyelesaikan soal bilangan berpanduan pada tahapan (Herbert & Brown, 2000) yaitu *pattern seeking, pattern recognition*, dan *generalizing*.

Faktanya, siswa mengalami kesulitan dalam menentukan pola dari soal yang diberikan dan merumuskan generalisasi dari pola bilangan (Ariyanti & Setiawan, 2019). Pada saat menyelesaikan soal pola bilangan, siswa belum mampu menuliskan rumus suku ke-n yang menjadi dasar penyelesaian soal (Sari dkk., 2018) dan siswa juga kesulitan menganalisis soal (Saleh dkk., 2018). Salah satu penyebabnya adalah kegiatan pembelajaran guru yang kegiatannya masih bersifat prosedural, monoton, dan didominasi oleh guru (Munawaroh dkk., 2021) sehingga siswa kurang mengeksplorasi materi pola

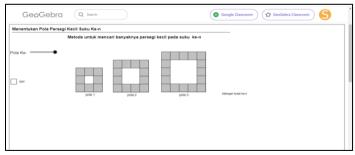
bilangan. Melalui software GeoGebra ini, akan membantu kesulitan siswa dalam merumuskan generalisasi pola bilangan dengan memberikan visualisasi dari pola bilangan agar siswa lebih mudah memahami hubungan antar pola.

METODE

Penelitian ini adalah penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif yang bertujuan mendeskripsikan penalaran aljabar siswa SMP dalam menyelesaikan soal pola bilangan berbantuan GeoGebra. Moelong (2017) menjelaskan bahwa pendekatan kualitatif melibatkan prosedur penelitian yang menghasilkan data deskriptif dalam bentuk katakata tertulis atau lisan dari individu, serta perilaku yang dapat diamati. Sementara itu, penelitian deskriptif bertujuan dalam memberikan deskripsi yang rinci, sistematis, faktual, dan akurat tentang suatu fenomena atau situasi. Penelitian ini mendeskripsikan penalaran aljabar siswa SMP dalam menyelesaikan soal pola bilangan berbantuan GeoGebra berdasarkan tahapan penalaran aljabar Herbert & Brown (2000) yaitu pattern seeking, pattern recognition, dan generalizing.

Dalam pemilihan subjek penelitian, digunakan tipe variasi maksimal. Variasi makasimal adalah strategi *purposeful sampling* dimana peneliti mengambil sampel kasus atau individu yang berbeda pada ciri khas atau karakter tertentu (Cresswell, 2015). Peneliti melakukan tes penalaran aljabar yang sudah divalidasi oleh validator (https://www.geogebra.org/m/m7bp9ykz) pada dua kelas kemudian memilih dua siswa dengan karakteristik memunculkan jawaban berbeda ketika tes penalaran aljabar dalam menyelesaikan soal pola bilangan berbantuan GeoGebra. Selain itu pemilihan subjek juga berdasarkan pertimbangan subjek terindikasi melakukan generalisasi pola bilangan berbantuan GeoGebra.

Instrumen utama dalam penelitian ini adalah peneliti itu sendiri. Dalam penelitian ini instrumen selanjutnya adalah tes penalaran aljabar dalam menyelesaikan soal pola bilangan berbantuan GeoGebra dan dikerjakan selama 30 menit oleh siswa. Kemudian peneliti melakukan wawancara dengan berpedoman pada lembar wawancara dan fleksibel sesuai kebutuhan untuk memperdalam keterampilan penalaran aljabar proses siswa sesuai indikator penelitian yang ada. Berikut instrumen tes penalaran aljabar siswa.



Gambar 1. Tampilan Layar GeoGebra

Nama:

Absen:

Petunjuk:

Kerjakan soal di bawah ini selama 30 menit
Gunakan aplikasi GeoGebra untuk membantu Anda menyelesaikan soal di bawah ini.
Klik tombol kotak "opsi" pada aplikasi GeoGebra untuk menyelesaikan soal berikut.
Geser slider "metode" satu kali ke kanan kemudian amati pola yang tersusun dari dua warna.

Amati gambar, dan jawablah setiap pertanyaan berikut
Tentukan banyak persegi kecil pada pola ke-30 dari pola di atas!
Tentukan banyak persegi kecil pada pola ke-n dari pola di atas!

Petunjuk

Geser slider "metode" satu kali lagi ke kanan kemudian amati pola yang tersusun dari empat warna.

Amati gambar, dan jawablah setiap pertanyaan berikut
Tentukan banyaknya persegi kecil pada pola ke-30 dari pola di atas!

Gambar 2. Instrumen Tes Penalaran Aljabar

Selanjutnya analisis hasil wawancara menurut (Miles & Huberman, 1994) dilakukan melalui tiga tahap, tahap pertama adalah reduksi data yaitu aktivitas memilih, membuang informasi yang tidak dibutuhkan, dan mengorganisasikan hasil wawancara yang diperoleh peneliti saat di lapangan dengan tujuan untuk mendapatkan data yang benarbenar diperlukan untuk mendeskripsikan penalaran aljabar siswa dalam menyelesaikan soal pola bilangan berbantuan GeoGebra. Tahap kedua adalah penyajian data, dalam penelitian ini berupa uraian atau deskripsi hasil wawancara peneliti kepada subjek penelitian dalam menyelesaikan tes penalaran aljabar berbantuan GeoGebra. Tahap terakhir adalah penarikan kesimpulan/verifikasi, peneliti menarik kesimpulan dari hasil analisis sebelumnya untuk menjawab rumusan masalah penelitian yaitu "Bagaimana penalaran aljabar siswa SMP dalam menyelesaikan soal pola bilangan berbantuan GeoGebra?". Hasil tes dan wawancara subjek dilihat berdasarkan indikator proses penalaran aljabar dari (Herbert & Brown, 2000) yaitu pattern seeking, pattern recognition, dan generalizing. Secara rinci ketiga indikator tersebut diuraikan sebagai berikut.

Tabel 1. Indikator Penalaran Aliabar

Tahapan Penalaran Aljabar	Indikator	Kode
Pattern Seeking	Mengumpulkan, mengamati, dan merepresentasi unsur-unsur penyusun pola	S01
	menggunakan GeoGebra melalui bantuan visualisasi warna.	
	Menemukan hubungan antara dua unsur penyusun pola menggunakan	S02
	GeoGebra melalui bantuan visualisasi warna dan fitur "slider".	
Pattern	Mengamati dan mengungkapkan informasi tentang keteraturan untuk	R01
Recognition	menemukan kesamaan hubungan setiap elemen penyusun pola menggunakan	
	GeoGebra melalui bantuan visualisasi warna.	
	Melakukan percobaan untuk mengidentifikasi aturan umum pola menggunakan	R02
	GeoGebra melalui bantuan visualisasi warna.	
Generalizing	Menentukan aturan umum pola dan menarik kesimpulan.	G01

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil penelitian berupa analisis data tes penalaran aljabar dalam menyelesaikan soal pola bilangan berbantuan GeoGebra dan wawancara. Penelitian ini mengamati dua orang siswa yaitu S1 dan S2. Proses penalaran aljabar ditunjukkan melalui *pattern seeking, pattern recognition,* dan *generalizing* pada metode 1 dan metode 2. Perbedaan metode 1 dan metode 2 terletak pada banyak warna yang digunakan dan ada tidaknya warna yang konstan. Pada metode 1 terdapat dua warna dan ada warna yang konstan pada setiap pola sedangkan pada metode 2 terdapat empat warna dan tidak adanya warna yang konstan pada setiap pola. Berikut uraian hasil analisis dan pembahasan data yang diperoleh.

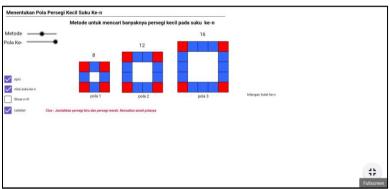
Subjek S1

Soal Metode 1

Pada tahapan *pattern seeking*, subjek S1 mengumpulkan, mengamati, dan merepresentasi unsur-unsur penyusun pola menggunakan GeoGebra kemudian menemukan hubungan antara dua unsur penyusun pola menggunakan GeoGebra. Berikut cuplikan jawaban dan wawancara subjek S1

Nomo: nurus sahro kan	nalia	Date
NO. Abi: 22		
DOIO KEI	PO10 Ke-2	Dold ko.3
warno biru: 4	marua pira 8	warna bita : 12
warna merah : 4	A: Horom barow	warno merah: 4

Gambar 3. Jawaban S1 Tahapan Pattern Seeking



Gambar 4. Tampilan GeoGebra S1

- PS1-01: Sebelumnya kamu paham tidak sama soal yang diberikan?
- S1-01 : Paham Bu suruh cari pola ke 30 sama pola ke n
- PS1-02: Apa yang kamu pahami dari gambar pola berwarna yang kamu amati pada geogebra, persamaan dan perbedaan apa yang kamu temukan antara pola pertama, pola kedua, dan pola ketiga pada gambar yang pertama?
- S1-02 : Itu Bu gambar pertama yang ada warna merah sama biru, warna merahnya pada tiap pola sama yaitu sama sama 4, kalo warna birunya pola 1 ada 4 pola 2 ada 8 pola 3 ada 12 bertambah 4. (S01)
- PS1-03: Untuk pola ke 4 dan pola ke 5 kira-kira warna biru dan merahnya posisi warnanya seperti apa?
- S1-03 : Mmm bentar Bu... merahnya dipojok-pojok persegi, birunya ditengah merah (sambil menunjukkan gambar pada GeoGebra) (S01)
- PS1-04: Benar, kemudian kalau pola ke 4 sama 5 kira- kira warna merah sama warna birunya ada berapa?
- S1-04 : Pola 4 merahnya tetap 4 birunya 16 pola 5 merahnya tetap 4 birunya 20 (S02)
- PS1-05: Mengapa warna birunya pola 4 16 pola 5 20?

S1-05 : Karena pola 1 ke pola 2 kan ditambah 4, pola 2 ke pola 3 juga ditambah 4, jadi pola 3 ke pola 4 juga ditambah 4, dan pola 4 ke pola 5 juga ditambah 4 (S02)

Subjek S1 dapat mengumpulkan dan mengamati unsur-unsur penyusun pola 1, pola 2, pola 3 yaitu setiap unsur penyusun pola terdapat warna merah dan warna biru dengan warna merah konsisten empat dan warna biru pada pola selanjutnya diperoleh dengan menambahkan bilangan empat dari pola sebelumnya (S1-02) hasil dari cuplikan wawancara tertuang pada cuplikan jawaban subjek S1 (S01). Pada cuplikan wawancara (S1-03) terlihat subjek S1 merepresentasikan gambar dari pola ke 4 dan ke 5 dengan menyebutkan letak posisi warna. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa subjek S1 dapat mengumpulkan, mengamati, dan merepresentasi unsur-unsur penyusun pola menggunakan GeoGebra. Subjek S1 juga dapat menemukan pola selanjutnya yaitu warna merah tetap empat (S1-04) dan warna biru diperoleh dengan menambahkan empat dari pola sebelumnya (S1-05) Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa subjek S1 dapat menemukan hubungan antara dua unsur penyusun pola menggunakan GeoGebra.

Selanjutnya, pada tahapan *pattern recognition*, subjek S1 mengamati dan mengungkapkan informasi tentang keteraturan untuk menemukan kesamaan hubungan setiap elemen penyusun pola menggunakan GeoGebra kemudian melakukan percobaan untuk mengidentifikasi aturan umum pola menggunakan GeoGebra. Berikut cuplikan jawaban dan wawancara subjek S1.

polo kel	pola ke-2	. bola k6-3	
4+4	-014	12 14	
4(1) +4	4(2)14	4(3)14	

Gambar 5. Jawaban S1 Tahapan Pattern Recognition

PS1-06: Betul, dari jawabanmu kenapa kamu bisa menulis seperti ini?

S1-06: Itu Bu saya ikut clue di geogebra untuk menjumlahkan warna merah sama biru, terus saya lihat pada pola 1 sampai pola 5 sama sama ditambah 4, lalu untuk angka 4,8,12 saya otak atik saya coba coba, untuk pola 1 biar ada angka satunya 4 saya kalikan 1, lalu pola 2 biar ada angka 2 nya 8 saya ubah jadi 4 kali 2, pola 3 biar ada angka 3 nya 12 nya saya ubah jadi 4 kali 3. Dari sini saya dapat kalau tiap pola itu cara cari banyak persegi kecilnya itu 4 kali pola ke berapa kemudian ditambahkan 4 (R01)

PS1-07: Ketika menemukan nilai pada pola ke-30, sebelumnya kamu cobakan rumus yang kamu temukan pada pola lain tidak?

S1-07 : Iya Bu, pada pola ke-4 dan pola ke-5. Pada pola 4 berati 4 kali 4 kemudian ditambah 4 sama dengan 20 kalau pola 5 berarti 4 kali 5 kemudian ditambah 4 sama dengan 24 (R02)

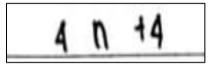
PS1-08: Berarti untuk pola ke-30 gimana caranya?

S1-08 : Pola 30 berati 4 kali 30 kemudian ditambah 4 sama dengan 124 (R02)

Subjek S1 dapat melihat keteraturan pada pola ke-1 sampai pola ke-3 yaitu setiap pola memiliki kesamaan 4 dikali pola yang dituju kemudian ditambah 4 (S1-06) hasil dari cuplikan wawancara tertuang pada cuplikan jawaban subjek S1 (R01). Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa subjek S1 dapat mengamati dan mengungkapkan informasi tentang keteraturan untuk menemukan kesamaan hubungan setiap elemen penyusun pola menggunakan GeoGebra. Selanjunya, subjek S1 melakukan percobaan dari formula yang ditemukan pada pola ke 1 sampai pola ke-3 yaitu "4 dikali pola yang dituju kemudian

ditambah 4" pada pola ke-4 dan pola ke-5 untuk meyakinkan formula yang telah subjek S1 temukan pada pola ke-1 sampai pola ke-3 dan didapatkan jumlah persegi kecil pada pola ke-4 dan pola ke-5, kemudian subjek mencobakan hasil temuannya pada pola ke-30 (S1-08) hasil dari cuplikan wawancara tertuang pada cuplikan jawaban subjek S1 (R02). Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa subjek S1 dapat melakukan percobaan untuk mengidentifikasi aturan umum pola menggunakan GeoGebra.

Selanjutnya, pada tahapan *generalizing*, subjek S1 menentukan aturan umum pola dan menarik kesimpulan. Berikut cuplikan jawaban dan wawancara subjek S1.



Gambar 6. Jawaban S1 Tahapan Generalizing

PS1-09: Dari jawabanmu bagaimana proses yang kamu lakukan hingga menemukan pola ke-n?

S1-09 : Itu Bu dari pola 1 sampai pola 5 saya menemukan persamaan kalau cara cari banyak persegi kecilnya itu 4 kali pola ke berapa kemudian ditambahkan 4, jadi untuk pola ke n berati pola keberapanya tinggal diganti n hasilnya 4n+1 (G01)

PS1-10: Apa kamu yakin?

S1-10 : Iya Bu

PS1-11: Kesulitan apa yang kamu alami saat mengerjakan soal ini?

S1-11 : Itu Bu saat otak-atik coba-coba biar ketemu ide menemukan pola ke 30 biar tidak menghitung satu-satu.

PS1-12: Bantuan apa yang diberikan oleh GeoGebra sehingga kamu mampu menemukan jawabannya.

S1-12 : Pada GeoGebra ini menarik ada fitur slider yang bisa digeser-geser untuk melihat hubungan antar 2 pola dan lebih mudah karena ada warnanya Bu, jadinya lebih mudah untuk menemukan polanya.

PS1-13: Bisa dijelaskan pemahaman apa yang kamu dapat dari gambar polanya?

S1-13 : Gambar pertama ada warna yang sama itu warna merah terus warna birunya tiap pola selisihnya sama lalu gambar kedua semua warna pada masing-masing pola jumlahnya sama dan antar pola selisihnya juga sama. Lebih mudah saja sih Bu tinggal pintar-pintar otak-atik angkannya untuk menemukan pola ke-n.

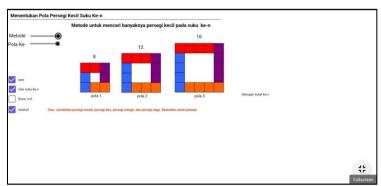
Subjek S1 mencobakan hasil temuannya pada pola ke-n dengan mengganti pola yang dituju dengan variabel n (S1-09) hasil dari cuplikan wawancara tertuang pada cuplikan jawaban subjek S1(G01). Subjek S1 menarik kesimpulan rumus umum dari masing-masing pola yaitu 4n+4. Subjek S1 mendapat bantuan dari GeoGebra melalui fitur slider pada GeoGebra dan visualisasi warna yang menurut subjek S1 memudahkan untuk melakukan generalisasi (S1-12). Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa subjek dapat menentukan aturan umum pola dan menarik kesimpulan.

Soal Metode 2

Pada tahapan *pattern seeking*, subjek S1 mengumpulkan, mengamati, dan merepresentasi unsur-unsur penyusun pola menggunakan GeoGebra kemudian menemukan hubungan antara dua unsur penyusun pola menggunakan GeoGebra. Berikut cuplikan jawaban dan wawancara subjek S1

pala kei	bola k65	bolo ke -3
merah:2	merah: 3	merdh : 4
biru : 2	biru : 3	b: Uild
unggU:2	unodu : 3	unaqu :4
orany 9:2	old Woe 1 3	orange : 4

Gambar 7. Jawaban S1 Tahapan Pattern Seeking



Gambar 8. Tampilan GeoGebra S1

- PS1-14: Untuk gambar kedua apa yang kamu pahami dari gambar pola berwarna yang diamati pada geogebra, persamaan dan perbedaan apa yang kamu temukan antara pola pertama, pola kedua, dan pola ketiga pada gambar yang pertama.
- S1-14 : Itu Bu gambar kedua ada warna merah, orange, ungu, biru. Pada tiap pola warna merah, orange, ungu, dan biru sama. Pola 1 tiap warna ada 2, pola 2 tiap warna ada 3, pola 3 tiap warna ada 4 (S01)
- PS1-15: Untuk pola ke 4 dan pola ke 5 kira-kira warna biru dan merahnya posisi warnanya seperti apa?
- S1-15 : Sama kaya pola 1, pola 2, pola 3 Bu, dipojok-pojok terus selang-seling seperti ini Bu (menunjukkan gambar di GeoGebra) (S01)
- PS1-16: Benar, kemudian kalau pola ke 4 sama 5 kira- kira warna merah, orange, ungu, biru ada berapa?
- S1-16 : Pola 4 tiap warna ada 5 lalu pola 5 tiap warna ada 6 (S02)
- PS1-17: Mengapa pola 4 tiap warna ada 5 lalu pola 5 ada 6?
- S1-17 : Karena pola 1 ke pola 2 tiap warna kan ditambah 1, pola 2 ke pola 3 juga, jadi pola 3 ke pola 4 tambah 1, dan pola 4 ke pola 5 tambah 1 (S02)

Subjek S1 dapat mengumpulkan dan mengamati unsur-unsur penyusun pola 1, pola 2, pola 3 yaitu setiap unsur penyusun pola terdapat warna merah, orange, ungu, dan biru dengan jumlah yang sama pada setiap pola (S1-14) hasil dari cuplikan wawancara tertuang pada cuplikan jawaban subjek S1 (S01). Pada cuplikan wawancara (S1-15) terlihat subjek S1 merepresentasikan gambar dari pola ke 4 dan ke 5 dengan menjelaskan posisi warna. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa subjek S1 dapat mengumpulkan, mengamati, dan merepresentasi unsur-unsur penyusun pola menggunakan GeoGebra. Selanjutnya, subjek S1 dapat menemukan pola selanjutnya yaitu pada pola ke-4 setiap warna ada 5 dan pola ke-5 setiap warna ada 6 (S1-16) hal tersebut diperoleh dengan menambahkan satu dari pola sebelumnya (S1-17). Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa subjek S1 dapat menemukan hubungan antara dua unsur penyusun pola menggunakan GeoGebra.

Selanjutnya, pada tahapan *pattern recognition*, subjek S1 mengamati dan mengungkapkan informasi tentang keteraturan untuk menemukan kesamaan hubungan setiap elemen penyusun pola menggunakan GeoGebra kemudian melakukan percobaan untuk mengidentifikasi aturan umum pola menggunakan GeoGebra. Berikut cuplikan jawaban dan wawancara subjek S1.

2121212	3131313	4+4+4+
4x2	4 × 3	4 x 4
9 (111)	4 (2+1)	A (311)
Pola ke 30 - 4 (301	1). s bolo tou	4(01)
= 4(31)	F 124	

Gambar 9. Jawaban S1 Tahapan Pattern Recognition

PS1-18: Betul, dari jawabanmu kenapa kamu bisa menulis seperti ini?

S1-18: Itu Bu saya ikut clue di geogebra untuk menjumlahkan warna semua, terus saya lihat pada tiap pola angkanya berulang 4 kali. Jadi pola 1 saya ubah jadi 4x2 pola 2 4x3 pola 3 4x4. Dari sini saya lihat yang sama itu angka 4 nya Bu. Kemudian karena pola 1 tidak ada angka 1 nya awalnya saya mau ubah 2x1 sama seperti gambar sebelumnya tapi di pola 2 kalau saya mau memunculkan angka 2 3nya harus dikali 3/2 nah hasilnya tidak sama seperti pola 1, kemudian saya otak atik saya coba angka 2 diubah jadi 1+1 lalu pada pola 2 angka 3 saya ubah jadi 2+1, lalu pada pola 3 angka 4 saya ubah jadi 3+1 saya menemukan persamaannya yaitu pola ke berapa sama-sama ditambah satu. Dari sini saya dapat kalau tiap pola itu cara cari banyak persegi kecilnya itu 4 kali pola ke berapa ditambah 1 (R01)

PS1-19 : Ketika menemukan nilai pada pola ke-30, sebelumnya kamu cobakan rumus yang kamu temukan pada pola lain tidak?

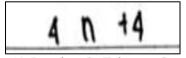
S1-19 : Iya Bu, pada pola 4 berati 4 kali 4+1 sama dengan 20 kalau pola 5 berarti 4 kali 5+1 sama dengan 24 (R02)

PS1-20: Berarti untuk pola ke-30 gimana caranya?

S1-20 : Pola 30 berati 4 kali 30+1 sama dengan 124 (R02)

Subjek S1 dapat melihat keteraturan pada pola ke-1 sampai pola ke-3 yaitu setiap pola memiliki kesamaan penjumlahan berulang sebanyak empat kali kemudian subjek memanipulasi dari penjumlahan berulang tersebut hingga didapatkan sebuah formula yaitu 4 kali pola yang dituju ditambah 1 (S1-18) hasil dari cuplikan wawancara tertuang pada cuplikan jawaban subjek S1 (R01). Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa subjek S1 dapat mengamati dan mengungkapkan informasi tentang keteraturan untuk menemukan kesamaan hubungan setiap elemen penyusun pola menggunakan GeoGebra. Kemudian, subjek S1 melakukan percobaan dari formula yang ditemukan pada pola ke 1 sampai pola ke-3 yaitu "4 dikali pola yang dituju ditambah 1" pada pola ke-4 dan pola ke-5 untuk meyakinkan formula yang telah subjek S1 temukan pada pola ke-1 sampai pola ke-3 (S1-19), kemudian dari cuplikan wawancara subjek S1 mencobakan hasil temuannya pada pola ke-30 (S1-20) hasil dari cuplikan wawancara tertuang pada cuplikan jawaban subjek S1 (R02). Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa subjek S1 dapat melakukan percobaan untuk mengidentifikasi aturan umum pola menggunakan GeoGebra.

Selanjutnya, pada tahapan *generalizing*, subjek S1 menentukan aturan umum pola dan menarik kesimpulan. Berikut cuplikan jawaban dan wawancara subjek S1.



Gambar 10. Jawaban S1 Tahapan Generalizing

PS1-21: Dari jawabanmu bagaimana proses yang kamu lakukan hingga menemukan pola ke-n?

S1-21 : Itu Bu dari pola 1 sampai pola 5 saya menemukan persamaan kalau cara cari banyak persegi kecilnya itu 4 kali pola ke berapa ditambah 1, jadi untuk pola ke n berati pola keberapanya tinggal diganti n hasilnya 4(n+1) (G01)

PS1-22: Hasilnya kok beda sama hasil sebelumnya?

S1-22 : Ehh iya ya Bu, mmm bentar Bu (sambil mencoret-coret) sama Bu ini saya jabarkan 4n+4.

PS1-23: Kesulitan apa yang kamu alami saat mengerjakan soal ini?

S1-23 : Itu Bu saat otak-atik coba-coba biar ketemu ide mengubah angka 2,3,4 biar ada angka yang mewakili pola.

PS1-24: Bantuan apa yang diberikan oleh GeoGebra sehingga kamu mampu menemukan jawabannya.

S1-24 : Pada GeoGebra ini menarik ada fitur slider yang bisa digeser-geser untuk melihat hubungan antar 2 pola dan lebih mudah karena ada warnanya Bu, jadinya lebih mudah untuk menemukan polanya.

PS1-25 : Bisa dijelaskan pemahaman apa yang kamu dapat dari gambar polanya?

S1-25 : Gambar pertama ada warna yang sama itu warna merah terus warna birunya tiap pola selisihnya sama lalu gambar kedua semua warna pada masing-masing pola jumlahnya sama dan antar pola selisihnya

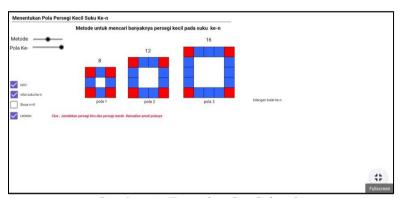
juga sama. Lebih mudah saja sih Bu tinggal pintar-pintar otak-atik angkannya untuk menemukan pola ke-n.

Subjek S1 mencobakan hasil temuannya pada pola ke-n dengan mengganti pola yang dituju dengan variabel n (S1-09) hasil dari cuplikan wawancara tertuang pada cuplikan jawaban subjek S1(G01). Subjek S1 menarik kesimpulan rumus umum dari masing-masing pola yaitu 4n+4. Subjek S1 mendapat bantuan dari GeoGebra melalui fitur slider pada GeoGebra dan visualisasi warna yang menurut subjek S1 memudahkan untuk melakukan generalisasi (S1-12). Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa subjek dapat menentukan aturan umum pola dan menarik kesimpulan.

Subjek S2

Soal Metode 1

Pada tahapan *pattern seeking*, subjek S2 mengumpulkan, mengamati, dan merepresentasi unsur-unsur penyusun pola menggunakan GeoGebra kemudian menemukan hubungan antara dua unsur penyusun pola menggunakan GeoGebra. Berikut cuplikan wawancara subjek S2.



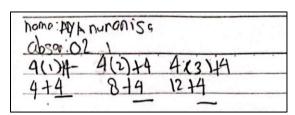
Gambar 11. Tampilan GeoGebra S2

- PS2-01: Sebelumnya kamu paham tidak sama soal yang diberikan?
- S2-01 : Paham Bu suruh cari pola ke 30 sama pola ke n.
- PS2-02: Apa yang kamu pahami dari gambar pola berwarna yang kamu amati pada geogebra, persamaan dan perbedaan apa yang kamu temukan antara pola pertama, pola kedua, dan pola ketiga pada gambar yang pertama?
- S2-02 : Itu Bu gambar pertama yang ada warna merah sama biru, warna merahnya pada tiap pola sama yaitu sama sama 4, kalo warna birunya pola 1 ada 4 pola 2 ada 8 pola 3 ada 12 bertambah 4 (S01)
- PS2-03: Untuk pola ke 4 dan pola ke 5 kira-kira warna biru dan merahnya posisi warnanya seperti apa?
- S2-03 : Mmm bentar Bu... (sambil coret-coret di kertas) merahnya tetap dipojok 4, terus birunya ditengah, seperti ini Bu (menunjukkan hasilnya) (S01)
- PS2-04: Benar, kemudian kalau pola ke 4 sama 5 kira- kira warna merah sama warna birunya ada berapa?
- S2-04 : Pola 4 merahnya tetap 4 birunya (sambilmenghitung) ada 16 pola 5 merahnya tetap 4 birunya (sambilmenghitung) ada 20 (S02)
- PS2-05: Mengapa warna birunya pola 4 16 pola 5 20?
- S2-05 : Karena pola 1 ke pola 2 kan ditambah 4, pola 2 ke pola 3 juga ditambah 4, jadi pola 3 ke pola 4 juga ditambah 4, dan pola 4 ke pola 5 juga ditambah 4 (S02)

Subjek S2 dapat mengumpulkan dan mengamati unsur-unsur penyusun pola 1, pola 2, pola 3 yaitu setiap unsur penyusun pola terdapat warna merah dan warna biru dengan warna merah konsisten empat dan warna biru pada pola selanjutnya diperoleh dengan menambahkan bilangan empat dari pola sebelumnya (S2-02) hasil dari cuplikan wawancara tertuang pada cuplikan jawaban subjek S2 (S01). Pada cuplikan wawancara

(S2-03) terlihat subjek S1 merepresentasikan gambar dari pola ke 4 dan ke 5 dengan menyebutkan letak posisi warna. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa subjek S2 dapat mengumpulkan, mengamati, dan merepresentasi unsur-unsur penyusun pola menggunakan GeoGebra. Subjek S2 juga dapat menemukan pola selanjutnya yaitu warna merah tetap empat (S2-04) dan warna biru diperoleh dengan menambahkan empat dari pola sebelumnya (S2-05) Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa subjek S2 dapat menemukan hubungan antara dua unsur penyusun pola menggunakan GeoGebra.

Selanjutnya, pada tahapan *pattern recognition*, subjek S2 mengamati dan mengungkapkan informasi tentang keteraturan untuk menemukan kesamaan hubungan setiap elemen penyusun pola menggunakan GeoGebra kemudian melakukan percobaan untuk mengidentifikasi aturan umum pola menggunakan GeoGebra. Berikut cuplikan jawaban dan wawancara subjek S2.



Gambar 12. Jawaban S2 Tahapan Pattern Recognition

PS2-06: Betul, dari jawabanmu kenapa kamu bisa menulis seperti ini?

S2-06 : Itu Bu saya ikut clue di geogebra untuk menjumlahkan warna merah sama biru, terus saya lihat pada pola 1 sampai pola 5 sama sama ditambah 4, lalu untuk angka 4,8,12 saya otak atik saya coba coba, untuk pola 1 biar ada angka satunya 4 saya kalikan 1, lalu pola 2 biar ada angka 2 nya 8 saya ubah jadi 4 kali 2, pola 3 biar ada angka 3 nya 12 nya saya ubah jadi 4 kali 3. Dari sini saya dapat kalau tiap pola itu cara cari banyak persegi kecilnya itu 4 kali pola ke berapa kemudian ditambahkan 4 (R01)

PS2-07 : Ketika menemukan nilai pada pola ke-30, sebelumnya kamu cobakan rumus yang kamu temukan pada pola lain tidak?

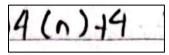
S2-07 : Saya cobakan pada pola 4 dan pola 5 Bu untuk memastikan. Pola 4 berati 4 kali 4 tambah 4 sama dengan 20 kalau pola 5 berarti 4 kali 5 tambah 4 sama dengan 24 (R02)

PS2-08: Berarti untuk pola ke-30 gimana caranya?

S2-08: Pola 30 berati 4 kali 30 kemudian ditambah 4 sama dengan 124 (R02)

Subjek S2 dapat melihat keteraturan pada pola ke-1 sampai pola ke-3 yaitu setiap pola memiliki kesamaan 4 dikali pola yang dituju kemudian ditambah 4 (S2-06) hasil dari cuplikan wawancara tertuang pada cuplikan jawaban subjek S2 (R01). Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa subjek S2 dapat mengamati dan mengungkapkan informasi tentang keteraturan untuk menemukan kesamaan hubungan setiap elemen penyusun pola menggunakan GeoGebra. Selanjunya, subjek S2 melakukan percobaan dari formula yang ditemukan pada pola ke 1 sampai pola ke-3 yaitu "4 dikali pola yang dituju kemudian ditambah 4" pada pola ke-4 dan pola ke-5 untuk meyakinkan formula yang telah subjek S1 temukan pada pola ke-1 sampai pola ke-3 dan didapatkan jumlah persegi kecil pada pola ke-4 dan pola ke-5, kemudian subjek mencobakan hasil temuannya pada pola ke-30 (S2-08) hasil dari cuplikan wawancara tertuang pada cuplikan jawaban subjek S2 (R02). Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa subjek S2 dapat melakukan percobaan untuk mengidentifikasi aturan umum pola menggunakan GeoGebra.

Selanjutnya, pada tahapan *generalizing*, subjek S2 menentukan aturan umum pola dan menarik kesimpulan. Berikut cuplikan jawaban dan wawancara subjek S2.



Gambar 13. Jawaban S2 Tahapan Generalizing

PS2-09: Dari jawabanmu bagaimana proses yang kamu lakukan hingga menemukan pola ke-n?

S2-09 : Itu Bu dari pola 1 sampai pola 5 saya menemukan persamaan kalau cara cari banyak persegi kecilnya itu 4 kali pola ke berapa kemudian ditambahkan 4, jadi untuk pola ke n berati pola keberapanya tinggal diganti n (G01)

PS2-10: Apa kamu yakin?

S2-10 : Iya Bu.

PS2-11: Kesulitan apa yang kamu alami saat mengerjakan soal ini?

S2-11 : Itu Bu saat otak-atik coba-coba biar ketemu ide menemukan pola ke 30 biar tidak menghitung satu-satu.

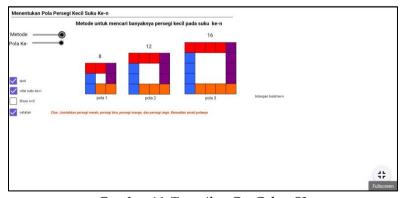
PS2-12: Bantuan apa yang diberikan oleh GeoGebra sehingga kamu mampu menemukan jawabannya.

S2-12 : Pada GeoGebra ini menarik ada fitur slider yang bisa digeser-geser untuk melihat hubungan antar 2 pola dan lebih mudah karena ada warnanya Bu, jadinya lebih mudah untuk menemukan polanya. Lalu gambar ini mudah dipahami Bu karena ada warnanya yang memudahkan untuk menemukan polanya.

Subjek S2 mencobakan hasil temuannya pada pola ke-n dengan mengganti pola yang dituju dengan variabel n (S2-09) hasil dari cuplikan wawancara tertuang pada cuplikan jawaban subjek S2(G01). Subjek S2 menarik kesimpulan rumus umum dari masing-masing pola yaitu 4n+4. Subjek S2 mendapat bantuan dari GeoGebra melalui fitur slider pada GeoGebra dan visualisasi warna yang menurut subjek S2 memudahkan untuk melakukan generalisasi (S2-12). Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa subjek dapat menentukan aturan umum pola dan menarik kesimpulan.

Soal Metode 2

Pada tahapan *pattern seeking*, subjek S2 mengumpulkan, mengamati, dan merepresentasi unsur-unsur penyusun pola menggunakan GeoGebra kemudian menemukan hubungan antara dua unsur penyusun pola menggunakan GeoGebra. Berikut cuplikan jawaban dan wawancara subjek S2



Gambar 14. Tampilan GeoGebra S2

PS2-13: Untuk gambar kedua apa yang kamu pahami dari gambar pola berwarna yang diamati pada geogebra, persamaan dan perbedaan apa yang kamu temukan antara pola pertama, pola kedua, dan pola ketiga pada gambar yang pertama.

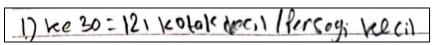
S2-13 : Itu Bu gambar kedua ada warna merah, orange, ungu, biru. Pada tiap pola warna merah, orange, ungu, dan biru sama. Pola 1 tiap warna ada 2, pola 2 tiap warna ada 3, pola 3 tiap warna ada 4. (S01)

PS2-14: Untuk pola ke 4 dan pola ke 5 kira-kira warna biru dan merahnya posisi warnanya seperti apa?

- S2-14 : Sama kaya pola 1, pola 2, pola 3 Bu, dipojok-pojok terus selang-seling seperti ini Bu (menunjukkan gambar di GeoGebra) (S01)
- PS2-15: Benar, kemudian kalau pola ke 4 sama 5 kira- kira warna merah, orange, ungu, biru ada berapa?
- S2-15 : Pola 4 tiap warna ada 5 lalu pola 5 tiap warna ada 6 (S02)
- PS2-16: Mengapa pola 4 tiap warna ada 5 lalu pola 5 ada 6?
- S2-16 : Karena pola 1 ke pola 2 tiap warna kan ditambah 1, pola 2 ke pola 3 juga, jadi pola 3 ke pola 4 tambah 1, dan pola 4 ke pola 5 tambah 1 (S02)

Subjek S1 dapat mengumpulkan dan mengamati unsur-unsur penyusun pola 1, pola 2, pola 3 yaitu setiap unsur penyusun pola terdapat warna merah, orange, ungu, dan biru dengan jumlah yang sama pada setiap pola (S2-13) hasil dari cuplikan wawancara tertuang pada cuplikan jawaban subjek S2 (S01). Pada cuplikan wawancara (S2-14) terlihat subjek S2 merepresentasikan gambar dari pola ke 4 dan ke 5 dengan menjelaskan posisi warna. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa subjek S2 dapat mengumpulkan, mengamati, dan merepresentasi unsur-unsur penyusun pola menggunakan GeoGebra. Selanjutnya, subjek S2 dapat menemukan pola selanjutnya yaitu pada pola ke-4 setiap warna ada 5 dan pola ke-5 setiap warna ada 6 (S2-15) hal tersebut diperoleh dengan menambahkan satu dari pola sebelumnya (S2-16). Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa subjek S2 dapat menemukan hubungan antara dua unsur penyusun pola menggunakan GeoGebra.

Selanjutnya, pada tahapan *pattern recognition*, subjek S1 mengamati dan mengungkapkan informasi tentang keteraturan untuk menemukan kesamaan hubungan setiap elemen penyusun pola menggunakan GeoGebra kemudian melakukan percobaan untuk mengidentifikasi aturan umum pola menggunakan GeoGebra. Berikut cuplikan jawaban dan wawancara subjek S1.



Gambar 15. Jawaban S2 Tahapan Pattern Recognition

- PS2-17: Betul, dari jawabanmu kenapa kamu bisa menulis seperti ini?
- S2-17 : Saya lihat jawaban samping saya Bu, bingung karena tidak ada angka yang sama seperti gambar sebelumnya.
- PS2-18: Setelah melihat apa yang dek Alya tulis, dek Alya paham tidak?
- S2-18 : Sebenarnya tidak Bu.
- PS2-19: Apa kesulitan dek Alya pada gambar soal kedua?
- S2-19 : Kesulitannya saat mengotak-ngatik polanya Bu saya tidak menemukan persamaan seperti gambar sebelumnya, kan pada gambar sebelumnya ada warna merah yang sama-sama 4 pada tiap polanya terus pola birunya sesuai dengan pola ke berapa Bu pola 1 warna birunya 4x1 pola 2 birunya 4x2 jadi lebih mudah untuk menentukan pola ke-n nya. Kalau gambar ini pola 1 2+2+2+2 pola 2 3+3+3+3 pola 3 4+4+4+4 saya bingung menentukan pola ke-n nya Bu (R01)
- PS2-20: Nahh sekarang coba kalau pola ke-4 dan pola ke-5 kira-kira berapa?
- S2-20 : Mmmmm pola ke 4 5+5+5+5 ya Bu, terus pola ke 5 6+6+6+6 (R02)
- PS2-21: Kalau pola ke 30 bisa menentukan tidak?
- S2-21 : Berati pola 30 31+31+31+31 Bu? (R02)

Meskipun subjek S2 merasa bingung dan tidak paham dengan pekerjaannya (S2-18), tetapi terlihat bahwa subjek S2 dapat melihat keteraturan pada pola ke-1 sampai pola ke-3 yaitu setiap pola memiliki kesamaan penjumlahan berulang sebanyak empat kali (S2-19). Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa subjek S2 dapat mengamati dan

mengungkapkan informasi tentang keteraturan untuk menemukan kesamaan hubungan setiap elemen penyusun pola menggunakan GeoGebra. Kemudian, subjek S2 melakukan percobaan dari apa yang telah dilakukan pada pola ke-1 sampai pola ke-3 untuk mengidentifikasi aturan umum pola yaitu mencobakan pada pola ke 4 dan pola ke 5 (S2-20), kemudian pola ke 30 (S2-21). Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa subjek S2 dapat melakukan percobaan untuk mengidentifikasi aturan umum pola menggunakan GeoGebra.

Selanjutnya, pada tahapan *generalizing*, subjek S1 tidak dapat menentukan aturan umum pola dan menarik kesimpulan. Berikut cuplikan jawaban dan wawancara subjek S1.

PS2-22: Iya Betul, kalau pola ke n? kamu liat antara pola ke berapa dan nilainya.

S2-22 : Pola ke n nya n+n+n+n.PS2-22 : Mengapa n+n+n+n?S2-23 : Bingung Bu, salah ya Bu?

PS2-24: Apa menurutmu nilainya tidak sama dengan pola ke-n sebelumnya?

S2-24 : Oiya harusnya sama Bu, tapi saya bingung gimana carinya.

Hasil cuplikan wawancara menunjukkan subjek S2 belum dapat menentukan aturan umum pola dan menarik kesimpulan. (S2-22) Subjek S2 berfikir nilai pola ke n adalah n+n+n+n, subjek S2 tidak bisa memberikan alasan dengan tepat mengapa nilainya n+n+n+n. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa subjek S2 belum dapat menentukan aturan umum pola dan menarik kesimpulan.

Berikut rekapitulasi penalaran aljabar kedua subjek

Tabel 2. Rekapitulasi Penalaran Aljabar

Metode	Metode 1		Metode 2	
Tahapan Penalaran Aljabar	Subjek 1	Subjek 2	Subjek 1	Subjek 2
Pattern Seeking	Dengan menggunakan GeoGebra subjek mengumpulkan dan mengamati unsurunsur penyusun pola 1, pola 2, pola 3 yaitu setiap unsur penyusun pola terdapat warna merah dan warna biru dengan warna merah konsisten empat dan warna biru pada pola selanjutnya diperoleh dengan menambahkan bilangan empat dari pola sebelumnya, kemudian merepresentasikan gambar dari pola ke 4 dan ke 5 dengan menyebutkan letak posisi warna. Kemudian menemukan hubungan antara dua unsur penyusun pola dengan menemukan pola selanjutnya yaitu warna merah tetap empat dan warna biru diperoleh dengan menambahkan empat		Dengan menggunakan GeoGebra subjek mengumpulkan dan mengamati unsurunsur penyusun pola 1, pola 2, pola 3 yaitu setiap unsur penyusun pola terdapat warna merah, orange, ungu, dan biru dengan jumlah yang sama pada setiap pola, kemudian merepresentasikan gambar dari pola ke 4 dan ke 5 dengan menyebutkan letak posisi warna. Kemudian menemukan hubungan antara dua unsur penyusun pola dengan menemukan pola selanjutnya diperoleh dengan menambahkan satu pada setiap warna dari pola sebelumnya.	
Pattern Recognition	Dengan menggunakan melihat keteraturan pad pola ke-3 yaitu setiap p kesamaan 4 dikali pola kemudian ditambah 4.	da pola ke-1 sampai ola memiliki yang dituju	Dengan menggunakan GeoGebra subjek melihat keteraturan pada	Dengan menggunakan GeoGebra subjek melihat keteraturan pada

Metode	Metode 1		Metode 2	
Tahapan PenalaranAljabar	Subjek 1	Subjek 2	Subjek 1	Subjek 2
	melakukan percobaan o ditemukan pada pola k pada pola ke-4 dan ke-5 30.	e 1 sampai pola ke-3	pola ke-1 sampai pola ke-3 yaitu setiap pola memiliki kesamaan 4 dikali pola yang dituju ditambah 1. Kemudian melakukan percobaan dari formula yang ditemukan pada pola ke-1 sampai pola ke-3 pada pola ke-4 dan ke-5, kemudian pola ke 30.	pola ke-1 sampai pola ke-3 yaitu setiap pola memiliki kesamaan penjumlahan berulang sebanyak empat kali. Kemudian melakukan percobaan dari formula yang ditemukan pada pola ke-1 sampai pola ke-3 pada pola ke-4 dan ke-5, kemudian pola ke
Generalizing	Menemukan rumus um	num 4n+4	Menemukan rumus umum 4n+4	-

Pembahasan

Berdasarkan hasil dan analisis data yang telah dilakukan, penalaran aljabar siswa SMP dalam menyelesaikan soal pola bilangan berbantuan GeoGebra, pada tahap pattern seeking siswa memanfaatkan fitur "slider" dengan menggeser slider "pola ke-" di GeoGebra untuk melihat pertumbuhan pola. Pada metode pertama (terdapat dua warna berbeda dan ada warna yang konstan) siswa mengumpulkan dan mengamati unsur-unsur penyusun pola yang diketahui yaitu setiap unsur penyusun pola terdapat warna merah dan warna biru dengan warna merah konsisten empat dan warna biru pada pola selanjutnya diperoleh dengan menambahkan bilangan empat dari pola sebelumnya. Pada metode kedua (terdapat empat warna berbeda dan tidak ada warna yang konstan) terdapat warna merah, orange, ungu, dan biru dengan jumlah yang sama pada setiap pola. Kemudian merepresentasikan gambar dari pola berikutnya dengan menyebutkan letak posisi warna. Pada metode pertama siswa juga menemukan hubungan antara dua unsur penyusun pola dengan menemukan pola selanjutnya yaitu warna merah tetap empat dan warna biru diperoleh dengan menambahkan empat dari pola sebelumnya, sedangkan pada metode kedua menemukan pola selanjutnya diperoleh dengan menambahkan satu pada setiap warna dari pola sebelumnya. Dalam hal ini siswa mengelompokkan pada metode pertama unsur penyusun pola terdapat warna merah dan warna biru. Pada metode kedua terdapat warna merah, orange, ungu, dan biru dengan jumlah yang sama. Hal ini sesuai dengan penelitian Nissa & Mahmudi (2022) bahwa pada tahap pattern seeking siswa memperhatikan hubungan-hubungan antar pola dan penelitian Aryani dkk. (2018) bahwa pada tahap pattern seeking siswa menyebutkan unsur-unsur penyusun pola.

Pada tahap pattern recognition siswa memanfaatkan fitur "slider pola ke-" untuk melihat keteraturan dan kesamaan antar pola yang diberikan pada GeoGebra, pada metode pertama melihat keteraturan pada pola ke-1 sampai pola ke-3 yaitu setiap pola memiliki kesamaan 4 dikali pola yang dituju kemudian ditambah 4. Namun, pada metode kedua terdapat yang siswa melihat keteraturan pada pola ke-1 sampai pola ke-3 yaitu setiap pola memiliki kesamaan 4 dikali pola yang dituju ditambah 1 dan ada siswa melihat keteraturan pada pola ke-1 sampai pola ke-3 yaitu setiap pola memiliki kesamaan penjumlahan berulang sebanyak empat kali. Kemudian untuk menemukan pola yang besar seperti pola yang diberikan pada soal, siswa melakukan percobaan dari formula yang ditemukan pada pola ke 1 sampai pola ke-3 pada pola ke-4 da pola ke-5. Hal yang sama juga dikemukakan oleh Herbert & Brown (2000) pada saat memecahkan pola, ketika siswa diminta untuk mencari nilai yang besar pada suatu pola, siswa akan termotivasi mencari aturan umum dan mencobakan pada pola selanjutnya.

Pada tahap generalizing pada metode pertama siswa berhasil menemukan rumus umum ketika mencoba menemukan nilai pola yang diberikan pada soal dengan memunculkan n yang merepresentasikan urutan pola setelah melakukan percobaan pada pola ke-4, pola ke-5, kemudian pola yang diberikan pada soal dan ditemukan rumus umum dari pola adalah 4n+4. Pada metode kedua siswa juga berhasil menemukan rumus umum ketika mencoba menemukan nilai pola yang diberikan pada soal dengan memunculkan n yang merepresentasikan urutan pola setelah melakukan percobaan pada pola ke-4, pola ke-5 kemudian pola yang diberikan pada soal dan ditemukan rumus umum dari pola adalah 4n+4, tetapi ada juga siswa yang tidak berhasil menemukan rumus umum pola. Hal yang sama juga dikemukakan oleh Purwaningtyas & Rosyidi (2020) ketika mencoba menemukan rumus umum siswa berusaha memunculkan n ketika menemukan nilai pola yang diberikan pada soal.

Bantuan GeoGebra terutama adanya fitur "slider" dimana tiga pola yang diberikan pada GeoGebra dapat dibuat tidak muncul secara bersama, siswa dapat menggeser fitur "slider" hingga hanya muncul pola ke-1 dan pola ke-2 kemudian siswa mengamati hubungan antara kedua pola, fitur "slider" di geser lagi hingga muncul tiga pola kemudian siswa mengamati persamaan ketiga pola dan menemukan formula dengan bantuan visualisasi warna hingga kedua siswa bisa melakukan generalisasi pola menggunakan GeoGebra dalam proses pencarian dan pengenalan pola. Hal ini sejalan dengan penelitian Sugandi dkk. (2020) yang menyatakan GeoGebra sebagai alat untuk dapat membantu siswa memecahkan masalah dan juga mendorong untuk memunculkan ide saat melakukan berbagai ekperimen, tetapi ada kasus dimana bantuan dari GeoGebra pada salah satu siswa ketika melakukan generalisasi tidak berhasil karena terlalu banyak unsur warna dan tidak adanya warna yang konstan pada pola yang akan diselesaikan dibandingkan unsur warna pada metode sebelumnya. Pada penelitian ini ditemukan dua siswa yang memiliki perbedaan jawaban pada metode kedua. Kedua siswa menggunakan langkah yang sama seperti apa yang mereka gunakan pada metode pertama. Siswa yang

berhasil melakukan generalisasi pada metode kedua melihat kesamaan antar pola yaitu 4 dikali pola yang dituju ditambah 1. Siswa yang tidak berhasil melakukan generalisasi pola melihat kesamaan antar pola yaitu penjumlahan berulang sebanyak empat kali yang mengakibatkan terdapat kesalahan pada saat melakukan generalisasi pola. Hal ini juga akibat tidak adanya warna yang konstan. Hal ini menunjukkan banyak warna, posisi warna, adanya warna yang konstan juga berpengaruh ketika menggeneralisasi pola.

KESIMPULAN DAN SARAN

Pada tahap pattern seeking, siswa menyebutkan setiap unsur penyusun pola, kemudian merepresentasikan gambar dari pola berikutnya dengan menyebutkan letak posisi warna, dan mengamati hubungan antara dua unsur penyusun pola di GeoGebra untuk menemukan pola berikutnya. Pada tahapan pattern recognition, siswa melihat keteraturan pada pola yang diketahui di GeoGebra dan mengamati kesamaannya, kemudian melakukan percobaan dari formula yang ditemukan pada pola yang diketahui di GeoGebra pada dua pola selanjutnya, kemudian diidentifikasi pada pola yang diberikan pada soal. Pada tahap generalizing adanya bantuan visualisasi warna dan fitur "slider", memudahkan siswa melihat unsur-unsur dan menemukan kesamaan setiap pola, hingga pada akhirnya menarik suatu kesimpulan dan menemukan rumus umum dari pola. Pada penelitian ini kedua siswa terindikasi melakukan penalaran aljabar berbantuan GeoGebra, meskipun salah satu siswa tidak berhasil melakukan generalisasi pada metode kedua karena adanya pengaruh banyak variabel (dalam penelitian ini warna) dan tidak adanya konstanta (dalam hal ini warna yang tetap) pada pola yang akan diselesaikan dibandingkan pada metode sebelumnya. Bantuan GeoGebra pada penelitan ini terutama adanya fitur "slider" dimana tiga pola yang diberikan pada GeoGebra dapat dibuat tidak muncul secara bersama, siswa dapat menggeser fitur "slider" hingga hanya muncul pola ke-1 dan pola ke-2 kemudian siswa mengamati hubungan antara kedua pola, fitur "slider" di geser lagi hingga muncul tiga pola kemudian siswa mengamati persamaan ketiga pola dan menemukan formula dengan bantuan visualisasi warna hingga kedua siswa bisa melakukan generalisasi pola menggunakan GeoGebra.

Berdasarkan hasil penelitian, sebaiknya dilakukan penelitian lanjutan terkait dengan karakteristik pola berbantuan GeoGebra yang dapat membantu siswa menggeneralisasi. Hal ini karena ditemukan siswa yang berhasil melakukan generalisasi pola pada metode pertama saja, tetapi pada metode kedua tidak berhasil saat melakukan generalisasi pola bilangan berbantuan GeoGebra. Hal ini sebaiknya dikaji pada penelitian selanjutnya apakah ada pengaruh terkait posisi warna atau banyak warna yang digunakan untuk membantu siswa melakukan generalisasi pola. Bagi guru, guru sebaiknya mengamati bagaimana representasi visual warna dari pola bilangan berbantuan GeoGebra dapat membantu siswa memahami hubungan antar pola dan mengembangkan strategi penyelesaian yang efektif dengan mempertimbangkan banyak unsur dan posisi warna pada setiap pola.

DAFTAR PUSTAKA

- Ahmadah, I. F. (2020). Algebraic Reasoning of Student with Keirsey Personality Type in Solving Mathematical Problem. *Eduma: Mathematics Education Learning and Teaching*, 9(2), 42. https://doi.org/10.24235/eduma.v9i2.7191
- Ariyanti, S. N., & Setiawan, W. (2019). Analisis Kesulitan Siswa SMP Kelas VIII Dalam Menyelesaikan Soal Pola Bilangan Berdasarkan Kemampuan Penalaran Matematik. *Journal On Education*, 01(02), 390–399.
- Arum Nissa, A. D., & Mahmudi, A. (2022). Analisis Kemampuan Penalaran Aljabar Siswa Dengan Model Pembelajaran Masalah (Pbl) Dalam Menyelesaikan Masalah Matematika. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 11(2), 1400. https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i2.4835
- Aryani, F., Amin, S. M., & Sulaiman, R. (2018). Students' Algebraic Reasoning in Solving Mathematical Problems with Adversity Quotient. *Journal of Physics: Conference Series*, 947(1).
- Ayal, C. S., Kesuma, Y. S., Sabandar, J., & Dahlan, J. A. (2016). The enhancement of mathematical reasoning ability of junior high school students by applying mind mapping strategy. *Journal of Education and Practice*, 7(25), 50–58.
- Basir, M. A., & Aminudin, M. (2020). Pengembangan Buku Teks Matematika berbasis Investigasi untuk Meningkatkan Penalaran Aljabar. *Journal of Medives: Journal of Mathematics Education IKIP Veteran Semarang*, 4(1), 53. https://doi.org/10.31331/medivesveteran.v4i1.1016
- Battista, M. T. (n.d.). Mathematical Reasoning and Sense Making 1 Why Focus on Reasoning and Sense Making? *Reasoning and Sense Making in the Mathematics Classroom: Grades 3–5*, 1–22.
- Böcherer-Linder, K., Eichler, A., & Vogel, M. (2017). The impact of visualization on flexible Bayesian reasoning. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 11, 25–46. https://doi.org/10.35763/aiem.v1i11.169
- Budiman, H., & Rosmiati, M. (2020). Penerapan Teori Belajar Van Hiele Berbantuan Geogebra untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa. *Prisma*, 9(1), 47. https://doi.org/10.35194/jp.v9i1.845
- Chow, T.-C. F. (2011). Students' Difficulties, Conceptions and Attitudes Towards Learning Algebra: An Intervention Study to Improve Teaching and Learning. *A Dissertation, October*, 1–236.
- Cresswell, J. (2015). Riset Pendidikan. Perencanaan, Pelaksanaan, dan Evaluasi Riset Kualitatif & Kuantitatif (5 ed.). Pustaka Pelajar Offset.
- Diana, F., & Fauzan, A. (2018). Pengembangan Desain Pembelajaran Topik Pola Bilangan Berbasis Realistic Mathematics Education (RME). *Jurnal Edukasi dan Penelitian Matematika*, 7(4), 43–52. http://dx.doi.org/10.24036/pmat.v7i4.5566
- Fitriani, F., Suddin, S., & Abdullahi, A. (2020). Pembelajaran Geometri Menggunakan Aplikasi Geogebra Versi Android. *Jurnal SOLMA*, 9(2), 270–277. https://doi.org/10.22236/solma.v9i2.5498
- Fitrianna, A. Y., Priatna, N., & Dahlan, J. A. (2021). Pengembangan Model E-Book Interaktif Berbasis Pembelajaran Induktif untuk Melatihkan Kemampuan Penalaran Aljabar Siswa SMP. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan ...*, 05(02), 1562–1577. https://j-cup.org/index.php/cendekia/article/view/653
- Fitriasari, P. (2017). Pemanfaatan Software Geogebra Dalam Pembelajaran Matematika. *Jurnal Pendidikan Matematika RAFA*, 3(1), 57–69. https://doi.org/https://doi.org/10.19109/jpmrafa.v3i1.1441
- Herbert, K., & Brown, R. H. (2000). Patterns as Tools for Algebraic Reasoning. *Teaching Children Mathematics*, 3(6), 340–344. https://doi.org/10.5951/tcm.3.6.0340
- Hohenwarter, M., Hohenwarter, J., Kreis, Y., & Lavicza, Z. (2008). Teaching and calculus with free dynamic mathematics software GeoGebra. 11th International Congress on Mathematical Education, 1–9.
- Istinaro, U., & Setianingsih, R. (2019). Profil Penalaran Aljabar Siswa SMA Yang Memiliki Kecerdasan Linguistik Dan Logis-Matematis Dalam Memecahkan Masalah Matematika. *Jurnal MathEdunesa*, 8(3). https://doi.org/10.26740/mathedunesa.v8n3.p459-464
- Kaput, J. J., & Blanton, M. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning.

- *Journal for research in mathematics education*, 36(5), 412.
- Khairani, K., Wahyudin, W., & Cahya, E. (2022). Analisa Terhadap Kemampuan Penalaran Aljabar Dan Math Anxiety Antara Siswa yang Mengikuti Pembelajaran 7E Learning Cycle dan Concept Attainment. *IURNAL EKSAKTA PENDIDIKAN (JEP)*. https://doi.org/10.24036/jep/vol6-iss1/649
- Kobandaha, P. E., Fuad, Y., & Masriyah, M. (2019). Algebraic Reasoning of Students with Logical-mathematical Intelligence and Visual-spatial Intelligence in Solving Algebraic Problems. *International Journal of Trends in Mathematics Education Research*, 2(4), 207–211. https://doi.org/10.33122/ijtmer.v2i4.138
- Lohman, D. F., & Lakin, J. M. (2012). Intelligence and Reasoning. *The Cambridge Handbook of Intelligence*, 419–441. https://doi.org/10.1017/cbo9780511977244.022
- Midgett, C. W., & Eddins, S. K. (2001). NCTM's Principles and Standards for School Mathematics: Implications for Administrators. *NASSP Bulletin*, *85*(623), 43–52. https://doi.org/10.1177/019263650108562306
- Moelong, L. (2017). Metode Penelitian Kualitatif. PT Remaja Rosdakarya.
- Munawaroh, S., Fathani, A. H., & Artikel, I. (2021). *Kemampuan Penalaran Matematis pada Peserta Didik Via Mind Mapping*. 63–76.
- Nguyen, L. T., Kanjug, I., Lowatcharin, G., Manakul, T., Poonpon, K., Sarakorn, W., Somabut, A., Srisawasdi, N., Traiyarach, S., & Tuamsuk, K. (2022). How teachers manage their classroom in the digital learning environment experiences from the University Smart Learning Project. *Heliyon*, 8(10), e10817. https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2022.e10817
- Nissa, A. D. A., & Mahmudi, A. (2022). Analisis Kemampuan Penalaran Aljabar Siswa Dengan Model Pembelajaran Masalah (PBL) dalam Menyelesaikan Masalah Matematika. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 11(2), 1400–1410.
- Nuritha, C., & Tsurayya, A. (2021). Pengembangan Video Pembelajaran Berbantuan Geogebra untuk Meningkatkan Kemandirian Belajar Siswa. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 5(1), 48–64. https://doi.org/10.31004/cendekia.v5i1.430
- Purwaningtyas, K., & Rosyidi, abdul haris. (2020). Penalaran Aljabar Siswa SMP dalam Menyelesaikan Soal Pola Bilangan. *Jurnal Penelitian Pendidikan Matematika dan Sains*, 4(1), 41–49.
- Raharjo, S., Pradja, B. P., & Istiqomah, D. (2020). Analisis Kemampuan Penalaran Aljabar Siswa Smp Dalam Pemecahan Masalah Pola Bilangan. *JIPMat*, *5*(2), 147–158. https://doi.org/10.26877/jipmat.v5i2.6546
- Rivera, F. D., & Becker, J. R. (2020). Algebraic Reasoning through Patterns. *Mathematics Teaching in the Middle School*. https://doi.org/10.5951/mtms.15.4.0212
- Saleh, A., Lubis, F. A., Program, D., Pendidikan, S., Studi, P., & Matematika, P. (2018). PENGARUH PENGGUNAAN MODEL PEMBELAJARAN MAKE A MATCH TERHADAP KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKAMATERI POKOK SPLDV DI KELAS VIII SMP NEGERI 1 BATANG ANGKOLA. 6(1), 20–26.
- Sari, N. I. P., Subanji, S., & Hidayanto, E. (2018). Diagnosis Kesalahan Penalaran Matematis Siswa Dalam Menyelesaikan Masalah Pola Bilangan. *Jurnal Kajian Pembelajaran Matematika*, 2(2), 64–69. https://journal2.um.ac.id/index.php/jkpm/article/view/1065
- Sari, R. P., Fairus, & Hanafiah. (2021). PENERAPAN MEDIA PROLIBRA UNTUK MENINGKATKAN KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIS DAN SELF CONFIDENCE SISWA Universitas Samudra, Langsa, Indonesia E-mail: Abstrak PENDAHULUAN Dunia pendidikan di abad 21 yang terus berkembang dengan signifikan menuntut seluruh. AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika, 10(4), 2675–2686.
- Setyaningrum, P. A. (2021). Penalaran Aljabar Siswa SMP dalam Menyelesaikan Masalah SPLDV Ditinjau dari Gaya Kognitif Visualizer dan Verbalizer. *MATHEdunesa*. https://doi.org/10.26740/mathedunesa.v10n1.p79-94

- Shadiq, F. (2004). Pemecahan Masalah, Penalaran dan Komunikasi. *Widyaiswara PPPG Matematika Yogyakarta*, 1–20.
- Situmeang, N. D., Anriani, N., & Setiani, Y. (2022). Analisis Kebutuhan Pengembangan E-Modul Berbantuan Smartphone Android Untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Smp. *Wilangan: Jurnal Inovasi dan Riset Pendidikan Matematika*, 3(2), 78. https://doi.org/10.56704/jirpm.v3i2.13313
- Sugandi, A. I., Bernard, M., & Linda, L. (2020). Efektivitas Pembelajaran Daring Berbasis Masalah Berbantuan Geogebra Terhadap Kemampuan Penalaran Matematis Di Era Covid-19. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 9(4), 993. https://doi.org/10.24127/ajpm.v9i4.3133
- Walton, D. N. (2013). Journal of Philosophy, Inc. 87(8), 399-419.
- Wigati, S. (2019). Penerapan Geogebra Handphone Android untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah, Keaktifan, dan Motivasi Belajar Siswa. *Jurnal Inovasi Pembelajaran Karakter (JIPK)*, 4(4), 1–7.
- Ying, C. L., Osman, S., Kurniati, D., Masykuri, E. S., Kumar, J. A., & Hanri, C. (2020). Difficulties that students face when learning algebraic problem-solving. *Universal Journal of Educational Research*, 8(11), 5405–5413. https://doi.org/10.13189/ujer.2020.081143