

Pemodelan Matematis Kolaboratif Siswa SMP pada Materi Fungsi Linier

Rizky Maulana Hamid^{1*}, Abdul Haris Rosyidi¹

¹Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Surabaya, Surabaya, Indonesia

DOI: <https://doi.org/10.26740/mathedunesa.v14n2.p515-539>

Article History:

Received: 15 August 2024

Revised: 2 February 2025

Accepted: 8 March 2025

Published: 26 April 2025

Keywords:

Mathematical modelling, collaborative, linear function

*Corresponding author:

Rizkymaulana.21026@math.unesa.ac.id

Abstract: Mathematical modelling plays an important role in developing students' problem-solving skills and addressing real-world contexts. Due to the complex nature of mathematical modelling, working collaboratively plays an important role. Working collaboratively is also able to provide better results than working individually. This study is descriptive qualitative research that aims to describe the collaborative mathematical modelling process of junior high school students on linear function material. The subjects of this study were 3 groups where the first group used a linear function model and did two modelling cycles, the second group used a linear function model and did one modelling cycle, and the third group used a division and mean value model. Students are able to identify problems until assumptions are made. Based on these assumptions, students can carry out further stages of modelling collaboratively until the validation stage. However, some groups still experienced errors in identifying the problem so that the assumptions did not match the context of the problem which caused one group to do two cycles of mathematical modelling. Students who are active in mathematical modelling are high and middle ability students, while low ability students are less active in following the mathematical modelling sequence.

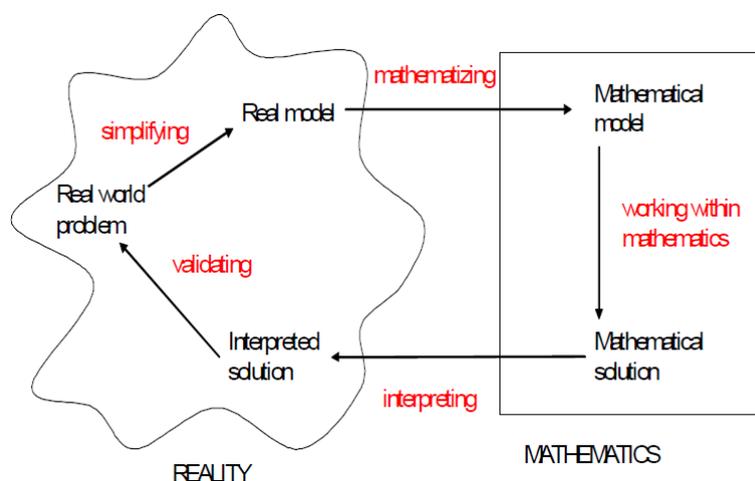
PENDAHULUAN

Pemodelan matematis, baik di kehidupan secara umum maupun di sekolah, digunakan untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan rumit, abstrak, dan berdasarkan pada situasi nyata (Garfunkel dan Montgomery, 2019). Pemodelan matematis memungkinkan siswa untuk memahami fenomena di sekitarnya dengan cara yang spesifik untuk mengembangkan kemampuan pemecahan masalah (Winter, 1995). Model matematika dirumuskan dengan harapan dapat menjelaskan situasi kompleks yang sedang diamati atau sedang menjadi permasalahan (Ndi, 2022). Pemodelan matematis membantu siswa memahami dunia dengan lebih baik dengan melatih siswa berpikir kritis dalam menghadapi permasalahan yang sedang mereka hadapi (Hartono dan Karnasih, 2017).

Pemodelan matematis juga menjadi salah satu elemen proses dalam kurikulum merdeka. Disebutkan dalam Peraturan Menteri nomor 033. H (2022) mengenai elemen proses dalam mata pelajaran matematika yang berisi “representasi matematis terkait dengan proses membuat dan menggunakan simbol, tabel, diagram, atau bentuk lain untuk mengomunikasikan gagasan dan pemodelan matematis”.

Pemodelan matematis sendiri diartikan sebagai proses merepresentasikan permasalahan di dunia nyata ke dalam bentuk matematika untuk dicari solusinya (Garfunkel, S., & Montgomery, 2019; Ndi, 2022; CCSSI, 2010). Penyelesaian masalah

menggunakan pemodelan matematis melibatkan tahapan, yang menurut Maaß (2006) digambarkan sebagai tahapan siklis atau sebuah siklus yang dapat berulang. Tahapan pemodelan matematis menurut Maaß (2006) terdiri dari lima tahapan, yang diantaranya adalah: (1) *simplify problem*, (2) *mathematizing*, (3) *working within mathematics*, (4) *interpreting*, dan (5) *validating*. Pada tahapan *simplify problem* masalah dalam konteks dunia nyata disederhanakan dengan memilah informasi penting yang diketahui pada soal hingga munculnya asumsi tertentu yang mempengaruhi dan juga membantu proses penemuan solusi. Tahapan *mathematizing* dinyatakan sebagai tahapan menerjemahkan masalah dari konteks dunia nyata kedalam bentuk matematika atau dikatakan sebagai model matematika dengan menghubungkan informasi yang diketahui dengan asumsi yang telah dibuat. Model matematika yang telah dirumuskan pada tahapan sebelumnya akan dicari solusinya pada tahapan *working within mathematics* dengan melakukan operasi matematika sehingga didapatkan solusi dari permasalahan. Pada tahapan *interpreting*, solusi matematis diterjemahkan sedemikian hingga hasil yang didapatkan kembali ke dalam konteks masalah dan ditentukan apakah hasil yang didapat masuk akal dalam konteks masalah yang diberikan. Pada tahapan *validating*, solusi yang didapat, juga tiap langkah pemodelan yang telah dilakukan ditinjau kembali apakah sudah diyakini kebenarannya, sehingga dapat ditentukan apakah solusi yang didapatkan cukup untuk menyelesaikan permasalahan. Secara umum, siklus tahapan pemodelan matematis oleh Maaß (2006) ditunjukkan pada gambar berikut



Gambar 1. Siklus Pemodelan Matematis oleh Maaß (2006)

Sifat pemodelan matematis yang kompleks dan beragam, pada proses pemodelan matematis menjadikan bekerja dalam tim secara kolaboratif memiliki peran penting dalam proses pemodelan ma kontekstual dunia nyata (Schönbrodt et al., 2022). Oleh sebab itu, dalam proses penyelesaian pemodelan, siswa didorong untuk menyelesaikan secara kolaboratif. Laal dan Ghodsi (2012) dalam penelitiannya juga menyimpulkan bahwa bekerja secara kolaboratif dibandingkan dengan bekerja secara individu menghasilkan hasil yang lebih baik, produktivitas yang lebih besar, membentuk hubungan yang lebih suportif dan berkomitmen, juga mengembangkan kompetensi sosial. Siswa akan dihadapkan dengan berbagai macam argumen dan pandangan yang berbeda terkait merumuskan hipotesis,

menganalisa data, dan menulis kesimpulan terhadap suatu masalah yang nantinya masing-masing individu yang bekerja secara kelompok akan saling mencari solusi untuk mengatasi perbedaan pandangan tersebut. Dijelaskan dalam Voskoglou (2021), pemodelan matematis juga merupakan bagian dari pemecahan masalah atau problem solving yang masih berkaitan dengan aktivitas manusia sehari-hari dengan merumuskan dan memecahkan permasalahan dunia nyata terkait sains dan masalah pada kehidupan sehari-hari.

Fungsi linear sering kali dimunculkan dalam permasalahan sehari-hari dengan bentuk masalah kontekstual (Maidiyah, Zubair, & Nalismadya, 2016). Dikuatkan dengan pendapat Cheng (2001) bahwa salah satu tujuan utama pembelajaran matematika adalah untuk memperoleh pengetahuan matematika dan mengembangkan proses berpikir siswa untuk mengaplikasikan pengetahuan yang mereka dapat dalam situasi dunia nyata. Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa materi fungsi linear merupakan materi yang dekat dengan pemodelan matematis karena keduanya dekat dengan permasalahan konteks dunia nyata.

Penelitian terdahulu mengenai pembelajaran materi fungsi linear menggunakan masalah kontekstual lebih efektif dan praktis (Arnilawati, Armiami, & Musdi, 2018; Rachmawati & Rusmining, 2023). Penelitian terdahulu mengenai pemodelan matematis lebih banyak yang berfokus pada kemampuan individu dalam melakukan pemodelan matematis (Kharisma, Rosyidi, 2023; Rosyidi, Fadhilah, & Hartono, 2021; Khusna & Ulfah, 2021). Penelitian oleh Shodikin et al., (2024) menunjukkan bahwa masih banyak ditemukan kegagalan siswa dalam mengkonstruksi model matematika yang dibagi menjadi tiga karakteristik diantaranya tipe *misunderstand*, tipe *misconnection*, tipe *misspeculation*, dan tipe *mislogic*. Kedua penelitian terdahulu tersebut menguatkan pendapat Schönbrodt et al., (2022), bahwa siswa didorong untuk menyelesaikan secara kolaboratif dalam proses penyelesaian masalah melalui pemodelan matematis.

Untuk menindaklanjuti fakta yang telah dipaparkan tersebut diperlukan penelitian yang membahas mengenai pemodelan matematis siswa SMP secara kolaboratif. Dengan demikian, peneliti tertarik melakukan penelitian lebih lanjut mengenai “Pemodelan Matematis Siswa SMP Secara Kolaboratif Pada Materi Fungsi Linear” yang bertujuan untuk mendeskripsikan pemodelan matematis siswa SMP secara kolaboratif pada materi fungsi linear.

METODE

Data yang didapatkan berupa hasil tes pemodelan matematis secara kolaboratif, data hasil wawancara, dan juga rekaman audio proses pemodelan matematis oleh siswa. Penelitian menggunakan pendekatan deskriptif-kualitatif yaitu penelitian yang mengumpulkan data dalam bentuk perkataan, gambar, dan bukan angka (Moleong, 2005).

Subjek penelitian dipilih melalui teknik pengambilan sampel variasi maksimal berdasarkan variasi dari ragam model matematika yang ditemukan berdasarkan jawaban siswa. Selanjutnya dari kategori tersebut dipilih subjek berdasarkan ragam model matematika yang berhasil ditemukan siswa. Dipilih kelompok yang menggunakan model matematika berbeda. Jika terdapat kelompok yang menggunakan model matematika yang

sama, dipilih berdasarkan pengamatan lapangan oleh peneliti selama dilaksanakan penelitian. Penelitian dilaksanakan kepada 40 siswa yang dibagi kedalam 10 kelompok kecil yang beranggotakan 4 siswa dalam kelompok.

Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini terdiri dari Tes Masalah Pemodelan Matematis (TMPM) dan Pedoman Wawancara. Tes Masalah Pemodelan Matematis terdiri dari satu soal terkait materi fungsi linear yang diselesaikan secara kolaboratif oleh siswa. Diberikan pertanyaan bantuan berupa langkah penyelesaian dalam mengerjakan Tes Masalah Pemodelan Matematis untuk memastikan setiap langkah pemodelan matematis oleh Maaß (2006) dimunculkan oleh siswa. Tes Masalah Pemodelan Matematis dikerjakan secara kelompok beranggotakan 3 - 4 siswa dengan kemampuan heterogen. Pembentukan kelompok dilakukan berdasarkan hasil nilai rapor dan rekomendasi dari guru kelas. TMPM dilaksanakan untuk menentukan subjek penelitian dilihat dari ragam model yang dibentuk siswa dalam menyelesaikan TMPM. Tes Masalah Pemodelan Matematis (TMPM) menggunakan permasalahan dengan materi fungsi linear. Dilakukan beberapa kali diskusi bersama dosen pembimbing untuk menyempurnakan instrumen tes masalah pemodelan matematis. Pada akhir diskusi dipilih tarif ojek online sebagai konteks yang diangkat dalam TMPM. Tarif ojek online ditentukan oleh dua faktor yaitu tarif jasa aplikasi sebagai konstanta dalam fungsi linear dan tarif perkilometer sebagai koefisien.

Wawancara dilakukan setelah subjek penelitian dipilih melalui hasil TMPM. Wawancara dilaksanakan guna mengetahui bagaimana subjek berpikir dan strategi yang dilakukan untuk menyelesaikan soal pemodelan matematis, juga untuk mengonfirmasi jawaban dan melengkapi data-data yang dibutuhkan. Wawancara dilakukan secara kelompok kepada kelompok yang terpilih sebagai subjek penelitian. Analisis data hasil Tes Masalah Pemodelan matematis (TMPM) dan analisis data hasil wawancara dan akan dianalisis berdasarkan teori dari Miles dan Huberman (1994) yang diantaranya adalah reduksi data, penyajian data dan penarikan kesimpulan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berikut disajikan tabel hasil tes masalah pemodelan matematis berdasarkan ragam model dan siklus pemodelan matematis yang dilakukan oleh siswa

Tabel 1. Hasil Tes Masalah Pemodelan Matematis

	Kelompok									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Model 1 (fungsi linear)	✓	✓					✓			✓
Model 2 (pembagian dan rata-rata)			✓	✓	✓	✓		✓	✓	
Satu siklus		✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Dua siklus	✓									

Dari 10 kelompok yang melakukan pemodelan matematis, hanya terdapat satu kelompok yang berhasil melakukan dua siklus pemodelan matematis yaitu kelompok 1. Kelompok tersebut juga menggunakan model dalam bentuk fungsi linear (model 1), sehingga kelompok 1 dipilih sebagai subjek penelitian. Kelompok lain yang mampu

menggunakan model dalam bentuk fungsi linear tetapi hanya melakukan satu siklus pemodelan matematis adalah kelompok 2, kelompok 3 dan kelompok 10, sehingga dipilih satu kelompok yaitu kelompok 2 sebagai subjek penelitian kedua. 6 kelompok yang menggunakan model matematis dalam bentuk pembagian dan rata-rata (model 2) tidak ditemukan kelompok yang melakukan lebih dari satu siklus pemodelan matematis, sehingga dipilih kelompok 3 sebagai subjek penelitian ketiga.

Kelompok Pertama

Simplify Problem

Berikut disajikan hasil dan analisis data pemodelan matematis yang telah dilakukan siswa secara kolaboratif pada kelompok pertama.

Berikut disajikan kutipan wawancara terkait tahap *simplify problem*.

- P01 : Jadi apa saja yang diketahui dari soal?
 ST101 : Tarif pengiriman dan jaraknya kak.
 SR101 : Ada juga tarif jasa aplikasi sama tarif per kilometer.
 P02 : Lalu apa yang ditanyakan atau apa yang ingin dicari dari permasalahan?
 SR102 : Ada dua kak, tarif untuk pengiriman jarak 23 km dan tarif untuk pengiriman dengan jarak x km.
 P03 : Bagaimana kalian memahami informasi di soal sampai memahami apa yang ditanyakan pada soal? Apakah kalian memahami satu persatu anggota atau bagaimana?
 SR103 : Kami tadi diskusi sih kak, yang diketahui di soal apa aja dan yang ditanyakan di soal apa aja.
 P04 : Diskusi seperti apa yang kalian lakukan untuk mencari informasi di soal?
 SS104 : Ya pertama kami baca soal bareng-bareng, kemudian saling menambahkan saja kak informasi apa saja yang ada di soal. Tadi saya kurang paham fungsinya tarif jasa aplikasi dan jasa perkilometer di soal itu buat apa, tapi sudah ditambahi sama (ST1)
 P05 : Setelah kalian berdiskusi mengenai masalah yang diberikan, bisa diceritakan apa yang selanjutnya kalian lakukan.
 ST105 : Kami melihat tarif dengan jarak 10 km dan 7 km kak, kami mendapatkan ada selisih tarif Rp6.000 dengan selisih jarak 3 km. Dari selisih tersebut kami akhirnya menduga kalau tarifnya itu kelipatan Rp2.000 tiap kilometer.
 P06 : Untuk dapat dugaan tersebut apa yang kalian lakukan? Berdiskusi atau ada yang mengusulkan?
 ST106 : Sebenarnya usulan dari saya kak, sudah saya tanyakan ke teman-teman yang lain dan yang lain juga setuju?
 P07 : Kenapa yang lainnya setuju?
 SS107 : Ya karena menurut kami juga masuk akal kak, kan di soal juga ada tarif tiap kilo dan lewat selisih tadi bisa menentukan kelipatan tarifnya, jadi kami setuju pakai cara itu.

Langkah 1

Tuliskan kembali informasi yang diketahui pada soal!

Jarak	Biaya
10 km	Rp 24.000
7 km	Rp 16.000
15 km	Rp 34.000

ID 1

Langkah 2

Diskusikan dengan kelompokmu konsep matematika atau strategi apa yang kalian butuhkan untuk menjawab soal!

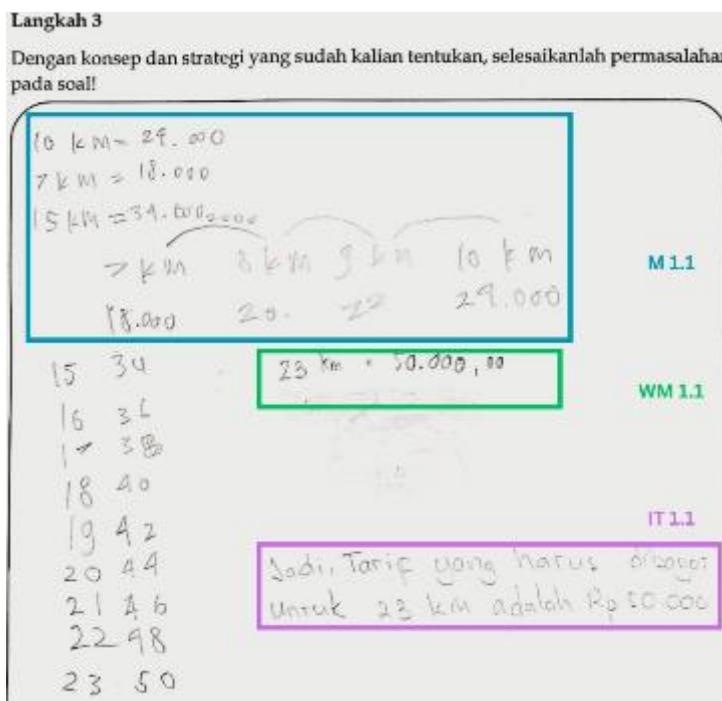
semakin bertambahnya jarak (+1km) biaya bertambah Rp.2.000

A 1.1

Gambar 1. Hasil Tes Masalah Pemodelan Matematis Kelompok Satu Tahap *Simplify Problem*

Siswa mampu mengidentifikasi dan menuliskan kembali informasi yang diketahui pada permasalahan yang diberikan berupa tarif dengan pengiriman dalam jarak 7 km, 10 km dan 15 km (Gambar 1 ID 1, S_{T1}01, S_{R1}01). Setelah siswa melakukan diskusi mengenai identifikasi masalah, siswa dengan kemampuan matematika yang tinggi (S_{T1}) menemukan adanya selisih dari tarif untuk pengiriman 10 km dan 7 km yaitu sebesar Rp6.000 dengan selisih jarak 3 km. Berdasarkan selisih tersebut siswa membuat suatu dugaan bahwa ada penambahan tarif sebesar Rp2.000 untuk tiap penambahan jarak (Gambar 1 A 1.1, S_{T1}05, S_{T1}02). Ide tersebut kemudian didiskusikan dengan anggota kelompok yang lain hingga munculnya kesepakatan dan diterima oleh anggota yang lain (S_{T1}06, S_{S1}07).

Mathematizing



Gambar 2. Hasil Tes Masalah Pemodelan Matematis Tahap *Mathematizing*, *Working within Mathematics*, dan *Interpreting*

Berikut disajikan kutipan wawancara terkait tahap *mathematizing*.

- P08 : Setelah kalian melakukan diskusi dari permasalahan yang diberikan, kemudian memunculkan dugaan bisa diceritakan bagaimana langkah selanjutnya?
- S_{T1}08 : Jadi kan kami sudah buat dugaan dari selisih tarifnya kak, sebesar Rp2.000, akhirnya pakai kelipatan dari tarif tersebut (Rp2.000) sampai nanti ketemu yang ditanyakan di soal (tarif untuk pengiriman 23 km).
- P09 : Terus anggota yang lain gimana? Setuju dengan cara tersebut?
- S_{S1}09 : Semuanya setuju kak, soalnya caranya paling simpel dan mudah.
- S_{T1}09 : Iya kak, jadi lebih pasti juga buat dapat tarif untuk 23 km. Memang nulisnya banyak, tapi hasilnya lebih pasti.

Siswa mampu menentukan konsep matematika yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yaitu menggunakan konsep nilai kelipatan berdasarkan penambahan tarif Rp2.000 untuk tiap penambahan 1 km jarak (Gambar 2 M 1.1, S_{T1}08). Penentuan konsep nilai kelipatan didasari oleh ide siswa dengan kemampuan tinggi (S_{T1}) dan juga berdasarkan asumsi yang telah disepakati oleh tiap anggota kelompok.

Siswa juga berhasil membuat model matematika berdasarkan konsep yang telah disepakati dalam kelompok yaitu menggunakan konsep nilai kelipatan (Gambar 2 M 1.1). Pembuatan model matematika didominasi oleh siswa dengan kemampuan matematika yang tinggi berdasarkan asumsi dan juga konsep matematika yang telah ditentukan (Gambar 2 M 1.1, S_{T108}, S_{S109}, S_{T109}).

Working within Mathematics

Berikut disajikan kutipan wawancara terkait tahap *working within mathematics*.

P10 : Kalian pakai kelipatan dari tarif tadi ya, terus hasil yang kalian dapat bagaimana?

S_{S110} : Jadi dari kelipatan tadi kami hitung manual kak, terus kami dapat untuk jarak 23 km tarifnya Rp50.000.

S_{T110} : Tapi awalnya kami bingung kak buat jawab pertanyaan untuk jarak x km. Jadi untuk sementara kami skip dulu kak ke langkah selanjutnya.

P11 : Kira-kira kebingungan karena apa?

S_{T111} : Masih bingung jarak dalam x itu gimana kak, kan kalau 23 km bisa dicari, nah yang x ini kami bingung.

Siswa mencari tarif untuk jarak pengiriman 23 km dengan menambahkan tarif pada jarak 15 km yang telah diketahui pada permasalahan dengan Rp2.000 untuk tiap km hingga didapatkan tarif untuk pengiriman dengan jarak 23 km. Siswa mendapatkan bahwa tarif untuk pengiriman dengan jarak 23 km adalah sebesar Rp50.000 (Gambar 2 WM 1.1, S_{S111}). Pada proses penyelesaian menggunakan matematika ini siswa belum menyelesaikan permasalahan yang lain yaitu pengiriman dengan jarak x km. Siswa beralasan bahwa mereka mengalami kebingungan dalam mencari tarif untuk jarak x km (S_{T111}).

Interpreting

Berikut disajikan kutipan wawancara terkait tahap *interpreting*.

P12 : Kalian kan sudah menghitung pakai kelipatan terus kesimpulan apa yang kalian dapat?

S_{S112} : Dari hasil hitung kan didapat 23 km itu Rp50.000 ya kak, jadi jika kita mau mengirim paket yang jaraknya 23 km, berarti biaya atau tarif yang harus dibayar itu Rp50.000.

P13 : Untuk kesimpulan ini kalian mendapatkannya bagaimana, kok bisa menyimpulkan?

S_{T113} : Ya karena yang diminta di soal itu tarif untuk 23 km dan kami sudah menghitung dan dapat Rp50.000, jadi kami rasa sudah menjawab soal yang diberikan.

S_{R113} : Terus masih masuk akal juga kak, kan untuk jarak 10 km tarifnya Rp24.000, dan kalau 23 km kan jaraknya sekitar 2 kali dari 10 km jadi tarifnya juga sekitar 2 kali dari tarif jarak 10 km.

Siswa dapat menginterpretasikan kembali hasil yang mereka dapat ke dalam konteks dunia nyata (Gambar 2 IT 1.1, S_{S112}, dan S_{T113}). Siswa menginterpretasikan hasil yang mereka dapat dalam bentuk kesimpulan dan generalisasi. Siswa mendapatkan kesimpulan bahwa tarif yang harus dibayarkan untuk pengiriman dengan jarak 23 km adalah sebesar Rp50.000. Siswa juga dapat menyatakan bahwa hasil yang mereka dapat masuk akal untuk menyelesaikan masalah dengan membandingkannya terhadap informasi yang diketahui pada permasalahan yang diberikan (S_{R113}).

Validating

Berikut disajikan kutipan wawancara terkait tahap *validating*.

P14 : Bagaimana kalian memastikan jawaban kalian benar?

S_{T114} : Dari kelipatan tadi kami cobakan ke tarif yang sudah diketahui kak (tarif untuk 7 km dan 10 km), ternyata sesuai, dan jika kelipatannya diteruskan hasilnya juga sama seperti yang kami dapat.

S_{S114} : Tapi di sini saya melihat ada yang kurang sesuai kak, kalau pakai kelipatan harusnya tarif untuk pengiriman jarak 1 km Rp2.000, tapi kalau dari tarif 7 km saya kurangkan dengan Rp2.000 sebanyak 7 kali didapat

tarifnya Rp6.000 bukan Rp2.000. Disitu saya baru kepikiran dan baru ingat kalau ada tarif jasa aplikasi kak, kalau di penyelesaian sebelumnya kami belum pakai tarif jasa aplikasi.

P15 : Jadi di penyelesaian sebelumnya kalian belum mencantumkan tarif jasa aplikasi ya, terus pendapat yang lain bagaimana?

SR15 : Sebenarnya saya agak bingung kak. Tapi setelah dijelaskan dan diskusi akhirnya saya bisa nyambung dan memang ada selisih. Tadi mungkin kami kesulitan jawab soal untuk jarak pengiriman x kilometer karena ini kak.

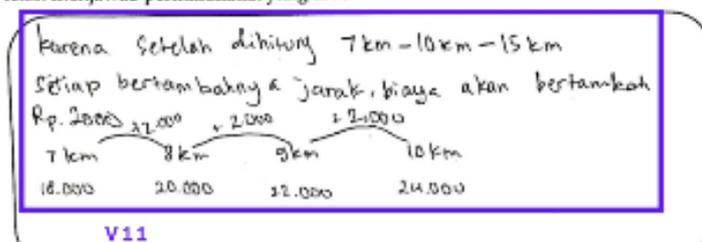
P16 : Terus langkah selanjutnya yang kalian lakukan apa?

SS16 : Kami coba cari penyelesaian lain kak, tapi sekarang coba pakai tarif jasa aplikasi.

ST16 : Iya kak, kan tadi juga yang masalah tarif untuk jarak x km belum dijawab, jadi kami sepakat cari penyelesaian lainnya.

Langkah 4

Bagaimana kalian memastikan bahwa jawaban yang kalian temukan sudah benar dan telah menjawab permasalahan yang diberikan?



Gambar 3. Hasil Tes Masalah Pemodelan Matematis Tahap Validating

Siswa dapat melakukan validasi dengan memeriksa jawaban yang mereka dapat terhadap informasi yang diberikan pada permasalahan (Gambar 3, SR13, SS14). Siswa menguji model matematika yang mereka gunakan untuk menyelesaikan masalah terkait tarif pengiriman 7 km dan 10 km (ST14). Siswa menguji hasil yang mereka dapatkan dengan melakukan substitusi tarif pengiriman 7 km dan 10 km. Siswa menemukan adanya ketidaksesuaian dari asumsi yang mereka buat. Melalui perhitungan, siswa menemukan tarif untuk pengiriman dengan jarak 1 km adalah Rp6.000, sedangkan berdasarkan asumsi yang mereka buat di awal proses pemodelan matematis seharusnya tarif untuk jarak pengiriman 1 km adalah Rp2.000 (SS14). Melalui proses validasi, Siswa SS1 menemukan ada informasi yang belum mereka gunakan untuk menyelesaikan permasalahan yaitu informasi mengenai tarif jasa aplikasi (ST14). Berdasarkan ketidaksesuaian tersebut, tiap anggota dalam kelompok menyepakati bahwa mungkin bisa ditemukan penyelesaian lain (SS14, SR15, SS16). Ide untuk melakukan perhitungan Kembali didasari oleh pemikiran siswa dengan kemampuan sedang yang kemudian disepakati oleh siswa yang lainnya (SS16).

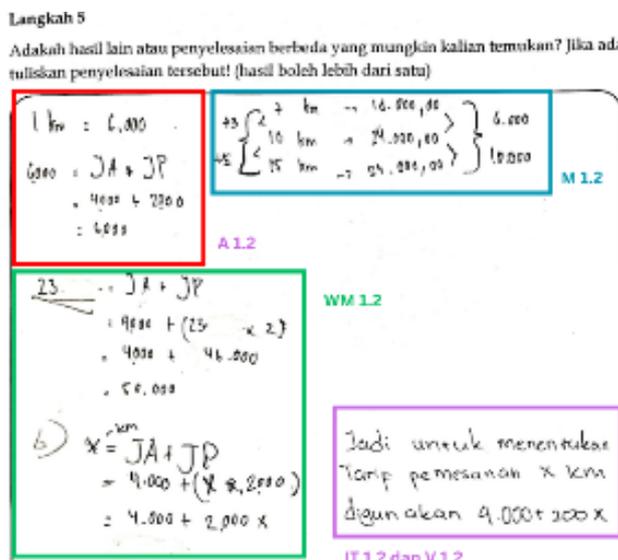
Simplify Problem (Siklus Kedua)

Berikut ini kutipan wawancara terkait tahap *simplify problem*.

P17 : Jadi kalian menentukan untuk mencari penyelesaian yang lain, bisa diceritakan bagaimana prosesnya?

SS17 : Jadi dari perbedaan tarif yang kami temukan tadi kami kurangkan (Rp6.000 – Rp2.000) dan ketemu Rp4.000. Di sini kami juga coba lihat ke tarif yang diketahui, untuk tarif 10 km jika tiap kilometer kelipatan Rp2.000 kan harusnya Rp20.000, tapi ini malah Rp24.000. Sama juga tarif 7 km harusnya Rp14.000, tapi diketahui Rp18.000, jadi kami dapat tiap tarif ada selisih Rp4.000. Disitu kami menduga kalau Rp4.000 itu biaya jasa aplikasi yang tadi belum kami masukkan.

ST17 : Disitu kami menduga kalau Rp4.000 itu biaya jasa aplikasi yang tadi belum kami masukkan. Jadi sekarang selain ada kelipatan tarif tadi atau tarif per kilometer Rp2.000, ada juga tarif jasa aplikasi sebesar Rp4.000.



Gambar 4. Hasil Tes Masalah Pemodelan Matematis Siklus Kedua Kelompok Pertama

Siswa mampu mengidentifikasi informasi apa yang tidak mereka gunakan pada siklus pertama pemodelan matematis yang mereka lakukan yaitu informasi mengenai tarif jasa aplikasi (S_{S17} , S_{T17}). Siswa dapat merumuskan asumsi baru berdasarkan informasi yang diberikan setelah melakukan tahapan validasi (S_{S17}). Asumsi dirumuskan berdasarkan penemuan siswa terhadap perbedaan tarif untuk pengiriman jarak 1 km. Siswa S_{T1} awalnya mengalami kebingungan dengan penambahan informasi mengenai adanya tarif jasa aplikasi tapi S_{S1} menjelaskan temuannya mengenai adanya perbedaan tarif sebesar Rp4.000 dan menduga jika tarif tersebut adalah tarif jasa aplikasi. S_{S1} juga memastikan dugaan yang mereka buat dengan asumsi sebelumnya dan informasi awal pada permasalahan sehingga didapatkan bahwa jika hanya menggunakan konsep kelipatan tarif Rp2.000, maka tarif untuk jarak 10 km adalah Rp20.000 dan tarif untuk 7 km adalah Rp14.000, namun informasi yang diketahui memiliki selisih sebesar Rp4.000 untuk kedua jarak tersebut, maka siswa yakin dengan dugaan mereka mengenai tarif jasa aplikasi sebesar Rp4.000 (Gambar 4 A 1.2, S_{S18} , S_{T18}).

Mathematizing (Siklus kedua)

Berikut disajikan kutipan wawancara terkait tahap *mathematizing*.

- P18 : Setelah kalian membuat dugaan baru, sekarang strategi apa yang kalian lakukan untuk menyelesaikan permasalahan?
- S_{S18} : Jadi dari informasi yang diketahui ada tarif jasa aplikasi dan tarif per kilometer. Berarti tiap pesanan dua tarif tadi ditambahkan kak, jadi disini kami menambahkan tarif jasa aplikasi dengan tarif per kilometer.
- S_{R18} : Contohnya yang pengiriman jarak 1 km tarifnya kan jumlah dari jasa aplikasi Rp4.000 sama tarif per kilometer Rp2.000 jadi ketemu Rp6.000.
- P19 : Kenapa kalian kepikirannya cara itu?
- S_{T19} : Soalnya yang diketahui di soal tarif yang harus dibayarkan terdiri dari tarif jasa aplikasi dan tarif per kilometer, jadi ya kami tambahkan.
- S_{R19} : Waktu pengerjaan karena (S_{S1}) yang usul, jadi penulisannya saya kasih ke (S_{S1}) sama (S_{T1}), saya nanti bagian bantu pake kalkulator.

Siswa menentukan konsep atau strategi yang akan mereka gunakan dalam menyelesaikan permasalahan yang diberikan yaitu dengan menambahkan tarif jasa aplikasi sebesar Rp4.000 dan tarif per kilometer sebesar Rp2.000 tiap kilometer (S_{S18} , S_{T18} , S_{R19}).

Siswa dapat membuat model matematika berdasarkan asumsi baru yang mereka buat juga pemahaman siswa terhadap permasalahan (Gambar 4 M 1.2, S_{S1}18, S_{T1}19).

Working within Mathematics (Siklus Kedua)

Berikut disajikan kutipan wawancara terkait tahap *working within mathematics*.

- P20 : Setelah kalian menentukan pakai cara apa untuk menyelesaikan permasalahan, selanjutnya bisa diceritakan apa yang kalian lakukan?
- S_{S1}20 : Kami coba cari jawabannya kak, kan tadi untuk 23 km sudah tau tarifnya, sekarang kita pake cara baru buat cari tarif untuk 23 km. karena tadi sudah ada perkiraan tarif jasa aplikasi Rp4.000 dan tarif perkilometer Rp4.000, kami jumlahkan kak, dan karena yang ditanya untuk 23 km, jadi kami kalikan 23 km sama tarif per kilometernya, ketemu Rp46.000. dari situ kami tambahkan sama tarif jasa aplikasi Rp4.000, ketemu hasilnya Rp50.000.
- S_{T1}20 : Untuk permasalahan kedua ini kami agak bingung gimana pake nilai x -nya kak, terus saya inget materi aljabar kalau x kan belum diketahui, dan lihat cara mengerjakan yang tarif untuk 23 km saya jadi kepikiran untuk ganti 23 km ke x , jadi kami dapat $4.000+2.000 \times x$. Dari aljabar kan bisa dituliskan $4.000+2.000x$, tapi x -nya tidak diketahui. Nah x ini nanti bisa diganti berapapun. Dan setelah saya masukkan nilai x kayanya jadi bentuk fungsi kak.
- P21 : Waktu pengerjaan ada pembagian tugasnya gak?
- S_{R1}21 : Saya bagian bantu kalkulatornya kak buat cari hasil kalinya.

Siswa tidak lagi menggunakan kelipatan untuk menemukan jawaban tetapi menambahkan informasi mengenai tarif jasa aplikasi (Gambar 4 WM 1.2, S_{S1}20, S_{T1}20). Untuk mencari tarif pengiriman dengan jarak 23 km, siswa mengalikan Rp 2.000 dengan 23 sebagai tarif perkilometer dan ditambah dengan Rp 4.000 sebagai tarif jasa aplikasi, sehingga didapatkan bahwa tarif untuk pengiriman dengan jarak 23 km adalah Rp 50.000 (Gambar 4, S_{S1}20). S_{T1} mengalikan Rp 2.000 dengan x dan ditambahkan dengan tarif jasa aplikasi sebesar Rp 4.000, sehingga siswa menemukan bahwa tarif untuk pengiriman sejauh x km adalah $4.000 + 2.000 x$ (Gambar 4 WM 1.2, S_{T1}21).

Siswa dengan kemampuan matematika sedang (S_{S1}) mendominasi proses perhitungan karena memiliki usulan dan ide untuk menemukan penyelesaian lain (S_{S1}21, S_{R1}21, S_{T1}21). Dalam melakukan perhitungan, siswa dengan kemampuan sedang dibantu dengan siswa dengan kemampuan tinggi (S_{T1}) untuk menentukan tarif pengiriman dengan jarak x km, sedangkan anggota dengan kemampuan matematika yang rendah (S_{R1}) membantu dalam pengoperasian kalkulator untuk memudahkan kelompok dalam melakukan perhitungan (S_{R1}20, S_{S1}21, S_{R1}21, S_{T1}21).

Interpreting (Siklus Kedua)

Berikut disajikan kutipan wawancara terkait tahap *interpreting*.

- P22 : Setelah kalian menghitung tadi, hasil apa yang kalian dapat?
- S_{R1}22 : Jadi kami dapat hasil, untuk pengiriman dengan jarak 23 km itu tarif yang harus dibayarkan Rp50.000, sama untuk pengiriman jarak x km itu biayanya $4.000+2.000x$.
- P23 : Maksud dari tarifnya $4.000+2.000x$ itu apa?
- S_{S1}23 : Jadi kan x itu belum diketahui jadi x bisa diganti pake jarak berapapun, misal untuk 30 km berarti x -nya diganti 30, dll. Jadi $4.000+2.000x$ ini bisa kami katakana rumus untuk cari berapa tarif pengiriman untuk berapapun jaraknya.
- P24 : Kalau kalian ngirim barang pake jasa pengiriman tadi, kira-kira kalian bisa memperkirakan gak berapa yang harus dibayar?
- S_{T1}24 : Harusnya bisa sih kak, kalau pake $4.000+2.000x$ terus x -nya kita ganti jarak yang mau dikirim nanti ketemu tarif yang harus dibayar.

Siswa dapat menginterpretasikan kembali hasil yang mereka dapat ke dalam konteks dunia nyata (Gambar 4 IT 1.2, S_{R122} , S_{S123} , S_{T124}). Siswa menginterpretasikan hasil yang mereka dapat dalam bentuk kesimpulan dan generalisasi. Siswa menunjukkan bahwa hasil dari model matematika yang mereka dapatkan dapat diaplikasikan untuk menyelesaikan permasalahan terkait tarif pengiriman paket untuk semua jarak pengiriman (S_{S123} , S_{T124}). Siswa mampu melakukan generalisasi terhadap hasil yang telah diinterpretasikan dan disesuaikan dengan konteks dan situasi pada permasalahan yang diberikan (S_{S123} , S_{T124}).

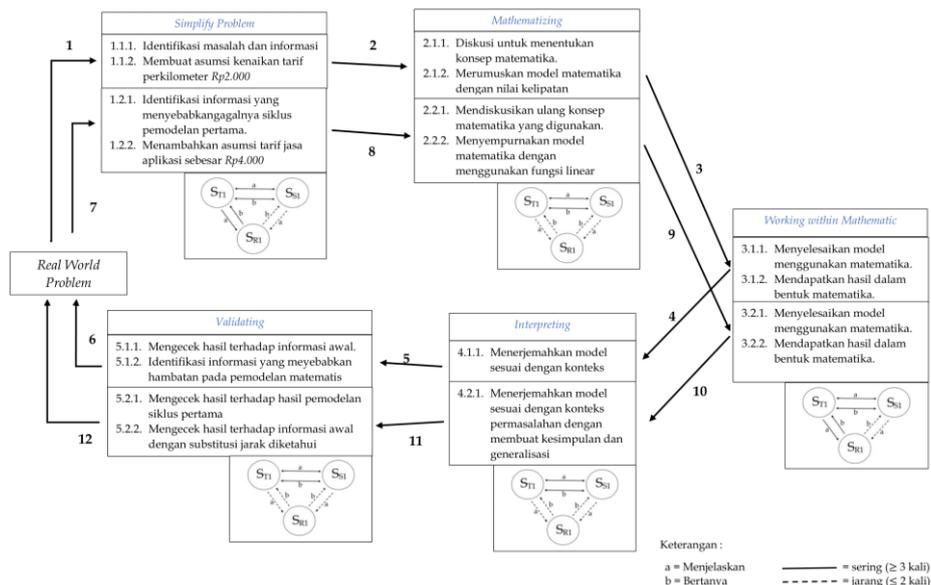
Validating (Siklus Kedua)

Berikut disajikan kutipan wawancara terkait tahap *validating*.

- P25 : Bagaimana kalian tahu kalau jawaban kalian sudah benar? Apa bedanya jawaban yang kalian dapat dari jawaban sebelumnya?
- S_{S125} : Jadi untuk yang pengiriman jarak 23 km kami bandingkan dengan jawaban sebelumnya, dan ternyata sama, jadi kami bisa bilang kalau jawaban yang kami dapat sudah benar. Untuk permasalahan mengenai jarak dalam x , kami mengganti nilai x dengan informasi yang diketahui (jarak 7 km, 10 km, dan 15) dan ternyata hasilnya sama. Jadi kami optimis kalau jawaban kami sudah benar.
- P26 : Adakah penyelesaian lain yang bisa kalian dapatkan?
- S_{T126} : Sementara kami belum kepikiran lagi kak, soalnya menurut kami hasil yang kami dapat sudah menjawab permasalahan. Jadi menurut kami ya cukup sampai cara kedua ini kak.

Siswa menemukan bahwa jawaban untuk pengiriman dengan jarak 23 km dari pemodelan matematis siklus kedua ini telah sesuai dengan jawaban yang ditemukan pada siklus pertama. Untuk memeriksa jawaban mengenai jarak pengiriman x km, siswa mencoba mengganti nilai x dengan informasi yang diketahui yaitu jarak 15 km karena x merupakan suatu variabel dan ditemukan bahwa hasil yang mereka dapatkan telah sesuai dengan informasi yang diketahui, maka siswa juga menyatakan bahwa solusi yang mereka dapatkan telah menyelesaikan permasalahan yang diberikan (S_{S125}). Setelah melakukan siklus kedua pemodelan matematis, siswa menyatakan bahwa mereka tidak menemukan adanya penyelesaian lain (S_{T126}).

Secara umum pemodelan matematis secara kolaboratif yang dilakukan kelompok pertama disajikan dalam Gambar 5.

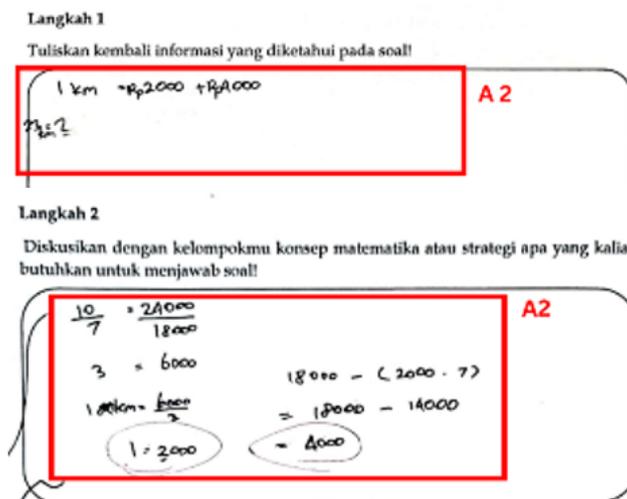


Gambar 5. Siklus Pemodelan Matematis Kelompok Pertama

Kelompok Kedua

Simplify Problem

Berikut disajikan hasil dan analisis data pemodelan matematis yang telah dilakukan siswa secara kolaboratif pada kelompok kedua.



Gambar 6. Hasil Tes Masalah Pemodelan Matematis Kelompok Kedua Tahap *Simplify Problem*

Berikut ini kutipan wawancara terkait tahap *simplify problem*.

- P01 : Bisa dijelaskan apa saja yang diketahui di soal?
 ST201 : Diketahui ini kak, informasi mengenai pengiriman barang sama jarak tempuhnya. Ada pengiriman jarak 7 km biayanya Rp18.000, 10 km biayanya Rp24.000, sama 15 km biayanya Rp34.000.
 SS2b01 : Biayanya itu didapat dari tarif per kilometer sama jasa aplikasi kak.
 SS2b01 : Ada dua yang ditanyakan kak, satunya cari tarif pengiriman untuk 23 km, satunya untuk jarak pengiriman x km.
 P02 : Dalam memahami informasi di permasalahan sama yang ditanyakan kelompok kalian melakukan diskusi atau tidak?
 SS2b02 : Kami baca bareng-bareng kak, belum ada diskusi waktu baca soal.
 P03 : Sudah pasti tiap anggotanya paham? Kamu sudah paham? (peneliti bertanya pada anggota dengan kode SR2)
 SR203 : *Siswa dengan kode SR2 hanya diam tidak menjawab pertanyaan peneliti.
 ST203 : Dia tadi gak ikut diskusi kak, malah main sendiri. Sudah saya tanya juga gak jawab.
 P04 : Oke berarti belum didiskusikan ya tadi permasalahannya. Sekarang setelah kalian tau informasi di soal, bisa diceritakan apa langkah selanjutnya yang kalian lakukan?
 ST204 : Jadi (SS21) menyarankan untuk mengurangi tarif dan jarak dari pengiriman 7 km dan 10 km, terus Rp24.000 dikurangi Rp18.000 ketemu Rp6.000. Rp6.000 dibagi 3 km didapat Rp2.000. Terus kami bingung kenapa 7 km dikali Rp2.000 bukan Rp18.000, nah (SS32) mengingatkan kalau ada jasa aplikasi, jadi ada dugaan kalau jasa aplikasinya Rp4.000, kami coba kalikan 10 km sama Rp2.000 juga, hasilnya Rp20.000, belum sesuai sama informasi di soal dan selisihnya Rp4.000. Jadi kami mengira kalau jasa aplikasinya Rp4.000 dan jasa per kilometer Rp2.000.

Siswa dapat mengidentifikasi permasalahan yang diberikan dan mengidentifikasi informasi yang diketahui pada soal berupa beberapa jarak suatu pengiriman barang beserta tarif untuk tiap jarak yang diketahui tersebut (ST201). Siswa juga dapat mengidentifikasi apa yang diminta pada permasalahan yang diberikan yaitu mencari tarif untuk pengiriman dengan jarak 23 km dan pengiriman dengan jarak x km (SS2b01). Meskipun siswa tidak menuliskan lagi informasi tersebut pada lembar kerja yang diberikan, tetapi siswa mampu menjelaskan informasi tersebut menggunakan bahasa mereka sendiri pada saat dilakukan wawancara (ST201, SS2b01). Dalam melakukan identifikasi masalah, siswa tidak melakukan

diskusi dan cenderung memahami masalah secara individu, sehingga siswa dengan kemampuan matematika yang rendah tidak memahami masalah yang diberikan (SR205). Siswa dengan kemampuan matematika yang tinggi mencoba untuk bertanya kepada teman yang belum memahami permasalahan, tetapi siswa tersebut (SR2) tidak merespon dan cenderung pasif saat kegiatan diskusi berlangsung

Proses perumusan asumsi diawali oleh ide siswa dengan kemampuan tinggi (ST2) dengan membagi biaya pengiriman dengan jarak 10 km sehingga didapatkan hasil Rp2.400 untuk tiap km. Tetapi hasil perhitungan tersebut dirasa belum sesuai karena jika dikalikan untuk mencari tarif pengiriman dengan jarak 7 km didapatkan hasil sekitar Rp16.000 dan tidak sesuai dengan informasi yang diketahui pada soal. SS2a menyarankan untuk mengurangi jarak 10 km dengan 7 km demikian pula dengan tarif pengiriman Rp24.000 dikurangi dengan Rp18.000 sehingga didapatkan bahwa dengan adanya selisih jarak 3 km terdapat selisih tarif sebesar Rp6.000 (ST206). Berdasarkan selisih tersebut muncul dugaan bahwa tarif pengiriman untuk tiap kilometer adalah sebesar Rp2.000 (ST204). Setelah muncul dugaan tersebut ST2 membandingkan dengan informasi yang diketahui pada soal dan menemukan ketidaksesuaian yaitu untuk pengiriman dengan jarak 7 km didapatkan tarif sebesar Rp14.000 bukan Rp18.000, dan untuk pengiriman dengan jarak 15 km jika dikali dengan Rp2.000 didapatkan hasil sebesar Rp30.000 bukan Rp34.000. ST2 menemukan adanya selisih sebesar Rp4.000 setelah melihat ketidaksesuaian pada hasil perhitungan yang dilakukan (Gambar 6 A 2). ST2 kemudian membuat dugaan bahwa selisih Rp4.000 tersebut adalah tarif jasa aplikasi. Berdasarkan dugaan tersebut, muncul asumsi bahwa tarif pengiriman untuk tiap kilometernya ditentukan dengan tarif pengiriman per kilometer sebesar Rp2.000 ditambah tarif jasa aplikasi sebesar Rp4.000 (Gambar 6 A 2, ST204).

Mathematization

Langkah 3

Dengan konsep dan strategi yang sudah kalian tentukan, selesaikanlah permasalahan pada soal!

A. $23 \text{ km} = (23 \cdot 2000) + 4000$
 $= 46.000 + 4000$
 $= \text{Rp } 50.000$ } biaya admin

B. $X \text{ km} = (X \cdot 2000) + 4000$
 $= X \cdot 2000 + 4000$

M2

Gambar 7. Hasil Tes Masalah Pemodelan Matematis Kelompok Kedua Tahap *Mathematization dan Working within Mathematics*

Berikut disajikan kutipan wawancara terkait tahap *mathematizing*.

- P05 : Setelah kalian buat dugaan kalau tarifnya itu Rp2.000 perkilometer dan Rp4.000 untuk jasa aplikasinya, bisa diceritakan langkah selanjutnya bagaimana?
- ST205 : Ya buat cari hasil dari masalah yang ditanyakan nanti kita kalikan jaraknya sama Rp2.000 terus ditambah Rp4.000 buat jasa aplikasinya kak.
- P06 : Berarti perhitungan kalian ini ikut ide dari (SS2a) ya kenapa akhirnya kalian semua setuju pakai cara ini?
- ST206 : Ya karena masuk akal kak, kaya tadi misalnya kalau cuma langsung saya bagi hasilnya ketemu beda-beda, tapi kalau pakai idenya (SS2a) cocok sama yang diketahui di soal.
- SS2b06 : Saya juga tadi kepikiran ada tarif jasa aplikasi jadi menurut saya ya cocok.

Siswa menetapkan konsep matematika berdasarkan asumsi yang telah dirumuskan bahwa tarif tiap pemesanan didapatkan dari tarif pengiriman per kilometer sebesar Rp2.000 dan tarif jasa aplikasi sebesar Rp4.000 ($S_{T2}06$, $S_{S2b}06$). Anggota kelompok yang lain setuju dengan penggunaan ide dan konsep matematika tersebut karena konsep tersebut sesuai dengan masalah yang diberikan, dan telah mencantumkan informasi utama berupa tarif per kilometer dan biaya jasa aplikasi ($S_{T2}06$, $S_{S2b}06$). Model matematika dirumuskan dengan menambahkan tarif per kilometer dengan tarif jasa aplikasi (Gambar 7 M 2, $S_{T2}06$). Pada perumusan model matematika ini tidak terjadi diskusi kembali karena siswa sudah menyetujui konsep matematika yang digunakan sehingga siswa yang lain cenderung sepakat dengan model matematika yang dirumuskan ($S_{T2}06$, $S_{S2b}06$).

Working within Mathematics

Berikut disajikan kutipan wawancara terkait tahap *working within mathematics*.

- P07 : Setelah tadi kalian setuju pakai ide (S_{S2a}) dengan tarif per kilometer Rp2.000 sama jasa aplikasi Rp4.000, coba jelaskan langkah selanjutnya yang kalian lakukan?
- $S_{T2}07$: Yang ditanyakan kan 23 km, jadi karena jarak per kilometer Rp2.000, jadi Rp2.000 dikalikan 23 terus ditambah Rp4.000 biaya adminnya. Jadi didapatkan hasil Rp50.000.
- $S_{S2b}07$: Terus yang b itu x dikalikan dengan Rp2.000 ditambah Rp4.000, sama kaya yang cari tarif buat 23 km, nah kan x nya belum diketahui. Misal cari tarif untuk jarak 50 km ya nanti x nya diganti sama 50 km.
- P08 : Kan x nilainya belum diketahui, jadi x itu bisa disebut apa?
- $S_{S2a}08$: Variabel bukan kak?
- P09 : Iya benar, variabel. Berarti sudah belajar materi aljabar ya, terus sudah belajar fungsi linear?
- $S_{S2a}09$: Dari setelah UTS kak, sekarang masuk SPLDV.
- P10 : Kira-kira jawabanmu untuk jarak x km itu bentuk apa?
- $S_{T2}10$: Iya, fungsi linear kak.

Untuk mencari tarif pengiriman dengan jarak 23 km, siswa mengalikan Rp2.000 dengan 23 km sebagai tarif per kilometer kemudian ditambah dengan Rp4.000 sebagai tarif jasa aplikasi, sehingga didapatkan bahwa tarif untuk pengiriman dengan jarak 23 km adalah Rp50.000 (Gambar 7 M 2, $S_{T2}07$). Dalam mencari tarif pengiriman untuk jarak x km, siswa dengan kemampuan matematika tinggi (S_{T2}) awalnya mengalami kesulitan, tetapi siswa dengan kemampuan sedang membantu dengan menyamakan nilai x dengan 23 km dan menjelaskan jika nilai x belum diketahui atau merupakan suatu variabel. Berdasarkan bantuan tersebut akhirnya untuk mencari pengiriman dengan jarak x km, kelompok kedua mengalikan Rp2.000 dengan x dan ditambahkan dengan tarif jasa aplikasi sebesar Rp4.000, sehingga siswa menemukan bahwa tarif untuk pengiriman sejauh x km adalah $Rp4.000 + Rp2.000x$ (Gambar 7 M 2, $S_{S2b}07$).

Interpreting

Berikut disajikan kutipan wawancara terkait tahap *interpreting*.

- P11 : Setelah kalian tadi ketemu hasilnya sekian, kira-kira kesimpulannya apa?
- $S_{T2}11$: Jadi tarif buat pengiriman yang jaraknya 23 km itu Rp50.000, dan tarif buat pengiriman sejauh x km itu $Rp2.000x + 4.000$, tapi x disini bebas nanti jaraknya bisa diganti-ganti.
- P12 : Kok kalian yakin dengan jawaban yang kalian dapat?
- $S_{S2b}12$: Ya soalnya jawaban kami sudah menjawab soal yang diberikan.
- P13 : Di kelompok ini ada yang sering pakai aplikasi ojek online? Mau GoSend, GoRide, GoFood terserah.
- $S_{S2b}13$: Gak pernah sih kak paling mama yang beberapa kali GoFood, tapi jarang.
- P14 : Berarti kalau pesan sendiri belum pernah ya.
- $S_{3}14$: Belum pernah kak. (*jawab semua anggota kelompok)

Siswa mampu menginterpretasikan hasil yang mereka dapat ke dalam situasi pada permasalahan yang diberikan dan yakin telah sesuai dengan konteks permasalahan yang diberikan (S_{T211} , S_{S2b1}). Siswa membuat kesimpulan bahwa tarif yang harus dibayarkan untuk pengiriman dengan jarak 23 km adalah Rp50.000 dan untuk menentukan tarif yang belum diketahui jaraknya menggunakan $Rp2.000x + Rp4.000$ (S_{T211}). Siswa juga melakukan generalisasi bahwa nilai x untuk pengiriman dengan jarak x km menunjukkan nilai yang bisa berubah karena x merupakan suatu variabel (S_{S2b07} , S_{S2a08})

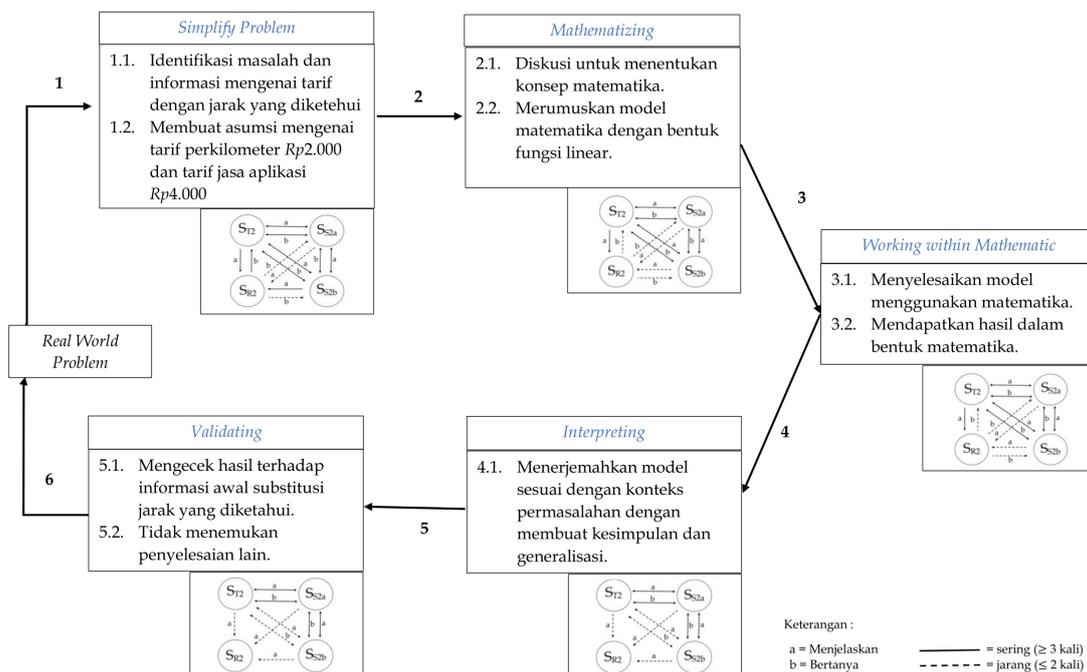
Validating

Berikut disajikan kutipan wawancara terkait tahap *validating*.

- P15 : Bagaimana kalian memastikan jawaban kalian benar?
- S_{S2a15} : Soalnya ya jawaban kami tadi kami coba buat ganti nilai x pakai 10, hasilnya juga sama kaya yang di soal kak, jadi ya kami yakin kalau sudah benar.
- S_{S2b15} : Terus kan yang ditebali di soal ada jasa aplikasi sama jarak per kilometer, waktu mengerjakan juga sudah pakai keduanya, jadi menurut kami sudah sesuai kak.
- P16 : Kalian sempat kepikiran ada cara lain gak buat menyelesaikan permasalahan?
- S_{T216} : Kayanya gaada kak.
- P17 : Sudah didiskusikan.
- S_{T217} : Belum ada yang kepikiran lagi kak, makanya kami tulis tidak ada.

Siswa menguji hasil yang mereka dapat dengan informasi mengenai tarif pengiriman dengan jarak 10 km dengan mengganti nilai x dengan 10 dan melihat apakah hasil yang mereka dapatkan sesuai (S_{S2a15}). Siswa menyimpulkan bahwa hasil yang mereka dapatkan telah sesuai dengan informasi awal yang diketahui. Siswa juga memberikan argumen bahwa dalam melakukan perhitungan, mereka telah mencantumkan dua informasi penting yaitu tarif pengiriman tiap kilometer dan tarif jasa aplikasi, sehingga siswa kelompok kedua yakin jawaban mereka telah sesuai dengan permasalahan yang diberikan (S_{S2b15}).

Secara umum pemodelan matematis secara kolaboratif yang dilakukan kelompok pertama dengan dua siklus pemodelan matematis disajikan dalam Gambar 8.



Gambar 8. Siklus Pemodelan Matematis Kelompok Kedua

Kelompok Tiga

Berikut disajikan hasil dan analisis data pemodelan matematis yang telah dilakukan siswa secara kolaboratif pada subjek penelitian ketiga

Simplify Problem

Berikut ini kutipan wawancara terkait tahap *simplify problem*.

P01 : Jadi apa saja yang diketahui dari soal?

S_{S3}01 : Ada aplikasi jasa pengiriman barang, diketahui riwayat pemesanan untuk jarak 7 km, 10 km, dan 15 km.

P02 : Terus ada informasi lagi gak yang diketahui?

S_{R3a}02 : Jasa aplikasi sama tarif per kilometer kak?

P03 : Nah terus yang diminta atau ingin dicari kalian tau?

S_{T3}03 : Kalau yang a itu tarif buat jarak pengantaran 23 km, kalau yang b itu tarif buat jarak x kilometer.

P04 : Dalam memahami soal ini kalian lakukan diskusi atau bagaimana?

S_{S3}04 : Kami tadi baca bareng-bareng kak soalnya.

P05 : Sudah pasti tiap anggotanya paham?

S_{R3b}05 : Saya sebenarnya kurang paham kak, tapi yang lain (anggota kelompok dengan kode ST3, SS3) sudah mulai mengerjakan jadi saya ikut aja.

P06 : Oke berarti belum didiskusikan ya tadi permasalahannya. Sekarang setelah kalian tau informasi di soal, bisa diceritakan apa langkah selanjutnya yang kalian lakukan?

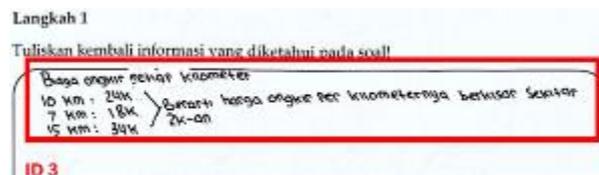
S_{T3}06 : Jadi saya kepikiran buat bagi tarifnya sama jaraknya kak, tapi ternyata hasilnya beda-beda. Yang 10 km itu jadi Rp2.400, yang 7 km itu jadi Rp2.570, sama yang jaraknya 15 km itu Rp2.260, jadi kami perkiraan kalau tarinya itu sekitar Rp2.000-an.

P07 : Nah kan temanmu ketemu kalau tarifnya sekitar Rp2.000 an, yang lain bagaimana? Apakah setuju?

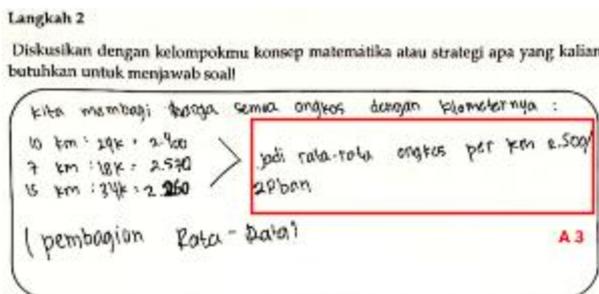
S_{R3a}07 : Jadi saya sebenarnya masih memahami soal kak, tapi (siswa dengan kode ST3) sudah mulai jawab, jadi saya ngikut saja sih kak.

P08 : Kenapa yang lain kok gak bantu temannya yang belum paham?

S_{T3}08 : Ya saya pikir biar cepet aja kak, kan waktunya 40 menit buat jawab soalnya.



Gambar 9. Hasil Tes Masalah Pemodelan Matematis Kelompok Ketiga Tahap *Simplify Problem*



Gambar 10. Hasil Tes Masalah Pemodelan Matematis Kelompok Ketiga Tahap *Simplify Problem*

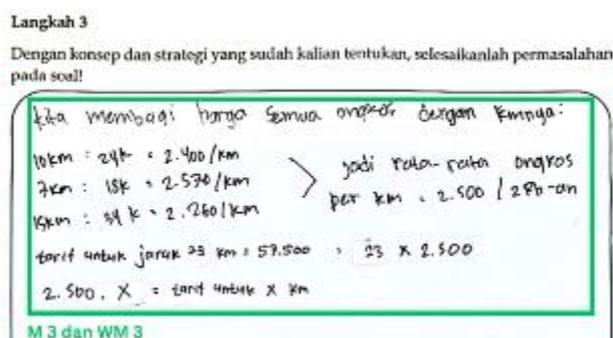
Siswa dapat mengidentifikasi bahwa dalam pengiriman ada dua tarif yang ditetapkan, yaitu tarif jasa aplikasi dan tarif jarak per kilometer (S_{R3a}02). Siswa juga mampu menunjukkan apa yang diminta dari permasalahan yang diberikan yaitu mencari tarif untuk pengiriman 23 km dan pengiriman x km (S_{T3}03). Dalam melakukan identifikasi permasalahan, siswa tidak melakukan identifikasi bersama tiap anggota kelompok (S_{S3}04). Siswa yang telah memahami permasalahan yaitu siswa dengan kemampuan matematika yang tinggi dan sedang langsung melakukan proses selanjutnya tanpa mengecek pemahaman teman dalam kelompok (S_{R3b}05). Dengan alasan tersebut, ada anggota yang

belum memahami permasalahan yang diberikan namun harus mengikuti proses selanjutnya dimana siswa yang telah memahami permasalahan membuat asumsi berdasarkan informasi yang diberikan. Siswa memunculkan asumsi dengan membagi tarif pengiriman dengan jarak dan didapatkan bahwa tarif pengiriman online tersebut sekitar Rp2.000 (Gambar 10 A 3, S_{T3}06).

Mathematization

Berikut disajikan kutipan wawancara terkait tahap *mathematizing*.

- P09 : Setelah kalian menemukan kalau tarifnya sekitar Rp2.000, bisa diceritakan selanjutnya kalian melakukan apa?
- S_{T3}09 : Kami cari rata-rata nya kak, dari Rp2.400, Rp 2.570, sama Rp 2.260 kami jumlah terus kami bagi 3, terus hasilnya kami bulatkan ke Rp2.500 biar gampang ngitungnya kak.
- P10 : Oke anggota yang lain bagaimana?
- S_{S3}10 : Setuju kak, kan di soal juga diketahui ada tarif per kilometernya.
- P11 : Tapi kan ada jasa aplikasi juga, bagaimana?
- S_{S3}11 : Menurut saya sudah jadi satu itu kak di Rp2.500, soalnya sudah dibagi dan sudah dirata-rata.
- P12 : Yang punya ide pake rata-rata berarti Karen (S_{T3}) ya.
- S_{T3}12 : Iya kak, tapi tadi sudah tanya Melly (S_{S3}), dan setuju terus teman-teman yang lain juga setuju.



Gambar 11. Hasil Tes Masalah Pemodelan Matematis Kelompok Ketiga Tahap *Mathematization* dan *Working within Mathematics*

Siswa dapat menentukan konsep matematis apa yang akan mereka gunakan untuk menyelesaikan permasalahan. Siswa mencari rata-rata dari informasi mengenai tarif yang telah dibagi dengan jarak pengiriman (Gambar 11 M 3, S_{T3}09). Dengan konsep rata-rata, siswa mendapatkan hasil yang sudah dibulatkan bahwa tarif pengiriman sebesar Rp2.500. Pembulatan terhadap tarif dimaksudkan untuk menyederhanakan variabel dan memudahkan proses perhitungan yang akan mereka lakukan. Siswa juga beranggapan bahwa hasil bagi yang ditemukan siswa telah mencakup tarif jasa aplikasi dan tarif pengiriman per kilometer karena tarif yang diketahui telah dibagi sesuai jarak dan dicari rata-rata (S_{S3}11). Aktivitas kolaboratif pada proses ini terlihat oleh dua anggota dalam kelompok (S_{S3}, S_{T3}), yaitu anggota yang telah memahami permasalahan yang diberikan. Setelah siswa mendapatkan nilai rata-rata dari tarif pengiriman, siswa dengan kemampuan tinggi kemudian merumuskan model matematika dengan mengalikan rata-rata tarif dengan jarak yang ditanyakan (Gambar 11 M 3).

Working within Mathematics

Berikut disajikan kutipan wawancara terkait tahap *working within mathematics*.

- P13 : Setelah kalian tahu nilai rata-ratanya, bisa diceritakan bagaimana proses selanjutnya?

- S_{S3}13 : Ya jadi buat cari tarif pengiriman jarak 23 km, kami mengalikan Rp2.500 tadi dengan 23 km dan ketemu Rp57.500 kak. Nah untuk yang pengiriman jarak x kilometer kami kalikan Rp2.500 dengan x , dan karena x ini belum diketahui jadi hasilnya masih pake x .
- P14 : Kira-kira kalau kalian lihat hasil pengiriman jarak x kilometer itu kalian bisa lihat jadi bentuk apa?
- S_{T3}14 : Kayanya aljabar kak, soalnya disitu ada x -nya.
- P15 : Kan dari awal sudah Mellya sama Karen yang buat keputusan, teman-teman anggota yang lain ini bagaimana?
- S_{R3b}15 : Kami (S_{R3a}, S_{R3b}) bantu-bantu lewat kalkulator kak, kanya tadi waktu cari nilai rata-rata sama cari hasil buat 23 km itu kami bantu pake kalkulator.

Siswa mampu menemukan hasil untuk jarak 23 km dengan mengalikan rata-rata tarif dengan Rp2.500 sehingga didapatkan tarif sebesar Rp57.500 (Gambar 10, S_{S3}13). Siswa juga menemukan hasil mengenai tarif untuk pengiriman x km adalah $Rp2.500x$ (Gambar 10 WM 3, S_{S3}13). Seperti pada proses sebelumnya, dalam melakukan pemodelan matematis siswa S_{T3} dan S_{S3} saling terlibat aktif dengan saling berdiskusi dan bertukar informasi dalam menyelesaikan melakukan perhitungan.

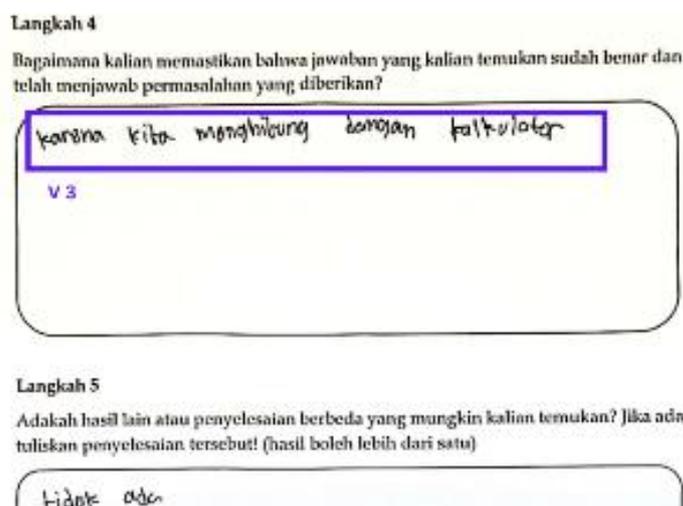
Interpreting

Berikut disajikan kutipan wawancara terkait tahap *interpreting*.

- P16 : Setelah kalian tadi menghitung, apa kesimpulan dari hasil yang kalian dapatkan?
- S_{S3}16 : Jadi tarif yang harus dikeluarkan untuk pengiriman dengan jarak 23 km itu tarif yang harus dibayarkan sebesar Rp57.500, untuk yang pengiriman dengan jarak x km, tarif yang harus dibayarkan adalah $2.500x$, karena x itu sebagai variabel jadi bisa diganti dengan jarak berapapun.
- P17 : Sudah yakin jawaban yang diminta sesuai dengan soal?
- S_{T3}17 : Sudah yakin kak, karena memang yang diminta soal seperti itu
- P18 : Kalau aku mau mengirimkan paket dengan jarak 32 km bagaimana?
- S_{R3b}18 : Ya nanti tinggal dikalikan Rp2.500 dengan 32 kak.
- P19 : Salah satu dari kalian ada yang sering pakai jasa ojek online gak?
- S₂19 : Jarang kak (jawaban semua anggota kelompok subjek 2).
- S_{R3b}19 : Kalau jasa pengiriman barang jarang banget kak, bahkan belum pernah kayanya, tapi kalau pesan makanan lumayan sering, tapi ya saya gak pesan sendiri, biasanya orang tua yang pesankan.

Setelah mendapatkan hasil perhitungan matematika, siswa mampu menjelaskan hasil yang didapat ke dalam situasi yang diminta pada permasalahan yaitu tarif untuk pengiriman sejauh 23 km adalah Rp57.500 dan tarif untuk pengiriman sejauh x km adalah $Rp2.500x$ dengan x sebagai variabel (S_{S3}16).

Validating



Gambar 12. Hasil Tes Masalah Pemodelan Matematis Kelompok Ketiga Tahap Validasi

Berikut disajikan kutipan wawancara terkait tahap *validating*.

P20 : Bagaimana kalian memastikan jawaban kalian benar?

S_{S3}20 : Kalau perhitungan kan kami pakai kalkulator kak, jadi kami yakin benar, dan menurut kami juga sudah menyelesaikan masalah jadi jawaban kami sudah sesuai.

P21 : Kalian gak mengoreksi jawaban kalian lagi?

S_{T3}21 : Ya kan tarif di awal sudah diketahui, terus kami juga hitungnya pakai kalkulator, jadi menurut kami sudah benar kak.

P22 : Kalian sempat kepikiran ada cara lain gak buat menyelesaikan permasalahan?

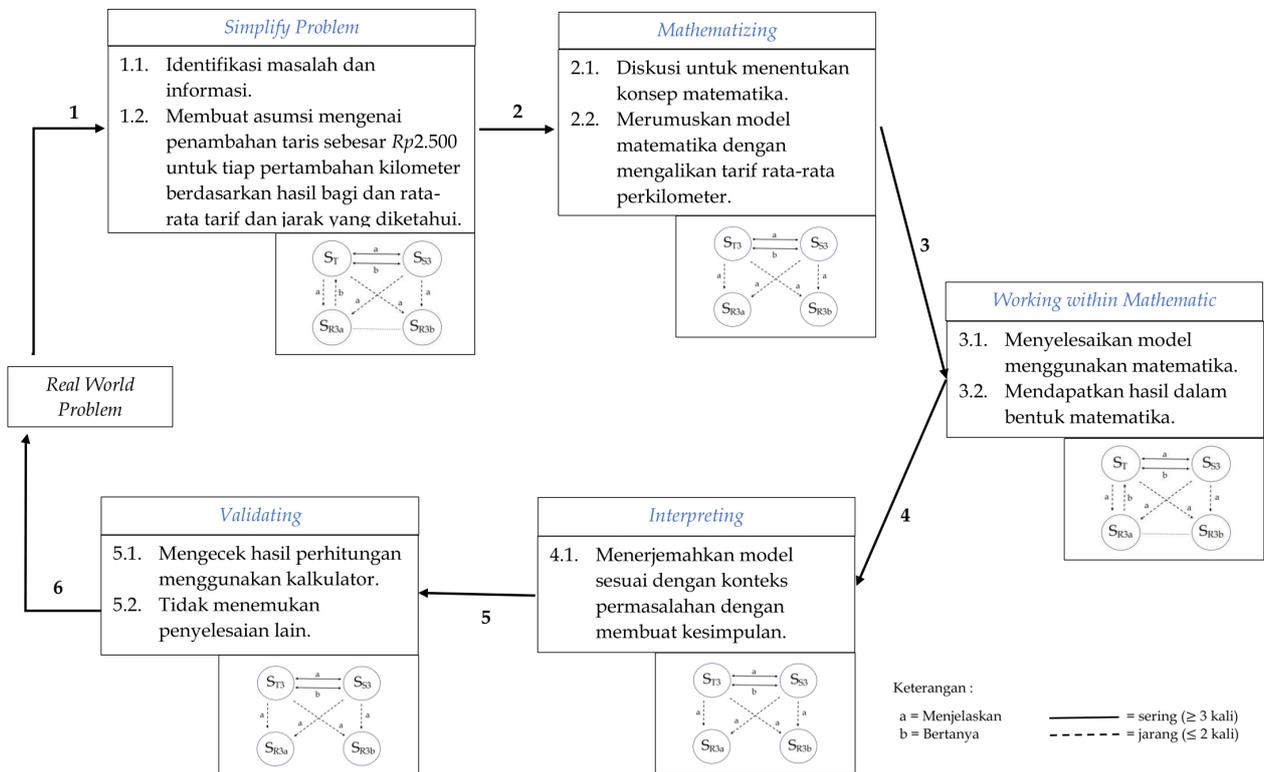
S_{R3a}22 : Belum kepikiran lagi sih kak. Tapi kayanya ada.

P23 : Berarti sudah selesai sampai di sini?

S_{R3a}23 : Iya kak, menurut kami sudah cukup.

Siswa melakukan validasi hanya terhadap hasil akhir yang mereka dapatkan. Siswa tidak melakukan pengecekan jawaban yang mereka dapatkan berdasarkan informasi yang diberikan pada soal (S_{T3}21). Siswa hanya melakukan pengecekan hasil melalui kalkulator untuk melihat apakah hasil yang didapatkan sudah benar (Gambar 12 V3, S_{S3}20). Berdasarkan pengecekan yang dilakukan siswa menggunakan kalkulator, siswa merasa jawaban yang mereka dapatkan sudah cukup untuk menyelesaikan permasalahan (S_{S3}20). Siswa dengan kemampuan tinggi juga beranggapan jika jawaban yang mereka dapatkan telah sesuai dan kemudian disepakati oleh siswa lainnya (S_{T3}21). Pada akhir proses validasi siswa tidak menemukan adanya penyelesaian lain karena siswa telah menganggap bahwa hasil yang mereka dapatkan telah menyelesaikan permasalahan setelah dilakukan pengecekan (S_{R3a}22, S_{R3a}23).

Berdasarkan analisis tiap tahapan dalam pemodelan matematis yang dilakukan subjek ketiga, secara umum pemodelan matematis secara kolaboratif yang dilakukan kelompok ketiga disajikan dalam Gambar 13.



Gambar 103. Siklus Pemodelan Matematis Kelompok Ketiga

Pembahasan

Secara umum siswa SMP dapat melakukan tiap tahapan pemodelan matematis. Siswa mampu menemukan solusi dari permasalahan yang diberikan. Berikut dibahas pemodelan matematis secara kolaboratif yang dilakukan siswa SMP pada tiap tahapannya.

Simplify Problem

Siswa SMP telah mampu mengidentifikasi permasalahan yang diberikan secara kolaboratif melalui diskusi. Hansen (2022) bahwa siswa yang telah memahami masalah yang diberikan berbagi informasi kepada siswa yang belum memahami masalah sebagai upaya dan keterlibatan bersama dengan saling memberi saran, mendengarkan satu sama lain dan menyatakan ketidaksetujuan. Siswa yang berpikir bersama akan memunculkan keterpaduan ide yang mendorong pemahaman bersama tentang masalah yang hendak diselesaikan (Martin dan Towers, 2015).

Selain dapat mengidentifikasi informasi pada permasalahan yang diberikan, siswa SMP juga dapat membuat asumsi pada tahapan *simplify problem* secara kolaboratif. Pembuatan asumsi ditujukan untuk mengatasi informasi yang hilang dalam suatu permasalahan agar dapat menyelesaikan masalah (Chang et al., 2020). Umumnya ide pembuatan asumsi didominasi siswa dengan kemampuan tinggi. Hal tersebut sesuai dengan pernyataan Safitri (2018) bahwa siswa dengan kemampuan matematika tinggi cenderung lebih cepat memunculkan ide dan menghubungkan informasi dari permasalahan. Tiap individu memiliki gambaran tentang masalah yang diberikan dan bergantung pada imajinasi visual yang berhubungan dengan pengalaman tiap individu dan fokus utama pada angka atau fakta pada permasalahan yang ingin digabungkan (Ferri, 2006). Masih ditemukan asumsi yang belum sesuai dengan konteks permasalahan, dikarenakan adanya informasi yang kurang dalam membuat dugaan. Shodikin et al., (2024), menjelaskan beberapa jenis kesalahan dalam melakukan pemodelan matematis, yang salah satunya merupakan kesalahan tipe mislogika yang terjadi karena kesalahan dalam menggunakan fakta-fakta logis. Dengan kurangnya informasi yang diberikan dalam pembuatan asumsi memungkinkan pemodelan yang dilakukan mengalami kegagalan dan tidak ditemukannya solusi (Blum, 2011). Salah satu kesalahan siswa dalam membuat asumsi adalah karena kegagalan dalam mengidentifikasi variabel-variabel yang terdapat dalam soal (Shodikin et al., 2019; Fiyah & Shodikin, 2021). Kelompok yang melakukan dua siklus pemodelan matematis dikarenakan asumsi yang dirumuskan pada siklus pertama pemodelan matematis belum lengkap. Membangun asumsi dan memperbaiki asumsi adalah poin penting dalam proses pemodelan matematis sehingga tercapai solusi yang sesuai dengan konteks masalah yang diberikan (Shimada dalam Seino et al., 2005). Pengaruh persepsi siswa yang tidak sesuai dengan kenyataan sehari-hari terhadap aktivitas pemodelan dapat menjadi suatu hambatan bagi siswa dalam melakukan pemodelan (Jankvist dan Niss, 2022). Khusna dan Ulfah (2021) menyatakan bahwa dalam membuat suatu asumsi dalam pemodelan matematis perlu keterampilan untuk melakukan transformasi dari masalah nyata ke dalam bentuk matematika secara tepat agar masalah dapat direpresentasikan secara tepat.

Pada tahapan *simplify problem* aktivitas kolaborasi melalui diskusi kelompok didominasi oleh siswa kemampuan tinggi dan sedang. Keterlibatan siswa kemampuan rendah pada tahap ini adalah sebagian besar adalah dengan bertanya mengenai maksud dari masalah yang diberikan, mengenai informasi yang diketahui dan apa yang ditanyakan. Pada tahap ini, siswa dengan kemampuan tinggi dan sedang cenderung banyak menjelaskan permasalahan untuk membantu jalannya penyelesaian dari permasalahan yang diberikan.

Mathematizing

Siswa SMP mampu menentukan konsep matematika digunakan untuk menjawab permasalahan. Dalam proses matematisasi terjadi proses menetapkan konsep dari suatu situasi ke dalam bentuk matematis (Wahyudi & Anugraheni, 2017).

Terdapat dua ragam model yang dimunculkan pada penelitian, yaitu model matematika yang menggunakan fungsi linear dan menggunakan pembagian dan rata-rata. Munculnya ragam model matematika didasari pada pemahaman yang berbeda dari setiap siswa terhadap masalah yang diberikan. Proses pembuatan model matematika dianggap krusial karena tiap siswa memiliki perspektif yang berbeda terhadap suatu masalah (Doerr, 1999). Pengetahuan awal siswa terhadap konteks tugas dan konten matematika di dalamnya mempengaruhi model yang dibuat oleh siswa (Stillman, 2000). Kelompok yang mampu merumuskan model menggunakan konsep fungsi linear memiliki asumsi yang telah sesuai dengan konteks permasalahan dan informasi yang cukup untuk membuat dugaan. Jika dalam menyusun model tidak sesuai dengan masalah yang dihadapi, maka hasil dan juga kesimpulan yang didapat oleh siswa akan salah (Khusna dan Ulfah, 2021).

Pada proses ini, pertukaran informasi banyak dilakukan oleh siswa dengan kemampuan tinggi dan siswa dengan kemampuan sedang. diskusi yang dilakukan siswa membahas seputar konsep atau materi apa yang cocok digunakan untuk menyelesaikan permasalahan. Siswa dengan kemampuan rendah pada tahapan ini juga cenderung pasif dalam melakukan diskusi mengenai pemilihan konsep dan perumusan model matematika.

Working within Mathematics

Dari dua ragam model yang dibentuk, siswa mampu melakukan perhitungan hingga menemukan solusi dalam bentuk matematika. Masih ditemukan hambatan dalam menemukan solusi sehingga salah satu kelompok memunculkan dua siklus pemodelan matematis. Kegagalan tersebut dikarenakan kurangnya informasi yang diberikan oleh siswa pada pembuatan asumsi dan perumusan model matematika sehingga berdampak pada hasil yang ditemukan. Model matematika yang tidak sesuai dengan konteks menghasilkan solusi yang memiliki konsekuensi tinggi untuk diterapkan sebagai penyelesaian masalah.

Proses perhitungan pada Tahapan ini didominasi oleh siswa dengan kemampuan tinggi karena pembuatan asumsi hingga perumusan model matematika merupakan ide dari siswa dengan kemampuan tinggi. Proses perhitungan dilakukan dengan bantuan siswa dengan kemampuan matematika sedang dan tinggi. Siswa dengan kemampuan rendah sedikit lebih aktif pada tahapan *working within mathematics* karena mereka memiliki tugas

untuk melakukan perhitungan dengan kalkulator untuk memudahkan dalam melakukan perhitungan dan hasil yang didapatkan lebih akurat.

Interpreting

Siswa dalam kelompok mampu menginterpretasikan hasil yang mereka dapatkan ke dalam situasi pada permasalahan. Proses dimana hasil matematika diinterpretasikan kembali atau didematematisasi merupakan proses yang penting untuk menyajikan hasil ke dalam konteks awal masalah yang diberikan (Sekerák, 2010). Hasil dari perhitungan yang didapatkan oleh siswa dalam bentuk matematika diterjemahkan kembali ke dalam konteks dan situasi pada permasalahan yang diberikan. Adanya diskusi dengan teman, memberikan peluang bagi siswa untuk menguji representasi hasil dan mengungkapkan kelemahan dari representasi awal (Diefes-Dux, 2013).

Pada kelompok tertentu masih ditemukan ketidaksesuaian asumsi dan juga model matematika dengan konteks pada permasalahan sehingga terjemahan hasil yang didapatkan oleh siswa belum sesuai dengan keadaan dunia nyata. Tahapan interpretasi merupakan tahapan yang penting karena hasil dalam bentuk matematika diterjemahkan kembali sesuai dengan konteks awal permasalahan, tetapi seringkali tidak dilakukan dengan kehati-hatian (Ferri, 2006). Dalam melakukan interpretasi siswa harus mampu menghubungkan antara pengetahuan matematika yang dimiliki dengan situasi yang sedang dihadapi (Hayat dan Yusuf, 2010).

Validating

Siswa SMP mampu melakukan proses validasi terhadap hasil yang ditemukan berdasarkan informasi yang diberikan. Ferri (2021), menyatakan bahwa melakukan validasi berarti membandingkan hasil yang telah diinterpretasikan dan asumsi yang telah dirumuskan pada awal proses pemodelan matematis. Munculnya dua siklus pemodelan matematis didasari karena siswa menemukan bahwa asumsi yang dirumuskan masih belum sempurna untuk menyelesaikan masalah yang diberikan. Dengan proses diskusi siswa mampu mengamati kesalahan yang mereka lakukan di awal proses pemodelan matematis beserta apa yang menjadi hambatan siswa dalam melakukan pemodelan matematis. Hal tersebut sesuai dengan pendapat dari Suh et al. (2021) bahwa pemodelan matematis dapat berulang dan memiliki kemungkinan dilakukan lebih dari satu siklus jika dirasa hasil yang didapat dari hasil pemodelan belum praktis pada masalah nyata.

Dalam melakukan validasi masih ditemukan kelompok yang hanya melakukan validasi terhadap perhitungan yang mereka dapatkan tanpa melakukan validasi terhadap informasi awal yang diberikan pada soal. Tidak dilakukan validasi lebih lanjut dari hasil yang mereka dapat terhadap informasi dan konteks yang diketahui pada soal. Alasan mengapa sebagian besar individu tidak melakukan validasi adalah kenyataan bahwa mereka kebanyakan hanya melakukan "validasi matematis batin" yang berarti bagi mereka "menghitung" model matematika dan tidak menghubungkan hasil dengan situasi dan kenyataan yang diberikan dalam situasi permasalahan (Ferri, 2006). Hal tersebut selaras dengan pernyataan Blum & Leiß (2007) bahwa siswa cenderung puas dengan solusi yang mereka dapatkan tanpa meninjau kembali terkait aspek lain yang mempengaruhi permasalahan.

KESIMPULAN DAN SARAN

Pemodelan matematis yang dilakukan siswa SMP secara kolaboratif dimungkinkan tidak hanya terjadi satu siklus, tetapi juga dapat memunculkan dua siklus pemodelan matematis. Terjadinya pengulangan siklus pemodelan matematika sebagai akibat dari kurangnya informasi yang ditambahkan siswa pada pembuatan asumsi. Dalam melakukan pemodelan matematis secara kolaboratif, siswa SMP mampu melakukan tahapan *simplify problem* dengan berdiskusi dengan tiap anggota hingga memunculkan asumsi. Siswa SMP juga mampu menentukan konsep matematika untuk menyelesaikan soal dan membentuk model matematis pada tahap *mathematizing*. Berdasarkan asumsi yang telah disepakati dalam kelompok, siswa SMP mampu melakukan perhitungan hingga didapatkan hasil matematis pada tahapan *working within mathematics*. Berdasarkan hasil matematis yang diperoleh, siswa SMP mampu melalui tahapan *interpreting* dengan menyatakan jawaban ke dalam konteks awal permasalahan. Setelah melakukan tahapan *interpreting*, siswa membandingkan jawaban dengan konteks yang diberikan pada permasalahan untuk mengukur apakah jawaban siswa sudah menyelesaikan permasalahan, sehingga dikatakan siswa telah mampu melakukan tahapan *validating*.

Proses pembuatan asumsi merupakan proses yang penting dalam melakukan pemodelan matematis karena mempengaruhi hasil yang didapat pada tahapan pemodelan matematis, sehingga dibutuhkan kajian lebih lanjut mengenai pembuatan asumsi pada pemodelan matematis kolaboratif.

Ucapan Terima Kasih

Ucapan terima kasih diberikan kepada Supriani, S.Pd, selaku Kepala SMP Labschool Unesa 2 Surabaya yang telah memberikan izin untuk melaksanakan penelitian.

DAFTAR PUSTAKA

- Arnilawati, Armia, & Musdi, E. (2018). Student Worksheet Based on Contextual Teaching and Learning in Linear Equation System Materials of Two Variables. *International Conference on Mathematics and Mathematics Education 2018*, 2(1), 215-218. Atlantis Press.
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do Students and Teachers Deal with Modelling Problems?. *Elsevier eBooks* (pp. 222-231). <https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.221>.
- Blum, W. (2011). *Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. Trends in teaching and learning of mathematical modelling: ICTMA*, 14, 15-30. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_3.
- Chang, Y. P., Krawitz, J., Schukajlow, S., & Yang, K. L. (2020). Comparing German and Taiwanese secondary school students' knowledge in solving mathematical modelling tasks requiring their assumptions. *ZDM*, 52(1), 59-72. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01090-4>.
- Cheng, A. K. (2001). Teaching mathematical modelling in Singapore schools. *The mathematics educator*, 6(1), 63-75.
- Common Core State Standards Initiative. (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. <http://www.corestandards.org/>.
- Diefes-Dux, H. A., Hjalmanson, M. A., & Zawojewski, J. S. (2013). Student team solutions to an open-ended mathematical modeling problem: Gaining insights for educational improvement. *Journal of Engineering Education*, 102(1), 179-216. <https://doi.org/10.1002/jee.20002>.
- Doerr, H. M., & Tripp, J. S. (1999). Understanding How Students Develop Mathematical Models. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(3), 231-254. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0103_3.

- Ferri, R. B. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38, 86-95. <https://doi.org/10.1007/BF02655883>.
- Ferri, R. B. (2021). Mandatory mathematical modelling in school: What do we want the teachers to know?. *International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling* 103-117. https://doi.org/10.1007/978-3-030-66996-6_9.
- Fiyah, M., & Shodikin, A. (2021). Analisis Kesalahan Siswa SMP dalam Membuat Pemodelan Matematika. *Jurnal Pendidikan Matematika (Jupitek)*, 4(1), 1-6. <https://doi.org/10.30598/jupitekvol4iss1pp1-6>.
- Garfunkel, S., & Montgomery, M. (Eds.). (2019). GAIMME –Guidelines for Assessment & Instruction in Mathematical Modeling Education. *Society for Industrial and Applied Mathematics*.
- Hansen, E. K. S. (2022). Students' agency, creative reasoning, and collaboration in mathematical problem solving. *Mathematics Education Research Journal*, 34(4), 813-834. <https://doi.org/10.1007/s13394-021-00365-y>.
- Hayat, B., & Yusuf, S. (2010). Mutu Pendidikan, Jakarta : Bumi aksara.
- Hartono, J. A., & Karnasih, I. (2017). Pentingnya pemodelan matematis dalam pembelajaran matematika. <http://digilib.unimed.ac.id/id/eprint/26931>.
- Jankvist, U. T., & Niss, M. (2020). Upper secondary school students' difficulties with mathematical modelling. *International Journal of mathematical education in science and technology*, 51(4), 467-496. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2019.1587530>.
- Kharisma, R. F. C., & Rosyidi, A. H. (2023). Proses Validasi pada Pemodelan Matematis Siswa SMP (Studi Kasus: Siswa Perempuan dan Siswa Laki-Laki). *MATHEdunesa*, 12(1), 289-312. <https://doi.org/10.26740/mathedunesa.v12n1.p289-312>.
- Khusna, H., & Ulfah, S. (2021). Kemampuan pemodelan matematis dalam menyelesaikan soal matematika kontekstual. *Mosharafa: Jurnal Pendidikan Matematika*, 10(1), 153-164.
- Laal, M., & Ghodsi, S. M. (2012). Benefits of collaborative learning. *Procedia-social and behavioral sciences*, 31, 486-490. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2011.12.091>.
- Maaß, K. (2006). "What are modelling competencies?". *ZDM Mathematics Education*, 38 (2), 113-142. <https://doi.org/10.1007/bf02655885>.
- Maidiyah, E., Zubainur, C. M., & Madya, N. (2016). The effectiveness of students' learning through the contextual approach application in one variable linear equation. *Proceedings of English Education International Conference*, 1(2), 491-494. <http://eeic.usk.ac.id/proceedings/index.php/eeic/article/view/96>.
- Martin, L., & Towers, J. (2015). Growing mathematical understanding through collective image making, collective image having, and collective property noticing. *Educational Studies in Mathematics*, 88(1), 3-18. <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9552-4>.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook*. sage.
- Ndii, M. Z. (2022). Pemodelan matematis. *Pekalongan: Nasya Expanding Management*.
- Rachmawati, L., & Rusmining (2023). Evaluating interactive e-module for contextual teaching and learning linear equation in one variable. *Bulletin of Applied Mathematics and Mathematics Education*, 3(2), 63-68. <https://dx.doi.org/10.12928/bamme.v3i2.9825>.
- Rosyidi, A. H., Fadhilah, L. F., & Hartono, S. (2021, December). Students' Mathematical modeling on PISA quantity problems of formulation category: Explicit model vs implicit model. *International Joint Conference on Science and Engineering 2021*, 409-416. Atlantis Press. <https://doi.org/10.2991/aer.k.211215.070>.
- Safitri, H.A. (2018). Profil Berpikir Siswa dalam Memecahkan Masalah HOT ditinjau dari Kemampuan Matematika. *MATHEdunesa: Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 1. 32-29. <https://doi.org/10.26740/mathedunesa.v7n1>.

- Schönbrodt, S., Wohak, K., & Frank, M. (2022). Digital tools to enable collaborative mathematical modeling online. *Modelling in Science Education and Learning*, 15(1), 151-174. <https://doi.org/10.4995/msel.2022.16269>.
- Seino, T., Clarkson, P. C., Downton, A., Gronn, D., & Horne, M. (2005). Understanding the role of assumptions in mathematical modeling: Analysis of lessons with emphasis on “the awareness of assumptions. *Building connections: Theory, research and practice*, 664-671.
- Sekerák, J. (2010). Phases of mathematical modelling and competence of high school students. *The teaching of Mathematics*, (25), 105-112.
- Shodikin, A., & Istiandaru, A. (2019, March). Thinking errors of pre-service mathematics teachers in solving mathematical modelling task. *Journal of Physics: Conference Series*, 1188(1), 012004. IOP Publishing. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1188/1/012004>.
- Shodikin, A., Ekawati, R., Purnomo, H., & Abdullah, A. H. (2024). Failure in Constructing the Mathematical Model in Real-World Problems. *TEM Journal*, 13(4), 3335-3345. <https://doi.org/10.18421/TEM134-68>.
- Stillman, G. (2000). Impact of prior knowledge of task context on approaches to applications tasks. *Journal of Mathematical Behavior*, 19(3), 333-361. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(00\)00049-3](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(00)00049-3).
- Suh, J. M., Wickstrom, M. H., & English, L. D. (2021). Exploring mathematical modeling with young learners. *Springer*.
- Voskoglou, M. G. (2021). Problem Solving and Mathematical Modelling. *American Journal of Educational Research*, 9(2), 85-90. <http://dx.doi.org/10.12691/education-9-2-6>.
- Wahyudi, W., & Anugraheni, I. (2017). Strategi pemecahan masalah matematika. *Salatiga: Satya Wacana University Press Universitas Kristen Satya Wacana Jl. Diponegoro*.