**BEBERAPA SYARAT GRAF TIDAK BERSAHABAT**

Salwa Yuliantina

(Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya)

E-mail : salwayuliantina@mhs.unesa.ac.id

I Ketut Budayasa

(Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya)

E-mail : ketutbudayasa@yahoo.com

**Abstrak**

Misalkan sebuah graf dengan himpunan titik dilambangkan dengan . Misalkan sebuah titik di . Persekitaran titik di , dilambangkan dengan , adalah himpunan semua titik yang berhubungan langsung dititik . Misalkan . Sebuah titik dikatakan tidak bersahabat jika banyak titik persekitaran di lebih dari atau sama dengan banyak titik perekitaran di . Dengan kata lain, . Sedangkan titik dikatakan sangat tidak bersahabat apabila banyak titik persekitaran di lebih besar dari banyaknya titik persekitaran di . Dengan kata lain, . Jika setiap titik dan setiap titik adalah titik-titik yang tidak bersahabat maka dinamakan sebuah bipartisi tidak bersahabat dari graf , dan dikatakan graftidak bersahabat. Begitu juga untuk setiap titik dan setiap titik dinamakan sebuah bipartisi sangat tidak bersahabat dari graf , dan dikatakan grafsangat tidak bersahabat.

Dalam skripsi ini dibahas syarat-syarat graf tidak bersahabat maupun grafsangat tidak bersahabat.

**Kata Kunci :** graf tidak bersahabat, graf sangat tidak bersahabat

**Abstract**

Let be a graph with vertex set and . The neighborhood of a vertex in graph, is denoted by , is the set of all vertices in which are adjacent to the vertex . Let be a proper subset of . A vertex is called an unfriendly vertex if the number of neighborhood vertices of in grather than or equal two the number of neighborhood vertices of in . That is, . And, a vertex is called a very unfriendly vertex if the neighborhood vertices of in is grather than the number of neighborhood vertices of in . That is, . If every vertex and every vertex is unfriendly (very unfriendly) vertex, than is called unfriendly (very unfriendly) bipartition of . Furthermore, such a graph is called unfriendly (very unfriendly) graph. In this thesis, we have established some sufficient conditions for a graph to be unfriendly or very unfriendly we also have established a necessary and sufficient condition for a cactus graph to be very unfriendly graph.

**Keywords:** unfriendly graph, very unfriendly graph

# **PENDAHULUAN**

Teori Graf merupakan cabang dari matematika yang sudah ada sejak lama. Salah satu topik dari teori grafadalah himpunan dominasi. Secara historis, masalah dominasi mulai dipelajari dari tahun 1950 oleh Hedetniemi dan Laskar, kemudian topik-topik lanjutan dalam dominasi yang telah didefinisikan oleh beberapa penulis dan lebih dari 75 jenis dominasi dituliskan dalam buku oleh Haynes dkk (Sivakumar dkk:2012). Haynes (2015:1) menyatakan bipartisi tidak bersahabat jika *graph* memiliki himpunan bagian , dengan sebuah titik di . Banyak titik persekitaran di tidak kurang dari banyak persekitaran titik di . Selanjutnya , titik di dikatakan sangat tidak bersahabat jika banyak titik persekitaran di lebih dari banyaknya persekitaran titik di .

**KAJIAN TEORI**

1. **Graf**

**Definisi 2.1:** Sebuah graf berisikan dua himpunan yaitu titik dan sisi. Titik merupskan obyek-obyek yang himpunannya berhingga tak kosong dan sisi berisikan himpunan berhingga (boleh kosong) , sehingga setiap elemen dalam merupakan pasangan tak berurutan dari titik-titik di . Himpunan titik pada disebut dan himpunan sisi disebut . Misalkan dan adalah dua titik di dan adalah sebuah sisi . Titik dan berhubungan langsung di, sisi menghubungkan titik dan titik di , sisi terkait dengan titik dan juga titik

(Budayasa, 2007)

1. **Graf Sederhana**

**Definisi 2.2:** Graf yang tidak mempunyai sisi rangkap dan tidak memiliki gelung (*loop*) disebut **graf sederhana**

(Budayasa, 2007)

1. **Sikel**

**Definisi 2.3:** Misalkan graf memiliki jejak adalah sebuah jejak tertutup *(closed trail)* di , maka disebut sikel jika titik awal dan semua titik internalnya berbeda

(Budayasa, 2007)

1. **Graf Bagian**

**Definisi 2.4:** Sebuah graf disebut graf bagian dari graf , ditulis , jika dan

(Budayasa, 2007)

1. **Derajat Titik Graf**

**Definisi 2.5:** Misalkan sebuah graf dan sebuah titik . Derajat titik ,dilambangkan dengan atau *d(v)*, adalah banyaknya sisi yang terkait dengan titik *v* ( dengan catatan setiap gelung dihitung dua kali). Derajat minimum , dilambangkan dengan , didefinisikan sebagai berikut:

minimum

Sedangkan derajat maksimum *G*, dilambangkan dengan , didefinisikan sebagai berikut:

Graf disebut **Grafberaturan-** jika setiap titik berderajat k. Misalnya, graf komplit dengan n titik adalah graf beraturan-(n-1). Sikel dengan n titik, , adalah graf beraturan-2. Graf pada Gambar 2.13 adalah graf beraturan-3. Perhatikan bahwa, jika graf beraturan, maka

(Budayasa, 2007)

1. **Graf *Non*-trivial**

**Definisi 2.6:** Suatu graf 𝐺 disebut graf *non*-trivial jika graf 𝐺 memiliki derajat paling sedikit dua

(Chartrand & Oellermann 1993)

1. **Graf Bipartisi dan Graf Bipartisi komplit**

**Definisi 2.7:** Sebuah graf disebut graf bipartisi jika himpunan titik dapat dipartisi menjadi dua himpunan bagian A dan B pada grafsedemikian hingga setiap sisi dari menghubungkan sebuah titik di A dan sebuah titik di B, dilambangkan dengan . (A,B) merupakan bipartisi dari

(Budayasa, 2007)

1. **Titik Terasing Graf**

**Definisi 2.8:** Sebuah graf dikatakan graf yang memiliki titik terasing jika graf memiliki titik yang berderajat nol

(Permatasari, 2016)

1. **Graf Pohon**

**Definisi 2.9:** Jika graf terhubung dan tidak ada sikel maka dikatakan sebuah pohon

(Budayasa, 2007)

1. **Perkalian Kartesius Dua Buah Graf (Cartesius Product)**

**Definisi 2.10:** Misal dan dua grafyang saling lepas. Perkalian kartesius dari dan , dilambangkan dengan , adalah sebuah graf dengan himpunan titik . Himpunan sisi terdiri dari titik dan x) berhubungan langsung di dengan dan berhubungan langsung dengan di , atau berhubungan langsung dengan di *G* dan

(Haynes,2015:156)

1. **Graf Kaktus (*Cactus Graph*)**

**Definisi 2.11:** Terhubung-2 maksimal pada graf adalah banyaknya graf bagian yang berhubungan langsung maksimal 2. Blok pada graf merupakan sebuah graf bagian yang terhubung-2 maksimal. Blok akhir merupakan sebuah blok di grafyang hanya memiliki satu titik pemutus di graf

Graf disebut grafkaktus jika terhubung dan setiap blok dari berupa sebuah sisi atau sebuah sikel

(Paten,et al.,2011)

1. **Komplemen Graf**

**Definisi 2.12:** Misalkan sebuah graf sederhana. Komplemen , dilambangkan dengan adalah graf sederhana yang himpunan titik nya sama dengan himpunan titik . Jika titik dan di berhubungan langsung maka titik dan tidak berhubungan langsung pada . Misalkan dan merupakan dua buah graf, maka gabungan dengan , dinotasikan , adalah graf dengan himpunan titik dan himpunan sisi Dengan demikian, jika graf sederhana dengan n titik, maka

(Budayasa, 2007)

# **PEMBAHASAN**

1. **Bipartisi tidak bersahabat pada graf**

**Definisi 3.1:** Misal sebuah graf dan sebuah titik di . Persekitaran buka di , dilambangkan dengan atau , adalah himpunan semua titik yang berhubungan langsung dengan . Dengan kata lain,

Sedangkan persekitaran tutup dari titik , dilambangkan dengan , didefinisikan sebagai berikut

Misal persekitaran buka dari , dilambangkan didefinisikan sebagai berikut

Sedangkan Persekitaran tutup , dilambangkan adalah

**Definisi 3.1.1:** Misal . Sebuah titik di dikatakan tidak bersahabat jika banyak titik persekitaran pada di tidak kurang dari banyak persekitaran buka titik di . Dengan kata lain, ≥ .

Himpunan dikatakan tidak bersahabat jika setiap titik di tidak bersahabat*.*

Sebuah bipartisi, B = dikatakan tidak bersahabatjika setiap dari dan tidak bersahabat*.* Sebuah graf yang memiliki sebuah bipartisi tidak bersahabatdisebut graf tidak bersahabat.

Sebuah bipartisi pada graf dikatakan maksimum jika banyaknya sisi yang menghubungkan maksimum.

**Teorema 3.1:** Jika terhubung dengan n titik dan n 2 maka mempunyai sebuah bipartisi tidak bersahabat.

(Haynes, 2015)

**Bukti:**

Misalkan sebuah bipartisi grafsedemikian hingga maksimum.

Andaikan bipartisi bukan tidak bersahabat. Maka bukan tidak bersahabat atau bukan tidak bersahabat.

Jika bukan tidak bersahabat maka ada titik di bukan tidak bersahabat. Misalkan titik tersebut . Akibatnya .

Selanjutnya titik dipindah ke , sehingga didapat bipartisi baru dengan dengan , kontradiksi dengan maksimum.

Jika bukan tidak bersahabat. Maka ada titik di bukan tidak bersahabat misalkan titik tersebut . Akibatnya .

Selanjutnya titik dipindah ke sehingga didapat bipartisi baru dengan .

Jelas bahwa , kontradiksi dengan maksimum.

1. **Bipartisi sangat tidak bersahabat pada graf.**

**Definisi 3.2:** Misal sebuah himpunan bagian dari . Sebuah titik di dikatakan sangat tidak bersahabat jika . Himpunan dikatakan sangat tidak bersahabat jika setiap titik di sangat tidak bersahabat.

Sebuah bipartisi B = dikatakan sangat tidak bersahabat jika setiap dari dan sangat tidak bersahabat. Sebuah graf yang memiliki sebuah bipartisi sangat tidak bersahabat disebut graf sangat tidak bersahabat.

**Teorema 3.2:** Jika grafbipartisi tanpa titik terasing maka sangat tidak bersahabat.

(Haynes, 2015)

**Bukti:**

Misalkan graf*,* bipartisi dengan maka setiap sisi hanya menghubungkan sebuah titik di dan sebuah titik di dan tidak ada sisi yang menghubungkan dua titik di begitu juga tidak ada sisi yang menghubungkan dua titik di .

Perhatikan bahwa

Jika maka , sehingga (1)

Karena bukan titik terasing maka

Sehingga

Dari (1) dan (2) didapatkan , ini berarti setiap titik di merupakan titik sangat tidak bersahabat sehingga merupakan himpunan sangat tidak bersahabat.

Begitu juga untuk setiap titik di , dan .

Sehingga , ini berarti setiap titik sangat tidak bersahabat sehingga merupakan himpunan sangat tidak bersahabat.

Jadi, bipartisi merupakan sebuah bipartisi sangat tidak bersahabat dengan demikian graf bipartisi merupakan grafsangat tidak bersahabat.

**Teorema 3.3 :** Jika sebuah sikel dengan 5 titik dan , maka sangat tidak bersahabat.

(Haynes, 2015)

**Bukti:**

B

A



Misal sebuah bipartisi dari dengan dan

Perhatikan bahwa .

Sehingga , merupakan titik sangat tidak bersahabat di

Selanjutnya , . Sehingga , merupakan titik sangat tidak bersahabat di

Jadi merupakan sebuah bipartisi sangat tidak bersahabat di . Dengan demikian sangat tidak bersahabat sehingga Teorema 3.3 terbukti.

**Teorema 3.4**

Tidak ada bipartisi sangat tidak bersahabat dari graf merupakan sebuah bipartisi sangat tidak bersahabat dari graf .

(Haynes, 2015)

**Bukti:**

Misal bipartisi sangat tidak bersahabat dari graf . Maka bukan sangat tidak bersahabat dari graf .

* Misal , ,

Karena sangat tidak bersahabat di maka …… **(1)**

Selanjutnya, dan

Berdasarkan asumsi,

Sehingga,

…… **(2)**

Dari 1 dan 2 diperoleh,

* Misal , ,

Karena sangat tidak bersahabat di maka …… **(1)**

Selanjutnya, dan

Berdasarkan asumsi,

Sehingga,

…… (2)

Dari 1 dan 2 diperoleh, , Kontradiksi. Demikian Teorema 3.4 terbukti.

**Teorema 3.5**

Jika sebuah grafmemiliki sebuah blok-akhir berupa sebuah sikel ganjil maka bukan sangat tidak bersahabat.

(Haynes, 2015)

**Bukti:**



Misal sebuah grafsikel ganjil sebagai blok-akhir dan misalkan blok-akhir tersebut adalah sedemikian hingga adalah sebuah titik pemutus di .

Andaikan sangat tidak bersahabat, maka memiliki sebuah bipartisi yang sangat tidak bersahabat.

Tanpa menghilangkan keumuman, misal

Karena sebuah blok-akhir di dan sebuah titik pemutus di pada maka untuk .

Karena sebuah bipartisi sangat tidak bersahabat di , maka dengan kata lain anggota di .

Begitu juga dan .

Sehingga, dan

Ini berarti titik bukan sangat tidak bersahabat dalam bipartisi .

Kontradiksi. Dengan demikian Teorema 3.5 terbukti

**Teorema 3.6**

Jika sebuah graf sangat tidak bersahabat dan sebuah graf terhubung maka graf sangat tidak bersahabat.

(Haynes, 2015)

**Bukti:**





**Graf**

Karena grafsangat tidak bersahabat maka ada bipartisi yang sangat tidak bersahabat di . Karena graf terhubung , maka berdasarkan Teorema 3.1 mempunyai sebuah bipartisi tidak bersahabat

Selanjutnya definisikan dua pewarnaan, dinamakan dan . Dari titik-titik graf . Sebagai berikut : mewarnai titik-titik dengan warna merah dan titik-titik dengan warna biru dan pewarnaan adalah menukar warna-warna dari .

Selanjutnya, mewarnai titik-titik dari graf dengan warna merah dan biru dengan cara sebagai berikut.

Untuk setiap titik , kita pandang pada bipartisi di untuk mewarnai titik di sebagai berikut.

Jika , maka gunakan pewarnaan untuk titik ;

Jika , maka gunakan pewarnaan untuk titik .

Misalkan himpunan titik-titik dari yang berwarna merah dan himpunan titik-titik dari yang berwarna biru.

Selanjutnya akan dibuktikan bahwa sebuah bipartisi sangat tidak bersahabat di graph .

Setiap titik di sangat tidak bersahabat begitu juga setiap titik di sangat tidak bersahabat.

Pandang sebuah titik . Tanpa menghilangkan keumuman misalkan titik berwarna merah dan diwarnai oleh . Karena adalah sebuah bipartisi Merah-biru tidak bersahabat dari , maka titik mempunyai tetangga bewarna biru paling sedikit sama dengan banyaknya tetangga berwarna merah.

Selanjutnya cukup ditunjukkan banyak tetangga titik yang berwarna biru lebih besar daripada banyak tetanganya yang berwarna merah karena titik berwarna merah terhadap pewarnaan dari , maka titik berwarna merah untuk semua . Karena adalah bipartisi sangat tidak bersahabat dari , maka titik mempunyai banyak tetangga berwarna biru lebih besar daripada banyak tetangga berwarna merah di .

Akibatnya sebuah bipartisi sangat tidak bersahabat dari graf *.* Dengan demikian Teorema 3.6 terbukti

**Teorema 3.7:** Jika grafbipartisi tanpa titik terasing dan grafterhubung *non-trivial*, maka sangat tidak bersahabat.

(Haynes, 2015)

**Bukti:**

Karena graf merupakan graf bipartisi tanpa titik terasing, berdasarkan Teorema 3.2, maka merupakan graf sangat tidak bersahabat. Karena grafterhubung, berdasarkan Teorema 3.6 maka sangat tidak bersahabat.

Dengan demikian Teorema 3.7 terbukti.

1. **Graf kaktus**

Misal adalah sebuah graf kaktus, adalah sebuah blok dari dan sebuah titik pemutus di .

Cabang- dari di titik , dilambangkan dengan , adalah graf bagian terhubung maksimal sedemikian hingga

Selanjutnya, kita katakan titik sebagai akhir dari cabang .

* Sebuah cabang dikatakan **cabang cantik** jika setiap titik pada sebuah cabang merupakan titik sangat tidak bersahabat.
* Sebuah cabang dikatakan **cabang tidak cantik** jika setiap titik pada sebuah cabang merupakan titik yang tidak bersahabat.
* Titik yang menopang suatu cabang maka titik tersebut disebut **akar**.

**Teorema 3.8:** Sebuah kaktus sangat tidak bersahabat jika dan hanya jika setiap blok sikel ganjil dari menopang dua cabang cantik dan dimana dan titik yang berhubungan langsung di .

**Bukti :**

* Jika sebuah kaktus sangat tidak bersahabat maka setiap blok sikel ganjil dari menopang dua cabang cantik dan dimana dan titik yang berhubungan langsung di .

Jika setiap sikel di graf merupakan panjang sikel genap maka merupakan graf bipartisi berdasarkan Teorema 3.7 , maka sangat tidak bersahabat.

Andaikan graf memiliki sebuah sikel ganjil katakan . Sedemikian hingga ada dua titik di dan cabang yang berakar pada titik dinamakan , selanjutnya untuk cabang yang berakar pada titik dinamakan . Salah satu dari cabang dan merupakan cabang tak cantik.

Karena graf sangat tidak bersahabat maka ada sebuah bipartisi sangat tidak bersahabat di .

Karena adalah sebuah sikel ganjil, sehingga untuk paling sedikit dua titik berhubungan langsung , katakan titik di memiliki warna yang sama, yaitu warna merah.

Asumsikan bahwa titik-titik adalah akar-akar dari cabang-cabang dan secara berturut-turut, dan salah satu dari dan merupakan cabang tidak cantik. Tanpa menghilangkan keumuman misalkan adalah cabang tidak cantik, sehingga bukan sangat tidak bersahabat.

Karena adalah sebuah bipartisi sangat tidak bersahabat di , maka semua titik-titik kecuali , adalah sangat tidak bersahabat atas di . Oleh karena itu bukan sangat tidak bersahabat atas di .

Ini berarti banyaknya tetangga yang berwarna merah paling sedikit sama dengan banyaknya tetangga berwarna biru di . Karena sangat tidak bersahabat atas pada , artinya banyak tetangga berwarna biru lebih besar daripada banyaknya tetangga berwarna merah di .

Ini berakibat bahwa dua tetangga di di berwarna biru khususnya . Kontradiksi bahwa .

Dengan demikian dapat diasumsikan paling sedikit salah satu dari dan , katakanlah bukan akar dari sebuah cabang tetapi karena dan berwarna merah atas mengakibatkan 2 , maka bukan sangat tidak bersahabat di atas , kontradiksi.

Selanjutnya akan dibuktikan konversinya.

Misalkan sebuah graf kaktus dan setiap sikel ganjil di menopang dua cabang cantik dan dimana berhubungan langsung di .

Untuk membuktikan sangat tidak bersahabat digunakan induksi matematika pada banyakya sikel ganjil di , misalkan t. Jika maka tidak ada sikel ganjil pada .

Ini berarti, setiap sikel di adalah sikel genap. Akibatnya, merupakan graf bipartisi. Sehingga, berdasarkan Teorema 3.2 , sangat tidak bersahabat.

Jika , maka memiliki tepat satu sikel ganjil, misalkan sikel ganjil tersebut adalah . Misalkan sedemikian hingga dan merupakan dua titik yang berhubungan langsung di dan menopang cabang-cabang cantik dan .

Untuk membuktikan bahwa itu sangat tidak bersahabat akan ditunjukkan ada bipartisi sangat tidak bersahabat di .

Misalkan jika ganjil dan jika genap maka dan berwarna merah dan masing-masing mempunyai tepat satu tetangga berwarna biru di .

Misalkan sebuah bipartisi sangat tidak bersahabat dari Jika , maka di mewarnai titik-titik dengan warna merah dan titik-titik dengan warna biru, maka sangat tidak bersahabat di . Akibatnya,

. Ini berarti, titik sangat tidak bersahabat di .

Dengan argumen serupa dapat ditunjukkan bahwa sangat tidak bersahabat di atas .

jika maka sangat tidak bersahabat.

Andaikan ada dan misalkan cabang yang akarnya di dari .

Karena satu-satunya sikel di yang panjangnya ganjil, maka jika ada sikel di maka sikel tersebut panjangnya genap. Akibatnya, merupakan grafbipartisi. Sehingga, berdasarkan Teorema 3.2 , sangat tidak bersahabat.

Misalkan sebuah bipartisi sangat tidak bersahabat di . Misalkan dari . Jika ganjil, maka warnai titik-titik dengan warna merah dan warnai titik-titik dengan warna biru. Jika genap maka warnai titik-titik dengan warna biru dan warnai titik-titik dengan warna merah.

Dengan demikian di , titik-titik di adalah titik-titik yang sangat tidak bersahabat atas bipartisi . Ini berarti sangat tidak bersahabat untuk kasus .

Asumsikan bahwa setiap graf kaktus yang memiliki blok sikel ganjil sebanyak kurang dari dan setiap blok sikel ganjil menopang dua cabang cantik dimana dua titik berhubungan langsung yang merupakan akar-akar dari cabang cantik ,maka merupakan graf sangat tidak bersahabat.

Misalkan sebuah kaktus yang memiliki sikel ganjil, dan untuk setiap sikel ganjil terdapat dua titik yang berhubungan langsung yang menopang dua cabang cantik.

Dimulai dengan sebuah sikel ganjil di . Jika setiap cabang yang ditopang oleh adalah sangat tidak bersahabat maka menggunakan argument serupa dengan kasus , diperoleh sangat tidak bersahabat. Sehingga dapat asumsikan bahwa memiliki sebuah sikel ganjil yang menopang sebuah cabang tidak cantik.

Diantara semua sikel-sikel ganjil yang memiliki cabang tidak cantik, dapat dipilih sikel sedemikian hingga banyaknya titik di cabang tidak cantik yang didukung oleh adalah cabang yang paling minimum.

Misalkan sedemikian hingga dan dua titik yang berhubungan langsung di . Sehingga, dan dua cabang cantik.

Misalkan sebuah cabang tidak cantik di yang mempunyai banyak titik minimum diantara cabang-cabang tidak cantik dari . Jelas bahwa dan .

Karena sebuah cabang tidak cantik, maka mempunyai paling sedikit sebuah sikel ganjil. Maka memiliki paling sedikit satu sikel ganjil. Selanjutnya, karena bukan sebuah sikel di , maka memiliki kurang dari sikel ganjil. Jika memenuhi premis asumsi maka merupakan graf sangat tidak bersahabat, sehingga adalah cabang cantik. Kontradiksi dengan asumsi bahwa merupakan cabang tidak cantik.

Jika tidak memenuhi premis asumsi maka adalah sebuah titik pada sebuah sikel ganjil yang disebut , pada dan sebuah cabang cantik yg ditopang oleh .

Karena memenuhi premis maka terdapat sebuah tetangga yang disebut pada sedemikian hingga adalah sebuah cabang cantik.

Warnai dengan warna yang sama dengan dan lanjutkan seperti pada kasus akan diperoleh semua titik-titik sangat tidak bersahabat. Jika setiap cabang yang ditopang oleh sangat tidak bersahabat , maka menggunakan argument serupa dengan kasus , dapat ditunjukkan bahwa sangat tidak bersahabat.

Dengan demikian, dapat diasumsikan bahwa ada titik di sedemikian hingga cabang adalah cabang tidak cantik. Tetapi, karena adalah grafbagian sejati dari ini berarti mempunyai banyak titik lebih sedikit dari banyak titik , maka hal ini bertentangan dengan pemilihan . Kontradiksi bahwa cabang tidak cantik di yang mempunyai banyak titik paling minimum.

Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa sangat tidak bersahabat.

# **PENUTUP**

1. **Simpulan**

Berdasarkan pembahasan yang telah dibahas pada skripsi dengan judul “Beberapa Syarat Graf Tidak Bersahabat” maka diperoleh hasil sebagai berikut.

1. Berdasarkan definisi graf dikatakan tidak bersahabat jika memiliki bipartisi tidak bersahabat. Dengan demikian syarat bagi sebuah graf agar graf tersebut tidak bersahabat yaitu, jika graf terhubung dengan n titik dan n 2 maka mempunyai sebuah bipartisi tidak bersahabat. Hal tersebut berdasarkan Teorema 3.1.
2. Berdasarkan definisi graf dikatakan sangat tidak bersahabat jika memiliki bipartisi sangat tidak bersahabat. Dengan demikian syarat bagi sebuah graf agar graf tersebut sangat tidak bersahabat, yaitu graf bipartisi tanpa titik terasing atau sebuah grafmemiliki sebuah blok-akhir berupa sebuah sikel ganjil. Hal tersebut berdasarkan Teorema 3.2 dan Teorema 3.5.
3. **Saran**

Dalam skripsi ini telah dibahas mengenai Beberapa Syarat Graf Tidak Bersahabat. Penulis menyarankan kepada pembaca yang memiliki minat akademis yang sama dapat lebih mendalami dan mengembangkan mengenai teori karakterisasi graf-graf yang sangat tidak bersahabat yang belum dibahas dalam skripsi ini. Apabila ada kritik atau saran untuk skripsi ini bisa disampaikan melalui email penulis yuliantina.salwa@yahoo.co.id.

# **DAFTAR PUSTAKA**

Budayasa, I Ketut. 2007. *Teori Graph dan Aplikasinya*. Surabaya: Unipress.

B.Paten, M.Diekhans, D. Earl,J.St John,J. Ma,B. Suh, D. Haussler. (2011:469-481). *Cactus graphs for genome comparisons*. J. Comput. Biol. 18(3).

Chartrand & Oellermann. 1993. *Applied and Algorithmic Graph Theory.* University of California.

Permatasari Reni. (2016:7). *Penentuan Banyaknya Graf Tak Terhubung Berlabel Titik Berorde Maksimal Empat.* Bandar Lampung: Universitas Lampung.

S. Sivakumar, N. D. Soner, A. Alwardi.2012. *Connected Equitable Domination in Graphs*,1: 123-130.

T.W.Haynes, et al. (2015:155-160). *Cost effective bipartitions in graphs.* USA: East Tennessee University,Clemson University.