

PENYEBARAN PENYAKIT MALARIA MODEL SIRS-SI DENGAN PENGOBATAN, VAKSINASI DAN PENYEMPROTAN

Asri Setyowati

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya
e-mail : asrisetyowati16030214034@mhs.unesa.ac.id

Abstrak

Malaria merupakan penyakit yang ditularkan melalui nyamuk jenis *Anopheles* betina. Penyebaran penyakit malaria ke manusia disebabkan oleh gigitan nyamuk pembawa infeksi. Virus malaria juga bisa ditularkan melalui transfusi darah dari manusia terinfeksi ke manusia sehat. Metode yang dilakukan adalah menelaah masalah yang berkaitan dengan malaria, membuat batasan masalah, menentukan asumsi-asumsi yang digunakan untuk validasi model dan merekonstruksi model penyebaran penyakit malaria. Penelitian ini bertujuan untuk merekonstruksi model penyebaran penyakit malaria dengan pengobatan, vaksinasi dan penyemprotan berdasarkan model epidemik SIRS-SI. SIRS adalah model untuk populasi manusia ketika pulih bisa kembali menjadi manusia rentan karena kehilangan kekebalan tubuh, dan SI adalah model untuk nyamuk di mana diasumsikan nyamuk pembawa infeksi tidak bisa pulih.

Kata kunci: Penyakit malaria, model SIRS-SI, *treatment* malaria

Abstract

Malaria is a disease that is transmitted through the mosquito type *Anopheles* females. Spread of malaria to human disease is caused by mosquito bites of infectious carriers. Malaria viruses can also be transmitted through blood transfusions from humans infected to healthy humans. The method is to study issues related to malaria, create constraint issue, determine the assumptions used for model validation and reconstruct the model for the spread of malaria disease. The research aims to reconstruct a model for the spread of malaria diseases with treatment, vaccination and spraying based on the SIRS-SI epidemic model. SIRS are models for human populations when recovering can be re-susceptible to human immune loss, and SI is a model for mosquitoes where assumed mosquito-carrying infections cannot be recovered.

Keywords : Malaria disease, SIRS-SI model, malaria treatment

1. PENDAHULUAN

Salah satu masalah dalam kesehatan masyarakat adalah penyakit malaria. Penyakit ini banyak ditemukan di negara beriklim tropis dan subtropis. Di negara endemis malaria, penyakit ini merupakan penyakit menular yang mematikan. Menurut laporan World Health Organization pada tahun 2018, sekitar 405.000 kematian orang akibat penyakit malaria. Di wilayah dengan tingkat transmisi tinggi, golongan yang berisiko tinggi menderita penyakit malaria adalah anak-anak karena belum mengembangkan kekebalan terhadap malaria, dan wanita hamil yang kekebalan tubuhnya menurun karena kehamilannya serta orang-orang dengan HIV/AIDS yang kekebalan tubuhnya rendah (CDC, 2019).

Penyebaran penyakit malaria disebabkan oleh infeksi parasit yang ditularkan melalui gigitan nyamuk jenis *Anopheles*. Masa inkubasi virus malaria dalam tubuh manusia ada beragam sesuai dengan jenis *Plasmodium* yang menggigit manusia tersebut. Ada bermacam-macam jenis *Plasmodium* di dunia, namun ada empat macam *Plasmodium* yang menyebabkan penyakit malaria yaitu

Plasmodium falciparum, *Plasmodium malariae*, *Plasmodium vivax*, dan *Plasmodium ovale* (Ashley, 2018).

Pengendalian penyakit malaria dapat dilakukan dengan pemberantasan insektisida untuk mengurangi jumlah nyamuk seperti Indoor Residual Spraying (Kemenkes, 2011). Ketika seseorang terinfeksi penyakit malaria, maka orang tersebut diberikan obat anti malaria berupa Artemisinin Combination Therapy yang di berikan dengan dosis dan aturan yang sudah ditetapkan oleh World Health Organization. Selain pengobatan, dalam 30 tahun terakhir telah ditemukan vaksin malaria untuk melindungi anak-anak dari malaria seperti yang telah diujicobakan di tiga negara di Afrika yaitu vaksin RTS,S (WHO, 2018).

Pemerintah dunia saat ini sedang menggalakkan program Malaria Elimination, yaitu membasmi malaria dan penyebarannya di seluruh dunia terutama pada negara endemis malaria. Oleh karena itu penulis akan merekonstruksi model dari artikel Putri dkk (2014) yang telah mengkaji model matematika penyebaran penyakit malaria dengan treatment berupa pengobatan, vaksinasi

dan penyemprotan. Dalam penelitian ini akan ditambahkan parameter ketidakefektifan vaksinasi pada populasi manusia rentan.

2. KAJIAN TEORI

Penyakit Malaria dan Penyebarannya

Malaria merupakan penyakit yang disebabkan oleh infeksi protozoa dari genus *Plasmodium*. Penyakit malaria ditularkan melalui gigitan nyamuk jenis *Anopheles* betina (Cowman, 2016). Manusia akan terjangkit penyakit malaria ketika nyamuk *Anopheles* membawa sporozoit malaria menggigit manusia sehat. Sporozoit akan masuk ke dalam aliran darah manusia dan terbawa ke hati kemudian sporozoit akan menginfeksi sel-sel hati. Selanjutnya sporozoid akan mengalami replikasi aseksual yaitu siklus eksoeritrositer primer di mana sporozoid berkembang menjadi skizon yang menghasilkan merozoit dan akan menginfeksi sel hati di sekitarnya. Setelah itu merozoit yang dihasilkan akan masuk aliran darah dan menginfeksi sel darah merah dan menimbulkan gejala klinis seperti demam, batuk, mual, dan pusing. Proses ini terjadi selama 10-14 hari atau disebut sebagai masa inkubasi (Wahid, 2016).

Ada empat spesies nyamuk penyebab malaria, masing-masing spesies memiliki masa infeksi yang berbeda-beda, waktu infeksi atau disebut masa inkubasi paling pendek adalah pada spesies *Plasmodium falciparum*. Gametosit *Plasmodium falciparum* berkembang antara 8-15 hari setelah masuknya parasit ke dalam darah sehingga seseorang yang terinfeksi penyakit malaria akan mengalami gejala 8-15 hari setelah digigit oleh nyamuk pembawa infeksi (Fitriany, 2018). Pada *Plasmodium vivax* dan *Plasmodium malariae* memiliki masa inkubasi yang lebih lama yaitu antara 12-17 hari dan 18-40 hari (Orish, 2019).

Malaria merupakan salah satu penyakit yang bisa menyebabkan infeksi berulang, beberapa orang yang pernah terinfeksi malaria kemudian sembuh, orang tersebut dapat terinfeksi lagi namun infeksi ulang biasanya hanya menyebabkan gejala ringan tidak seperti ketika infeksi pertama, karena orang tersebut memperoleh kekebalan parsial, namun imunitas tersebut akan menghilang selama 1-3 tahun jika orang tersebut lama tidak terpapar dengan malaria (Mawuntu, 2018).

Pengendalian Penyakit Malaria

Proses penularan penyakit malaria pada nyamuk adalah ketika nyamuk sehat menggigit orang terinfeksi sehingga nyamuk sehat tersebut menjadi nyamuk pembawa infeksi yang bisa menyebarkan infeksi kepada orang sehat, selain itu transfusi darah dari orang terinfeksi kepada orang sehat juga dapat menyebarkan penyakit malaria (Klausner dan Alonso, 2004). Dari penularan tersebut ada banyak upaya untuk

mengendalikan penyakit malaria. Upaya tersebut meliputi pengendalian nyamuk seperti *Indoor Residual Spraying* yaitu penyemprotan dinding rumah dengan tujuan untuk mengurangi populasi nyamuk (Correa, 2019). Mengurangi populasi nyamuk dengan menebarkan agen larvicide juga bisa dilakukan untuk membasmi jentik nyamuk, dan mencegah gigitan nyamuk atau mengurangi kontak antara manusia dengan nyamuk seperti dengan melakukan pemasangan kelambu berinsektisida (Lestari, 2014).

Langkah pengendalian malaria yang lain adalah dengan pengobatan menggunakan Artemisinin Combination Therapy (ACT) untuk orang yang sudah terinfeksi penyakit malaria (Diallo, 2020). Terdapat banyak jenis kombinasi artemisinin yang digunakan dalam pengobatan penyakit malaria, seperti yang direkomendasikan oleh WHO, ACT sebagai obat malaria yaitu kombinasi Artesunate+Amodiaquine (Artesdiaquine R, Arsuamoon R), kombinasi Artesunate+Sulfadoksin-Pirimetamin (Harijanto, 2011). Selain itu sudah dilakukan penelitian vaksin RTS,S untuk malaria yang akan disuntikkan pada anak-anak untuk melindungi dari penyakit malaria. Terdapat empat dosis yang diberikan, tiga dosis pertama diberikan pada anak usia 5-9 bulan dilanjutkan dengan dosis ke empat setelah 15-18 bulan kemudian (Malaria, 2017). Berdasarkan uji coba yang telah dilakukan, vaksin RTS,S dapat memberikan perlindungan selama 4 tahun pada anak-anak, sehingga dalam kurun waktu tersebut imunitas terhadap malaria akan berkurang dari waktu ke waktu namun vaksinasi tetap memberikan hasil yang efektif dalam mengurangi jumlah penderita malaria (WHO, 2018).

Sistem Persamaan Diferensial

Persamaan diferensial merupakan persamaan yang memuat turunan dari satu variabel dependen atau lebih, terhadap satu variabel independen atau lebih (Edwards dan Penney, 2015). Contohnya

$$\frac{dy(x)}{dx} = -y^2(x) + e^2y(x), \quad (1)$$

$$\frac{\partial v(s,t)}{\partial s} + \frac{\partial v(s,t)}{\partial t} = 0, \quad (2)$$

Sistem persamaan diferensial biasa adalah kumpulan dari n persamaan diferensial yang saling terkait dalam bentuk

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= a_{11}(t)x_1(t) + \dots + a_{1n}(t)x_n(t) + f_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= a_{21}(t)x_1(t) + \dots + a_{2n}(t)x_n(t) + f_2(t) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n(t) &= a_{n1}(t)x_1(t) + \dots + a_{nn}(t)x_n(t) + f_n(t). \end{aligned} \quad (3)$$

di mana $a_{ij}(t)$ dan $f_i(t)$ adalah fungsi yang didefinisikan pada beberapa interval umum. Jika

PENYEBARAN PENYAKIT MALARIA MODEL SIRS-SI DENGAN PENGobatan, VAKSINASI DAN PENYEMPROTAN

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}, \quad A(t) = \begin{bmatrix} a_{11}(t) & \cdots & a_{1n}(t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}(t) & \cdots & a_{nn}(t) \end{bmatrix},$$

$$f(t) = \begin{bmatrix} f_1(t) \\ \vdots \\ f_n(t) \end{bmatrix}$$

maka persamaan (4) dapat ditulis dalam bentuk

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + f(t). \quad (4)$$

(Adkins, 2012)

Model Epidemik SIR

Penyebaran penyakit menular seperti malaria dapat dimodelkan dalam sistem persamaan diferensial nonlinear. Model paling sederhana adalah model SIR. Pada model SIR, populasi manusia dibagi dalam tiga kelompok, yaitu kelompok rentan (S), kelompok terinfeksi (I) dan kelompok pulih (R). Dalam model ini diasumsikan bahwa individu yang terinfeksi kemudian pulih, individu tersebut tidak bisa terinfeksi lagi (Hirsch, 2004).

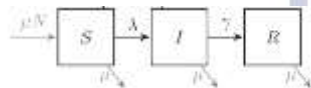
Model epidemik SIR dapat dilihat pada sistem persamaan diferensial berikut

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \mu N - \lambda SI - \mu S, \\ \frac{dI}{dt} &= \lambda SI - \gamma I - \mu I, \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I - \mu R \end{aligned} \quad (5)$$

dengan $\lambda = \beta \frac{I}{N} S$

di mana μ adalah tingkat kelahiran dan sekaligus tingkat kematian karena tingkat kelahiran diasumsikan konstan dengan tingkat kematian, λI adalah jumlah individu yang menjadi terinfeksi per satuan waktu (dengan β merupakan tingkat penyebaran penyakit), γI adalah jumlah individu yang pulih per satuan waktu (dengan γ merupakan tingkat kesembuhan penyakit konstan)

Model epidemik SIR tersebut dapat dijelaskan seperti diagram kompartemen berikut



Gambar 1. Diagram kompartemen model epidemik SIR (Blackwood, 2018)

Model Epidemik SIRS dengan Vaksinasi

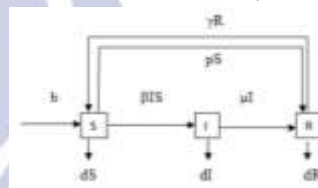
Sebagian besar penyakit yang ditularkan melalui vektor pembawa penyakit seperti nyamuk, akan menghasilkan kekebalan tubuh yang bersifat parsial akibat terinfeksi penyakit tersebut seperti pada penyakit malaria. Oleh karena itu diperoleh model matematika di mana individu yang pulih dari penyakit akan kebal tetapi secara bertahap akan kehilangan kekebalan tubuh dan menjadi individu rentan lagi (Martcheva, 2015).

Dengan $\frac{dS}{dt}$ adalah laju perubahan populasi manusia rentan, $\frac{dI}{dt}$ adalah laju perubahan populasi manusia

terinfeksi dan $\frac{dR}{dt}$ adalah laju perubahan populasi manusia sembuh. A adalah jumlah kelahiran manusia yang masuk pada populasi manusia rentan, β adalah tingkat penyebaran penyakit, p adalah tingkat vaksin yang efektif, di mana proses pemberian vaksin dilakukan pada populasi manusia rentan. d adalah tingkat kematian manusia pada populasi manusia rentan, populasi manusia terinfeksi dan manusia sembuh, μ adalah tingkat kesembuhan manusia dan γ adalah tingkat hilangnya kekebalan tubuh manusia rentan sehingga masuk ke dalam populasi manusia rentan, maka diperoleh model epidemik sebagai berikut

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= b - pS - dS - \beta IS + \gamma R, \\ \frac{dI}{dt} &= \beta IS - (d + \mu)I, \\ \frac{dR}{dt} &= \mu I + pS - (\gamma + d)R. \end{aligned} \quad (6)$$

(Ma dan Li, 2009).



Gambar 2. Diagram Kompartemen Model Epidemik SIRS dengan Vaksinasi

(Porwal, 2015)

3. METODE

Penelitian ini merupakan studi literatur yang mengkaji konsep dari berbagai sumber pustaka yang berkaitan dengan masalah yang di bahas dalam penelitian. Alur pertama yang dilakukan adalah mengumpulkan sumber dari artikel, *e-book* dan buku cetak yang berkaitan dengan virus malaria. Kemudian menentukan batasan masalah dan menyusun asumsi yang di gunakan untuk melakukan validasi dan merekonstruksi model.

Batasan masalah dalam penelitian ini adalah menggunakan model penyebaran penyakit malaria SIRS-SI dengan *treatment* berupa pemberian vaksin pada manusia rentan dan obat anti-malaria pada manusia terinfeksi serta penyemprotan pada nyamuk.

4. PEMBAHASAN

Rekonstruksi Model

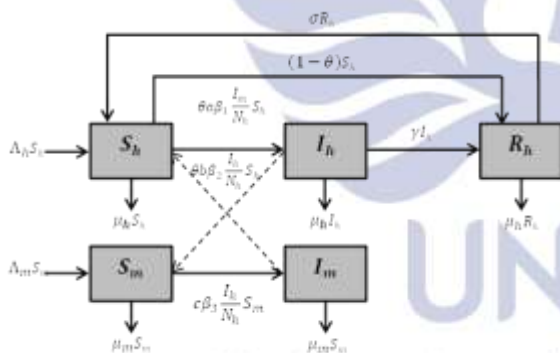
Pada Penelitian ini akan dibahas penyebaran penyakit malaria model SIRS-SI dengan *treatment* berupa pengobatan pada manusia terinfeksi, pemberian vaksin pada manusia rentan dan penyemprotan pada nyamuk.

Asumsi yang digunakan dalam penelitian untuk merekonstruksi model penyebaran penyakit malaria model

SIRS-SI dengan pengobatan, vaksinasi dan penyemprotan sebagai berikut

- Setiap kelahiran manusia masuk pada populasi manusia rentan.
- Manusia rentan akan terinfeksi karena digigit oleh nyamuk pembawa infeksi.
- Manusia pulih bisa kembali menjadi manusia rentan karena hilangnya kekebalan tubuh.
- Manusia rentan yang divaksinasi akan menjadi manusia pulih untuk waktu tertentu.
- Manusia terinfeksi sembuh karena adanya pengobatan.
- Setiap kelahiran nyamuk masuk pada populasi nyamuk rentan.
- Nyamuk rentan dapat terinfeksi karena menggigit manusia terinfeksi.
- Nyamuk pembawa infeksi tidak dapat menginfeksi nyamuk rentan.
- Nyamuk pembawa infeksi dianggap tidak bisa sembuh.
- Nyamuk pembawa infeksi hanya menginfeksi manusia rentan.
- Beberapa nyamuk rentan dan nyamuk pembawa infeksi mati karena penyemprotan.
- Populasi konstan dan tertutup untuk manusia dan nyamuk

Pola penyebaran penyakit malaria model SIRS-SI dengan pengobatan, vaksinasi dan penyemprotan dapat di gambarkan dalam diagram kompartemen sebagai berikut:



Gambar 3. Diagram kompartemen model epidemik malaria dengan pengobatan, vaksinasi dan penyemprotan

Berdasarkan diagram pada gambar 3. diperoleh persamaan sebagai berikut

- Laju perubahan populasi manusia rentan ($\frac{dS_h}{dt}$)

Berdasarkan asumsi pola penyebaran penyakit malaria dengan pengobatan, vaksinasi dan penyemprotan, setiap kelahiran manusia masuk pada populasi manusia rentan. Sehingga pada populasi manusia rentan terjadi penambahan populasi karena adanya kelahiran dengan tingkat kelahiran manusia Λ_h dikali dengan total populasi manusia sebesar

$$\Lambda_h N_h.$$

Manusia pulih bisa menjadi manusia rentan akibat kehilangan kekebalan tubuh, dengan tingkat kehilangan kekebalan tubuh (σ) dikali dengan jumlah populasi manusia pulih (R_h) sebesar

$$\sigma R_h.$$

Vaksinasi dapat menjadikan populasi manusia rentan menjadi pulih untuk waktu tertentu, maka populasi manusia rentan akan berkurang dengan tingkat efektifitas vaksin ($1 - \theta$) dikali dengan jumlah populasi manusia rentan (S_h) sebesar

$$(1 - \theta) S_h.$$

Manusia rentan akan terinfeksi karena digigit oleh nyamuk pembawa infeksi. Dengan tingkat penularan sebesar (β_1), rata-rata jumlah gigitan nyamuk pembawa infeksi menggigit manusia rentan adalah (b) dan rata-rata vaksin yang tidak efektif sebesar (θ) akan masuk pada populasi manusia terinfeksi. Sehingga populasi manusia rentan akan berkurang akibat gigitan nyamuk pembawa infeksi sebesar

$$\theta a \frac{\beta_1}{N_h} I_m S_h.$$

Manusia rentan akan berkurang karena transfusi darah dari manusia terinfeksi kepada manusia rentan. Dengan tingkat penularan karena transfusi darah sebesar (β_2), rata-rata jumlah transfusi darah adalah (a) dan rata-rata vaksin yang tidak efektif sebesar (θ) akan masuk pada populasi manusia terinfeksi. Sehingga populasi manusia rentan akan berkurang karena adanya transfusi darah dari manusia terinfeksi ke manusia rentan sebesar

$$\theta b \frac{\beta_2}{N_h} I_h S_h.$$

Manusia rentan akan mengalami kematian dengan rata-rata jumlah kematian (μ_h) dikali dengan jumlah populasi manusia rentan S_h , sebesar

$$\mu_h S_h.$$

Sehingga laju perubahan populasi manusia rentan dinyatakan dalam persamaan

$$\frac{dS_h}{dt} = \Lambda_h N_h + \sigma R_h - (1 - \theta) S_h - \theta (a \frac{\beta_1}{N_h} I_m S_h + b \frac{\beta_2}{N_h} I_h S_h) - \mu_h S_h. \quad (16)$$

- Laju perubahan populasi manusia terinfeksi ($\frac{dI_h}{dt}$)

Berdasarkan asumsi pola penyebaran penyakit malaria dengan pengobatan vaksinasi dan penyemprotan, bertambahnya populasi manusia terinfeksi disebabkan adanya manusia rentan yang digigit oleh nyamuk pembawa infeksi. Dengan rata-rata penularan sebesar β_1 rata-rata jumlah gigitan nyamuk pembawa infeksi menggigit manusia rentan adalah (b) dan tingkat vaksin yang tidak efektif sebesar θ akan masuk pada populasi manusia terinfeksi. Sehingga populasi manusia rentan akan

**PENYEBARAN PENYAKIT MALARIA MODEL SIRS-SI DENGAN PENGOBATAN, VAKSINASI
DAN PENYEMPROTAN**

berkurang akibat nyamuk pembawa infeksi yang menggigit manusia rentan sebesar

$$\theta a \frac{\beta_1}{N_h} I_m S_h.$$

Jumlah populasi manusia terinfeksi juga akan bertambah karena adanya transfusi darah dari manusia terinfeksi kepada manusia rentan. Dengan tingkat penularan karena transfusi darah sebesar β_2 , rata-rata jumlah transfusi darah adalah (a) dan tingkat vaksin yang tidak efektif sebesar (θ) akan masuk pada populasi manusia terinfeksi. Sehingga populasi manusia rentan akan berkurang karena adanya transfusi darah dari manusia terinfeksi ke manusia rentan sebesar

$$\theta b \frac{\beta_2}{N_h} I_h S_h.$$

Sedangkan berkurangnya populasi manusia terinfeksi karena adanya kematian populasi manusia terinfeksi dengan tingkat kematian μ_h dikali dengan jumlah manusia terinfeksi (I_h) sebesar

$$\mu_h I_h.$$

Manusia terinfeksi akan menjadi pulih karena adanya pengobatan, manusia terinfeksi yang menjadi pulih dengan tingkat kesembuhan sebesar (γ) dikali dengan jumlah populasi manusia terinfeksi (I_h) sebesar

$$\gamma I_h.$$

Sehingga laju perubahan populasi manusia terinfeksi dinyatakan dalam persamaan

$$\frac{dI_h}{dt} = \theta \left(a \frac{\beta_1}{N_h} I_m S_h + b \frac{\beta_2}{N_h} I_h S_h \right) - \mu_h I_h - \gamma I_h. \quad (17)$$

c. Laju perubahan manusia pulih ($\frac{dR_h}{dt}$)

Bertambahnya populasi manusia pulih terjadi saat manusia terinfeksi pulih dari penyakit dengan tingkat kesembuhan (γ) dikali dengan jumlah populasi manusia terinfeksi (I_h) sebesar

$$\gamma I_h.$$

Manusia rentan akan menjadi manusia pulih selama beberapa waktu karena adanya vaksinasi yang efektif dengan efektivitas ($1 - \theta$) dikali dengan jumlah populasi manusia rentan (S_h) sebesar

$$(1 - \theta) S_h.$$

Populasi manusia rentan akan mengalami kematian dengan tingkat kematian (μ_h) dikali dengan jumlah populasi manusia pulih (R_h), sehingga berkurangnya populasi manusia pulih karena adanya kematian pada populasi manusia pulih sebesar

$$\mu_h R_h.$$

Manusia pulih akan kehilangan kekebalan tubuh sehingga kembali menjadi manusia rentan dengan rata-rata hilangnya kekebalan tubuh manusia pulih (σ) dikali dengan jumlah populasi manusia pulih (R_h) sebesar

$$\sigma R_h.$$

Sehingga laju perubahan populasi manusia pulih dinyatakan dalam persamaan

$$\frac{dR_h}{dt} = \gamma I_h + (1 - \theta) S_h - \mu_h R_h - \sigma R_h. \quad (18)$$

d. Laju perubahan populasi nyamuk rentan ($\frac{dS_m}{dt}$)

Berdasarkan asumsi bahwa setiap kelahiran nyamuk akan masuk pada populasi nyamuk rentan, maka populasi nyamuk rentan akan bertambah karena adanya kelahiran nyamuk dengan tingkat kelahiran Λ_m dikali dengan total awal populasi nyamuk sebesar

$$\Lambda_m N_m.$$

Nyamuk rentan dapat terinfeksi karena menggigit manusia terinfeksi, oleh karena itu populasi nyamuk rentan berkurang karena nyamuk rentan yang menggigit manusia terinfeksi dengan tingkat penyebaran penyakit (β_3) dan rata-rata jumlah gigitan nyamuk (c), sehingga populasi nyamuk rentan berkurang karena nyamuk rentan menggigit manusia terinfeksi sebesar

$$c \frac{\beta_3}{N_h} I_h S_m.$$

Populasi nyamuk rentan juga mengalami kematian dengan tingkat kematian (μ_m) dikali dengan jumlah nyamuk rentan (S_m) sebesar

$$\mu_m S_m.$$

Sebagian populasi nyamuk akan mati karena adanya penyemprotan dengan rata-rata jumlah nyamuk mati karena penyemprotan (ρ) dikali dengan jumlah populasi nyamuk rentan S_m sebesar

$$\rho S_m.$$

Sehingga laju perubahan populasi nyamuk rentan dinyatakan dalam persamaan

$$\frac{dS_m}{dt} = \Lambda_m N_m - c \frac{\beta_3}{N_h} I_h S_m - \mu_m S_m - \rho S_m. \quad (19)$$

e. Laju perubahan populasi nyamuk pembawa infeksi ($\frac{dI_m}{dt}$)

Berdasarkan asumsi pola penyebaran penyakit malaria dengan pengobatan, vaksinasi dan penyemprotan, nyamuk rentan dapat terinfeksi karena menggigit manusia terinfeksi, oleh karena itu populasi nyamuk pembawa infeksi bertambah karena nyamuk rentan yang menggigit manusia terinfeksi dengan tingkat penyebaran penyakit (β_2) dan rata-rata jumlah gigitan nyamuk (b), sehingga populasi nyamuk pembawa infeksi bertambah karena nyamuk rentan menggigit manusia terinfeksi sebesar

$$c \frac{\beta_3}{N_h} I_h S_m.$$

Populasi nyamuk pembawa infeksi akan berkurang karena adanya kematian nyamuk dengan tingkat kematian (μ_m) dikali dengan jumlah populasi nyamuk pembawa infeksi (I_h) sebesar

$$\mu_h I_h.$$

Sebagian populasi nyamuk akan mati karena adanya penyemprotan dengan rata-rata jumlah nyamuk mati karena penyemprotan (ρ) dikali dengan jumlah populasi nyamuk rentan (S_m) sebesar

$$\rho S_m.$$

Sehingga laju perubahan populasi nyamuk pembawa infeksi dinyatakan dalam persamaan

$$\frac{dI_m}{dt} = c \frac{\beta_3}{N_h} I_h S_m - \mu_m I_m - \rho S_m. \quad (20)$$

5. PENUTUP

Simpulan

Berdasarkan dari pembahasan maka dapat disimpulkan bahwa penyebaran penyakit malaria dengan pengobatan, vaksinasi dan penyemprotan dapat dinyatakan dalam sistem sebagai berikut

$$\frac{dS_h}{dt} = \Lambda_h N_h + \sigma R_h - (1 - \theta) S_h - \theta \left(a \frac{\beta_1}{N_h} I_m S_h + \right.$$

$$\left. b \frac{\beta_2}{N_h} I_h S_h \right) - \mu_h S_h,$$

$$\frac{dI_h}{dt} = \theta \left(a \frac{\beta_1}{N_h} I_m S_h + b \frac{\beta_2}{N_h} I_h S_h \right) - \mu_h I_h - \gamma I_h,$$

$$\frac{dR_h}{dt} = \gamma I_h + (1 - \theta) S_h - \sigma R_h - \mu_h R_h,$$

$$\frac{dS_m}{dt} = \Lambda_m N_m - c \frac{\beta_3}{N_h} I_h S_m - \mu_m S_m - \rho S_m,$$

$$\frac{dI_m}{dt} = c \frac{\beta_3}{N_h} I_h S_m - \mu_m I_m - \rho I_m,$$

dengan

$\frac{dS_h}{dt}$ adalah laju perubahan populasi manusia rentan pada waktu t ,

$\frac{dI_h}{dt}$ adalah laju perubahan populasi manusia terinfeksi pada waktu t ,

$\frac{dR_h}{dt}$ adalah laju perubahan populasi manusia pulih pada waktu t ,

$\frac{dS_m}{dt}$ adalah laju perubahan populasi nyamuk rentan pada waktu t ,

$\frac{dI_m}{dt}$ adalah laju perubahan populasi nyamuk pembawa infeksi pada waktu t ,

N_h adalah total populasi awal manusia,

N_m adalah total populasi awal nyamuk,

Λ_h adalah tingkat kelahiran manusia,

Λ_m adalah tingkat kelahiran nyamuk,

μ_h adalah tingkat kematian manusia,

μ_m adalah tingkat kematian nyamuk,

β_1 adalah tingkat penyebaran penyakit karena nyamuk pembawa infeksi menggigit manusia rentan,

β_2 adalah tingkat penyebaran penyakit karena transfusi darah dari manusia terinfeksi ke manusia rentan,

β_3 adalah tingkat penyebaran penyakit karena nyamuk rentan menggigit manusia terinfeksi,

a adalah rata-rata jumlah gigitan nyamuk pembawa infeksi menggigit manusia rentan,

b adalah rata-rata jumlah transfusi darah dari manusia terinfeksi ke manusia rentan,

c adalah rata-rata jumlah gigitan nyamuk rentan yang menggigit manusia terinfeksi,

θ adalah tingkat vaksin yang tidak efektif,

σ adalah tingkat hilangnya kekebalan tubuh dari manusia pulih,

γ adalah tingkat kesembuhan karena pengobatan,

ρ adalah tingkat kematian nyamuk karena penyemprotan.

Saran

Saran untuk penelitian selanjutnya yang mengambil tema sama, akan lebih baik dengan membahas kasus penyakit yang lebih *up to date* di suatu wilayah tertentu.

DAFTAR PUSTAKA

- Adkins, W. A., & Davidson, M. G. (2012). *Ordinary Differential Equations*. New York: Springer.
- Ashley, Elizabeth A., Phyto, Aung P., Woodrow, Charles J., (2018). Malaria. *The Lancet*. 391: 1608–21.
- Blackwood, Julie C. dan Lauren M. Childs. (2018). An introduction to compartmental modeling for the budding infectious disease modeler. *Letters In Biomathematics*. 5:1, 195-221.
- CDC. (2019). *CDC - Malaria - About Malaria - Malaria Transmission in the United States*.
- Correa, Anna Paula S. A., dkk. (2019). Efficacy of insecticides used in indoor residual spraying for malaria control: an experimental trial on various surfaces in a “test house”. *Malaria Journal*. 18:345.
- Cowman, Alan F., dkk. (2016) Malaria: Biology and Disease. *Cell*. 167.
- Diallo, Mamadou A., dkk. (2020). Efficacy and safety of artemisinin-based combination therapy and the implications of Pfk13 and PfPR molecular markers in treatment failure in Senegal. *Scientific Report*, 10:8907.
- Edwards, C. H., & Penney, D. E. (2015). *Differential Equations and Boundary: Computing and Modeling Fifth Edition*. New York: Pearson.
- Fitriany, J., & Sabiq, A. (2018). Malaria. *Malaria Journal*, 4(1), 10–31.
- Harijanto P.N., (2011). ACT Sebagai Obat Pilihan Malaria Ringan di Indonesia. *CDK*. 38:2.
- Hirsch, M. W., Smale, S., & Devaney, R. L. (2004). *Differential Equations, Dynamical System & An Introduction to Chaos* (Second Edition). Elsevier Academic Press.
- Kemenkes. (2011). *Epidemiologi Malaria di Indonesia*.

**PENYEBARAN PENYAKIT MALARIA MODEL SIRS-SI DENGAN PENGOBATAN, VAKSINASI
DAN PENYEMPROTAN**

Jakarta: Kementrian Kesehatan RI..

- Klausner, R., & Alonso, P. (2004). An attack on all fronts. *Nature*, 430.
- Lestari, Yuni Eka, dkk. (2014). Hubungan Sikap Dan Pengetahuan Ibu Hamil Dengan Penggunaan Kelambu Berinsektisida Long Lasting Insect Net (Llins) Di Wilayah Puskesmas Way Nipah Kab Tanggamus. *Jurnal Kesehatan Holistik*. 8:1,26-31.
- Malaria Vaccine Initiative. 2017. Our research and development strategy . Path-Mvi. Retrived on Juni 30, 2019. from: <http://www.malariavaccine.org>.
- Martcheva, M. (2015). *An Introduction to Mathematical Epidemiology*. New York: Springer.
- Mawuntu, A. H. P. (2018). *Malaria Serebral*. 1(3), 1–21.
- Orish, Verner. (2019). A 4-Day Incubation Period of Plasmodium falciparum Infection in a Nonimmune Patient in Ghana: A Case Report. *OFID*. 1-2.
- Porwal, Pradeep. Preeti Shrivastava. S. K. Tiwari. (2015). Study of Simple SIR Epidemic Model. *Pelagia Research Library*. 6:4.1-4.
- Putri, R. G., Jaharuddin, & Bakhtiar, T. (2014). SIRS-SI Model of Malaria Disease with Application of Vaccines , Anti-Malarial Drugs , and Spraying. *IOSR Journal of Mathematics*, 66–72.
- Wahid, Isra. (2016). Malaria. *Gakken*. 1-8
- WHO. (2018). First malaria vaccine in Africa: A potential new tool for child health and improved malaria control. *Who*, 4. Retrieved January 8, 2020 from <https://www.who.int/malaria/publications/atoz/first-malaria-vaccine/en/>

