

PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM BERDARAH DENGUE MODEL SIR-SI DENGAN STRUKTUR USIA DAN PENYEMPROTAN

Mey Novia Mardiyatin Nafiah

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya
e-mail : meynafiah16030214023@mhs.unesa.ac.id

Abstrak

Demam berdarah dengue merupakan salah satu penyakit menular yang saat ini berkembang di dunia. Penyakit ini merupakan penyakit menular yang umumnya menyerang anak-anak yang berusia dibawah 15 tahun. Demam berdarah dengue adalah penyakit yang disebabkan oleh virus dengue dapat ditularkan oleh nyamuk betina spesies *Aedes aegypti*. Penyebaran penyakit demam berdarah dengue dimodelkan dengan model SIR-SI yang melibatkan dua populasi, yaitu manusia dalam model SIR dengan struktur usia dan nyamuk dalam model SI dengan penyemprotan. Penyemprotan dilakukan untuk mengurangi populasi vektor yang rentan maupun yang sudah terinfeksi. Metode penelitian yang dilakukan yaitu mengkaji masalah yang berkaitan dengan penyakit demam berdarah dengue, menyusun asumsi, mengonstruksi model penyebaran penyakit demam berdarah dengue.

Kata kunci: Demam Berdarah Dengue, model SIR-SI, Penyemprotan

Abstract

Dengue hemorrhagic fever is one of the public health problems in the world. This disease is a contagious disease which generally attacks children under 15 years. Dengue hemorrhagic fever is a disease caused dengue virus that can be transmitted by female mosquitoes of the *Aedes aegypti* species. The spread of dengue hemorrhagic fever is modeled by the SIR-SI model which involves two populations, namely humans in the SIR model with age structured and mosquitoes in the SI model added by spraying. Spraying is done to reduce the vector population that is vulnerable or already infected. The research methods carried out are reviewing problems related to dengue fever, making assumptions, constructing the spread of the dengue fever models.

Keywords: Dengue Hemorrhagic Fever, SIR-SI model, Spraying.

1. PENDAHULUAN

Demam berdarah dengue merupakan salah satu penyakit menular yang saat ini berkembang di dunia. Penyebab demam berdarah dengue yaitu virus *dengue* yang ditularkan oleh nyamuk betina spesies *Aedes aegypti*, nyamuk ini ditemukan di daerah beriklim tropis dan subtropis (Kemenkes, 2017). Penyakit demam berdarah dengue merupakan salah satu masalah kesehatan masyarakat yang umumnya menyerang pada anak-anak yang berusia di bawah 15 tahun. Beberapa kasus khusus penyakit demam berdarah dengue juga ditemukan pada orang dewasa (Kementerian Kesehatan RI, 2018).

Salah satu kegiatan pengendalian nyamuk yang pernah dilakukan yaitu penyemprotan (*fogging*) dengan melibatkan peran masyarakat, dengan tujuan untuk mengurangi sebagian besar vektor infeksi dengan cepat, sehingga rantai penularan segera dapat diputuskan (Pramestuti, 2013).

Berdasarkan latar belakang di atas, maka pada penelitian ini akan dibahas sebuah model matematika

penyebaran penyakit demam berdarah dengue dengan struktur usia menggunakan model SIR SI. Populasi manusia dibagi menjadi dua kelas yaitu kelas manusia pra dewasa dan kelas manusia dewasa. Pada model ini akan ditambahkan pencegahan yang dilakukan dengan cara penyemprotan (*fogging*) pada populasi nyamuk untuk mengurangi populasi nyamuk yang rentan maupun yang sudah terinfeksi.

2. KAJIAN TEORI

Virus Dengue

Virus *dengue* memiliki empat *serotype* yaitu dengue 1-4 yang ditemukan di lokasi geografis yang berbeda (Branch, 2015). Demam berdarah dengue merupakan suatu penyakit yang disebabkan oleh infeksi salah satu dari empat *serotype* virus *dengue*. Penyakit ini ditandai adanya kebocoran plasma yang menyebabkan syok yang bisa berakibat fatal, terutama di kalangan anak-anak kecil (Nuryati, 2012).

Transmisi Virus Dengue

Nyamuk *Aedes aegypti* dapat terinfeksi virus *dengue* setelah menggigit manusia yang sedang mengalami viremia. Viremia adalah masa di mana virus berada di dalam aliran darah sehingga dapat ditularkan kepada orang lain melalui gigitan nyamuk. Kemudian virus yang ada di kelenjar air liur berkembang biak selama waktu 8-10 hari, sebelum ditularkan kepada manusia pada saat gigitan berikutnya.

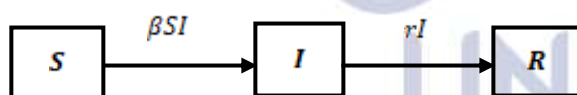
Pada seseorang yang darahnya terinfeksi virus *dengue* (infektif) dapat menularkan virus tersebut ke orang lain. Virus *dengue* berada dalam darah selama 4-7 hari. Penularan dari manusia ke nyamuk terjadi apabila nyamuk menggigit manusia yang sedang mengalami viremia, yaitu 2 hari sebelum masa demam sampai 5 hari setelah timbul demam (Arsunan, 2013).

Pengendalian Penyakit DBD

Program pemberantasan demam berdarah dengue adalah suatu upaya terpadu yang melibatkan berbagai instansi pemerintah maupun seluruh masyarakat dalam mencegah dan menanggulangi adanya kasus demam berdarah dengue. Penyakit demam berdarah dengue dapat diberantas dengan upaya pemerintah dan peran masyarakat. Misalnya, pencegahan dengan melakukan Pemberantasan Sarang Nyamuk (PSN), penyemprotan, dan penyuluhan kesehatan (Kemenkes, 2010).

Model SIR

Model epidemik SIR pertama kali diperkenalkan oleh W.O Kemark dan A. G. McKendrick pada tahun 1927. Pada model epidemik SIR populasi dibagi menjadi tiga kondisi yaitu *susceptible* (*S*), *Infected* (*I*) dan *Recovered* (*R*).



Gambar 2. 1 Bagan kompartemen model SIR

Berdasarkan bagan (2.1) diperoleh persamaan :

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI,$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - rI,$$

$$\frac{dR}{dt} = rI.$$

di mana,

S : Jumlah manusia rentan

I : Jumlah manusia terinfeksi

R : Jumlah manusia sembuh

β = tingkat penyebaran penyakit

r = tingkat penyembuhan infeksi penyakit

Dengan *N* adalah jumlah total seluruh populasi dari kondisi *Susceptible* (*S*), *Infected* (*I*), dan *Recovered* (*R*) sehingga diperoleh :

$$S + I + R = N.$$

(Kermarck and McKendrick, 1927).

3. METODE

Penelitian ini merupakan studi literatur yang mengkaji konsep dan teori melalui berbagai sumber pustaka yang berkaitan dengan masalah yang dibahas dalam penelitian, serta mengumpulkan literatur berupa buku referensi, artikel dan buku cetak yang mendukung dalam penelitian ini. Kemudian mengonstruksi model, dan melakukan validasi model matematika berdasarkan asumsi.

4. PEMBAHASAN

Model Matematika

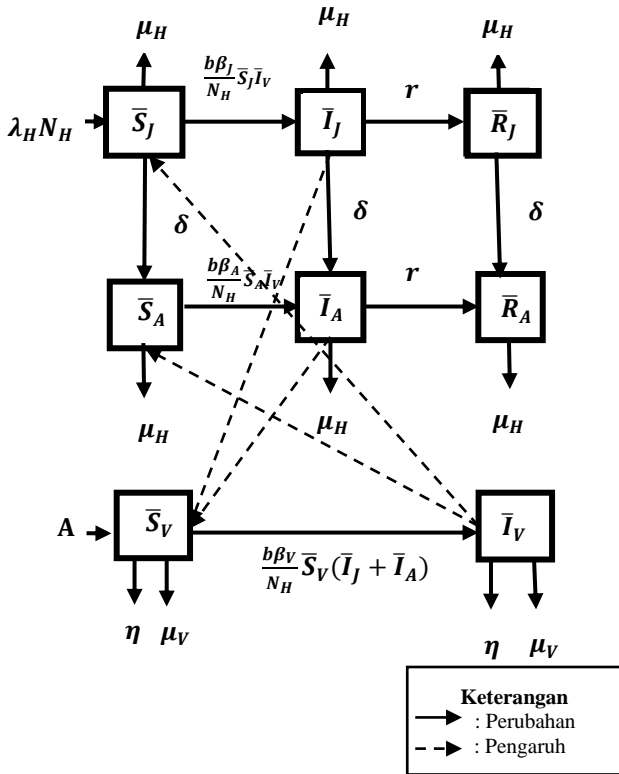
Asumsi yang digunakan untuk mengonstruksi model penyebaran penyakit demam berdarah dengue model SIR-SI dengan struktur usia dan penyemprotan sebagai berikut.

1. Populasi manusia terbagi menjadi tiga kelas yaitu kelas manusia *Susceptible* (*S*), kelas manusia *Infected* (*I*), dan kelas manusia *Recovered* (*R*).
2. Dengan struktur usia, yaitu usia manusia pra dewasa (*J*) < 15 tahun, sedangkan untuk usia manusia dewasa (*A*) ≥ 15 tahun.
3. Populasi nyamuk dibagi menjadi dua kelas yaitu kelas nyamuk *Susceptible* (*S_v*), dan kelas nyamuk *Infected* (*I_v*).
4. Penyembuhan populasi nyamuk terinfeksi diabaikan.
5. Populasi bersifat konstan dan tertutup (tidak ada migrasi)
6. Populasi manusia pra dewasa rentan dapat menjadi populasi manusia dewasa rentan.
7. Populasi manusia pra dewasa terinfeksi dapat menjadi populasi manusia dewasa terinfeksi.
8. Populasi manusia pra dewasa sembuh dapat menjadi populasi manusia dewasa sembuh.
9. Populasi manusia pra dewasa sembuh tidak dapat terinfeksi virus kembali.
10. Populasi manusia pra dewasa rentan tidak dapat menjadi populasi manusia dewasa terinfeksi
11. Populasi manusia pra dewasa terinfeksi tidak dapat menjadi populasi manusia dewasa sembuh
12. Populasi manusia pra dewasa/dewasa rentan dapat terinfeksi virus dengue jika terkena gigitan nyamuk yang terinfeksi virus *dengue*.
13. Populasi nyamuk terinfeksi tidak dapat menginfeksi populasi nyamuk rentan.
14. Populasi nyamuk rentan dapat terinfeksi karena menggigit populasi manusia pra dewasa/dewasa terinfeksi.

**PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM BERDARAH DENGUE MODEL SIR-SI
DENGAN STRUKTUR USIA DAN PENYEMPROTAN**

15. Tingkat penyebaran penyakit pada manusia pra dewasa sama dengan penyebaran pada manusia dewasa.
16. Tidak ada pencegahan/pengobatan pada populasi manusia.
17. Terdapat penyemprotan (*fogging*) pada populasi nyamuk.
18. Penyembuhan populasi manusia terinfeksi terjadi secara alami dan besarnya sama.
19. Pembawa virus dengue yaitu nyamuk *Aedes aegypti*.
20. Perbedaan jenis serotipe pada virus dengue diabaikan.
21. Jumlah hewan lain yang dapat digigit oleh nyamuk terinfeksi virus dengue diabaikan.

Dalam penelitian ini akan dibahas penyebaran demam berdarah dengue model SIR-SI dengan struktur usia dan penyemprotan. Model tersebut akan dijelaskan pada diagram kompartemen sebagai berikut:



Gambar 4.1 Bagan Kompartemen model SIR-SI

Dari bagan kompartemen di atas diperoleh sistem persamaan diferensial sebagai berikut :

$$\frac{d\bar{S}_J}{dt} = \lambda N_H - \frac{b\beta_J}{N_H} \bar{S}_J \bar{I}_V - (\mu_H + \delta) \bar{S}_J$$

$$\frac{d\bar{I}_J}{dt} = \frac{b\beta_J}{N_H} \bar{S}_J \bar{I}_V - (\mu_H + \delta + r) \bar{I}_J$$

$$\frac{d\bar{R}_J}{dt} = r \bar{I}_J - (\mu_H + \delta) \bar{R}_J,$$

$$\frac{d\bar{S}_A}{dt} = \delta \bar{S}_J - \frac{b\beta_A}{N_H} \bar{S}_A \bar{I}_V - \mu_H \bar{S}_A$$

$$\frac{d\bar{I}_A}{dt} = \frac{b\beta_A}{N_H} \bar{S}_A \bar{I}_V + \delta \bar{I}_J - (\mu_H + r) \bar{I}_A$$

$$\frac{d\bar{R}_A}{dt} = r \bar{I}_A + \delta \bar{R}_J - \mu_H \bar{R}_A$$

$$\frac{d\bar{S}_V}{dt} = A - \frac{b\beta_V}{N_H} \bar{S}_V (\bar{I}_J + \bar{I}_A) - (\eta + \mu_V) \bar{S}_V$$

$$\frac{d\bar{I}_V}{dt} = \frac{b\beta_V}{N_H} \bar{S}_V (\bar{I}_J + \bar{I}_A) - (\eta + \mu_V) \bar{I}_V$$

Dari diagram kompartemen di atas dapat diperoleh laju perubahan dari setiap populasi.

a. Laju perubahan populasi manusia pra dewasa *Susceptible* ($\frac{d\bar{S}_J}{dt}$).

Tingkat kelahiran populasi manusia sebesar (λ_H) masuk ke dalam populasi manusia pra dewasa *Susceptible* (\bar{S}_J). Selain itu, pada populasi manusia pra dewasa *Susceptible* (\bar{S}_J) terdapat jumlah populasi manusia (N_H). Sehingga jumlah kelahiran manusia disimbolkan dengan $\lambda_H N_H$.

Pengurangan populasi manusia pra dewasa *Susceptible* (\bar{S}_J) disebabkan karena pengaruh rata-rata gigitan nyamuk per hari (b), peluang penyebaran virus pada populasi manusia pra dewasa yang terinfeksi (β_J), jumlah populasi manusia (N_H), dan jumlah nyamuk yang terinfeksi menggigit populasi manusia pra dewasa *Susceptible* (\bar{S}_J). Sehingga populasi manusia pra dewasa *Susceptible* (\bar{S}_J) berkurang sebesar $\frac{b\beta_J}{N_H} \bar{S}_J \bar{I}_V$.

Pengurangan manusia belum dewasa *Susceptible* (\bar{S}_J) karena kematian alami dengan tingkat kematian sebesar μ_H , sehingga jumlah kematian populasi manusia pra dewasa *Susceptible* (\bar{S}_J) disimbolkan dengan $\mu_H \bar{S}_J$.

Pengurangan populasi manusia pra dewasa *Susceptible* (\bar{S}_J) juga disebabkan karena adanya perubahan manusia pra dewasa *Susceptible* (\bar{S}_J) menjadi manusia dewasa *Susceptible* (\bar{S}_A) dengan tingkat perubahan sebesar δ , sehingga perubahannya disimbolkan dengan $\delta \bar{S}_J$.

Maka diperoleh laju perubahan manusia belum dewasa *Susceptible* (\bar{S}_J) sebagai berikut.

$$\frac{d\bar{S}_J}{dt} = \lambda N_H - \frac{b\beta_J}{N_H} \bar{S}_J \bar{I}_V - (\mu_H + \delta) \bar{S}_J \quad (4.1)$$

b. Laju perubahan populasi manusia pra dewasa *Infected* ($\frac{d\bar{I}_J}{dt}$).

Penambahan populasi manusia pra dewasa *Infected* (\bar{I}_J) disebabkan karena pengaruh rata-rata gigitan nyamuk per hari (b), peluang penyebaran virus pada populasi manusia pra dewasa yang terinfeksi (β_J), jumlah populasi manusia (N_H), dan jumlah nyamuk yang terinfeksi menggigit populasi manusia pra dewasa *Susceptible* (\bar{S}_J).

Sehingga populasi manusia pra dewasa *Infected* (\bar{I}_J) bertambah sebesar $\frac{b\beta_I}{N_H} \bar{S}_J \bar{I}_V$.

Pengurangan populasi manusia pra dewasa *Infected* (\bar{I}_J) dikarenakan kematian dengan tingkat kematian sebesar μ_H . Sehingga jumlah kematiannya disimbolkan dengan $\mu_H \bar{I}_J$.

Pengurangan manusia pra dewasa *Infected* (\bar{I}_J) disebabkan karena adanya perubahan manusia pra dewasa *Infected* (\bar{I}_J) menjadi manusia dewasa *Infected* (\bar{I}_A) dengan tingkat perubahan sebesar δ , sehingga perubahannya disimbolkan dengan $\delta \bar{I}_J$.

Pengurangan populasi manusia pra dewasa *Infected* (\bar{I}_J) disebabkan karena populasi manusia pra dewasa *Infected* (\bar{I}_J) sembuh dari penyakit dengan tingkat kesembuhan sebesar r . Penyembuhan populasi manusia terinfeksi terjadi secara alami dan besar r sama, sehingga kesembuhannya disimbolkan dengan $r \bar{I}_J$.

Maka diperoleh laju perubahan manusia pra dewasa *Infected* (\bar{I}_J) sebagai berikut.

$$\frac{d\bar{I}_J}{dt} = \frac{b\beta_I}{N_H} \bar{S}_J \bar{I}_V - (\mu_H + \delta + r) \bar{I}_J \quad (4.2).$$

c. Laju perubahan populasi manusia pra dewasa *Recovered* ($\frac{d\bar{R}_J}{dt}$).

Penambahan populasi manusia pra dewasa *Recovered* (\bar{R}_J) disebabkan karena populasi manusia pra dewasa *Infected* (\bar{I}_J) sembuh dari penyakit dengan tingkat kesembuhan sebesar r . Penyembuhan populasi manusia pra dewasa terinfeksi terjadi secara alami dan besar r sama, sehingga kesembuhannya disimbolkan dengan $r \bar{I}_J$.

Pengurangan populasi manusia pra dewasa *Recovered* (\bar{R}_J) karena kematian alami dengan tingkat kematian sebesar μ_H , sehingga jumlah kematian populasi manusia pra dewasa *Recovered* (\bar{R}_J) disimbolkan dengan $\mu_H \bar{R}_J$.

Pengurangan populasi manusia pra dewasa *Recovered* (\bar{R}_J) juga disebabkan karena adanya perubahan populasi manusia pra dewasa *Recovered* (\bar{R}_J) menjadi populasi manusia dewasa *Recovered* (\bar{R}_A) dengan tingkat perubahan sebesar δ , sehingga perubahannya disimbolkan dengan $\delta \bar{R}_A$.

Maka diperoleh laju perubahan manusia pra dewasa *Recovered* (\bar{R}_J) sebagai berikut.

$$\frac{d\bar{R}_J}{dt} = r \bar{I}_J - (\mu_H + \delta) \bar{R}_J \quad (4.3).$$

d. Laju perubahan populasi manusia dewasa *Susceptible* ($\frac{d\bar{S}_A}{dt}$).

Penambahan populasi manusia dewasa *Susceptible* (\bar{S}_A) disebabkan karena adanya perubahan manusia pra dewasa *Susceptible* (\bar{S}_J) menjadi manusia dewasa *Susceptible* (\bar{S}_A) dengan tingkat perubahannya sebesar δ , sehingga perubahannya disimbolkan dengan $\delta \bar{S}_J$.

Pengurangan populasi manusia dewasa *Susceptible* (\bar{S}_A) disebabkan karena pengaruh rata-rata gigitan nyamuk per hari (b), peluang penyebaran virus pada populasi manusia dewasa yang terinfeksi (β_A), jumlah populasi manusia (N_H), dan jumlah nyamuk yang terinfeksi menggigit populasi manusia dewasa *Susceptible* (\bar{S}_A). Sehingga populasi manusia dewasa *Susceptible* (\bar{S}_A) berkurang sebesar $\frac{b\beta_A}{N_H} \bar{S}_A \bar{I}_V$.

Pengurangan populasi manusia dewasa *Susceptible* (\bar{S}_A) karena kematian alami dengan tingkat kematian sebesar μ_H , sehingga jumlah kematian populasi manusia dewasa *Susceptible* (\bar{S}_A) disimbolkan dengan $\mu_H \bar{S}_A$.

Maka diperoleh laju perubahan manusia dewasa *Susceptible* (\bar{S}_A) sebagai berikut.

$$\frac{d\bar{S}_A}{dt} = \delta \bar{S}_J - \frac{b\beta_A}{N_H} \bar{S}_A \bar{I}_V - \mu_H \bar{S}_A \quad (4.4)$$

e. Laju perubahan populasi manusia dewasa *Infected* ($\frac{d\bar{I}_A}{dt}$).

Penambahan populasi manusia dewasa *Infected* (\bar{I}_A) disebabkan karena adanya perubahan manusia pra dewasa *Infected* (\bar{I}_J) menjadi manusia dewasa *Infected* (\bar{I}_A) dengan tingkat perubahan sebesar δ , sehingga perubahannya disimbolkan dengan $\delta \bar{I}_J$.

Penambahan populasi manusia dewasa *Susceptible* (\bar{S}_A) disebabkan karena pengaruh rata-rata gigitan nyamuk per hari (b), peluang penyebaran virus pada populasi manusia dewasa yang terinfeksi (β_A), jumlah populasi manusia (N_H) dan jumlah nyamuk yang terinfeksi menggigit populasi manusia dewasa *Susceptible* (\bar{S}_A). Sehingga populasi manusia dewasa *Susceptible* (\bar{S}_A) bertambah sebesar $\frac{b\beta_A}{N_H} \bar{S}_A \bar{I}_V$.

Pengurangan populasi manusia dewasa *Infected* (\bar{I}_A) dikarenakan kematian dengan tingkat kematian sebesar μ_H , sehingga jumlah kematian populasi manusia dewasa *Infected* (\bar{I}_A) disimbolkan dengan $\mu_H \bar{I}_A$.

Pengurangan populasi manusia dewasa *Infected* (\bar{I}_A) disebabkan karena populasi manusia dewasa *Infected* (\bar{I}_A) sembuh dari penyakit dengan tingkat kesembuhan sebesar r . Penyembuhan populasi manusia dewasa terinfeksi terjadi secara alami dan besar r sama, sehingga kesembuhannya disimbolkan dengan $r \bar{I}_A$.

Maka diperoleh laju perubahan populasi manusia dewasa *Infected* (\bar{I}_A) sebagai berikut.

$$\frac{d\bar{I}_A}{dt} = \frac{b\beta_A}{N_H} \bar{S}_A \bar{I}_V + \delta \bar{I}_J - (\mu_H + r) \bar{I}_A \quad (4.5)$$

**PENYEBARAN PENYAKIT DEMAM BERDARAH DENGUE MODEL SIR-SI
DENGAN STRUKTUR USIA DAN PENYEMPROTAN**

f. Laju perubahan populasi manusia dewasa *Recovered* ($\frac{d\bar{R}_A}{dt}$).

Penambahan populasi manusia dewasa *Infected* (\bar{I}_A) disebabkan karena populasi manusia dewasa *Infected* (\bar{I}_A) sembuh dari penyakit dengan tingkat kesembuhan sebesar r . Penyembuhan populasi manusia dewasa terinfeksi terjadi secara alami dan besar r sama, sehingga kesembuhannya disimbolkan dengan $r\bar{I}_A$.

Penambahan populasi manusia dewasa *Recovered* (\bar{R}_A) juga disebabkan karena adanya perubahan manusia pra dewasa *Recovered* (\bar{R}_J) menjadi manusia dewasa *Recovered* (\bar{R}_A) dengan tingkat kesembuhannya sebesar δ , sehingga perubahannya disimbolkan dengan $\delta\bar{R}_J$.

Pengurangan populasi manusia dewasa *Recovered* (\bar{R}_A) karena kematian alami dengan tingkat kematian sebesar μ_H , sehingga jumlah kematian populasi manusia dewasa *Recovered* (\bar{R}_A) disimbolkan dengan $\mu_H\bar{R}_A$. Maka diperoleh laju perubahan manusia dewasa *Recovered* (\bar{R}_A) sebagai berikut.

$$\frac{d\bar{R}_A}{dt} = r\bar{I}_A + \delta\bar{R}_J - \mu_H\bar{R}_A \quad (4.6)$$

g. Laju perubahan populasi nyamuk *Susceptible* ($\frac{d\bar{S}_V}{dt}$).

Tingkat rekrutment nyamuk sebesar (A) masuk ke dalam populasi nyamuk *Susceptible* (\bar{S}_V).

Pengurangan populasi manusia dewasa nyamuk *Susceptible* (\bar{S}_V) disebabkan karena pengaruh rata-rata gigitan nyamuk per hari (b), peluang penyebaran virus pada populasi nyamuk yang terinfeksi (β_V), jumlah populasi manusia (N_H), jumlah nyamuk *Susceptible* (\bar{S}_V) menggigit populasi manusia pra dewasa *Susceptible* (\bar{S}_J) dan manusia dewasa *Susceptible* (\bar{S}_A). Sehingga populasi nyamuk *Susceptible* (\bar{S}_V) berkurang sebesar $\frac{b\beta_V}{N_H}\bar{S}_V(\bar{I}_J + \bar{I}_A)$.

Pengurangan populasi nyamuk *Susceptible* (\bar{S}_V) dikarenakan kematian alami dengan tingkat kematian sebesar μ_V , sehingga jumlah kematian populasi nyamuk *Susceptible* (\bar{S}_V) disimbolkan dengan $\mu_H\bar{S}_V$.

Pengurangan populasi nyamuk *Susceptible* (\bar{S}_V) karena adanya penyemprotan sebesar η , sehingga disimbolkan dengan $\eta\bar{S}_V$.

Maka diperoleh laju perubahan populasi nyamuk *Susceptible* (\bar{S}_V) sebagai berikut.

$$\frac{d\bar{S}_V}{dt} = A - \frac{b\beta_V}{N_H}\bar{S}_V(\bar{I}_J + \bar{I}_A) - (\eta + \mu_V)\bar{S}_V \quad (4.7)$$

h. Laju perubahan populasi nyamuk *Infected* ($\frac{d\bar{I}_V}{dt}$).

Penambahan populasi manusia dewasa nyamuk *Susceptible* (\bar{S}_V) disebabkan karena pengaruh rata-rata gigitan nyamuk per hari (b), peluang penyebaran virus pada populasi nyamuk yang terinfeksi (β_V), jumlah populasi manusia (N_H), jumlah nyamuk *Susceptible* (\bar{S}_V)

menggigit populasi manusia pra belum dewasa *Susceptible* (\bar{S}_J) dan manusia dewasa *Susceptible* (\bar{S}_A). Sehingga populasi nyamuk *Susceptible* (\bar{S}_V) bertambah sebesar $\frac{b\beta_V}{N_H}\bar{S}_V(\bar{I}_J + \bar{I}_A)$.

Pengurangan populasi nyamuk *Infected* (\bar{I}_A) karena kematian alami dengan tingkat kematian sebesar μ_V , sehingga jumlah kematian populasi nyamuk *Infected* (\bar{I}_A) disimbolkan dengan $\mu_H\bar{I}_A$.

Pengurangan populasi nyamuk *Infected* (\bar{I}_V) karena adanya penyemprotan sebesar η , sehingga disimbolkan dengan $\eta\bar{I}_V$.

Maka diperoleh laju perubahan populasi nyamuk *Infected* (\bar{I}_V) sebagai berikut.

$$\frac{d\bar{I}_V}{dt} = \frac{b\beta_V}{N_H}\bar{S}_V(\bar{I}_J + \bar{I}_A) - (\eta + \mu_V)\bar{I}_V \quad (4.8).$$

5. PENUTUP

Kesimpulan

Konstruksi model matematika penyebaran penyakit demam berdarah dengue model SIR-SI dengan struktur usia dan penyemprotan adalah sebagai berikut:

$$\frac{d\bar{S}_J}{dt} = \lambda N_H - \frac{b\beta_J}{N_H}\bar{S}_J\bar{I}_V - (\mu_H + \delta)\bar{S}_J$$

$$\frac{d\bar{I}_J}{dt} = \frac{b\beta_J}{N_H}\bar{S}_J\bar{I}_V - (\mu_H + \delta + r)\bar{I}_J$$

$$\frac{d\bar{R}_J}{dt} = r\bar{I}_J - (\mu_H + \delta)\bar{R}_J,$$

$$\frac{d\bar{S}_A}{dt} = \delta\bar{S}_J - \frac{b\beta_A}{N_H}\bar{S}_A\bar{I}_V - \mu_H\bar{S}_A$$

$$\frac{d\bar{I}_A}{dt} = \frac{b\beta_A}{N_H}\bar{S}_A\bar{I}_V + \delta\bar{I}_J - (\mu_H + r)\bar{I}_A$$

$$\frac{d\bar{R}_A}{dt} = r\bar{I}_A + \delta\bar{R}_J - \mu_H\bar{R}_A$$

$$\frac{d\bar{S}_V}{dt} = A - \frac{b\beta_V}{N_H}\bar{S}_V(\bar{I}_J + \bar{I}_A) - (\eta + \mu_V)\bar{S}_V$$

$$\frac{d\bar{I}_V}{dt} = \frac{b\beta_V}{N_H}\bar{S}_V(\bar{I}_J + \bar{I}_A) - (\eta + \mu_V)\bar{I}_V$$

$\frac{d\bar{S}_J}{dt}$: Laju perubahan populasi manusia pra dewasa yang rentan terinfeksi penyakit (*susceptible*) pada waktu t .

$\frac{d\bar{I}_J}{dt}$: Laju perubahan populasi manusia pra dewasa yang sembuh dari penyakit (*infected*) pada waktu t .

$\frac{d\bar{R}_J}{dt}$: Laju perubahan populasi manusia pra dewasa yang sembuh dari penyakit (*infected*) pada waktu t .

$\frac{d\bar{S}_A}{dt}$: Laju perubahan populasi manusia dewasa yang rentan terinfeksi penyakit (*susceptible*) pada waktu t .

$\frac{d\bar{I}_A}{dt}$: Laju perubahan populasi manusia dewasa yang terinfeksi penyakit (*infected*) pada waktu t .

$\frac{dR_A}{dt}$: Laju perubahan populasi manusia dewasa yang sembuh dari penyakit (*infected*) pada waktu t .

$\frac{dS_V}{dt}$: Laju perubahan populasi nyamuk yang rentan terinfeksi penyakit (*susceptible*) pada waktu t .

$\frac{dI_V}{dt}$: Laju perubahan populasi nyamuk yang terinfeksi penyakit (*infected*) pada waktu t .

Saran

Penelitian ini dapat dilanjutkan dengan menganalisis kestabilan model penyebaran penyakit demam berdarah dengue model SIR-SI dengan struktur usia dan penyemprotan serta menentukan ambang batas efektivitas penyemprotan.

DAFTAR PUSTAKA

- Anton, H. (1973). *Elementary Linear Algebra* (11th ed.; M. O'Neal, Ed.). Canada.
- Arsunan, A. (2013). *Epidemiologi demam berdarah dengue (DBD) di Indonesia*.
- Branch, C. D. (2015). Queensland dengue management plan 2015–2020. *State of Queensland Dengue Fever*, 62.
- Campbell, S. L., & Haberman, R. (2008). *Introduction To Differential Equation With Dynamical Systems*. Princeton: Princenton University Press Princeton.
- Driessche, P. Van Den, & Watmough, J. (2002). *Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission*. 180, 29–48.
- G.Zill, D. (2011). *A First Course In Differential Equations* (fourh edit; A. Gontar, Ed.). Richard Stratton.
- Hirsch, M. W., Smale, S., & Devaney, R. L. (2004). *Differential Equations, Dynamical System & An Introduction to Chaos* (Second Edi). Elsevier Academic Press.
- Kemenkes. (2010). Demam Berdarah Dengue. *Epidemiologi*, 2, 48.
- Kemenkes. (2017). Kementerian Kesehatan Republik Indonesia.
- Kementerian Kesehatan RI. (2018). InfoDatin Situas Demam Berdarah Dengue. In *Journal of Vector Ecology* (Vol. 31). [https://doi.org/10.3376/1081-1710\(2006\)31\[71:aomtva\]2.0.co;2](https://doi.org/10.3376/1081-1710(2006)31[71:aomtva]2.0.co;2)
- Kermarck and McKendrick. (1927). *SIR models of epidemics*. 1–7.
- N.V.Tu, P. (1994). *Dynamical Systems : An Introduction with Applications in Economics and Biology* (Second). New York: Springer-Verlag New York Heidelberg.
- Nuryati, E. (2012). Analisis Spasial Kejadian Demam

Berdarah Dengue Di Kota Bandar Lampung Tahun 2006-2008. *Jurnal Ilmiah Kesehatan*, 1(2). <https://doi.org/10.35952/jik.v1i2.80>

Pongsumpun, P., Tang, I. M., & Campus, S. (2003). *Transmission of Dengue Hemorrhagic Fever in an Age Structured Population*. 7177(03).

Pramestuti, N. (2013). *Surveilans Aedes aegypti di Daerah Endemis Demam Berdarah Dengue Aedes aegypti Surveillance in Endemic Area of Dengue Haemorrhagic*. (16), 423–429.

Supriatna, A. K., Soewono, E., & Gils, S. A. Van. (2008). *A two age classes dengue transmission model*. <https://doi.org/10.1016/j.mbs.2008.08.011>