

## MODEL DINAMIKA KECANDUAN ROKOK PADA PRIA DAN WANITA

**Jihan Fadhilah**

Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya, Surabaya, Indonesia

e-mail: jihan.18054@mhs.unesa.ac.id

**Dimas Avian Maulana**

Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya, Surabaya, Indonesia

Penulis Korespondensi: dimasmaulana@unesa.ac.id

### Abstrak

Artikel ini membahas dinamika perilaku perokok berdasarkan golongan dari beberapa subpopulasi. Perokok tidak hanya terbatas pada golongan pria saja namun juga golongan wanita. Konsumsi rokok dianggap sebagai penyakit yang dapat menyebar melalui kontak sosial. Interaksi yang terjadi antarindividu rentan merokok dengan perokok aktif dapat menyebabkan adanya adiksi nikotin yang berasal dari rokok dan mengakibatkan seseorang dapat menjadi perokok. Telah diketahui bahwa bahaya dan akibat yang disebabkan oleh rokok dapat memicu timbulnya berbagai macam penyakit mulai dari penyakit ringan hingga penyakit kronis yang berujung pada kematian. Berdasarkan kondisi tersebut, penelitian ini bertujuan untuk mengetahui dinamika populasi perokok. Penelitian ini dibagi menjadi populasi pria dan wanita. Model matematika dibagi dalam delapan subpopulasi yaitu SEIRPMHQ dengan menentukan titik kesetimbangan, analisis kestabilan titik kesetimbangan, bilangan reproduksi dasar, dan simulasi numerik. Berdasarkan hasil penelitian diperoleh titik kesetimbangan model SEIRPMHQ menunjukkan stabil asimtotik lokal dan global. Nilai dari  $R_0 = 22.78$  yang berarti bahwa populasi perokok selalu ada dan berpotensi adanya penyebaran yang menyebabkan orang lain menjadi perokok. Pria dan wanita rentan merokok mengalami kenaikan pada hari ke-3 kemudian menurun secara perlahan mendekati titik setimbang pada hari ke-20. Wanita perokok pemula mengalami kenaikan jumlah populasi lebih tinggi dibandingkan populasi pria perokok pemula dengan selisih 50 orang dalam kurun waktu 35 hari. Pria dan wanita perokok aktif tidak ada perbedaan kenaikan jumlah populasi yang signifikan. Populasi pria dan wanita yang berhenti merokok mengalami kenaikan mencapai 1000 orang dalam kurun waktu 30 hari dan terus meningkat dalam jangka waktu yang lama.

**Kata Kunci:** Perokok, Model Matematika, Titik Kesetimbangan, Bilangan Reproduksi Dasar.

### Abstract

*This article discusses the dynamics of smoking behavior based on groups from several subpopulations. At this time smoking has become a habit. Smokers are not only limited to men but also women. Cigarette consumption is considered a disease that can be spread through social contact. Interactions that happen between individuals susceptible smoker and smokers can lead to nicotine addiction from cigarettes is cause a person become a smoker. It is known that the dangers and consequences caused by smoking can trigger kinds of diseases ranging from minor illnesses to chronic diseases that lead to death. Based on these conditions, this study aims to determine the dynamics of the smoking population. The study was divided into male and female populations. The mathematical model is divided into eight subpopulations is SEIRPMHQ by determining the equilibrium point, analysis the stability of the equilibrium point, basic reproduction numbers, and numerical simulations. Based on the research results, the SEIRPMHQ model equilibrium point shows local and global asymptotic stability. The value of  $R_0 = 22.78$  which means the smoking population will always exist and the potential for spread that causes other people to become smokers. Susceptible male and female smokers experienced an increase on the 3rd day and then decreased slowly towards the equilibrium point on the 20th day. Women who are novice smokers have a higher population increase than the population of men who are novice smokers by a difference of 50 people in a period of 35 days. Men and women who smoked there were no significant differences in the increase in the number of populations. The population of men and women who quit smoking has increased to 1000 people within 30 days and will continue to increase in the long term.*

**Keywords:** Smokers, Mathematical Models, Equilibrium Points, Basic Reproduction Numbers.

### PENDAHULUAN

Rokok adalah salah satu produk yang berbahaya karena dapat berakibat buruk bagi kesehatan. Hal ini

dikarenakan bahan kimia yang terdapat pada rokok dapat mengakibatkan berbagai penyakit, seperti kanker, penyakit jantung, paru-paru, tekanan darah tinggi, dan bronkitis kronis (Maziyyatul, 2011).

Sebesar 51,1% rakyat Indonesia adalah perokok aktif dan merupakan yang tertinggi di ASEAN. Penelitian tersebut juga menemukan bahwa 33,4% dari mereka yang berusia antara 30-34 tahun adalah perokok aktif, sedangkan 32,2% berusia antara 35-39 tahun adalah perokok harian. Laki-laki lebih cenderung menjadi perokok aktif daripada perempuan, karena 47,5% laki-laki Indonesia adalah perokok aktif, dibandingkan dengan 1,1% perempuan Indonesia (Risksdas, 2013). Menurut WHO tahun 2015, jumlah perokok aktif mencapai 72.723.300 orang dan diperkirakan mengalami peningkatan menjadi 96.776.800 perokok pada tahun 2025 (Cameng Desak Ketut Juniari dan Arfin, 2020).

Seiring dengan perkembangan yang semakin modern, kebiasaan merokok bukan lagi menjadi hal yang dianggap tabu dalam kehidupan masyarakat (Akbar, 2018). Perokok tidak hanya pada golongan pria namun juga wanita. Ada beberapa faktor yang menjadi latar belakang perilaku merokok, salah satunya adalah faktor lingkungan sosial (Govan, Ratianingsih, R, dan Puspita, 2016). Perokok pasif memiliki pilihan untuk menjadi perokok aktif disebabkan ketergantungan. Hal ini disebabkan adanya pengaruh dari adiksi nikotin pada rokok ataupun pengaruh lingkungan (Hutabarat, 2012). Penggunaan rokok dianggap sebagai penyakit yang dapat menyebar melalui kontak sosial dengan cara yang mirip dengan penyebaran dari penyakit menular (Alkhudhari et al., 2014). Kondisi ini mengakibatkan terjadinya peningkatan populasi perokok apabila sering berinteraksi dengan perokok aktif. Masalah ini semakin mengkhawatirkan jika ditambah dengan timbulnya berbagai masalah kesehatan yang diakibatkan oleh rokok. Salah satu upaya untuk meminimalisir permasalahan tersebut, penulis mengusulkan untuk membuat model matematika untuk melihat faktor yang dapat dikontrol untuk mengurangi populasi penyebaran perokok.

Masalah perokok ini menarik minat peneliti di bidang matematika. Rafika Pomalingo, Resmawan, Nurwan pada tahun 2019 membahas tentang analisis populasi penyebaran perokok dengan membagi menjadi empat subpopulasi (Pomalingo, 2019). Selanjutnya penelitian yang dilakukan oleh Kasbawati pada tahun 2017 tentang model matematika kecanduan terhadap rokok dengan membagi tiga subpopulasi dan berkonsentrasi pada

pembeda faktor gender (Kasbawati, 2017). Dengan mempertimbangkan kedua artikel tersebut penelitian ini bertujuan untuk mengetahui dinamika populasi perokok. Model matematika yang dibangun menggunakan model SEIR (*Susceptible, Exposed, Infected, Recovery*) dan dikembangkan dengan memasukkan faktor gender. Model SEIR ini dimodifikasi menjadi SEIRPMHQ yang membagi menjadi delapan subpopulasi yakni pria perokok rentan (*S*), pria perokok pemula (*E*), pria perokok aktif (*I*), pria yang berhenti merokok (*R*), wanita perokok rentan (*P*), wanita perokok pemula (*M*), wanita perokok aktif (*H*), dan wanita yang berhenti merokok (*Q*). Dengan mengasumsi laju perubahan individu pria dan wanita.

## KAJIAN TEORI

### Model SIR

Pada model SIR dibagi menjadi tiga kelas sub populasi, yaitu:

1. Populasi individu yang rentan penyakit dinamakan *Susceptible* dengan simbol *S*
2. Populasi individu yang terinfeksi penyakit dan terindikasi dapat menyebarkan penyakit dinamakan *Infected* dengan simbol *I*
3. Populasi individu yang sembuh dari penyakit dinamakan *Recovery* dengan simbol *R*

Dapat digambarkan diagram kompartemen untuk model SIR,



Gambar 1. Diagram Kompartemen Model SIR

Berdasarkan Gambar (1) diperoleh model matematika dalam sistem persamaan diferensial sebagai berikut (Castillo-Garsow, C., Jordan-Salivia, G., Rodriguez-Herrera, 1997):

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -\beta S \frac{I}{N}, \\ \frac{dI}{dt} &= \beta S \frac{I}{N} - \rho I, \\ \frac{dR}{dt} &= \rho I.\end{aligned}$$

Dimana  $N(t) = S(t) + I(t) + R(t)$  dengan  $\beta$  merupakan tingkat laju perubahan yang terinfeksi dan  $\rho$  merupakan tingkat laju perubahan individu bebas penyakit.

### Titik Keseimbangan

Titik keseimbangan merupakan solusi konstan dari suatu sistem yang menjadikan sistem tidak mengalami perubahan disepanjang waktu (Sulisti et al., 2014). Titik keseimbangan juga disebut dengan *equilibrium point* atau titik *equilibrium*. Berikut sistem persamaan diferensial:

$$\frac{dx}{dt} = f(x).$$

Dimana  $f$  adalah fungsi kontinu terhadap  $x$  dan  $y$ .

Titik  $x^* \in \mathbb{R}^n$  merupakan titik keseimbangan dan dikatakan setimbang apabila ketika  $f(x^*) = 0$  (Perko, 2001).

### Kestabilan Titik Keseimbangan

Pada proses analisis kestabilan titik keseimbangan yaitu dengan melakukan linierisasi pada titik keseimbangan. Linierisasi bertujuan untuk mengubah sistem persamaan non linier menjadi sistem linier dengan menggunakan matriks jacobian (Perko, 2001). Akan disubstitusi titik kestimbangan kedalam sistem linierisasi. Sehingga mendapatkan persamaan karakteristik sebagai berikut:

$$\det(\lambda I - A) = 0.$$

Dari persamaan tersebut akan didapatkan nilai eigen yang di lambangkan dengan  $\lambda$ . Sifat kestabilan titik keseimbangan dapat ditinjau dari nilai eigen yang dibagi menjadi 3 sebagai berikut (Purnamandaru, & Artiono, 2021):

1. Titik keseimbangan tidak stabil, apabila ada nilai eigen bernilai positif atau  $> 0$ .
2. Titik keseimbangan stabil, apabila semua bagian real nilai eigen bernilai negatif atau  $\leq 0$ .
3. Titik keseimbangan stabil asimtotik, apabila semua bagian real nilai eigen bernilai negatif atau  $< 0$ .

### Bilangan Reproduksi Dasar ( $R_0$ )

Bilangan reproduksi dasar disimbolkan sebagai  $R_0$  yang didefinisikan sebagai jumlah rata-rata kasus sekunder yang terinfeksi pada populasi rentan. Jika  $R_0 < 1$ , maka banyaknya manusia yang terinfeksi akan semakin menurun sehingga penyakit akan menghilang. Jika  $R_0 > 1$ , maka banyaknya manusia yang terinfeksi akan semakin meningkat sehingga penyakit akan menyebar dan mewabah. Bilangan reproduksi dasar diperoleh dari metode *The Next*

*Generation Matrix*. Dapat dinyatakan persamaan berikut:

$$x' = (F - V)x,$$

Dimana  $F$  dan  $V$  merupakan matriks  $n \times m$  dengan  $F = \frac{\partial F_i}{\partial x_j}(0, y_0)$  dan  $V = \frac{\partial V_i}{\partial x_j}(0, y_0)$ . Berdasarkan persamaan tersebut didapatkan matriks *The Next Generation Matrix* dinyatakan pada sistem sebagai berikut (Van Den Driessche & Watmough, 2008):

$$K = FV^{-1}.$$

### METODE

Metode dalam penelitian ini adalah studi literatur yang membahas tentang dinamika populasi perokok. Penelitian ini mengembangkan laju perubahan populasi perokok dengan memperhatikan faktor gender. Pengumpulan data merupakan data sekunder yang diperoleh dari penelitian sebelumnya oleh Kasbawati pada artikel Model Matematika Kecanduan Terhadap Rokok. Tujuan penelitian ini untuk mengkaji solusi model yang dapat mengurangi populasi perokok pada pria dan wanita. Tahapan-tahapan pada penelitian ini antara lain:

1. Menyusun asumsi dan batasan masalah.
2. Mengkonstruksi model matematika perokok pria dan wanita dengan pengaruh interaksi antarindividu.
3. Mencari titik keseimbangan
4. Menganalisis kestabilan titik keseimbangan
5. Menentukan bilangan reproduksi dasar
6. Melakukan simulasi numerik yang menggunakan nilai- nilai parameter.
7. Menginterpretasikan hasil simulasi numerik.
8. Menarik kesimpulan.

### HASIL DAN PEMBAHASAN

#### Konstruksi Model Matematika

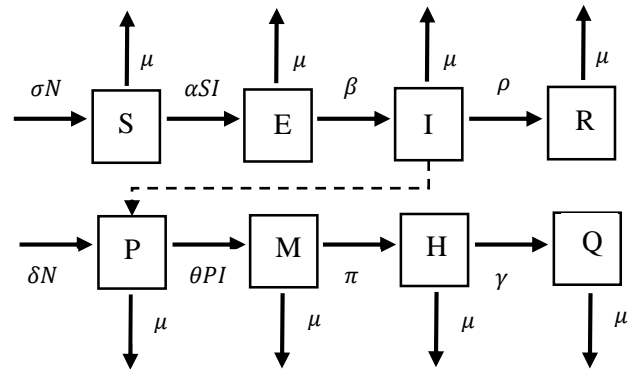
Pada penelitian ini menggunakan model SEIR yang telah dimodifikasi menjadi S, E, I, R, P, M, H, Q yang dibagi menjadi 8 subpopulasi dan membedakan dengan faktor gender yakni pria dan wanita. Dikarenakan banyaknya faktor penyebab dari kecanduan merokok maka dibangun beberapa asumsi untuk menyederhanakan masalah. Berikut asumsi yang digunakan:

1. Populasi dibagi menjadi dua, yaitu populasi pria dan populasi wanita.

2. Subpopulasi pada pria dibagi menjadi empat, yaitu:
  - i. Pria perokok rentan ( $S$ ) adalah pria yang tidak merokok berpotensi menjadi perokok pemula
  - ii. Pria perokok pemula ( $E$ ) adalah pria yang jarang merokok berpotensi menjadi perokok aktif
  - iii. Pria perokok aktif ( $I$ ) adalah pria yang aktif merokok setiap hari dan menjadi penyebab bertambahnya jumlah perokok
  - iv. Pria yang berhenti merokok ( $R$ ) adalah pria yang berhenti merokok
3. Subpopulasi pada Wanita dibagi menjadi empat, yaitu:
  - i. Wanita perokok rentan ( $P$ ) adalah wanita yang tidak merokok berpotensi menjadi menjadi perokok pemula
  - ii. Wanita perokok pemula ( $M$ ) adalah wanita yang jarang merokok berpotensi menjadi menjadi perokok aktif
  - iii. Wanita perokok aktif ( $H$ ) adalah wanita yang aktif merokok setiap hari dan tidak berpotensi menyebabkan pertambahan jumlah perokok
  - iv. Wanita yang berhenti merokok ( $Q$ ) adalah wanita yang berhenti merokok
4. Populasi pria atau wanita rentan merokok menjadi perokok pemula apabila berinteraksi dengan pria perokok aktif. Hal ini disebabkan adanya pengaruh dari adiksi nikotin pada rokok ataupun pengaruh lingkungan yang memicu seseorang untuk mencoba merokok.
5. Pada individu perokok pria atau wanita yang berhenti merokok tidak dapat kembali menjadi perokok karena dianggap kebiasaan merokok dapat kambuh atau timbul kembali tanpa adanya interaksi dengan pria perokok aktif.
6. Individu yang berhenti merokok dianggap dapat berhenti merokok karena keinginan dari diri sendiri.
7. Pada banyaknya populasi ( $N$ ) diasumsikan sebagai lingkup populasi perokok dan merupakan populasi tertutup.
8. Populasi perokok pria dianggap sama dengan populasi perokok wanita.
9. Kecanduan merokok tidak menyebabkan kematian. Sehingga rata rata jumlah populasi yang keluar pada tiap kompartemen pria sama

dengan wanita adalah kematian alami dan dianggap konstan. Diasumsikan  $\mu_{pria} = \mu_{wanita} = \mu$ .

Berdasarkan asumsi diatas, berikut diagram kompartemen.



Gambar 2. Diagram Kompartemen Model Matematika

Pada diagram kompartemen pria dan wanita terdapat interaksi antara kompartemen pria perokok aktif dengan kompartemen wanita perokok rentan, maka diperoleh sistem persamaan sebagai berikut:

Pria

$$\frac{dS}{dt} = \sigma N - (\alpha I + \mu)S$$

$$\frac{dE}{dt} = \alpha SI - (\beta + \mu)E$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta E - (\rho + \mu)I$$

$$\frac{dR}{dt} = \rho I - \mu R$$

Wanita

$$\frac{dP}{dt} = \delta N - (\theta I + \mu)P$$

$$\frac{dM}{dt} = \theta PI - (\pi + \mu)M$$

$$\frac{dH}{dt} = \pi M - (\gamma + \mu)H$$

$$\frac{dQ}{dt} = \gamma H - \mu Q$$

(1)

Pada sistem persamaan (1) dilengkapi dengan kondisi awal,

$$S(0) = S_0, E(0) = E_0, I(0) = I_0, R(0) = R_0 \geq 0 \quad \text{dan} \\ P(0) = P_0, M(0) = M_0, H(0) = H_0, Q(0) = Q_0 \geq 0.$$

Dengan,

$$N = S(t) + E(t) + I(t) + R(t) + P(t) + M(t) + H(t) + Q(t)$$

Variabel dan parameter yang digunakan dalam model matematika kecanduan rokok pada pria dan wanita dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 1. Daftar variabel model matematika kecanduan rokok pada pria dan wanita

Variabel	Definisi	Syarat
$S(t)$	Jumlah individu pria rentan merokok dalam waktu ke-t	$S(t) \geq 0$
$E(t)$	Jumlah individu pria perokok pemula dalam waktu ke-t	$E(t) \geq 0$
$I(t)$	Jumlah individu pria perokok aktif dalam waktu ke-t	$I(t) \geq 0$
$R(t)$	Jumlah individu pria berhenti merokok dalam waktu ke-t	$R(t) \geq 0$
$P(t)$	Jumlah individu wanita rentan merokok dalam waktu ke-t	$P(t) \geq 0$
$M(t)$	Jumlah individu wanita perokok pemula dalam waktu ke-t	$M(t) \geq 0$
$H(t)$	Jumlah individu wanita perokok aktif dalam waktu ke-t	$H(t) \geq 0$
$Q(t)$	Jumlah individu wanita berhenti merokok dalam waktu ke-t	$Q(t) \geq 0$

Tabel 2. Daftar parameter model matematika kecanduan rokok pada pria dan wanita

Parameter	Keterangan	Syarat
$\sigma$	Tingkat transmisi pria sehat menjadi perokok rentan	$\sigma \geq 0$
$\alpha$	Tingkat transmisi pria rentan menjadi perokok pemula	$\alpha \geq 0$
$\beta$	Tingkat transmisi pria perokok pemula menjadi perokok aktif	$\beta \geq 0$
$\rho$	Tingkat transmisi pria perokok	$\rho \geq 0$

	aktif menjadi berhenti merokok	
$\delta$	Tingkat transmisi wanita sehat menjadi perokok rentan	$\delta \geq 0$
$\theta$	Tingkat transmisi wanita rentan menjadi perokok pemula	$\theta \geq 0$
$\pi$	Tingkat transmisi wanita perokok pemula menjadi perokok aktif	$\pi \geq 0$
$\gamma$	Tingkat transmisi pria perokok aktif menjadi berhenti merokok	$\gamma \geq 0$
$\mu$	Tingkat rata-rata kematian alami pada setiap populasi	$\mu \geq 0$

### Titik Kesetimbangan

Berdasarkan persamaan  $\frac{dS}{dt} = \frac{dE}{dt} = \frac{dI}{dt} = \frac{dR}{dt} = \frac{dP}{dt} = \frac{dM}{dt} = \frac{dH}{dt} = \frac{dQ}{dt} = 0$  diperoleh dua titik kesetimbangan sebagai berikut:

- 1) Titik kesetimbangan bebas perokok, ketika untuk jangka waktu tertentu dalam suatu lingkup populasi bebas dari perokok aktif. Titik kesetimbangan bebas perokok diperoleh dari turunan sistem persamaan (1) sama dengan nol. Titik tersebut yakni

$$E_0 = \left( S^* = \frac{\sigma}{\mu}, E^* = 0, I^* = 0, R^* = 0, P^* = \frac{\delta}{\mu}, M^* = 0, H^* = 0, Q^* = 0 \right)$$

- 2) Titik kesetimbangan endemik, ketika untuk jangka waktu tertentu dalam suatu lingkup populasi perokok akan selalu ada dan berpotensi untuk menyebabkan orang lain menjadi perokok aktif. Titik tersebut yakni  $E_1 = (S^{**}, E^{**}, I^{**}, R^{**}, P^{**}, M^{**}, H^{**}, Q^{**})$ , dimana:

$$S^{**} = \frac{\beta\mu + \beta\rho + \mu^2 + \mu\rho}{\alpha\beta}$$

$$E^{**} = \frac{\alpha\beta\sigma - \beta\mu^2 - \beta\mu\rho - \mu^3 - \mu^2\rho}{\beta\alpha(\beta + \mu)}$$

$$I^{**} = \frac{\alpha\beta\sigma - \beta\mu^2 - \beta\mu\rho - \mu^3 - \mu^2\rho}{\alpha(\beta\mu + \beta\rho + \mu^2 + \mu\rho)}$$

$$R^{**} = \frac{\rho(\alpha\beta\sigma - \beta\mu^2 - \beta\mu\rho - \mu^3 - \mu^2\rho)}{\alpha\mu(\beta\mu + \beta\rho + \mu^2 + \mu\rho)}$$

$$P^{**} = \frac{\delta\alpha(\beta\mu + \beta\rho + \mu^2 + \mu\rho)}{\alpha\beta\mu^2 + \alpha\beta\mu\rho + \alpha\beta\sigma\theta + \alpha\mu^3 + \alpha\mu^2\rho - \beta\mu^2\theta - \beta\mu\rho\theta - \mu^3\theta - \mu^2\rho\theta}$$

$$M^{**} = \frac{\delta\theta(\alpha\beta\sigma - \beta\mu^2 - \beta\mu\rho - \mu^3 - \mu^2\rho)}{(\pi + \mu)(\alpha\beta\mu^2 + \alpha\beta\mu\rho + \alpha\beta\sigma\theta + \alpha\mu^3 + \alpha\mu^2\rho - \beta\mu^2\theta - \beta\mu\rho\theta - \mu^3\theta - \mu^2\rho\theta)}$$

$$H^{**} = \frac{\delta\theta\pi(\alpha\beta\sigma - \beta\mu^2 - \beta\mu\rho - \mu^3 - \mu^2\rho)}{(\gamma\mu + \gamma\pi + \mu^2 + \mu\pi)(\alpha\beta\mu^2 + \alpha\beta\mu\rho + \alpha\beta\sigma\theta + \alpha\mu^3 + \alpha\mu^2\rho - \beta\mu^2\theta - \beta\mu\rho\theta - \mu^3\theta - \mu^2\rho\theta)}$$

$$Q^{**} = \frac{\delta\theta\pi\gamma(\alpha\beta\sigma - \beta\mu^2 - \beta\mu\rho - \mu^3 - \mu^2\rho)}{\mu(\gamma\mu + \gamma\pi + \mu^2 + \mu\pi)(\alpha\beta\mu^2 + \alpha\beta\mu\rho + \alpha\beta\sigma\theta + \alpha\mu^3 + \alpha\mu^2\rho - \beta\mu^2\theta - \beta\mu\rho\theta - \mu^3\theta - \mu^2\rho\theta)}$$

### Analisis Kestabilan Titik Keseimbangan

Pada sistem persamaan pada model kecanduan rokok pada pria dan wanita dilakukan analisis kestabilan titik keseimbangan. Kestabilan titik keseimbangan dapat diperoleh berdasarkan nilai eigen. Nilai eigen didapatkan dari sistem persamaan (1) yang telah dilinierisasi di sekitar titik keseimbangan. Model SEIRPMHQ terdapat dua titik keseimbangan maka dilakukan analisis kestabilan pada kedua titik tersebut.

$$J = \begin{bmatrix} -(\alpha I + \mu) & 0 & -\alpha S & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha I & -(\beta + \mu) & \alpha S & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta & -(\rho + \mu) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho & -\mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\theta P & 0 & -(\theta I + \mu) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \theta P & 0 & \theta I & -(\pi + \mu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \pi & -(\gamma + \mu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma & -\mu \end{bmatrix}$$

#### 1) Analisis kestabilan titik keseimbangan bebas perokok

Berdasarkan sistem persamaan (1) dilinierisasi disekitar titik keseimbangan tak endemik  $E_0 = (S^*, E^*, I^*, R^*, P^*, M^*, H^*, Q^*) = (\frac{\sigma}{\mu}, 0, 0, 0, \frac{\delta}{\mu}, 0, 0, 0)$  maka menghasilkan matriks Jacobi sebagai berikut

$$J(E_0) = \begin{bmatrix} -\mu & 0 & \frac{-\alpha\sigma}{\mu} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\beta - \mu & \frac{\alpha\sigma}{\mu} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta & -\rho - \mu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho & -\mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-\delta\theta}{\mu} & 0 & -\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\delta\theta}{\mu} & 0 & 0 & -\pi - \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \pi & -\gamma - \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma & -\mu \end{bmatrix}$$

Persamaan karakteristik dari matriks  $J(E_0)$  adalah  $\det(\lambda I - J(E_0)) = 0$

$$\det \begin{bmatrix} \lambda + \mu & 0 & \frac{-\alpha\sigma}{\mu} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda + \beta + \mu & \frac{\alpha\sigma}{\mu} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta & \lambda + \rho + \mu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho & \lambda - \mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-\delta\theta}{\mu} & 0 & \lambda + \mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\delta\theta}{\mu} & 0 & 0 & \lambda + \pi + \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \pi & \lambda + \gamma + \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma & \lambda + \mu \end{bmatrix} = 0$$

$$- \frac{(\lambda + \mu)^3(\lambda - \mu)(\lambda + \pi + \mu)(\lambda + \gamma + \mu)(\mu^3 + (\rho + \beta + 2\lambda)\mu^2 + (\beta + \lambda)(\rho + \lambda)\mu - \sigma\alpha\beta)}{\mu} = 0 \quad (2)$$

Dari persamaan karakteristik (2) diperoleh nilai eigen sebagai berikut:

$$\lambda_1 = -\mu$$

$$\lambda_2 = -\gamma - \mu$$

$$\lambda_3 = -\pi - \mu$$

$$\lambda_4 = \frac{-\beta\mu - 2\mu^2 - \mu\rho + \sqrt{4\alpha\beta\mu\sigma + \beta^2\mu^2 - 2\beta\mu^2\rho + \mu^2\rho^2}}{2\mu}$$

$$\lambda_5 = -\frac{\beta\mu + 2\mu^2 + \mu\rho + \sqrt{4\alpha\beta\mu\sigma + \beta^2\mu^2 - 2\beta\mu^2\rho + \mu^2\rho^2}}{2\mu}$$

Titik keseimbangan  $E_0$  stabil asimtotik lokal, pada nilai  $\lambda_4$  dan  $\lambda_5$  bernilai negatif jika

- $4\alpha\beta\mu\sigma + \beta^2\mu^2 > 2\beta\mu^2\rho + \mu^2\rho^2$
- $\beta\mu + 2\mu^2 + \mu\rho > \sqrt{4\alpha\beta\mu\sigma + \beta^2\mu^2 - 2\beta\mu^2\rho + \mu^2\rho^2}$

#### 2) Analisis kestabilan titik keseimbangan endemik

Berdasarkan sistem persamaan (1) dilinierisasi disekitar titik keseimbangan endemik  $E_1 = (S^{**}, E^{**}, I^{**}, R^{**}, P^{**}, M^{**}, H^{**}, Q^{**})$  , maka menghasilkan matriks Jacobi sebagai berikut

$$J(E_1) = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & -\beta - \mu & a_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta & -\rho - \mu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho & -\mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{53} & 0 & a_{55} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{63} & 0 & a_{65} & -\pi - \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \pi & -\gamma - \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma & -\mu \end{bmatrix}$$

Persamaan karakteristik dari matriks  $J(E_1)$  adalah  $\det(\lambda I - J(E_1)) = 0$

$$\det \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & \lambda + \beta + \mu & a_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta & \lambda + \rho + \mu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho & \lambda + \mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{53} & 0 & a_{55} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{63} & 0 & a_{65} & \lambda + \pi + \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \pi & \lambda + \gamma + \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma & \lambda + \mu \end{bmatrix} = 0$$

$$\frac{1}{(\beta\mu + \beta\rho + \mu^2 + \mu\rho)^2\alpha} ((\mu^5 + (2\rho + 2\beta)\mu^4 + (\beta^2 + 4\beta\rho + 2\lambda^2 + \rho^2)\mu^3 + (2\rho\beta^2 + (-\alpha\sigma + 3\lambda^2 + 2\rho^2)\beta + 3\rho\lambda^2 + \lambda^3)\mu^2 + ((-\alpha\sigma + \lambda^2 +$$

$$\rho^2)\beta^2 + (2\alpha\lambda\sigma - \alpha\rho\sigma + \lambda^3 + 4\lambda^2\rho)\beta + \rho\lambda^2(\rho + \lambda))\mu + ((\alpha\lambda\sigma - \alpha\rho\sigma + \lambda^2\rho)\beta + \lambda(\rho + \lambda)(\alpha\sigma + \lambda\rho))\beta)((\alpha - \theta)\mu^3 + ((\alpha - \theta)\beta + (\alpha - \theta)\rho + \lambda\alpha)\mu^2 + (((\alpha - \theta)\rho + \lambda\alpha)\beta + \rho\alpha\lambda)\mu + \beta\alpha(\lambda\rho + \sigma\theta))(\lambda + \mu + \pi)(\lambda + \gamma + \mu)(\lambda + \mu)^2 = 0 \quad (3)$$

Dimana,

$$\begin{aligned} a_{11} &= \lambda + \frac{\alpha\beta\sigma - \beta\mu^2 - \beta\mu\rho - \mu^3 - \mu^2\rho}{\beta\mu + \beta\rho + \mu^2 + \mu\rho} + \mu \\ a_{13} &= -\frac{\beta\mu + \beta\rho + \mu^2 + \mu\rho}{\beta} \\ a_{21} &= \frac{\alpha\beta\sigma - \beta\mu^2 - \beta\mu\rho - \mu^3 - \mu^2\rho}{\beta\mu + \beta\rho + \mu^2 + \mu\rho} \\ a_{23} &= \frac{\beta\mu + \beta\rho + \mu^2 + \mu\rho}{\beta} \\ a_{53} &= -\frac{\theta\delta\alpha(\beta\mu + \beta\rho + \mu^2 + \mu\rho)}{\alpha\beta\mu^2 + \alpha\beta\mu\rho + \alpha\beta\sigma\theta + \alpha\mu^3 + \alpha\mu^2\rho - \beta\mu^2\theta - \beta\mu\rho\theta - \mu^3\theta - \mu^2\rho\theta} \\ a_{55} &= \lambda + \frac{\theta(\alpha\beta\sigma - \beta\mu^2 - \beta\mu\rho - \mu^3 - \mu^2\rho)}{\alpha(\beta\mu + \beta\rho + \mu^2 + \mu\rho)} + \mu \\ a_{63} &= \frac{\theta\delta\alpha(\beta\mu + \beta\rho + \mu^2 + \mu\rho)}{\alpha\beta\mu^2 + \alpha\beta\mu\rho + \alpha\beta\sigma\theta + \alpha\mu^3 + \alpha\mu^2\rho - \beta\mu^2\theta - \beta\mu\rho\theta - \mu^3\theta - \mu^2\rho\theta} \\ a_{65} &= \frac{\theta(\alpha\beta\sigma - \beta\mu^2 - \beta\mu\rho - \mu^3 - \mu^2\rho)}{\alpha(\beta\mu + \beta\rho + \mu^2 + \mu\rho)} \end{aligned}$$

Dari persamaan karakteristik (3) diperoleh nilai eigen sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -\mu \\ \lambda_2 &= -\gamma - \mu \\ \lambda_3 &= -\pi - \mu \\ \lambda_4 &= -\frac{\alpha\beta\mu^2 + \alpha\beta\mu\rho + \alpha\beta\sigma\theta + \alpha\mu^3 + \alpha\mu^2\rho - \beta\mu^2\theta - \beta\mu\rho\theta - \mu^3\theta - \mu^2\rho\theta}{\alpha(\beta\mu + \beta\rho + \mu^2 + \mu\rho)} \end{aligned}$$

Titik kesetimbangan  $E_1$  stabil asimtotik lokal, pada nilai  $\lambda_4$  bernilai negatif jika

$$\bullet \quad \alpha\beta\mu^2 + \alpha\beta\mu\rho + \alpha\beta\sigma\theta + \alpha\mu^3 + \alpha\mu^2\rho > \beta\mu^2\theta - \beta\mu\rho\theta - \mu^3\theta - \mu^2\rho\theta$$

### Bilangan Reproduksi Dasar ( $R_0$ )

Bilangan reproduksi dasar diperoleh dari metode *The Next Generation Matrix*. Dalam permasalahan ini,  $R_0$  didefinisikan sebagai jumlah rata-rata kasus sekunder yang dihasilkan dari kompartemen perokok aktif pada saat berinteraksi dengan populasi rentan merokok, disajikan pada persamaan berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \alpha SI - (\beta + \mu)E \\ \frac{dI}{dt} &= \beta E - (\rho + \mu)I \\ \frac{dM}{dt} &= \alpha PI - (\pi + \mu)M \\ \frac{dH}{dt} &= \pi M - (\gamma + \mu)H \end{aligned} \quad (4)$$

Didapatkan matriks *The Next Generation Matrix* yang dikonstruksi berdasarkan dari sistem persamaan (4) dinyatakan pada sistem  $K = FV^{-1}$ . Dimana,  $F$  dan  $V$  merupakan matriks transmisi yang disajikan sebagai berikut:

$$F = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\alpha\sigma}{\mu} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\theta\delta}{\mu} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad V = \begin{bmatrix} \beta + \mu & 0 & 0 & 0 \\ -\beta & \rho + \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \pi + \mu & 0 \\ 0 & 0 & -\pi & \gamma + \mu \end{bmatrix}$$

Untuk mencari *Next Generation Matrix*, dibutuhkan  $V^{-1}$

$$V^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\beta + \mu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\beta}{\beta\mu + \beta\rho + \mu^2 + \mu\rho} & \frac{1}{\mu + \rho} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\pi + \mu} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\pi}{\gamma\mu + \gamma\pi + \mu^2 + \mu\pi} & \frac{1}{\gamma + \mu} \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh,

$$K = FV^{-1}$$

$$K = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\alpha\sigma}{\mu} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\theta\delta}{\mu} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{\beta + \mu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\beta}{\beta\mu + \beta\rho + \mu^2 + \mu\rho} & \frac{1}{\mu + \rho} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\pi + \mu} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\pi}{\gamma\mu + \gamma\pi + \mu^2 + \mu\pi} & \frac{1}{\gamma + \mu} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$K = \begin{bmatrix} \frac{\alpha\sigma\beta}{\mu(\beta\mu + \beta\rho + \mu^2 + \mu\rho)} & \frac{\alpha\sigma}{\mu(\mu + \rho)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\theta\delta\beta}{\mu(\beta\mu + \beta\rho + \mu^2 + \mu\rho)} & \frac{\theta\delta}{\mu(\mu + \rho)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dari sistem (5) diperoleh nilai eigen yang dominan, yaitu

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2,3} &= 0 \\ \lambda_4 &= \frac{\alpha\sigma\beta}{\mu(\beta\mu + \beta\rho + \mu^2 + \mu\rho)} \end{aligned}$$

Maka diperoleh,  $R_0 = \frac{\alpha\sigma\beta}{\mu(\beta\mu + \beta\rho + \mu^2 + \mu\rho)}$ . Ketika,  $R_0 < 1$ , maka titik kesetimbangan bebas perokok akan stabil yang artinya populasi perokok akan menghilang dari populasi. Dan ketika  $R_0 > 1$ , maka titik kesetimbangan bebas perokok tidak stabil yang artinya populasi perokok akan selalu ada dan berpotensi untuk menyebabkan orang lain menjadi perokok. Hal ini terjadi apabila pada jangka waktu tertentu terjadi kontak langsung antara pria perokok

aktif dengan subpopulasi rentan merokok, maka akan terjadi kenaikan pada rata-rata jumlah populasi berhenti merokok sehingga terjadi endemik dalam sistem.

Dengan memasukkan nilai parameter pada tabel 3 kedalam  $R_0 = \frac{\alpha\sigma\beta}{\mu(\beta\mu+\beta\rho+\mu^2+\mu\rho)}$  maka diperoleh  $R_0 = 22.78$  yang berarti solusi model akan menuju ke titik tetap endemik yang berarti bahwa populasi perokok akan selalu ada dan berpotensi untuk menyebabkan orang lain menjadi perokok.

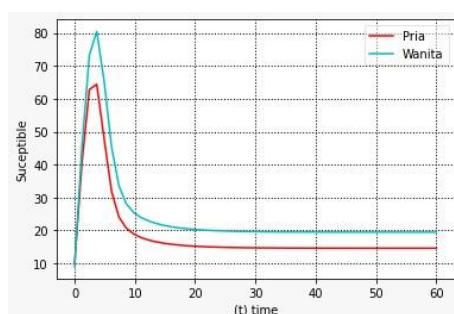
### Simulasi Numerik

Simulasi numerik akan dilakukan dengan menggunakan nilai parameter sebagai berikut:

Tabel 3. Daftar nilai parameter

Parameter	Nilai	Sumber
$\sigma$	1.00	(Zeb et al., 2013)
$\alpha$	0.08	Estimasi
$\beta$	0.153	Estimasi
$\rho$	1.145	(Kasbawati, 2017)
$\delta$	1.00	(Zeb et al., 2013)
$\theta$	0.06	Estimasi
$\pi$	0.127	Estimasi
$\gamma$	1.072	(Kasbawati, 2017)
$\mu$	0.003	Estimasi

Dengan nilai awal  $S(0) = 10, E(0) = 14, I(0) = 22, R(0) = 4, P(0) = 9, M(0) = 15, H(0) = 18, Q(0) = 8$ . Rentang waktu yang digunakan selama 60 hari.



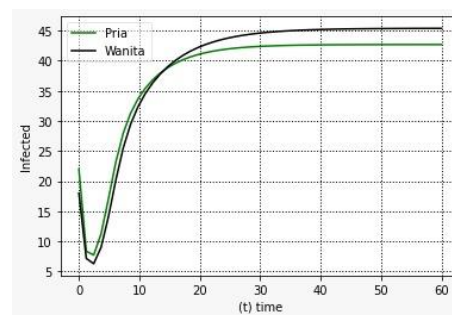
Gambar 3. Grafik simulasi populasi rentan merokok

Pada Gambar 3 dapat dilihat bahwa pada jumlah populasi pria dan wanita rentan merokok mengalami kenaikan. Pada hari ke-3 populasi pria dari 10 orang naik menjadi 67 orang dan populasi wanita dari 9 orang naik menjadi 80 orang. Pada hari ke-6 hingga ke-15 kedua populasi mengalami penurunan dan stabil pada hari ke-25.



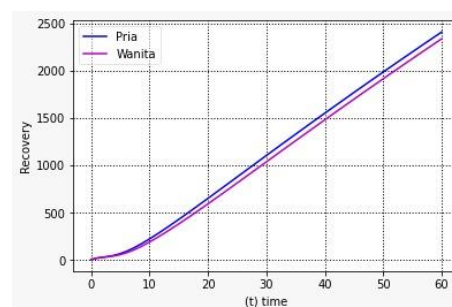
Gambar 4. Grafik simulasi populasi perokok pemula

Pada Gambar 4 menunjukkan bahwa jumlah populasi perokok pemula pada pria dan wanita. Karena adanya interaksi dengan pria perokok aktif, mengakibatkan jumlah populasi wanita perokok pemula meningkat dari 10 orang menjadi 370 orang lebih tinggi dibandingkan dengan jumlah populasi pria perokok pemula sebesar 320 orang dalam kurun waktu 35 hari. Serta populasi perokok pemula pria dan wanita stabil pada hari ke-45.



Gambar 5. Grafik simulasi populasi perokok aktif

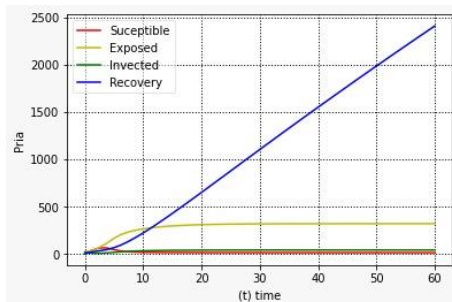
Pada Gambar 5 menunjukkan bahwa pada hari ke-2 hingga ke-4 terjadi penurunan jumlah populasi pria perokok aktif dari 23 orang menjadi 8 orang dan jumlah populasi wanita perokok aktif menurun dari 19 orang menjadi 6 orang. Namun keduanya kembali mengalami kenaikan, pada pria naik menjadi sebesar 43 orang dan wanita menjadi sebesar 45 orang serta stabil pada hari ke-48.



Gambar 6. Grafik simulasi populasi berhenti merokok

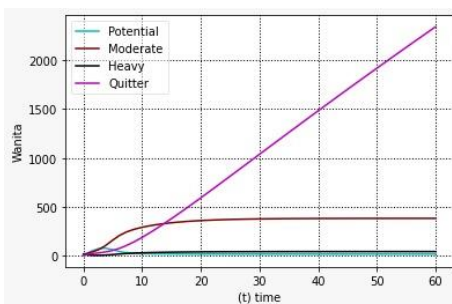


Pada Gambar 6 menunjukkan bahwa jumlah populasi perokok pria dan wanita yang berhenti merokok mengalami kenaikan mencapai 1000 orang dalam kurun waktu 30 hari dan terjadi kenaikan pada jangka waktu yang lama.



Gambar 7. Grafik simulasi perokok pria

Pada Gambar 7 menunjukkan grafik pada perokok pria, jumlah populasi pria rentan merokok terjadi kenaikan mencapai 57 orang pada hari ke-3 serta mengalami penurunan mendekati titik setimbang pada hari ke-20. Pada jumlah populasi pria perokok pemula mengalami kenaikan cukup besar pada hari ke-5 hingga ke-15 sebesar 320 orang. Populasi pria perokok aktif mengalami kenaikan secara berkala dari 8 orang menjadi 43 orang pada hari ke-20 dan pada populasi pria yang berhenti merokok mengalami kenaikan mencapai 1000 orang dalam kurun waktu 30 hari dan terus naik pada jangka waktu yang lama.



Gambar 8. Grafik simulasi perokok wanita

Pada Gambar 8 menunjukkan hasil simulasi pada populasi perokok wanita tidak ada perbedaan yang signifikan dengan populasi perokok pria. Pada jumlah populasi wanita rentan merokok mengalami kenaikan lebih besar dibandingkan jumlah populasi pria rentan merokok mencapai 71 orang pada hari ke-3 lalu mengalami penurunan mendekati titik setimbang pada hari ke-20. Pada jumlah populasi wanita perokok pemula mengalami kenaikan yang

cukup besar pada hari ke-6 hingga ke-13 sebesar 370 orang. Populasi wanita perokok aktif mengalami kenaikan secara berkala dari 6 orang menjadi 45 orang pada hari ke-20 dan pada populasi wanita yang berhenti merokok menunjukkan hasil yang sama seperti pada populasi perokok pria yang terus mengalami kenaikan pada waktu yang lama.

Berdasarkan hasil simulasi diatas Gambar 7 dan 8 menunjukkan bahwa tidak ada perbedaan yang signifikan terhadap dinamika perokok pria dan wanita. Rata-rata jumlah kontak pria dan wanita rentan dengan pria perokok aktif pada waktu yang cukup lama solusi model menuju ke titik tetap endemik. Berbeda apabila jumlah kontak tersebut dapat dikontrol maka untuk kondisi yang stasioner endemik dalam suatu populasi perokok tidak akan terjadi (Kasbawati, 2017).

## PENUTUP

### SIMPULAN

Dari hasil penelitian diperoleh,  $R_0 = \frac{\alpha\beta}{\mu(\beta\mu+\beta\rho+\mu^2+\mu\rho)}$  mendapatkan hasil  $R_0 = 22.78 > 1$  yang berarti bahwa solusi model menuju ke titik tetap endemik. Artinya populasi perokok selalu ada dan berpotensi adanya penyebaran perokok yang menyebabkan orang lain menjadi perokok.

Hasil simulasi numerik dengan Python menunjukkan bahwa tidak ada perbedaan dinamika populasi yang signifikan pada perokok pria dan wanita. Dalam jangka waktu tertentu tiap populasi mengalami kenaikan secara berkala dikarenakan terjadinya kontak langsung dengan perokok aktif. Perokok rentan pria dan wanita mengalami kenaikan pada hari ke-3 kemudian menurun secara perlahan mendekati titik setimbang pada hari ke-20. Wanita perokok pemula mengalami kenaikan jumlah populasi lebih besar mencapai 370 orang di banding pria perokok pemula sebanyak 320 orang dalam kurun waktu 35 hari. Pria perokok aktif mengalami kenaikan menjadi 43 orang dan wanita perokok aktif menjadi 45 orang. Populasi pria dan wanita yang berhenti merokok mengalami kenaikan secara berkala mencapai 1000 orang dalam kurun waktu 30 hari dan terus meningkat dalam jangka waktu yang lama.

**SARAN**

Untuk penelitian selanjutnya, disarankan untuk meneliti dinamika kecanduan rokok dengan menggunakan data primer dengan cara survei atau menggunakan model matematika dengan memperhatikan faktor usia. Karena saat ini perokok tidak hanya pada usia dewasa, namun juga ada pada usia remaja.

**DAFTAR PUSTAKA**

- Akbar, F. M. R. (2018). MAHASISWI PEROKOK (*Studi Fenomenologi tentang Perempuan Perokok di Lingkungan Kampus*). 1-13.
- Alkhudhari, Z., Al-Sheikh, S., & Al-Tuwairqi, S. (2014). Stability analysis of a giving up smoking model. *International Journal of Applied Mathematical Research*, 3(2).  
<https://doi.org/10.14419/ijamr.v3i2.2239>
- Cameng Desak Ketut Juniari dan Arfin. (2020). Analisis Penerapan Kebijakan Earmarking Tax Dari Dana Bagi Hasil Cukai Hasil Tembakau Terhadap Kesehatan Masyarakat. In *Symposium Nasional Keuangan Negara* (pp. 480-1115).
- Castillo-Garsow, C., Jordan-Salivia, G., Rodriguez-Herrera, A. (1997). Mathematical Models for the Dynamics of Tobacco Use, Recovery, and Relapse. *Technical Report Series, BU-150-M*.
- Govan, Ratianingsih, R, dan Puspita, J. W. (2016). MEMBANGUN MODEL PENYEBARAN PERILAKU MEROKOK BERDASARKAN FAKTOR BIOLOGIS DAN FAKTOR LINGKUNGAN SOSIAL. *JIMT*, 13(2), 35-47.
- Hutabarat, N. T. (2012). *Yang Bikin Orang Merokok Lagi Setelah Bisa Berhenti*. DetikHealth.  
<https://health.detik.com/ulasan-khas/d-1974505/yang-bikin-orang-merokok-lagi-setelah-bisa-berhenti>
- Kasbawati. (2017). Model Matematika Kecanduan Terhadap Rokok. *Jurnal Matematika, Statistika, & Komputasi.*, Vol. 14.
- Perko, L. (2001). *Equations and Dynamical Systems: Third Edition*.
- Pomalingo, R. (2019). Analisis Dinamik Model Matematika Penyebaran Populasi Perokok. 15(2), 111-119.  
<https://doi.org/10.24198/jmi.v15.n2.22567.11>
- Purnamandaru, & Artiono, R. (2021). Analisis Dinamik Model Koinfeksi Penyakit Rubella dan Covid-19. *Mathunesa, Jurnal Ilmiah Matematika*, 2716-506X.
- Riskesdas. (2013). *Hasil Riset Kesehatan Dasar*.
- Sulisti, H., Noviani, E., & Kusumastuti, N. (2014). ANALISIS KESTABILAN MODEL DINAMIKA PENYEBARAN PENYAKIT FLU BURUNG. In *Buletin Ilmiah Math. Stat. Dan Terapannya (Bimaster)* (Vol. 03, Issue 3).
- Van Den Driessche, P., & Watmough, J. (2008). *Further Notes on the Basic Reproduction Number: Chapter 6*.
- Zeb, A., Zaman, G., & Momani, S. (2013). Square-root dynamics of a giving up smoking model. *Applied Mathematical Modelling*, 37(7), 5326-5334.  
<https://doi.org/10.1016/j.apm.2012.10.005>