

ANALISIS KESTABILAN DAN PENERAPAN KONTROL OPTIMAL PADA MODEL PENYEBARAN RUMOR MELALUI LIPUTAN MEDIA

Verent Nindi Oktaviani Rusmarlina

Program Studi S1 Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya

e-mail : verent.18021@mhs.unesa.ac.id

Yusuf Fuad

Program Studi S1 Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya

e-mail : yusuffuad@unesa.ac.id

Abstrak

Rumor merupakan informasi mengenai hal menarik bagi publik, permasalahan internasional, nasional, ekonomi, politik, budaya atau sosial terkait seorang tokoh masyarakat tetapi belum dapat dipastikan kebenarannya. Pada era digital, rumor semakin mudah disebarkan tanpa waktu yang lama dan biaya yang besar. Rumor yang tidak bisa dikendalikan akan merugikan beberapa pihak, mulai dari keresahan masyarakat, sampai dampak yang fatal seperti kematian. Penelitian ini bertujuan untuk merekonstruksi model dinamik penyebaran rumor dengan penerapan kontrol optimal, menentukan titik kesetimbangan, menentukan bilangan reproduksi dasar, menganalisis kestabilan model dinamik maupun sensitivitas model dinamik. Terdapat 4 subpopulasi dalam model dinamik, yaitu subpopulasi X (orang yang tidak mengetahui rumor), subpopulasi X_m (orang yang mengetahui rumor namun tidak menyebarkan rumor), subpopulasi Y (orang yang dengan sengaja menyebarkan rumor). M (kumulatif penerapan program kesadaran pada siaran liputan media). Dengan mengasumsikan total populasi N sebesar 80.000 dan nilai parameter dari Huo et al (2019), diperoleh dua titik kesetimbangan dari model dinamik yaitu, titik bebas rumor tanpa kontrol optimal dengan nilai awal diskemakan harus memenuhi $N = X + X_m + Y + M$. Analisis kestabilan menunjukkan titik kesetimbangan bebas rumor dan titik kesetimbangan endemik rumor stabil asimtotik. Analisis sensitivitas menunjukkan bahwa jika salah satu dari laju imigrasi individu A menuju subpopulasi X dan tingkat interaksi individu subpopulasi X dengan subpopulasi Y β ditingkatkan sementara yang lainnya dikondisikan konstan, maka nilai Γ_0 akan meningkat. Hasil simulasi model dinamik dengan penerapan kontrol $u = 0.9$, berupa video edukasi mengenai rumor yang disebarkan melalui sosial media kepada masyarakat menunjukkan perubahan yang signifikan sebesar 77%. Diharapkan setelah hari ke-100 penyebaran rumor sudah terkendali secara berkelanjutan. Untuk penelitian lainnya disarankan untuk menggunakan parameter dan kontrol yang lainnya.

Kata kunci: Penyebaran rumor, Kontrol optimal, Kestabilan, Liputan media

Abstract

Rumor is information about matters of interest to the public, international, national, economic, political, cultural, or social issues related to a public figure but the truth cannot be ascertained. In the digital era, rumors are easier to spread without taking a long time and at a high cost. Rumors that cannot be controlled will be detrimental to several parties, ranging from public unrest to fatal impacts such as death. This study aims to reconstruct the dynamic model of spreading rumors by applying optimal control, determining the equilibrium point, determining the basic reproduction number, and analyzing the stability of the dynamic model and the sensitivity of the dynamic model. There are 4 subpopulations in the dynamic model, namely subpopulation X (people who do not know rumors), subpopulation X_m (people who know rumors but do not spread rumors), subpopulation Y (people who deliberately spread rumors). M (cumulative implementation of awareness programs on broadcast media coverage). By assuming a total N population of 80,000 and parameter values from Huo et al (2019), two equilibrium points are obtained from the dynamic model, namely, the rumor-free point without optimal control with an initial value $X(0) = 75000, X_m(0) = 0, Y(0) = 5000, M(0) = 0, N(0) = 80000$ and rumor endemic point without optimal control with initial value $X(0) = 74000, X_m(0) = 1800, Y(0) = 4000, M(0) = 200, N(0) = 80000$. The stability analysis shows the rumor-free equilibrium point and the rumor-endemic equilibrium point as asymptotically stable. The sensitivity analysis shows that if one of the individual immigration rates to subpopulation X and the individual interaction rate of subpopulation X with subpopulation Y is increased while the others are kept constant, then the value of Γ_0 will increase. The results of the dynamic model simulation with the application of control $u = 0.9$, in the form of educational videos about rumors spread through social media to the public, show a significant change of 77%. It is hoped that after the 100th day, the spread of rumors will sustainably be under control. It is also recommended to use other parameters and controls in future research.

Keywords: Spreading rumors, Optimal control, Stability, Media report

PENDAHULUAN

Rumor merupakan informasi mengenai hal menarik bagi publik, peristiwa atau permasalahan internasional, nasional, ekonomi, politik, budaya, energi atau sosial terkait seorang tokoh masyarakat tetapi belum dapat dipastikan kebenarannya (Pathak et al., 2020). Rumor dapat disebarkan melalui liputan media, yaitu media cetak seperti koran dan majalah. Media daring (*online*), seperti televisi, web informatif, sosial media instagram, facebook, dan lain-lain. Pada era digital sekarang ini, rumor semakin mudah disebarkan tanpa waktu yang lama dan dengan biaya yang tidak besar. Dalam penyebarannya, rumor memiliki peranan sangat penting dalam kehidupan bermasyarakat dan dapat mempengaruhi pula perilaku individu atau kelompok masyarakat. Rumor yang sudah tidak bisa dikendalikan dapat merugikan beberapa pihak, mulai dari keresahan masyarakat sampai dampak yang sangat fatal seperti kematian.

Karena terdapat kesamaan penyebaran rumor dengan penyebaran penyakit, maka penyebaran rumor dapat diasosiasikan sebagai infeksi pikiran. Ketika terjadi penyebaran rumor, orang-orang akan meresponnya dan pada akhirnya hal tersebut akan mempengaruhi perilaku mereka dalam kehidupan sehari-hari. Model penyebaran rumor dibagi menjadi tiga subpopulasi, yaitu kelompok orang yang mengetahui dan menyebarkan rumor, kelompok orang yang tidak mengetahui rumor dan kelompok orang yang mengetahui rumor tetapi tidak ikut terlibat menyebarkan rumor (Daley et al., 1964). Selanjutnya pada artikel ini ditambahkan subpopulasi M berupa efek kumulatif dari *awareness programs* akan adanya rumor yang didorong oleh liputan media. Tingkat pertumbuhan kampanye program kesadaran diasumsikan sebanding dengan jumlah individu penyebar yang ada dalam subpopulasi. Karena dampak yang dihasilkan begitu besar pada individu yang mendapat informasi rumor, maka perlu dilakukan penelitian untuk menganalisis fenomena penyebaran rumor melalui liputan media.

Artikel ini terinspirasi oleh Huo et al., (2019) yang membahas tentang penyebaran rumor dalam kehidupan sehari-hari. Suatu kelompok dalam masyarakat harus bersikap bijak terhadap penyebaran suatu rumor. Sikap tersebut harus

dipertimbangkan terhadap pengaruh penyebaran negatifnya. Dilakukan analisis bagaimana penerapan kontrol berupa program edukasi penyebaran rumor terhadap tingkah laku individu dalam suatu populasi. Adanya kontrol program edukasi penyebaran rumor diharapkan akan membuat individu tidak langsung mempercayai adanya rumor yang disebarkan, kemudian akan bersikap bijak dan mencari fakta atau data yang valid dari rumor tersebut. Selain itu, diharapkan dapat mengurangi jumlah individu yang melakukan penyebaran rumor. Dengan bantuan pemerintah yaitu KOMINFO diharapkan program edukasi ini terlaksana dengan baik dan dapat diterima oleh masyarakat.

Analisa yang dilakukan terhadap model dinamik berdasarkan titik kesetimbangan, kestabilan model, bilangan reproduksi dasar, sensitivitas parameter, dan penerapan kontrol edukasi. Model penyebaran rumor diberikan kontrol $u(t)$ berupa program edukasi melalui sosial media mengenai rumor pada individu dengan rentang umur remaja 15 tahun hingga dewasa berumur 40 tahun di seluruh Indonesia yang mengetahui dan menyebarkan rumor, serta pada orang yang tidak mengetahui rumor. Penentuan kontrol optimal dilakukan dengan menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin dengan bantuan MATLAB 2018a. Dilakukan pula simulasi numerik serta analisa model penyebaran rumor sebelum dan sesudah adanya penambahan kontrol $u(t)$. Simulasi numerik tersebut menggunakan nilai parameter dan nilai awal yang diadopsi dari (Huo et al., 2019), kemudian hasilnya menjadi dasar acuan terhadap video edukasi sebagai kontrol yang diberikan kepada masyarakat.

Teknis kontrol yang akan dilaksanakan yang didasarkan pada analisa dari hasil simulasi model dinamik dengan penerapan kontrol adalah dengan menyebarkan video edukasi mengenai rumor dan dampak dari penyebaran rumor. Video tersebut akan disebarkan ke seluruh khalayak masyarakat dengan durasi 3-4 menit. Proses penyebaran video dilakukan secara bertahap selama beberapa bulan dan disebarkan melalui *platform digital* seperti instagram, youtube, dan tiktok serta melalui media televisi. Diharapkan dengan kontrol edukasi yang dikemas dalam bentuk video dapat menarik

perhatian masyarakat untuk waspada terhadap rumor yang tengah tersebar.

KAJIAN TEORI

SISTEM PERSAMAAN DIFERENSIAL

Sistem persamaan diferensial adalah suatu sistem yang memuat dua atau lebih persamaan diferensial yang berlaku secara simultan (Boyce et al., 2017). Misalkan suatu sistem persamaan diferensial dinyatakan sebagai berikut:

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x, t) \quad (1)$$

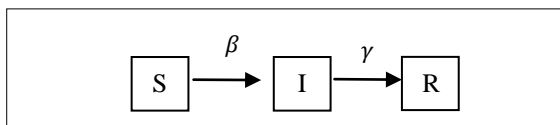
dengan

$$\dot{x}(t) = \frac{dx}{dt} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n(t) \end{pmatrix} \text{ dan } f(x(t), t) = \begin{pmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{pmatrix}$$

dimana x_1, x_2, \dots, x_n variabel tak bebas dan t variabel bebas. Sistem persamaan diferensial terbagi menjadi dua yaitu sistem persamaan diferensial linear dan sistem diferensial nonlinear.

MODEL SIR

Model epidemik SIR (*Susceptible, Infected, dan Recovered*) pertama kali dikemukakan oleh Kermarck dan Mckendrick pada tahun 1927 adalah model tentang penyebaran suatu penyakit. Model ini digunakan untuk mengetahui penyebaran suatu penyakit menular, yang membahas ada tidaknya keadaan epidemik dan efek yang ditimbulkan. Pada model SIR diasumsikan individu yang terinfeksi penyakit akan sembuh secara alami akibat adanya kekebalan yang dimiliki individu tersebut. Terdapat tiga subpopulasi pada model SIR, yaitu S (*Susceptible*) menyatakan banyaknya individu yang rentan terhadap penyakit, I (*Infected*) menyatakan banyaknya individu yang terinfeksi penyakit, dan R (*Recovered*) menyatakan banyaknya individu yang dinyatakan sembuh dari penyakit (Brauer, 2008). Berikut diagram kompartemen model SIR:



Gambar 1. Diagram Kompartemen Model SIR (Brauer, 2008)

Sistem persamaan dari diagram kompartemen di atas adalah

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= -\beta SI \\ \frac{dI}{dt} &= \beta SI - \gamma I \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I \end{aligned} \quad (2)$$

Dengan N adalah total populasi pada waktu t .

$$N = S + I + R$$

TITIK KESETIMBANGAN

Titik kesetimbangan diperoleh ketika sistem berada dalam keadaan setimbang dan tidak berubah terhadap waktu. Secara sistematis definisi dapat ditulis:

Definisi: Vektor $T \in \mathbb{R}^n$ merupakan titik kesetimbangan dari sistem jika memenuhi $f(T) = 0$ (Olsder and Van der Woude, 2005).

Pada penyebaran model penyebaran penyakit terdapat dua titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan bebas rumor T^0 dan titik kesetimbangan endemik rumor T^* .

KESTABILAN TITIK KESETIMBANGAN

Karakteristik solusi dari suatu model dinamik dapat diketahui dengan menganalisa titik kesetimbangan dari model dinamikanya. Analisis kestabilan lokal di sekitar titik kesetimbangan dapat ditentukan berdasarkan nilai eigen dari matriks Jacobian. Matriks Jacobian adalah matriks berordo $n \times n$ yang melibatkan fungsi $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ dan memiliki komponen fungsi f_1, f_2, \dots, f_n dengan $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(T)$ adalah entri matriks pada baris ke- i dan kolom ke- j , pada titik kesetimbangan T , yang merupakan derivatif pertama parsial dari f_i terhadap variabel x_j , $1 \leq i \leq n$; $1 \leq j \leq n$, pada titik kesetimbangan T dalam \mathbb{R}^n . Matriks

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(T) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(T) \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(T) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(T) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(T) \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(T) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(T) & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(T) \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(T) \end{bmatrix}$$

dinamakan matriks Jacobian dari f di titik kesetimbangan (Hale and Koçak 1991).

Kestabilan titik kesetimbangan dapat digunakan untuk menentukan perilaku solusi model dinamik menjauhi atau mendekati titik kesetimbangan tersebut.

Secara umum, perilaku kestabilan titik kesetimbangan adalah sebagai berikut (Tu, 1992):

1. Sistem dikatakan stabil, jika:
 - a) Setiap nilai eigen real bernilai tak positif ($\lambda_i \leq 0, \lambda_i \in \mathbb{R}, \forall i = 1, \dots, n$).
 - b) Setiap bagian real dari nilai eigen kompleks bernilai tak positif ($Re(\lambda_i) \leq 0, \lambda_i \in \mathbb{C}, \forall i = 1, \dots, n$).
2. Sistem dikatakan stabil asimtotik, jika:
 - a) Setiap nilai eigen bernilai real negatif ($\lambda_i < 0, \lambda_i \in \mathbb{R}, \forall i = 1, \dots, n$).
 - b) Setiap komponen real dari nilai eigen kompleks bernilai negatif ($Re(\lambda_i) < 0, \lambda_i \in \mathbb{C}, \forall i = 1, \dots, n$).
3. Sistem dikatakan tidak stabil, jika:
 - a) Ada nilai eigen real bernilai positif ($\lambda_i > 0, \lambda_i \in \mathbb{R}, \exists i = 1, \dots, n$).
 - b) Ada bagian real dari nilai eigen kompleks bernilai positif ($Re(\lambda_i) > 0, \lambda_i \in \mathbb{C}, \exists i = 1, \dots, n$).

BILANGAN REPRODUKSI DASAR

Bilangan reproduksi dasar Γ_0 diperoleh dengan menentukan nilai eigen matriks Jacobian pada titik kesetimbangan bebas rumor dan titik kesetimbangan endemik rumor. Bilangan Γ_0 menunjukkan apakah penyebaran rumor menjadi endemik atau tidak endemik dalam suatu populasi. Penyebaran wabah rumor seringkali didasarkan pada besarnya Γ_0 untuk kejadian tersebut yang dideksripsikan sebagai berikut ini (Röst., 2008).

- (a) Jika $\Gamma_0 < 1$ maka tidak ada penyebaran rumor.
- (b) Jika $\Gamma_0 > 1$ maka penyebaran rumor akan meningkat dan menyebabkan pandemi.
- (c) Jika $\Gamma_0 = 1$ maka ada penyebaran rumor tetapi tidak menyebabkan pandemi.

Γ_0 juga dapat digunakan untuk memperkirakan proporsi subpopulasi yang harus dikontrol untuk menghilangkan wabah dari suatu populasi (Delamater et al., 2019). Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menentukan bilangan reproduksi dasar Γ_0 adalah dengan metode *the next generation matrix*. *Next generation matrix* Z terdiri dari

matriks transmisi F dan matriks transisi V yang berorden $n \times n$, dengan

$$F = \frac{\partial F_i(T^0)}{\partial x_j} \text{ dan } V = \frac{\partial V_i(T^0)}{\partial x_j}$$

T^0 = titik kesetimbangan.

F = matriks transmisi.

V = matriks transisi.

Matriks Z didefinisikan sebagai $Z = FV^{-1}$, dan bilangan reproduksi dasar diperoleh dari persamaan

$$\Gamma_0 = \rho(FV^{-1}) = \rho(Z),$$

Dengan $\rho(Z)$ adalah radius spektral atau maksimum modulus nilai eigen dari matriks Z (Driessche and Watmough, 2002).

ANALISIS SENSITIVITAS

Analisis sensitivitas dilakukan untuk mengetahui pengaruh perubahan setiap nilai parameter dalam penyebaran. Indeks sensitivitas ξ digunakan untuk mengetahui perubahan nilai Γ_0 ketika parameternya berubah. Indeks sensitivitas ξ akan dicari pada masing-masing parameter untuk mengetahui hal tersebut. Indeks sensitivitas ξ dalam Γ_0 bergantung pada diferensial parameter p , dirumuskan sebagai berikut (Chitnis et al., 2008):

$$\xi_p^{\Gamma_0} = \frac{\partial \Gamma_0}{\partial p} \times \frac{p}{\Gamma_0}$$

Keterangan:

ξ = indeks sensitivitas.

Γ_0 = bilangan reproduksi.

p = parameter yang terdapat dalam rumus bilangan reproduksi.

Indeks sensitivitas pada setiap parameter yang berdampak dijadikan sasaran untuk dilakukan strategi intervensi dalam mengendalikan penyebaran penyakit (Chitnis et al., 2008).

TEORI OPTIMAL KONTROL

Kontrol optimal adalah model optimasi untuk mencari nilai fungsi kontrol dalam model dinamik agar memenuhi kendala (*constraints*) dan bertujuan untuk memaksimalkan atau meminimalkan fungsi objektif atau fungsi tujuan. Fungsi objektif akan dioptimalkan dengan melibatkan fungsi kontrol $u(t)$ dan variabel *state* $x(t)$ dan bergantung pada waktu t . Kontrol optimal secara umum dirumuskan sebagai berikut:

Maksimumkan

$$G(t) = L(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} M(x(t), u(t), t) dt$$

dengan kendala

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t)$$

dengan kondisi awal $x(t_0) = x_0$, kondisi akhir $x(t_f) = x_f$ dan $u(t)$ sebagai fungsi kontrol pada waktu t . Sedangkan t_0 dan t_f merupakan waktu awal dan waktu akhir pemberian kontrol, L, M . Dengan f merupakan fungsi skalar (Lewis et al., 2012).

PRINSIP MAKSIMUM PONTRYAGIN

Beberapa masalah kontrol optimal yang bersifat nonlinear tidak mempunyai solusi analitik, sehingga diperlukan metode lain untuk mengestimasi permasalahan kontrol tersebut. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah kontrol optimal tersebut adalah Metode Prinsip Maksimum Pontryagin (PMP).

Prosedur analitik penyelesaian masalah kontrol optimal menggunakan PMP adalah sebagai berikut (Naidu, 2002):

1. Bentuk fungsi Hamiltonian

$$H(x(t), u(t), \eta(t), t) = V(x(t), u(t)) + \eta(t)f(x(t), u(t), t)$$

2. Memaksimumkan H terhadap $u(t)$

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0$$

Sehingga diperoleh $u^*(t)$ pada kondisi stasioner

$$u^*(t) = h(x^*(t), \eta^*(t), t)$$

3. Dengan menggunakan $u^*(t)$ yang diperoleh, akan didapatkan fungsi Hamiltonian baru yang optimal, $H^*(t)$, yaitu:

$$H^*(x^*(t), \eta^*(t), t)$$

4. Menyelesaikan persamaan *state* dan *costate*

$$\dot{x}(t) = \frac{\partial H^*}{\partial \eta} \text{ dan } \dot{\eta}(t) = -\frac{\partial H^*}{\partial x}$$

Dengan kondisi awal $x(0)$ dan kondisi akhir x diperoleh

$$\left(H^* + \frac{\partial s^*}{\partial t} \right)_{t_f} \delta t_f + \left(\frac{\partial s}{\partial t^*} - \eta^*(t) \right)_{t_f} \delta x_f = 0$$

5. Substitusikan hasil-hasil yang telah diperoleh pada langkah 4 ke persamaan u^*t pada langkah 2 untuk mendapatkan nilai kontrol yang optimal.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan studi literatur, yang membahas tentang model dinamik pada penyebaran rumor dengan liputan media dengan kontrol optimal yang terinspirasi dari Huo et al., (2019). Penelitian yang digunakan adalah semi eksperimen dengan pendekatan rekonstruksi pemodelan, analisa kestabilan, simulasi numerik, dan sensitivitas parameter terhadap respon kuantitatif.

HASIL DAN PEMBAHASAN

MODEL MATEMATIKA

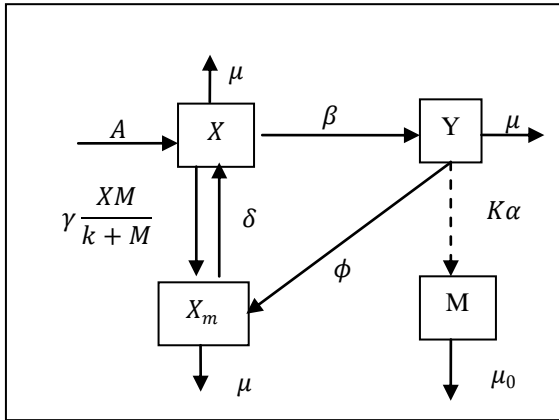
Model yang direkonstruksi merupakan adaptasi dari Huo et al. (2019). Dalam model dibagi menjadi 4 subpopulasi yaitu X adalah subpopulasi individu yang tidak mengetahui adanya rumor; X_m adalah subpopulasi individu yang mengetahui adanya rumor tetapi tidak menyebarkan rumor; Y adalah subpopulasi individu yang menyebarkan rumor. Dan M merupakan efek kumulatif dari *awareness programs* akan adanya rumor yang didorong oleh liputan media. Dengan adanya M dapat dilihat bagaimana pengaruh siaran pada liputan media terhadap rumor yang disebarkan dan juga perilaku individu. Pada waktu yang sama, orang yang menyebarkan rumor dipengaruhi oleh media dan terkait dengan tingkat implementasi program kesadaran tersebut, dimana membuat efek kumulatif dari media berkembang. Adanya M juga dapat memberikan dampak perpindahan individu antara subpopulasi X_m menuju X .

Beberapa asumsi yang digunakan untuk merekonstruksi model penyebaran rumor sebelum adanya penambahan kontrol optimal adalah sebagai berikut:

1. A merupakan laju imigrasi individu menuju subpopulasi X secara konstan.
2. β merupakan tingkat interaksi antara subpopulasi X dengan subpopulasi Y .
3. Individu yang tidak mengerti rumor (subpopulasi X) dan mengetahui adanya rumor (subpopulasi X_m) akan menjadi sadar karena adanya pengaruh siaran liputan media dengan laju γ .
4. α menunjukkan laju implementasi pelaksanaan siaran liputan media terhadap rumor.

5. K merupakan proporsionalitas yang mengatur pelaksanaan program penyadaran.
6. Karena adanya faktor sosial tertentu atau faktor lupa, individu dalam subpopulasi X_m berpindah ke subpopulasi X dengan probabilitas δ .
7. Dengan adanya ilmu pengetahuan dan upaya untuk mempelajarinya, individu dalam subpopulasi Y menjadi sadar dan berpindah ke subpopulasi X_m dengan probabilitas ϕ .
8. Terjadi kematian alami di semua subpopulasi yaitu μ .
9. μ_0 merupakan tingkat pengurangan dari ketidakefektifan implementasi program.
10. Semua nilai parameter bernilai positif.

Berdasarkan asumsi-asumsi diatas, dapat disajikan dalam diagram kompartemen model penyebaran rumor pada Gambar 2 berikut.



Gambar 2. Diagram Kompartemen Model Penyebaran Rumor adaptasi dari Huo et al., 2019

Model dinamik penyebaran rumor dinyatakan dalam sistem persamaan diferensial berikut:

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = A - \beta XY - \gamma X \frac{M}{k+M} + \delta X_m - \mu X \\ \frac{dX_m}{dt} = \gamma X \frac{M}{k+M} - \delta X_m + \phi Y - \mu X_m \\ \frac{dY}{dt} = \beta XY - \phi Y - \alpha Y - \mu Y \\ \frac{dM}{dt} = K\alpha Y - \mu_0 M \end{cases} \quad (3)$$

Dengan total populasi $N = X + X_m + Y + M$,
 $X(0) > 0, X_m(0) \geq 0, Y(0) \geq 0, M(0) \geq 0$.

Dalam artikel ini, nilai-nilai parameter diadopsi dari Huo et al., (2019) disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Nilai Parameter

Parameter	Nilai	Satuan
γ	0.01	$hari^{-1}$
β	0.00002	$hari^{-1}$
ϕ	0.6	$hari^{-1}$
μ	0.06	$hari^{-1}$
μ_0	0.02	$hari^{-1}$
A	500	$hari^{-1}$
K	10	$hari^{-1}$
k	100	$hari^{-1}$
δ	0.02	$hari^{-1}$
α	0.02	$hari^{-1}$

TITIK KESETIMBANGAN

1. Titik Keseimbangan Bebas Rumor

Keadaan bebas rumor dipenuhi ketika tidak ada individu yang menyebarkan rumor atau mengetahui rumor, sehingga $X_m = Y = M = 0$. Titik kesetimbangan bebas rumor dinotasikan dengan $T^0 = (X^0, X_m^0, Y^0, M^0)$. Pada kondisi bebas rumor tidak ada penyebaran rumor, maka $X_m^0 = Y^0 = M^0 = 0$. Selanjutnya titik kesetimbangan bebas rumor dicari dengan membuat ruas kanan pada model dinamik (3) sama dengan nol diperoleh:

$$A - \beta X^0 Y^0 - \frac{\lambda X^0 M^0}{k + M^0} + \delta X_m^0 - \mu X^0 = 0$$

$$X^0 = \frac{A}{\mu}$$

$$\text{Jadi, diperoleh } T^0 = \left(\frac{A}{\mu}, 0, 0, 0 \right)$$

$$= (8333.3, 0, 0, 0)$$

2. Titik Keseimbangan Endemik Rumor

Titik kesetimbangan endemik rumor, menunjukkan rumor akan selalu ada dan menyebar ke populasi. Dalam suatu subpopulasi terdapat individu yang terinfeksi (X_m, Y, M). Karena pada kondisi endemik terjadi penyebaran rumor maka $X_m^* \neq Y^* \neq M^* \neq 0$. Analog dengan penentuan titik kesetimbangan bebas rumor, yaitu dengan membuat ruas kanan model dinamik (3) sama dengan nol, maka titik kesetimbangan endemik rumor sebagai dinotasikan sebagai $T^* = (X^*, X_m^*, Y^*, M^*)$, dengan

$$X^* = \frac{\alpha + \mu + \phi}{\beta}$$

$$X_m^* = \frac{\beta A - \mu(\phi + \alpha + \mu) - \beta(\alpha + \mu)Y^*}{\beta \mu}$$

$Y^* \in (0, \frac{\beta A - \mu(\phi + \alpha + \mu)}{\beta(\alpha + \mu)})$ dan dipilih $Y^* \geq 0$

$$M^* = \frac{K\alpha Y^*}{\mu_0}$$

BILANGAN REPRODUKSI DASAR

Bilangan reproduksi dasar Γ_0 diperoleh dengan metode *Next Generation Matrix* dari subpopulasi Y dan X_m . Ditentukan matriks transmisi F dan matriks transisi V , sebagai berikut:

$$F = \begin{bmatrix} \beta X & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \& V = \begin{bmatrix} (\phi + \alpha + \mu) & -\phi \\ 0 & (\delta + \mu) \end{bmatrix}.$$

Selanjutnya, disubstitusikan nilai titik kesetimbangan bebas rumor T^0 ke dalam matriks F dan V . Dengan demikian diperoleh:

$$Z = FV^{-1}$$

$$Z = \begin{bmatrix} \frac{\beta A}{\mu} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{(\phi + \alpha + \mu)} & \frac{\phi}{(\phi + \alpha + \mu)(\delta + \mu)} \\ 0 & \frac{1}{(\delta + \mu)} \end{bmatrix}$$

$$Z = \begin{bmatrix} \frac{\beta A}{\mu(\phi + \alpha + \mu)} & \frac{\phi \beta A}{\mu(\phi + \alpha + \mu)(\delta + \mu)} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Kemudian dicari nilai eigen melalui $|\lambda I - Z| = 0$, sehingga diperoleh $\lambda_1 = \frac{\beta A}{\mu(\phi + \alpha + \mu)}$ dan $\lambda_2 = 0$.

$$\begin{aligned} \Gamma_0 &= \rho(FV^{-1}) \\ &= \max\{|\lambda_1|, |\lambda_2|\} \\ &= \frac{\beta A}{\mu(\phi + \alpha + \mu)} \end{aligned}$$

Nilai numerik Γ_0 didapat dengan cara mensubstitusikan nilai parameter pada Tabel 1, yaitu $\Gamma_0 = 1,667$. Hal ini menunjukkan bahwa penyebaran rumor akan menjadi pandemi.

ANALISIS KESTABILAN

1. Kestabilan titik kesetimbangan bebas rumor

Matriks Jacobian dari model dinamik (3) adalah sebagai berikut:

$$J = \begin{pmatrix} -\beta Y - \gamma \frac{M}{k+M} - \mu & \delta & -\beta X & -\gamma X \frac{M}{k+M} + \gamma X \frac{M}{(k+M)^2} \\ \gamma \frac{M}{k+M} & -\delta - \mu & \phi & \gamma X \frac{M}{k+M} - \gamma X \frac{M}{(k+M)^2} \\ \beta Y & 0 & \beta X - \alpha - \mu - \phi & 0 \\ 0 & 0 & K\alpha & -\mu_0 \end{pmatrix}$$

Substitusi titik kesetimbangan bebas rumor $T^0 = (\frac{A}{\mu}, 0, 0, 0)$ pada matrik J , dan diperoleh:

$$J(T^0) = \begin{pmatrix} -\mu & \delta & -\frac{\beta A}{\mu} & -\frac{\gamma A}{\mu k} \\ 0 & -\delta - \mu & 0 & \frac{\gamma A}{\mu k} \\ 0 & 0 & \frac{\beta A}{\mu} - \alpha - \mu - \phi & 0 \\ 0 & 0 & K\alpha & -\mu_0 \end{pmatrix}$$

Selanjutnya nilai eigen dari matriks

$|J(T^0) - \lambda I| = 0$ adalah

$$\begin{vmatrix} -\mu - \lambda & \delta & -\frac{\beta A}{\mu} & -\frac{\gamma A}{\mu k} \\ 0 & -\delta - \mu - \lambda & 0 & \frac{\gamma A}{\mu k} \\ 0 & 0 & \frac{\beta A}{\mu} - \alpha - \mu - \phi - \lambda & 0 \\ 0 & 0 & K\alpha & -\mu_0 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

Sehingga didapatkan nilai eigen

$$\lambda_1 = -\mu, \lambda_2 = -\delta - \mu,$$

$$\lambda_3 = \frac{A\beta - \alpha\mu - \mu^2 + \mu\phi}{\mu}, \lambda_4 = -\mu_0$$

Dengan mensubstitusikan nilai parameter pada Tabel 1, diperoleh nilai eigen sebagai berikut:

$$\lambda_1 = -0.06, \lambda_2 = -0.08, \lambda_3 = -0.6137, \lambda_4 = -0.02$$

Jadi, titik kesetimbangan bebas rumor stabil asimtotik.

2. Kestabilan titik endemik rumor

Matriks Jacobian titik endemik rumor dari model dinamik (3) adalah sebagai berikut:

$$J(T^*) = \begin{pmatrix} -\beta Y^* - \gamma X^* \frac{M^*}{k+M^*} & \delta & -\beta X^* & -\gamma X^* \frac{M^*}{k+M^*} + \gamma X^* \frac{M^*}{(k+M^*)^2} \\ \gamma X^* \frac{M^*}{k+M^*} & -\delta - \mu & \phi & \gamma X^* \frac{M^*}{k+M^*} - \gamma X^* \frac{M^*}{(k+M^*)^2} \\ \beta Y^* & 0 & \beta X^* - \alpha - \mu - \phi & 0 \\ 0 & 0 & K\alpha & -\mu_0 \end{pmatrix}$$

Substitusi titik kesetimbangan bebas rumor $T^* = (X^*, X_m^*, Y^*, M^*)$ dan nilai parameter pada Tabel 1 pada matriks Jacobian di atas.

Selanjutnya nilai eigen dari matriks $|J(T^*) - \lambda I| = 0$ adalah

$$\lambda_1 = -0.095 + (0.246)i, \lambda_2 = -0.095 - (0.256)i,$$

$$\lambda_3 = -0.062, \lambda_4 = -0.02.$$

Sehingga setiap bagian real dari masing-masing nilai eigen yaitu $Re(\lambda_1) = -0.095, Re(\lambda_2) = -0.095, Re(\lambda_3) = -0.062, Re(\lambda_4) = -0.02$.

Dapat disimpulkan sistem stabil asimtotik (Tu, 1992).

ANALISIS SENSITIVITAS

Analisis sensitivitas digunakan untuk memprediksi nilai parameter yang berpengaruh dan berdampak tinggi pada batas Γ_0 . Beberapa parameter yang dipertimbangkan dapat mempengaruhi penyebaran rumor adalah β, ϕ, A, μ dan α . β merupakan tingkat penularan penyebaran rumor ketika kontak dengan individu penyebar

rumor. ϕ merupakan laju transmisi dari subpopulasi Y ke X_m ; A merupakan tingkat imigrasi dari luar populasi menuju subpopulasi X ; μ merupakan tingkat kematian alami; α adalah tingkat implementasi program kesadaran. Berdasarkan deskripsi parameter tersebut dan karena parameter tersebut termuat dalam nilai Γ_0 maka parameter tersebut dipilih untuk dipertimbangkan pengaruhnya terhadap penyebaran rumor.

Dengan mensubstitusikan nilai parameter dan bilangan reproduksi dasar pada $\xi = \frac{\partial \Gamma_0}{\partial p} \times \frac{p}{\Gamma_0}$, dihasilkan:

$$\begin{aligned}\xi_{\beta}^{\Gamma_0} &= \frac{\partial \Gamma_0}{\partial \beta} \frac{\beta}{\Gamma_0} = \frac{A}{\mu(\phi + \alpha + \mu)} \frac{\beta}{\mu(\phi + \alpha + \mu)} = 1 \\ \xi_{\phi}^{\Gamma_0} &= \frac{\partial \Gamma_0}{\partial \phi} \frac{\phi}{\Gamma_0} = -\frac{\beta A}{\mu(\phi + \alpha + \mu)^2} \frac{\phi}{\mu(\phi + \alpha + \mu)} \\ &= -\frac{\phi}{\phi + \alpha + \mu} = -0.88223529412 \\ \xi_{\alpha}^{\Gamma_0} &= \frac{\partial \Gamma_0}{\partial \alpha} \frac{\alpha}{\Gamma_0} = -\frac{\beta A}{\mu(\phi + \alpha + \mu)^2} \frac{\alpha}{\mu(\phi + \alpha + \mu)} \\ &= -\frac{\alpha}{\phi + \alpha + \mu} = -0.0294117647 \\ \xi_{\mu}^{\Gamma_0} &= \frac{\partial \Gamma_0}{\partial \mu} \frac{\mu}{\Gamma_0} = \left(-\frac{\beta A}{\mu^2(\phi + \alpha + \mu)} - \frac{\beta A}{\mu(\phi + \alpha + \mu)^2} \right) \frac{\mu}{\mu(\phi + \alpha + \mu)} \\ &= \left(-\frac{\beta A}{\mu^2(\phi + \alpha + \mu)} - \frac{\beta A}{\mu(\phi + \alpha + \mu)^2} \right) \mu^2(\phi + \alpha + \mu) \\ &= -1.088235294 \\ \xi_A^{\Gamma_0} &= \frac{\partial \Gamma_0}{\partial A} \frac{A}{\Gamma_0} = \frac{\beta}{\mu(\phi + \alpha + \mu)} \frac{A}{\mu(\phi + \alpha + \mu)} = 1\end{aligned}$$

Tabel 2. Indeks Sensitivitas

Parameter	Indeks Sensitivitas
β	1
ϕ	-0.88223529412
μ	-0.0294117647
A	1
α	-1.088235294

Parameter yang menunjukkan nilai indeks sensitivitas bernilai positif adalah β dan A . Hal ini menunjukkan bahwa jika salah satu parameter ditingkatkan sementara parameter lainnya konstan, maka nilai Γ_0 akan meningkat. Sedangkan parameter yang menghasilkan indeks sensitivitas bernilai negatif menunjukkan jika salah satu parameter ditingkatkan sementara parameter lainnya dikondisikan konstan maka nilai Γ_0 akan menurun.

PENERAPAN KONTROL OPTIMAL

Tujuan dari penerapan kontrol pada sistem penyebaran rumor ini adalah untuk menekan jumlah individu dari subpopulasi X menuju subpopulasi yang menyebarkan rumor Y . Penerapan kontrol juga bertujuan untuk memberikan edukasi mengenai adanya rumor beserta dampaknya, sehingga efek negatif yang ditimbulkan dapat diminimalkan. Pada penerapan kontrol edukasi yang berperan penting adalah Tim khusus yang dibentuk oleh Kementerian Informasi dan Komunikasi (KOMINFO) untuk menangani penyebaran rumor.

Pada Huo et al., (2019) dilakukan kontrol optimal pada subpopulasi X dan X_m . Pada artikel ini dilakukan kontrol pada subpopulasi X , yaitu orang yang tidak mengetahui rumor dan rentan terhadap rumor, dan subpopulasi Y , yaitu orang yang mengetahui rumor dan melakukan penyebaran rumor. $u(t)$ mempresentasikan fungsi kontrol, yaitu program edukasi mengenai apa itu rumor dan dampak dari penyebaran rumor.

Berikut sistem penyebaran rumor dengan adanya kontrol $u(t)$,

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = A - (1-u)\beta XY - \gamma X \frac{M}{k+M} + \delta X_m - \mu X \\ \frac{dX_m}{dt} = \gamma X \frac{M}{k+M} - \delta X_m + \phi Y - \mu X_m \\ \frac{dY}{dt} = (1-u)\beta XY - \phi Y - \alpha Y - \mu Y \\ \frac{dM}{dt} = K\alpha Y - \mu_0 M \end{cases} \quad (4)$$

Dengan merujuk Huo et al., (2019) fungsi tujuan didefinisikan sebagai berikut:

$$G(u) = \int_0^T (A_1 Y(t) + \frac{1}{2} B_1 u^2(t)) dt \quad (5)$$

dimana $A_1 \leq 0$, $B_1 \geq 0$ dan $0 \leq u \leq 1$, yang berarti presentase pengontrol yang berupa program edukasi (u) dibatasi dari 0 sampai 1.

Digunakan PMP untuk membentuk fungsi Hamiltonian pada sistem. Diperoleh fungsi Lagrangian sebagai berikut:

$$L(Y, u) = A_1 Y(t) + \frac{1}{2} B_1 u^2(t) \quad (6)$$

Kemudian dibentuk fungsi Hamiltonian dan dijabarkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} H(X, Y, X_m, u, \eta_i, t) &= L(Y, u) + \eta_1 (A - (1-u)\beta XY - \gamma X \frac{M}{k+M} + \delta X_m - \mu X) \\ &+ \eta_2 (\gamma X \frac{M}{k+M} - \delta X_m + \phi Y - \mu X_m) + \eta_3 ((1-u)\beta XY - \phi Y - \alpha Y - \mu Y) + \\ &\eta_4 (K\alpha Y - \mu_0 M) \end{aligned} \quad (7)$$

Menyelesaikan persamaan *state* dan *costate* dari sistem (4).

Berikut adalah persamaan *state* yang diperoleh:

$$\frac{\partial H}{\partial \eta_1} = A - (1-u)\beta XY - \gamma X \frac{M}{k+M} + \delta X_m - \mu X$$

$$\frac{\partial H}{\partial \eta_2} = \gamma X \frac{M}{k+M} - \delta X_m + \phi Y - \mu X_m$$

$$\frac{\partial H}{\partial \eta_3} = (1-u)\beta XY - \phi Y - \alpha Y - \mu Y$$

$$\frac{\partial H}{\partial \eta_4} = K\alpha Y - \mu_0 M$$

Dan berikut adalah persamaan *costate*:

$$\frac{\partial H}{\partial X} = -\left(- (1-u)\beta XY - \gamma X \frac{M}{k+M} - \mu\right) \eta_1 - \left(\gamma X \frac{M}{k+M}\right) \eta_2 - ((1-u)\beta Y) \eta_3 - A_1$$

$$\frac{\partial H}{\partial X_m} = -\delta \eta_1 - (-\gamma - \mu) \eta_2$$

$$\frac{\partial H}{\partial Y} = (-K\alpha) \eta_4 + ((1-u)\beta X) \eta_1 - \phi \eta_2 - ((1-u)\beta X - \phi - \alpha - \mu) \eta_3$$

$$\frac{\partial H}{\partial M} = \mu_0 \eta_4 - \left(-\gamma X \frac{M}{k+M} + \lambda X \frac{M}{(k+M)^2}\right) \eta_1 - \left(\gamma X \frac{M}{k+M} + \lambda X \frac{M}{(k+M)^2}\right) \eta_2$$

Fungsi Hamiltonian harus memenuhi kondisi stasioner, yaitu $\frac{\partial H}{\partial u} = 0$, maka

$$\frac{\partial H}{\partial u} = -\beta XY \eta_1 + \beta XY \eta_3 - B_1 u = 0$$

$$u^* = -\frac{\beta XY (\eta_1 - \eta_3)}{B_1}$$

Karena batasan nilai u^* , $0 \leq u^* \leq 1$ maka diperoleh kemungkinan hasil yang didapat adalah sebagai berikut:

$$u^* = \begin{cases} -\frac{\beta XY (\eta_1 - \eta_3)}{B_1}, & \text{jika } 0 < -\frac{\beta XY (\eta_1 - \eta_3)}{B_1} < 1 \\ 0, & \text{jika } -\frac{\beta XY (\eta_1 - \eta_3)}{B_1} \leq 0 \\ 1, & \text{jika } -\frac{\beta XY (\eta_1 - \eta_3)}{B_1} \geq 0 \end{cases}$$

sehingga diperoleh nilai u^* sebagai nilai kontrol optimal dapat dituliskan sebagai berikut:

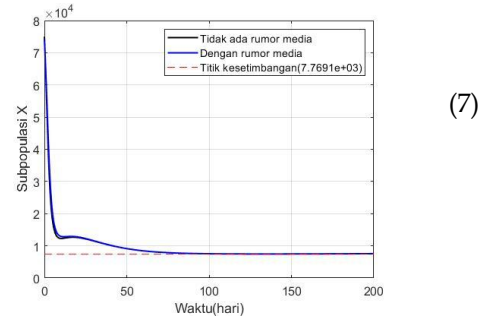
$$u^* = \max \left\{ 0, \min \left\{ 1, -\frac{\beta XY (\eta_1 - \eta_3)}{B_1} \right\} \right\}$$

SIMULASI NUMERIK

Simulasi numerik dari model dinamik penyebaran rumor dilakukan dengan bantuan MATLAB R2018a. Simulasi numerik dari model dinamik (3) untuk yang tanpa penerapan kontrol dan model dinamik (4) dengan penerapan kontrol.

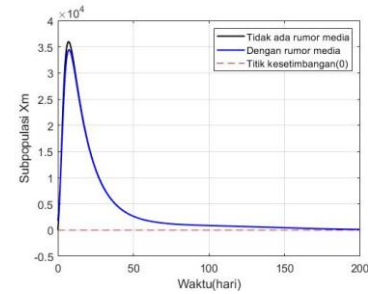
1. Simulasi Numerik Tanpa Kontrol

Dengan menggunakan nilai parameter pada Tabel 1 dan nilai awal $X(0) = 75000, X_m(0) = 0, Y(0) = 5000, M(0) = 0$, dan $N(0) = 80000$ untuk simulasi pada titik kesetimbangan bebas rumor. Simulasi dilakukan pada rentang waktu $[0, 200]$, diperoleh grafik simulasi seperti berikut.



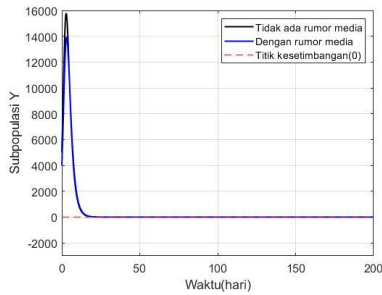
Gambar 3a. Simulasi Grafik subpopulasi X pada rentang waktu 200 hari

Gambar 3a menunjukkan simulasi subpopulasi X dari model dinamik tanpa kontrol pada titik kesetimbangan bebas rumor dan titik kesetimbangan endemik. Pada simulasi tersebut terlihat bahwa subpopulasi X mengalami penurunan dan konvergen menuju titik kesetimbangan 7.769,1 mulai pada hari ke-100. Pada Huo et al., (2019) tidak dideskripsikan simulasi untuk subpopulasi X .



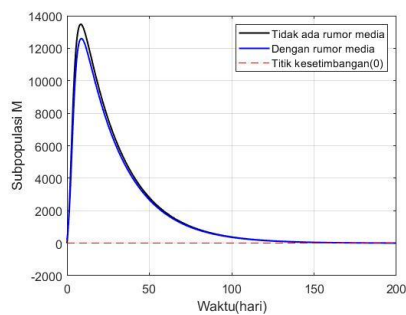
Gambar 3b. Simulasi Grafik subpopulasi X_m pada rentang waktu 200 hari

Gambar 3b menunjukkan simulasi subpopulasi X_m dari model dinamik tanpa kontrol pada titik kesetimbangan bebas rumor dan titik kesetimbangan endemik rumor. Pada subpopulasi X_m bebas rumor mengalami kenaikan maksimal 35.965 sedangkan dengan endemik rumor mengalami kenaikan maksimal sebesar 35.744. Subpopulasi X_m tersebut menuju titik kesetimbangan 0 mulai hari ke-170. Pada Huo et al., (2019) subpopulasi X_m mengalami kenaikan maksimal 40.000 sedangkan dengan endemik rumor mengalami kenaikan lebih dari 50.000.



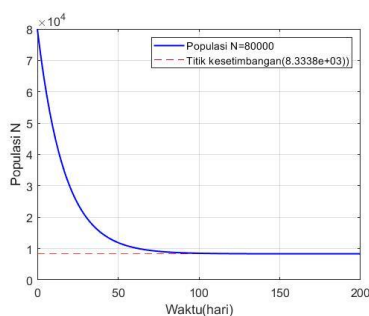
Gambar 3c. Simulasi Grafik subpopulasi Y pada rentang waktu 200 hari

Pada interval $[0,100]$ gambar 3c menunjukkan simulasi subpopulasi Y dari model dinamik tanpa kontrol pada titik kesetimbangan bebas rumor dan titik kesetimbangan endemik rumor. Pada subpopulasi Y bebas rumor mengalami kenaikan maksimal 15.760 sedangkan dengan endemik rumor mengalami kenaikan maksimal sebesar 13.924. Subpopulasi Y tersebut menuju titik kesetimbangan 0 mulai hari ke-20.



Gambar 3d. Simulasi Grafik Kumulatif Media M pada rentang waktu 200 hari

Gambar 3d menunjukkan simulasi subpopulasi M dari model dinamik tanpa kontrol pada titik kesetimbangan bebas rumor dan titik kesetimbangan endemik rumor. Pada subpopulasi M bebas rumor mengalami kenaikan maksimal 13.477 sedangkan dengan endemik rumor mengalami kenaikan maksimal sebesar 12.630. Subpopulasi Y tersebut menuju titik kesetimbangan 0 mulai pada sekitar hari ke-150.

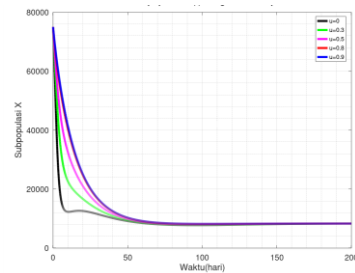


Gambar 3e. Simulasi Grafik Populasi N pada rentang waktu 200 hari

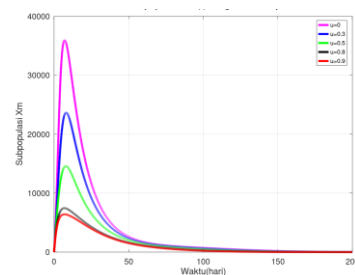
Gambar 3e menunjukkan simulasi populasi N . Grafik populasi N mengalami penurunan dari nilai awal 80.000 dan stabil menuju titik kesetimbangan 8.333 setelah 100 hari. Simulasi 3e berbeda dengan hasil pada Huo et al., (2019) yaitu simulasi populasi N mengalami penurunan dari nilai awal 80.000 dan stabil menuju titik kesetimbangan 40.000. Perbedaan selisih dengan Huo et al., (2019) adalah 40%.

2. Simulasi dengan Kontrol Optimal $u = 0.9$

Berdasarkan percobaan dengan $u \in \{0, 0.3, 0.5, 0.8, 0.9\}$ untuk subpopulasi X dan X_m ditunjukkan pada gambar berikut.



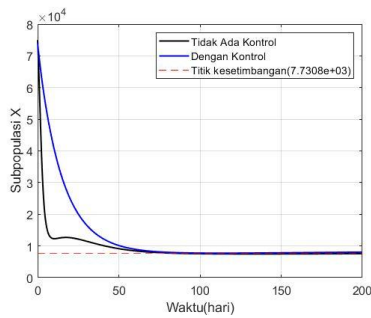
Gambar 4a. Percobaan nilai kontrol $u \in \{0, 0.3, 0.5, 0.8, 0.9\}$ pada subpopulasi X



Gambar 4b. Percobaan nilai kontrol $u \in \{0, 0.3, 0.5, 0.8, 0.9\}$ pada subpopulasi X_m

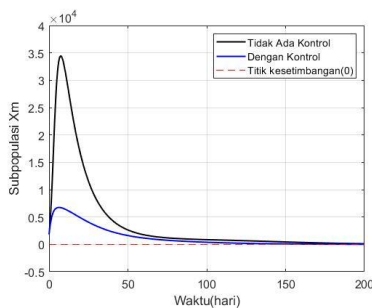
Pada gambar 4a dan gambar 4b menunjukkan bahwa, semakin besar nilai kontrol yang diterapkan maka semakin besar pula perubahan yang dihasilkan. Sehingga dipilih nilai kontrol $u = 0.9$ karena menghasilkan respon solusi yang optimal.

Dengan menggunakan nilai parameter pada Tabel 1 dan nilai awal $X(0) = 74000$, $X_m(0) = 1800$, $Y(0) = 4000$, $M(0) = 200$, dan $N = 80000$ pada rentang waktu $[0, 200]$, diperoleh grafik simulasi model dinamik dengan kontrol optimal seperti berikut.



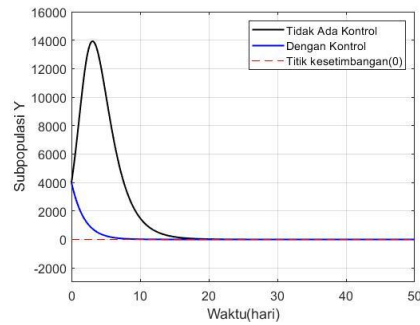
Gambar 5. Subpopulasi X dengan kontrol $u = 0.9$ dan tanpa kontrol $u = 0$

Gambar 5 menunjukkan simulasi subpopulasi X dengan dan tanpa penerapan kontrol. Subpopulasi X sebelum dan setelah penerapan kontrol $u = 0.9$ konvergen menuju titik kesetimbangan 7.730,8. Pada simulasi tersebut menunjukkan bahwa setelah penerapan $u = 0.9$, subpopulasi X mengalami penurunan dari nilai awal 74.000 secara perlahan konvergen ke titik kesetimbangan.



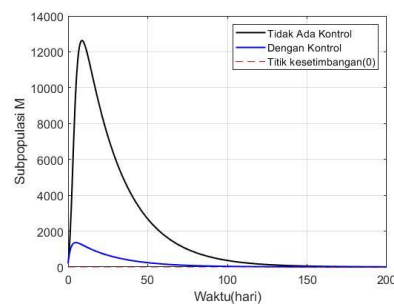
Gambar 6. Subpopulasi X_m dengan kontrol optimal $u = 0.9$ dan tanpa kontrol $u = 0$

Gambar 6 menunjukkan simulasi subpopulasi X_m sebelum dan sesudah penerapan kontrol optimal $u = 0.9$. Pada simulasi subpopulasi X_m setelah penerapan kontrol optimal $u = 0.9$ mengalami kenaikan maksimal 6.742,5 kemudian mulai stabil menuju titik kesetimbangan 0 pada sekitar hari ke-150. Selisih sebelum dan sesudah penerapan kontrol pada subpopulasi X_m adalah 77%, yang menunjukkan bahwa penerapan kontrol optimal dapat efektif mengontrol subpopulasi X_m .



Gambar 7. Subpopulasi Y dengan kontrol optimal $u = 0.9$ dan tanpa kontrol $u = 0$ pada rentang waktu hanya 50 hari

Gambar 7 menunjukkan simulasi subpopulasi Y dengan dan tanpa penerapan kontrol optimal hanya sampai 50 hari. Pada subpopulasi Y setelah ada kontrol optimal $u = 0.9$ tidak ada kenaikan dan langsung mengalami penurunan menuju titik kesetimbangan 0 mulai pada hari ke-10.



Gambar 8. Kumulatif media M dengan kontrol optimal $u = 0.9$ dan tanpa kontrol $u = 0$

Gambar 8 menunjukkan simulasi kumulatif media M program kesadaran adanya rumor yang didorong oleh liputan media dalam rentang waktu 200 hari dengan dan tanpa penerapan kontrol optimal. Pada subpopulasi M setelah adanya penerapan kontrol mengalami kenaikan maksimal 1.360 menuju titik kesetimbangan 0 mulai pada hari ke-150. Pada simulasi tersebut, bahwa jumlah siaran tanpa kontrol lebih banyak dibandingkan jumlah siaran dengan kontrol. Hal ini menunjukkan bahwa siaran yang berupa rumor pada media televisi atau media yang lainnya dapat dikontrol dengan baik, sehingga hal ini akan membawa pengaruh terhadap masyarakat yang rentan menyebarkan rumor. Mereka akan berubah menjadi masyarakat yang mengerti rumor dan akan bersikap bijak terhadap rumor.

TEKNIS DAN TAHAPAN PELAKSANAAN KONTROL EDUKASI

Berdasarkan hasil simulasi yang telah dilakukan pada masing-masing subpopulasi, berikut adalah beberapa teknis dan tahapan pelaksanaan kontrol edukasi terhadap penyebaran rumor yang akan dilakukan.

Seluruh tahapan dilaksanakan dan direncanakan oleh tim khusus yang dibentuk oleh KOMINFO.

1. Persiapan kontrol edukasi

Dalam proses ini dilakukan persiapan materi edukasi rumor yang akan disebarkan ke masyarakat. Materi tersebut dikemas dalam bentuk video yang berdurasi 3-4 menit. Pada proses pertama ini juga dilakukan perencanaan jadwal penyebaran video edukasi rumor ke beberapa sosial media seperti facebook, instagram, youtube, dan tiktok serta pada media televisi. Dipilihnya media sosial tersebut karena saat ini media tersebut memiliki jangkauan lebih luas baik dari segi umur dan kalangan dibandingkan media yang lainnya.

2. Pelaksanaan kontrol edukasi

Penyuluhan video edukasi dilakukan secara virtual agar dapat dijangkau oleh seluruh masyarakat Indonesia. Dengan target utama yaitu remaja umur 15 tahun sampai orang dewasa berumur 40 tahun. Diasumsikan seluruh masyarakat Indonesia belum mengetahui apa itu rumor, sehingga siapapun bisa menonton video yang telah disebarkan. Video edukasi rumor disebarkan oleh anggota tim pelaksana yang memiliki jobdesk mengoperasikan sosial media dan memantau perkembangan sosial media. Dalam hal ini pelaksanaan dibawah pantauan tanggung jawab KOMINFO langsung. Upaya pemberian program video edukasi ini dilakukan konsisten tanpa mengurangi atau menambah kontrol yang diberikan.

Berikut adalah strategi penyebaran video edukasi rumor yang akan dilakukan.

a) 20 hari pertama

Pemilihan 20 hari pertama didasarkan pada masing-masing simulasi subpopulasi yang menunjukkan bahwa sekitar pada 20 hari pertama penyebaran rumor mengalami kenaikan. Pada 20 hari pertama video akan disebarkan melalui media televisi, sosial media instagram, facebook, tiktok dan

youtube. Pada media televisi video ditayangkan melalui iklan televisi serta melalui *campaign* pada program televisi seperti liputan berita. Video edukasi ini dikemas dalam durasi 60 detik. Dalam video durasi 60 detik tersebut berisi peringatan kepada masyarakat untuk tidak menyebarkan berita atau informasi yang belum jelas kebenarannya. Pada strategi 20 hari pertama ditargetkan untuk mengontrol kontak individu subpopulasi X dengan subpopulasi individu Y dan X_m . Diharapkan masyarakat tidak gegabah dalam mengambil tindakan saat mendapatkan informasi yang belum jelas kebenarannya.

b) 30 hari selanjutnya

Setelah tepat terhitung 20 hari sebelumnya, pada hari ke-21 sampai 30 hari selanjutnya video edukasi akan disebarkan melalui sosial media facebook, instagram, tiktok, dan youtube. Dalam satu bulan akan ada beberapa episode video setiap 15 hari sekali yang akan disebarkan, yaitu:

- i. Episode 1 "Pengertian rumor dan jenisnya"
- ii. Episode 2 "Tips dan trik mengidentifikasi rumor"

Pada strategi ini ditargetkan untuk seluruh individu pada subpopulasi X, X_m dan Y . Diharapkan setelah adanya penyebaran video edukasi tersebut masyarakat mulai mengerti mengenai apa itu rumor dan bagaimana cara mengidentifikasinya.

c) 50 hari selanjutnya

Setelah tepat terhitung 50 hari sebelumnya, tepat pada hari ke-51 sampai hari ke-100 juga akan disebarkan video edukasi melalui sosial media facebook, instagram, tiktok, dan youtube dengan materi yang berbeda dari yang sebelumnya. Berikut adalah episode video yang disebarkan setiap 15 sekali.

- i. Episode 1 "Bagaimana proses penyebaran rumor"
- ii. Episode 2 "Dampak penyebaran rumor yang tidak bisa dikendalikan"
- iii. Episode 3 "Cara mengatasi penyebaran rumor"

Pada strategi ini juga ditargetkan untuk seluruh individu pada subpopulasi X, X_m dan

Y. Diharapkan setelah adanya penyebaran video edukasi tersebut masyarakat yang semula ada keinginan untuk menyebarkan segala informasi yang diperoleh menjadi tergerak untuk mencari tahu kebenaran dari informasi yang diperoleh dan tidak menyebarkannya jika belum bisa dipastikan kebenarannya.

Tim khusus juga akan menyebarkan informasi tempat pengaduan jika ada tindakan penyebaran rumor di masyarakat. Pengaduan tersebut melalui web resmi KOMINFO.

3. Evaluasi pelaksanaan kontrol edukasi

Setelah proses penyebaran video edukasi selesai, selanjutnya dilakukan evaluasi kinerja dan fungsi kontrol edukasi yang telah diterapkan pada saat setelah video tersebut tersebar. Evaluasi akan dilakukan setiap setelah video edukasi tersebar dan diakhir setelah seluruh proses pelaksanaan program kontrol penyebaran rumor selesai.

- a) Pada evaluasi disetiap setelah video disebar, evaluasi dapat dilihat dari *insight* pada masing-masing media sosial yang telah digunakan. Pada masing-masing *insight* media sosial dapat dilihat jumlah orang yang menonton video, jangkauan video, jumlah orang yang tertarik pada video, dan respon yang mereka berikan terhadap video yang telah disebar.
- b) Evaluasi akhir akan dilakukan mulai pada hari ke-101. Pada evaluasi ini akan disebar survei ke masyarakat, dimana didalam survei tersebut tercantum pertanyaan mengenai dampak rumor dan bagaimana sikap mereka jika terdapat rumor yang tersebar serta kritik dan saran mengenai video edukasi yang telah disebar. Tim juga akan menyebarkan informasi mengenai kontak pengaduan jika terdapat penyebaran rumor dalam kehidupan bermasyarakat. Evaluasi akhir juga dilakukan terhadap tim khusus yang telah terbentuk. Evaluasi yang dilakukan ini dimaksudkan agar kinerja selanjutnya seperti pengolahan video edukasi dengan konsep berbeda akan lebih baik dibandingkan sebelumnya. Apabila

penerapan kontrol program edukasi mengenai rumor ini tidak berjalan maksimal, maka akan dilakukan teknis yang berbeda. Teknis tersebut dapat didasarkan dari hasil survei evaluasi yang telah ada.

Pada hari ke-101 sampai hari ke-200 diharapkan penyebaran rumor pada komunitas masyarakat sudah dapat terkendali setelah adanya kontrol video edukasi ini.

PENUTUP

SIMPULAN

Rekonstruksi model dinamik penyebaran rumor dengan dan tanpa kontrol optimal telah dilaksanakan dan diperoleh sebagai berikut.

1. Bilangan reproduksi dasar $\Gamma_0 > 1$, artinya rumor akan tetap ada dan menyebar menjadi pandemi.
2. Analisis kestabilan menegaskan bahwa titik kesetimbangan bebas rumor stabil asimtotik dan titik kesetimbangan endemik rumor adalah stabil asimtotik.
Analisis sensitivitas menunjukkan bahwa jika salah satu dari parameter β dan A ditingkatkan nilainya sementara parameter yang lain dikondisikan konstan, maka nilai Γ_0 akan meningkat.
3. Berdasarkan percobaan dengan $u \in \{0, 0.3, 0.5, 0.8, 0.9\}$ pada subpopulasi X dan X_m dipilih nilai kontrol $u = 0.9$ karena menghasilkan respon solusi yang optimal

Hasil simulasi setelah adanya kontrol optimal edukasi $u = 0.9$ menunjukkan adanya perbedaan. Perubahan signifikan dapat dilihat pada masing-masing grafik simulasi subpopulasi X, X_m, Y dan M . Pada simulasi subpopulasi X_m dan subpopulasi Y dengan kontrol edukasi yang telah dilakukan memberikan perubahan baik terhadap individu yang menyebarkan dan mengetahui rumor. Pada subpopulasi X_m perubahan setelah adanya kontrol sekitar 77%.

Selanjutnya dari hasil simulasi numerik menunjukkan pengaruh kontrol optimal pada program kesadaran akan adanya rumor pada siaran liputan media berupa televisi atau media yang lainnya yaitu jumlah siaran tanpa kontrol optimal lebih banyak dibandingkan jumlah siaran dengan

kontrol. Hal ini menyatakan bahwa siaran yang berupa rumor pada media televisi atau media elektronik lainnya dapat dikontrol menggunakan program edukasi yang telah dilakukan dan ini akan membawa pengaruh terhadap masyarakat yang rentan menyebarkan rumor. Dikemudian hari masyarakat tersebut akan berubah menjadi masyarakat yang mengerti rumor dan akan bersikap bijak terhadap rumor. Namun tidak ada jaminan masyarakat tidak akan melakukan penyebaran rumor kembali, karena adanya beberapa faktor sosial atau faktor lupa yang mempengaruhi hal tersebut.

SARAN

Bagi peneliti selanjutnya disarankan untuk menggunakan 2 sarana kontrol lain selain program edukasi dengan penyebaran video pada model penyebaran rumor, misalnya kontrol edukasi dengan sosialisasi dan kontrol pelatihan secara langsung. Kontrol tersebut dilakukan pada subpopulasi yang tidak mengetahui rumor dan subpopulasi yang menyebarkan rumor. Kemudian disarankan untuk mengasumsikan nilai parameter lain yang sesuai dengan keadaan sesungguhnya, agar dihasilkan analisa dan simulasi yang lebih maksimal.

DAFTAR PUSTAKA

- Boyce, W. E., Diprima R. C. and Meade D. B. (2017). *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems 11th Edition* : Wiley.
- Chitnis, N., Hyman J. M., and Chusing J. M. (2008). Determining Important Parameters in the Spread of Malaria Through the Sensitivity Analysis of Mathematical Model. *Bulletin of Mathematical Biology*. - pp. 70: 1272-1296.
- Daley D.J and Kendall D.G. (1964). *Epidemics and Rumours* : Nature - Vol. 204:1118.
- Delamater P. L., Street E. J., Leslie T. F. (2019). *Complexity of the Basic Reproduction Number*. *Emerging Infectious Diseases*. 1-4.
- Driessche P. and Watmough J. (2002). Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission. *Mathematical Biosciences*. 29-48.
- Hale J. K. and Koçak H. (1991). *Dynamics and Bifurcations*. - New York, NY : Springer.
- Huo L., Wang L., and Zhao X. (2019). Stability Analysis and Optimal Control of a Rumor Spreading Model with Media Report *Physica A*. 551-562.
- Kumar A. A. (2007). *Control Systems*. : PHI Learning.
- Lewis F. L., Vrabie D. and Syrmos V. L. (2012). *Optimal Control Third Edition* - Canada : JOHN WILEY & SONS, INC.
- Naidu D. S. (2002). *Optimal Control Systems (Electrical Engineering Series) 1st Edition* - New York : CRC Press.
- Olsder G.J and Van der W. J.W. (2005). *Mathematical Systems Theory Third Edition*. Netherlands : Delft University Press.
- Pathak A. R., Mahjan A., Singh K. (2020). Analysis of Techniques for Rumor Detection in Social Media. *Elsevier B.V* - Vols. *Procedia Computer Science* 167 : 2286-2296.
- Röst G. (2008). SEIR epidemiological model with varying infectivity and infinite delay, *Mathematical Biosciences and Engineering*. 389-402.
- Tu P. N. V. (1992). *Dynamical Systems : An Introduction with Applications in Economics and Biology*. Berlin, Heidelberg : Springer.