

**MODEL DINAMIK SEARQ DAN PENERAPAN KONTROL PADA PERMASALAHAN  
KECANDUAN MEDIA SOSIAL****Amartya Fierzi Al Addawiyah**Program Studi S1 Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya,  
email : amartya.18005@mhs.unesa.ac.id**Yusuf Fuad**Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya  
email : yusuffuad@unesa.ac.id**Abstrak**

Kecanduan media sosial atau medsos, merupakan sebuah gangguan psikologis yang mana para penggunanya banyak menghabiskan waktu untuk membuka medsos karena rasa penasaran yang tinggi, kurangnya kontrol diri, serta kurangnya kegiatan produktif di kehidupannya. Dengan mengadaptasi model dinamik SEARQ dari Alemneh & Alemu (2021), artikel ini bertujuan untuk merekonstruksi model dinamik kecanduan medsos dengan dan tanpa penerapan kontrol optimal. Pada model dinamik SEARQ terdapat sub populasi S (rentan), subpopulasi E (terpapar), subpopulasi A (kecanduan), subpopulasi R (sembuh), subpopulasi Q (keluar). Selanjutnya ditentukan titik kesetimbangan dengan dan tanpa kontrol, bilangan reproduksi dasar, analisis kestabilan titik kesetimbangan dan sensitivitas respon model dinamik, serta diberikan simulasi numerik dari respon model dinamik. Berdasarkan model dinamik dengan dan tanpa kontrol, diperoleh titik kesetimbangan bebas medsos  $\gamma^0 = (1,9231; 0; 0; 0; 0,076)$  dan titik kesetimbangan endemik medsos  $\gamma^* = (9,14; 0; 0; 1,1; 0)$  dan bilangan reproduksi dasar  $\Gamma_0 = 0,2103$ , yang berarti kecanduan medsos tidak terjadi wabah pandemi. Analisis kestabilan menunjukkan bahwa titik kesetimbangan bebas medsos  $\gamma^0$  adalah stabil asimtotik karena semua nilai eigen dari matriks Jacobi bernilai riil negatif yaitu  $\lambda_1 = -0,25$ ,  $\lambda_2 = -0,26$ ,  $\lambda_3 = -0,65$ ,  $\lambda_4 = -1,12226$  dan  $\lambda_5 = -0,33774$ , sedangkan untuk titik kesetimbangan endemik medsos  $\gamma^*$  adalah stabil asimtotik karena semua nilai eigen dari matriks Jacobi bernilai riil negatif yaitu  $\lambda_1 = -0,25$ ,  $\lambda_2 = -0,26$ ,  $\lambda_3 = -0,65$ ,  $\lambda_4 = -1,4599$  dan  $\lambda_5 = -0,0001$ . Dari analisis sensitivitas, diperoleh bahwa jika salah satu dari parameter  $\alpha, \beta, \pi, \sigma$  ditingkatkan nilainya, maka nilai  $\Gamma_0$  akan meningkat. Berdasarkan hasil simulasi numerik, penerapan kontrol  $u_1$  berupa strategi edukasi tentang efek negatif medsos kepada komunitas anak-anak, remaja hingga masyarakat umum, dan strategi pengobatan  $u_2$  berupa penyembuhan individu yang kecanduan dengan rehabilitasi dan pembatasan penggunaan medsos, atau kombinasi strategi edukasi ( $u_1 = 0,9$ ) dan strategi pengobatan ( $u_2 = 0,9$ ). Strategi terbaik adalah strategi kombinasi, yang signifikan efektif untuk mengurangi penyebaran individu kecanduan medsos. Untuk penelitian lanjutan bisa diterapkan variasi nilai parameter kontrol optimal yang berbeda pada model SEARQ atau dengan penerapan model dinamik lain.

**Kata kunci:** Bilangan reproduksi dasar, kecanduan media sosial, kontrol optimal, model matematika, titik kesetimbangan, sensitivitas.

**Abstract**

A Social Media Addiction or SMA, is a psychological disorder in which users spend a lot of time opening social media because of high curiosity, lack of self-control, and lack of productive activities in their lives. By adapting the SEARQ dynamic model from Alemneh & Alemu (2021),

this article aims to reconstruct the dynamic model of social media addiction with and without the application of optimal controls. In the SEARQ dynamic model, there are sub-population S (vulnerable), sub-population E (exposed), sub-population A (addicted), sub-population R (recovered), sub-population Q (out). Then determined the equilibrium point with and without control, the basic reproduction number, analysis of the stability of the equilibrium point and the sensitivity of the response of the dynamic model, and given a numerical simulation of the response of the dynamic model. Based on the dynamic model with and without control, the free social media equilibrium point is obtained  $\gamma^0 = (1,9231; 0; 0; 0; 0,076)$  and the social media endemic equilibrium point  $\gamma^* = (9,14; 0; 0; 1,1; 0)$  and the basic reproduction number  $\Gamma_0 = 0,2103$ , which means social media addiction does not occur in a pandemic outbreak. The stability analysis shows that the social media free equilibrium point  $\gamma^0$  is asymptotically stable because all the eigenvalues of the Jacobi matrix are real negative, namely  $\lambda_1 = -0,25$ ,  $\lambda_2 = -0,26$ ,  $\lambda_3 = -0,65$ ,  $\lambda_4 = -1,12226$  dan  $\lambda_5 = -0,33774$ , while for the social media endemic equilibrium point  $\gamma^*$  is asymptotically stable because all the eigenvalues of the Jacobi matrix are negative real values, namely  $\lambda_1 = -0,25$ ,  $\lambda_2 = -0,26$ ,  $\lambda_3 = -0,65$ ,  $\lambda_4 = -1,4599$  dan  $\lambda_5 = -0,0001$ . From the sensitivity analysis, it was found that if one of the parameters  $\alpha, \beta, \pi, \sigma$  is increased in value, then the value of  $\Gamma_0$  will increase. Based on the results of numerical simulations, the implementation of the  $u_1$  control is in the form of an educational strategy about the negative effects of social media on the community of children, youth to the general public, and the  $u_2$  treatment strategy is in the form of healing individuals who are addicted to rehabilitation and limiting the use of social media, or a combination of educational strategies ( $u_1 = 0.9$ ) and treatment strategy ( $u_2 = 0.9$ ). The best strategy is a combination strategy, which is significantly effective in reducing the spread of social media addiction in individuals. For further research, variations of the optimal control parameter values can be applied to the SEARQ model or by applying other dynamic models.

Keywords: basic reproduction number, social media addiction, optimal control, mathematical model, equilibrium point, sensitivity.

## PENDAHULUAN

Media sosial (medsos) adalah media untuk bersosialisasi yang dilakukan dalam suatu jejaring sosial digital sehingga memungkinkan setiap individu untuk saling berinteraksi tanpa dibatasi dengan ruang dan waktu. Medsos ini hadir untuk memenuhi kebutuhan masyarakat agar dapat saling berinteraksi di dunia maya. Masyarakat bisa mengobrol atau *chatting* dengan orang yang berada di tempat lain atau negara lain hanya lewat aplikasi medsos. Dengan media sosial, masyarakat dapat menemukan teman lama, memiliki teman baru, bergabung di sebuah komunitas baru, *mengunggah* foto dan video, berbagi kisah, hingga berjualan atau melakukan perdagangan. Selain itu masyarakat juga dapat menemukan informasi tentang seseorang melalui medsos dengan sangat mudah. Medsos akan memberikan pengalaman yang atraktif, penuh tantangan maupun penuh godaan. Semua ini jelas menyenangkan,

terutama bagi masyarakat yang senang berinteraksi dengan banyak orang.

Dibalik semua itu, sesuatu yang berlebihan pasti berdampak tidak baik, begitupun dengan penggunaan medsos. Terlalu sering bermain medsos bisa menimbulkan kecanduan. Awalnya memang terasa asyik bermain medsos, namun tanpa sadar dapat membawa kearah kecanduan dimana waktu yang dihabiskan lebih banyak untuk bermain medsos. Kalau sudah *candu*, medsos dapat menimbulkan banyak hal negatif. Salah satunya adalah seseorang menjadi malas belajar, nafsu makan dan tidur berkurang, bekerja jadi tidak konsentrasi, dan sebagainya.

Kecanduan terhadap medsos merupakan gangguan psikologis dimana penggunaanya menghabiskan banyak waktu untuk mengakses medsos yang disebabkan oleh rasa ingin tahu yang tinggi, kurangnya kontrol diri, serta kurangnya kegiatan produktif dalam kehidupan dan kesehariannya. Saat ini, fenomena kecanduan medsos sedang marak terjadi baik di Indonesia dan

menjadi kecanduan. Selain itu, individu yang telah sembuh dari kecanduan dapat kembali menjadi individu yang kecanduan. Dari kedua hal tersebut penulis tertarik untuk melakukan penelitian tentang kontrol optimal terhadap individu yang kecanduan medsos.

Artikel ini terinspirasi dari Alemneh & Alemu (2021) yang membahas penggunaan model dinamik SEARQ untuk kecanduan medsos. Selain itu, artikel tersebut juga mendeskripsikan tentang bagaimana pengaruh kontrol dan pengobatan dalam interaksi individu yang terpapar dengan individu yang terinfeksi. Kontrol yang berupa edukasi yang diterapkan yaitu memberikan sosialisasi tentang dampak negatif dari medsos dan kontrol berupa penyembuhan yang diterapkan yaitu berupa pendekatan kepada individu yang kecanduan seperti membatasi waktu dalam penggunaan medsos, memutuskan sambungan internet atau Wi-fi, tidak membawa ponsel saat akan tidur, membiasakan disiplin waktu dan memanfaatkan waktu dengan lebih baik lagi. Pada artikel ini dibahas rekonstruksi model dinamik SEARQ beserta kontrol optimal dan mensimulasikan respon solusi dalam waktu 12 bulan mengingat perkembangan teknologi sangatlah pesat belakangan ini. Eksperimen juga dilakukan untuk menguji stabilitas dan sensitivitas dari model dinamik SEARQ dengan melakukan variasi beberapa nilai parameter yang digunakan dalam model dinamik SEARQ. Selain itu, kontrol optimal  $u_1$  dan  $u_2$  hanya diterapkan pada subpopulasi rentan dan subpopulasi kecanduan. Dengan adanya kedua kontrol ini, diharapkan dapat mengurangi jumlah individu yang kecanduan medsos.

## KAJIAN TEORI

### MEDIA SOSIAL

Media sosial (medsos) adalah sebuah media simultan online dimana para penggunanya dapat dengan mudah berpartisipasi, berinteraksi, berbagi konten, dan membuat blog, jejaring sosial digital, forum dan dunia virtual tanpa batasan ruang dan waktu. Medsos didefinisikan sebagai sebuah kelompok aplikasi berbasis internet yang dibangun di atas dasar ideologi dan teknologi Web 2.0 dan memungkinkan penciptaan dan pertukaran *user-generated content*.

Ada enam jenis medsos, yaitu proyek kolaborasi (contohnya, wikipedia), blog, mikroblog (contohnya, twitter), komunitas konten (contohnya *youtube*), situs jaringan sosial digital (contohnya, instagram, facebook), virtual game (misalnya, *genshin impact*), dan virtual sosial (misalnya, *second life*). (Kaplan and Haenlein, 2010).

### KECANDUAN MEDIA SOSIAL

Kecanduan merupakan sebuah perilaku yang terjadi karena ketergantungan pada hal yang disenangi. Begitu juga dengan kecanduan medsos. Kecanduan medsos adalah bagian dari kecanduan internet yang terkait dengan situs jejaring sosial dimana hal ini ditandai dengan terlalu memperhatikan aktivitas dan lebih banyak menghabiskan banyak waktu dan tenaga untuk mengakses medsos tersebut sehingga dapat kehidupan pneting lainnya dapat terganggu dan dirugikan (Andreassen, 2015). Kecanduan medsos dapat dikatakan sebagai penggunaan sekumpulan aplikasi di internet yang memungkinkan penggunanya untuk berbagi berita, informasi, dan konten dengan orang lain, menghabiskan banyak waktu dan tidak dapat mengontrol penggunaannya, serta pecandu medsos akan merasa terhukum apabila tidak memenuhi keinginannya. Selain itu, kecanduan medsos merupakan gangguan perilaku dalam penggunaan medsos yang berlebihan dan menimbulkan kecenderungan untuk terus menerus menggunakan medsos. Kecanduan medsos dapat menyebabkan dampak yang negatif. Salah satunya adalah gangguan tidur, mudah emosi dan dapat terpengaruh oleh pendapat orang lain, tidak dapat fokus, dan gangguan mata (Eijnden Lemmens and Valkenburg, 2016).

### SISTEM PERSAMAAN DIFERENSIAL

Sistem persamaan diferensial adalah suatu persamaan matematika untuk fungsi satu variabel atau lebih yang menghubungkan nilai fungsi itu sendiri terhadap fungsi turunannya. Sistem persamaan diferensial adalah suatu sistem yang memuat dua atau lebih persamaan diferensial yang berlaku secara simultan serentak (Boyce and Diprima, 2001). Secara umum, persamaan diferensial orde ke- $n$  ditulis dalam bentuk sebagai berikut:

$$y^{(n)} = f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}), y \in R, t \in R \quad (1)$$

Dimana  $t$  adalah variabel bebas yang menyatakan waktu dan  $(y, y', \dots, y^{(n-1)})$  adalah variabel yang bergantung pada  $t$ .

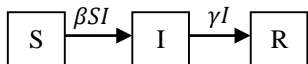
Apabila didefinisikan  $x_1(t) = y, x_2(t) = y', \dots, x_n(t) = y^{(n-1)}$ , maka didapatkan  $x_1'(t) = x_2(t), x_2'(t) = x_3(t), \dots, x_{n-1}'(t) = x_n(t)$ , dan  $x_n'(t) = f_n(t, x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ . Oleh karena itu, sistem persamaan diferensial linier orde satu dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x}(t) = f(t, x), x \in \mathbb{R}^n, f \in \mathbb{R}^n, t \in \mathbb{R} \quad (2)$$

Jika fungsi  $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$  adalah sebuah fungsi linier dari variabel  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , maka sistem (2) disebut sistem PD linier dan jika tidak demikian, maka sistem (2) disebut sstem PD nonlinier (Boyce and Diprima, 2001).

**MODEL SIR**

Model matematika yang paling populer adalah model SIR. Model ini pertama kali dikemukakan oleh Kermark dan McKendrick pada tahun 1927 yang terdiri atas subpopulasi *Susceptible* (S), *Infection* (I), dan *Recovered* (R). Subpopulasi *Susceptible* (S) berisi individu yang rentan terhadap suatu penyakit. Subpopulasi *Infection* (I) berisi individu yang terinfeksi suatu penyakit dan mampu menularkan penyakit tersebut ke individu yang rentan. Subpopulasi *Recovered* (R) berisi individu yang telah sembuh dari penyakit. Berikut ini diagram kompartemen untuk model SIR.



Gambar 1. Diagram Kompartemen Model SIR (Teri, 2009)

Sistem persamaan dari diagram kompartemen tersebut adalah

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI, \frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I, \frac{dR}{dt} = \gamma I \quad (3)$$

dimana

$\frac{dS}{dt}$  = laju perubahan jumlah individu rentan pada waktu  $t$

$\frac{dI}{dt}$  =laju perubahan jumlah individu terinfeksi pada waktu  $t$

$\frac{dR}{dt}$  =laju perubahan jumlah individu pulih/sembuh pada waktu  $t$

S = Populasi individu rentan terhadap penyakit

I = Populasi individu terinfeksi penyakit

R = Populasi individu yang telah pulih

$\beta$  = Laju penularan suatu penyakit melalui kontak atau hubungan

$\gamma$  = Laju kesembuhan dari penyakit

Dengan  $N$  adalah total populasi pada waktu  $t$ .

$$N(t) = S(t) + I(t) + R(t)$$

**TITIK KESETIMBANGAN**

Titik kesetimbangan suatu sistem dinamik menyatakan sistem dalam keadaan setimbang. Terdapat dua kemungkinan titik kesetimbangan dalam model dinamik penularan penyakit penyebaran medsos, yaitu titik kesetimbangan bebas media sosial ( $\gamma^0$ ) dan titik kesetimbangan endemik media sosial ( $\gamma^*$ ). Diberikan suatu sistem dinamik dalam bentuk  $\dot{x} = f(t, x), x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}$ . Titik kesetimbangan dari sistem dinamik adalah vektor  $\tau \in \mathbb{R}^n$  jika memenuhi  $f(\zeta) = 0$  (Olsder and van der Woude, 1994).

**MATRIKS JACOBI**

Matriks Jacobi  $J$  berhubungan dengan fungsi  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  yang memiliki komponen fungsi  $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$  dengan  $\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\zeta)$  adalah entri matriks pada baris ke- $i$  dan kolom ke- $j$  yang merupakan turunan parsial pertama dari  $f_i$  terhadap variabel  $x_j, 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n$ , pada titik  $\zeta$  dalam  $\mathbb{R}^n$ , (Clark, 1999). Berikut bentuk matriks Jacobi:

$$J(\zeta) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(\zeta) & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}(\zeta) & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(\zeta) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1}(\zeta) & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}(\zeta) & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n}(\zeta) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(\zeta) & \frac{\partial f_n}{\partial x_2}(\zeta) & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(\zeta) \end{bmatrix}$$

**NILAI EIGEN DAN VEKTOR EIGEN**

Jika  $D$  adalah suatu matriks berorde  $n \times n$ , maka vektor tak nol  $\omega \in \mathbb{R}^n$  disebut vektor eigen dari matriks  $D$  jika  $D\omega$  adalah kelipatan skalar dari vektor  $\omega$ , yaitu

$$D\omega = \lambda\omega \quad (4)$$

untuk suatu skalar  $\lambda \in \mathbb{C}$ . Skalar  $\lambda$  disebut nilai eigen dari  $D$ , dan  $\omega$  disebut vektor eigen dari  $D$  yang bersesuaian dengan  $\lambda$ . Untuk memperoleh nilai eigen dari matriks  $D$  dengan ordo  $n \times n$ , dapat ditulis sebagai berikut:

$$(\lambda I - D)\omega = 0 \quad (5)$$

Dengan  $I$  adalah matriks identitas dengan ordo yang bersesuaian dengan matriks  $D$ . Persamaan (4) memiliki solusi tak nol jika hanya jika  $\det(\lambda I -$

$D) = 0$  . Persamaan (5) disebut persamaan karakteristik D. (Anton & Rorres, 2004).

**KESTABILAN TITIK KESETIMBANGAN**

Kestabilan dari suatu titik kesetimbangan akan menentukan perilaku solusi model mendekati atau menjauhi dari titik tersebut. Kestabilan pada suatu sistem dinamik berarti perubahan kecil dari nilai awal yang hanya sedikit mengubah perilaku solusi sistem untuk waktu yang akan datang. Apabila terjadi perubahan kecil pada nilai awal dapat mengakibatkan perubahan besar pada perilaku solusi sistem untuk waktu yang akan datang, maka dikatakan tidak stabil (Olsder and van der Woude, 1994). Nilai eigen dari matriks Jacobi digunakan dalam menganalisis kestabilan dari titik setimbang. Kestabilan sistem dinamik berdasarkan analisis titik kesetimbangan sebagai berikut: (Finizio and Ladas, 1988) :

1. Sistem stabil, jika:
  - i. Setiap nilai eigen real bernilai tak positif ( $\lambda_i \leq 0, \lambda_i \in \mathbb{R}, \forall i = 1, \dots, n$ )
  - ii. Setiap bagian real dari nilai eigen kompleks bernilai tak positif ( $Re(\lambda_i) \leq 0, \lambda_i \in \mathbb{C}, \forall i = 1, \dots, n$ )
2. Sistem stabil asimtotik, jika:
  - i. Setiap nilai eigen bernilai real negatif ( $\lambda_i < 0, \lambda_i \in \mathbb{R}, \forall i = 1, \dots, n$ )
  - ii. Setiap bagian real dari nilai eigen kompleks bernilai negatif ( $Re(\lambda_i) < 0, \lambda_i \in \mathbb{C}, \forall i = 1, \dots, n$ )
3. Sistem tidak stabil, jika:
  - i. Ada nilai eigen real bernilai positif ( $\exists \lambda_i > 0, \lambda_i \in \mathbb{R}, \forall i = 1, \dots, n$ ).
  - ii. Ada bagian real dari nilai eigen kompleks bernilai positif ( $\exists \lambda_i \exists Re(\lambda_i) > 0, \lambda_i \in \mathbb{C}, \forall i = 1, \dots, n$ ).

**BILANGAN REPRODUKSI DASAR**

Bilangan reproduksi dasar adalah nilai harapan banyaknya kasus sekunder yang timbul akibat dari satu kasus primer dalam suatu populasi rentan (Diekmann and Heesterbeek, 2000). Bilangan reproduksi dasar dapat ditentukan dengan menggunakan matriks *next generation* (van den Driessche and Watmough, 2002). Matriks *next generation*  $K$  terdiri dari matriks  $F$  dan  $V$  berukuran  $n \times n$  dengan  $F = \frac{\partial F_i(x_0)}{\partial x_j}$  dan  $V = \frac{\partial V_i(x_0)}{\partial x_j}$ . Dimana

$F_i$  merupakan laju perubahan subpopulasi yang baru terinfeksi masuk ke kompartemen subpopulasi terinfeksi dan  $V_i$  merupakan perpindahan individu keluar atau masuk ke kompartemen terinfeksi. Selanjutnya, didefinisikan

$$K = FV^{-1} \tag{6}$$

Radius spectral ( $\rho$ ) dari matriks generasi berikutnya  $FV^{-1}$  merupakan bilangan reproduksi dasar untuk titik ekuilibrium bebas penyakit  $\gamma^0$  (Driessche and Watmough, 2002) sehingga didapatkan

$$\Gamma_0 = \rho(FV^{-1}) \tag{7}$$

**ANALISIS SENSITIVITAS**

Analisis sensitivitas dilakukan untuk mengetahui pengaruh setiap parameter dalam suatu penyebaran penyakit. Indeks sensitivitas dapat digunakan untuk mengukur perubahan  $\Gamma_0$  ketika suatu nilai parameter berubah. Indeks sensitivitas ( $\xi$ ), dalam  $\Gamma_0$  dan bergantung pada derivatif pertama dari parameter  $p$  yang didefinisikan sebagai  $\xi = \frac{\partial \Gamma_0}{\partial p} \times \frac{p}{\Gamma_0}$ . Indeks sensitivitas pada setiap parameter yang berdampak tinggi dijadikan sasaran untuk dilakukan strategi intervensi dalam mengendalikan penyebaran (Chitnis et al., 2008).

**KONTROL OPTIMAL**

Kontrol optimal adalah suatu model optimasi untuk mencari nilai kontrol yang akan diproses didalam sistem dinamik agar memenuhi kendala konstrain dengan tujuan memaksimalkan atau meminimumkan fungsi objektif. Fungsi objektif adalah fungsi yang akan dioptimalkan. Untuk mengontrol keadaan atau waktu yang sama dapat ditentukan nilai optimalnya dari fungsi tujuan yang telah diberikan. Secara umum, masalah kontrol optimal dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$J(u(t)) = P(x(t_f), t_f) + \int_0^{t_f} R(x(t), u(t), t) dt$$

Dengan kendala

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t)$$

Kondisi awal  $x(t_0) = x_0$ , kondisi akhir  $x(t_f) = x_f$ , dan  $u(t)$  sebagai kontrol keadaan pada saat waktu  $t, t_0$ , dan  $t_f$  masing-masing adalah waktu awal dan akhir pemberian kontrol, sedangkan  $P, R, dan V$  adalah fungsi skalar.

Kontrol  $u^*(t)$  merupakan kontrol optimalnya, jika disubstitusikan ke dalam sistem diatas, maka akan memperoleh keadaan optimal  $x^*(t)$ . Sehingga

pada saat yang sama maka dapat mengoptimalkan masalah optimal kontrol. (Lewis & Syrmos, 2012)

### PRINSIP MAKSIMUM PONTRYAGIN

Prinsip Maximum Pontryagin merupakan kondisi yang memperoleh penyelesaian kontrol optimal yang sesuai dengan tujuan. Berikut langkah-langkah untuk menyelesaikan kontrol optimal dengan menggunakan Prinsip Maximum Pontryagin:

1. Bentuk fungsi Hamiltonian

$$H(x(t), u(t), \lambda(t), t) = Q(x(t), u(t), \lambda(t), t) + \lambda'(x(t), u(t), \lambda(t), t)$$

2. Minimumkan H terhadap semua vektor kontrol

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0$$

Kemudian akan diperoleh kondisi stasioner

$$u^*(t) = h(x^*(t), \lambda^*(t), t)$$

3. Dengan menggunakan  $u^*(t)$  yang telah diperoleh pada langkah 2, akan didapatkan fungsi Hamilton baru yang optimal yaitu

$$H^*(t), (x^*(t), h(x^*(t), \lambda^*(t), t), \lambda^*(t), t) = H^*(x^*(t), \lambda^*(t), t)$$

4. Selesaikan persamaan *state*  $\dot{x}(t) = \left(\frac{\partial H}{\partial x}\right)$  dan

$$\text{persamaan } \textit{costate} \quad \dot{\lambda}^*(t) = \frac{\partial H}{\partial x}$$

Dengan kondisi awal  $x_0$  dan kondisi akhir  $x_f$ , diperoleh

$$\left[ H^* + \frac{\partial S}{\partial t} \right]_{t_f} \delta t_f + \left[ \left( \frac{\partial S}{\partial x} \right) - \lambda^*(t) \right]_{t_f} \delta t_f = 0$$

5. Terakhir, substitusikan semua hasil yang diperoleh pada langkah 4 ke dalam persamaan  $u^*(t)$  pada langkah 2 untuk mendapatkan nilai kontrol optimalnya. (Naidu, 2002).

### METODE

Penelitian ini merupakan studi pustaka dan merujuk pada Alemneh & Alemu (2021) dengan beberapa eksperimen paa nilai parameter dan kontrol optimal.

### HASIL DAN PEMBAHASAN

#### REKONSTRUKSI MODEL SEARQ

Model yang digunakan dalam kecanduan medsos adalah model SEARQ yang diadaptasi dari Alemneh & Alemu (2021). Dalam model SEARQ terdapat lima subpopulasi, yaitu subpopulasi individu yang rentan terhadap kecanduan medsos (S), subpopulasi individu terpapar medsos (E),

subpopulasi individu yang sudah kecanduan medsos (A), subpopulasi individu yang pulih dari kecanduan medsos (R), dan subpopulasi individu yang berhenti menggunakan medsos (Q).

Beberapa asumsi yang digunakan dalam rekonstruksi model tersebut sebagai berikut:

1. Epidemik kecanduan medsos terjadi di lingkungan tertutup. Jenis kelamin, ras, dan status sosial tidak mempengaruhi probabilitas individu untuk menjadi kecanduan medsos, sehingga individu bercampur secara homogen.
2. Individu yang kecanduan medsos dapat menularkan kepada individu yang tidak kecanduan ketika mereka berhubungan dengan orang di sekitarnya.
3. Individu yang rentan adalah individu yang tidak kecanduan tetapi rentan terhadap kecanduan media sosial.
4. Jumlah individu S dipengaruhi oleh banyak masuknya individu baru sebesar  $\pi$ .
5. Individu yang mulai menggunakan medsos dengan tingkat kontak dengan rekan atau teman sebayanya sebesar  $\beta$  dari individu kecanduan dengan kemungkinan transmisi  $\sigma$  dan beralih ke individu yang terpapar.
6. Individu rentan medsos yang bergabung dalam subpopulasi yang tidak menggunakan medsos secara permanen sebesar  $\kappa$ .
7. Individu terpapar adalah individu yang lebih jarang menggunakan media sosial namun tidak berkembang ke tahap kecanduan.
8. Laju individu terpapar yang menjadi kecanduan medsos dan bergabung ke subpopulasi kecanduan sebesar  $\alpha\delta$  dan proporsi yang tersisa dari individu terpapar ini pulih melalui perawatan dengan laju  $(1 - \alpha)\delta$
9. Laju individu kecanduan medsos yang mendapat pengobatan dan bergabung ke subpopulasi pulih sebesar  $\epsilon$  atau meninggal karena kecanduan dengan laju sebesar  $\rho$
10. Individu pulih menjadi individu yang kembali rentan medsos dengan laju  $\theta\eta$  atau berhenti total menggunakan medsos dengan laju  $(1 - \theta)\eta$
11. Terjadi kematian secara alami di semua subpopulasi.

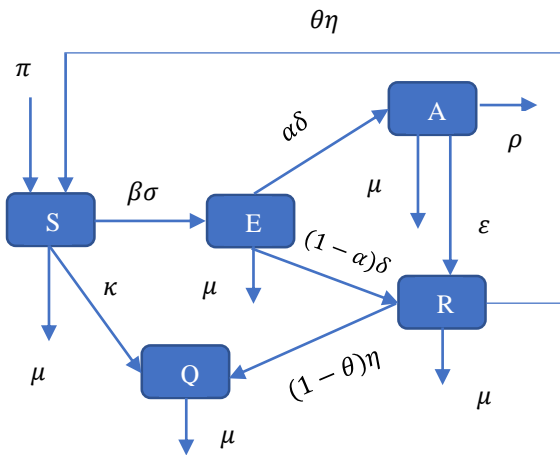


Diagram 2 Diagram Kompartemen Kecanduan Media Sosial (Alemneh dan Alemu, 2021)

Berdasarkan diagram 2, diperoleh model dinamik SEARQ tanpa penerapan kontrol optimal sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = \pi + \theta\eta R - \beta\sigma AS - (\kappa + \mu)S \quad (10)$$

$$\frac{dE}{dt} = \beta\sigma AS - (\delta + \mu)E \quad (11)$$

$$\frac{dA}{dt} = \alpha\delta E - (\mu + \epsilon + \rho)A \quad (12)$$

$$\frac{dR}{dt} = (1 - \alpha)\delta E + \epsilon A - (\mu + \eta)R \quad (13)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \kappa S + (1 - \theta)\eta R - \mu Q \quad (14)$$

Dimana  $S(0) \geq 0, E(0) \geq 0, A(0) \geq 0, R(0) \geq 0, Q(0) \geq 0$ . Model dinamik SEARQ dengan penerapan kontrol optimal sebagai berikut

$$\frac{dS}{dt} = \pi + \theta\eta R - (1 - u_1)\beta\sigma AS - (\kappa + \mu + u_1)S \quad (15)$$

$$\frac{dE}{dt} = (1 - u_1)\beta\sigma AS - (\delta + \mu + u_2)E \quad (16)$$

$$\frac{dA}{dt} = \alpha(\delta + u_2)E - (\mu + \epsilon + \rho + u_2)A \quad (17)$$

$$\frac{dR}{dt} = (1 - \alpha)(\delta + u_2)E + (\epsilon + u_2)A - (\mu + \eta)R \quad (18)$$

$$\frac{dQ}{dt} = (\kappa + u_1)S + (1 - \theta)\eta R - \mu Q \quad (19)$$

Tabel 1. Tabel Nilai Parameter

Paramete	Nilai	Satuan
$\pi$	0,5	bulan <sup>-1</sup>
$\eta$	0,4	bulan <sup>-1</sup>
$\theta$	0,35	bulan <sup>-1</sup>
$\beta$	0,6	bulan <sup>-1</sup>
$\sigma$	0,5	bulan <sup>-1</sup>
$\alpha$	0,7	bulan <sup>-1</sup>
$\delta$	0,25	bulan <sup>-1</sup>

$\rho$	0,01	bulan <sup>-1</sup>
$\epsilon$	0,7	bulan <sup>-1</sup>
$\kappa$	0,01	bulan <sup>-1</sup>
$\mu$	0,25	bulan <sup>-1</sup>

**TITIK KESETIMBANGAN**

1. Titik Kesetimbangan Bebas Medsos

Titik kesetimbangan bebas medsos adalah  $\gamma^0 = (S^0, E^0, A^0, R^0, Q^0)$ . Karena tidak terjadi penyebaran kecanduan media sosial sehingga didapatkan  $E^0 = A^0 = 0$ .

Dengan membuat ruas kanan pada model dinamik (10)-(14) sama dengan nol diperoleh bahwa :

$$\begin{aligned} \pi + \theta\eta R^0 - \beta\sigma A^0 S^0 - (\kappa + \mu)S^0 &= 0 & \Leftrightarrow \\ \frac{\pi + \theta\eta R^0}{(\kappa + \mu)} = S^0 &\Leftrightarrow \frac{\pi}{(\kappa + \mu)} = S^0 \\ (1 - \alpha)\delta E^0 + \epsilon A^0 - (\mu + \eta)R^0 &= 0 &\Leftrightarrow R^0 = 0 \\ \kappa S^0 + (1 - \theta)\eta R^0 - \mu Q^0 &= 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{\kappa S^0 + (1 - \theta)\eta R^0}{\mu} = Q^0 \\ &\Leftrightarrow \frac{\kappa\pi}{\mu(\kappa + \mu)} = Q^0 \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh  $\gamma^0 = (\frac{\pi}{(\kappa + \mu)}, 0, 0, 0, \frac{\kappa\pi}{\mu(\kappa + \mu)})$

Subtitusikan parameter pada Tabel 1 ke  $\Gamma^0$  sehingga diperoleh

$$\gamma^0 = (1,9231; 0; 0; 0; 0,0769)$$

2. Titik Kesetimbangan Endemik

Titik kesetimbangan endemik terjadi ketika ada populasi yang menyebarkan kecanduan medsos. Karena pada kondisi endemik terjadi penyebaran kecanduan medsos maka  $E^* \neq 0, A^* \neq 0$ . Analog dengan penentuan titik keuirilibrium bebas medsos membuat ruas kanan model dinamik (10)-(14) tidak sama dengan nol, maka titik kesetimbangan endemik adalah  $\gamma^* = (S^*, E^*, A^*, R^*, Q^*)$  dengan

$$S^* = \frac{(\mu + \delta)(\mu + \epsilon + \rho)}{\alpha\beta\delta\sigma}$$

$$E^* = \frac{\beta\sigma A^* S^*}{(\delta + \mu)}$$

$$A^* = \frac{\alpha\delta E^*}{(\mu + \epsilon + \rho)}$$

$$R^* = \frac{(1 - \alpha)\delta E^* + \epsilon A^*}{(\mu + \eta)}$$

$$Q^* = \frac{\kappa S^* + (1 - \theta)\eta R^*}{\mu}$$

Subtitusikan parameter pada Tabel 1 ke  $\gamma^*$  sehingga diperoleh

$$\gamma^* = (9,14; 0; 0; 1,1; 0)$$

**BILANGAN REPRODUKSI DASAR**

Bilangan reproduksi dasar ( $\Gamma_0$ ) didapatkan melalui *next generation matrix* yang dikonstruksi berdasarkan kelompok individu terinfeksi atau terpapar, sebagai berikut:

$$\frac{dE}{dt} = \beta\sigma AS - (\delta + \mu)E$$

$$\frac{dA}{dt} = \alpha\delta E - (\mu + \epsilon + \rho)A$$

Sehingga

$$F_{E,A} = \begin{pmatrix} F_E \\ F_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta\sigma AS \\ 0 \end{pmatrix}$$

dan

$$V_{E,A} = \begin{pmatrix} V_E \\ V_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\delta + \mu)E \\ -\alpha\delta E + (\mu + \epsilon + \rho)A \end{pmatrix}$$

Kemudian didapatkan matriks Jacobian dari F dan V sebagai berikut:

$$F = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\beta\sigma\pi}{\kappa+\mu} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad V^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{(\delta+\mu)} & 0 \\ \frac{\alpha\delta}{(\delta+\mu)(\mu+\epsilon+\rho)} & \frac{1}{(\mu+\epsilon+\rho)} \end{pmatrix}$$

Diperoleh matriks *next generation* sebagai berikut:

$$K = F \cdot V^{-1}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & \frac{\beta\sigma\pi}{\kappa+\mu} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{(\delta+\mu)} & 0 \\ \frac{\alpha\delta}{(\delta+\mu)(\mu+\epsilon+\rho)} & \frac{1}{(\mu+\epsilon+\rho)} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\alpha\delta\beta\sigma\pi}{(\delta+\mu)(\mu+\epsilon+\rho)(\kappa+\mu)} & \frac{\beta\sigma\pi}{(\mu+\epsilon+\rho)(\kappa+\mu)} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Didapat nilai eigen dari matriks K yaitu

1.  $\lambda_1 = \frac{\alpha\delta\beta\sigma\pi}{(\delta+\mu)(\mu+\epsilon+\rho)(\kappa+\mu)} = 0,2103$
2.  $\lambda_2 = 0$

Sehingga bilangan reproduksi dasar diperoleh berikut:

$$\Gamma_0 = \rho(F \cdot V^{-1}) = \max\{|\lambda_1|, |\lambda_2|\}$$

$$= \max\{0,2103, 0\} = 0,2103$$

**ANALISIS KESTABILAN**

1. KESTABILAN TITIK KESETIMBANGAN BEBAS MEDSOS

Pada titik kesetimbangan bebas medsos matriks Jacobianya adalah sebagai berikut:

$$J = \begin{pmatrix} -\kappa - \mu & 0 & \frac{-\beta\sigma\pi}{(\kappa+\mu)} & \theta\eta & 0 \\ 0 & -\delta - \mu & \frac{\beta\sigma\pi}{(\kappa+\mu)} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha\delta & \frac{\beta\sigma\pi}{(\kappa+\mu)} & 0 & 0 \\ 0 & (1 - \alpha)\delta & -\mu - \epsilon - \rho & -\mu - \eta & 0 \\ \kappa & 0 & \epsilon & (1 - \theta)\eta & -\mu \end{pmatrix}$$

Selanjutnya diperoleh nilai eigen dari  $|J - \lambda I| = 0$  Sebagai berikut:

$$\lambda_1 = -\kappa - \mu$$

$$\lambda_2 = -\eta - \mu$$

$$\lambda_3 = -\mu$$

$$\lambda_4 = \frac{1}{2} \frac{1}{\kappa + \mu} (-\delta\kappa - \delta\mu - \epsilon\kappa - \mu\epsilon - 2\mu\kappa - \kappa\rho - 2\mu^2 - \mu\rho + (4\pi\alpha\beta\delta\kappa\sigma + 4\pi\alpha\beta\delta\mu\sigma + \delta^2\kappa^2 + 2\delta^2\kappa\mu + \delta^2\mu^2 - 2\delta\epsilon\kappa^2 - 4\delta\epsilon\kappa\mu - 2\delta\epsilon\mu^2 - 2\delta\kappa^2\rho - 4\delta\kappa\mu\rho - 2\delta\mu^2\rho + \epsilon^2\kappa^2 + 2\epsilon^2\kappa\mu + \epsilon^2\mu^2 + 2\epsilon\kappa^2\rho + 4\epsilon\kappa\mu\rho + 2\epsilon\mu^2\rho + \kappa^2\rho^2 + 2\kappa\mu\rho^2 + \mu^2\rho^2)^{\frac{1}{2}})$$

$$\lambda_5 = -\frac{1}{2} \frac{1}{\kappa + \mu} (\delta\kappa + \delta\mu + \epsilon\kappa + \mu\epsilon + 2\mu\kappa + \kappa\rho + 2\mu^2 + \mu\rho + (4\pi\alpha\beta\delta\kappa\sigma + 4\pi\alpha\beta\delta\mu\sigma + \delta^2\kappa^2 + 2\delta^2\kappa\mu + \delta^2\mu^2 - 2\delta\epsilon\kappa^2 - 4\delta\epsilon\kappa\mu - 2\delta\epsilon\mu^2 - 2\delta\kappa^2\rho - 4\delta\kappa\mu\rho - 2\delta\mu^2\rho + \epsilon^2\kappa^2 + 2\epsilon^2\kappa\mu + \epsilon^2\mu^2 + 2\epsilon\kappa^2\rho + 4\epsilon\kappa\mu\rho + 2\epsilon\mu^2\rho + \kappa^2\rho^2 + 2\kappa\mu\rho^2 + \mu^2\rho^2)^{\frac{1}{2}})$$

Subtitusikan nilai parameter pada tabel 1 dan diperoleh  $\lambda_1 = -0.25, \lambda_2 = -0.26, \lambda_3 = -0.65, \lambda_4 = -1.12226$  dan  $\lambda_5 = -0.33774$ . Karena  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4,$  dan  $\lambda_5$  semuanya bernilai riil negative, maka titik kesetimbangan bebas medsos adalah stabil asimtotik

2. KESTABILAN TITIK KESETIMBANGAN ENDEMIK MEDSOS

Pada titik kesetimbangan endemik medsos matriks Jacobianya adalah sebagai berikut:

$$J(\gamma^*) = \begin{pmatrix} -\beta\sigma A^* - \kappa - \mu & 0 & -\beta S^* \sigma & \theta\eta & 0 \\ \beta\sigma A^* & -\delta - \mu & \beta S^* \sigma & 0 & 0 \\ 0 & \alpha\delta & -\mu - \epsilon - \rho & 0 & 0 \\ 0 & (1 - \alpha)\delta & \epsilon & -\mu - \eta & 0 \\ \kappa & 0 & 0 & (1 - \theta)\eta & -\mu \end{pmatrix}$$

Subtitusikan nilai  $\gamma^* = (9,14; 0; 0; 1,1; 0)$  dan nilai parameter pada tabel 1 pada matriks Jacobian diatas. Selanjutnya diperoleh nilai eigen dari  $|J - \lambda I| = 0$  sebagai berikut:

$$\lambda_1 = -0,25$$

$$\lambda_2 = -0,26$$

$$\lambda_3 = -0,65$$

$$\lambda_4 = -1,4599$$

$$\lambda_5 = -0,0001$$

Karena  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4,$  dan  $\lambda_5$  semuanya bernilai riil negatif, maka titik kesetimbangan bebas medsos adalah stabil asimtotik.



**ANALISIS SENSITIVITAS**

Analisis sensitivitas digunakan untuk menentukan prediksi model parameter yang ada pada bilangan reproduksi dasar ( $\Gamma_0$ ). Diperoleh hasil sebagai berikut:

$$\xi_{\pi}^{\Gamma_0} = \frac{\partial \Gamma_0}{\partial \pi} \frac{\pi}{\Gamma_0} = \frac{\alpha \delta \beta \sigma}{(\delta + \mu)(\mu + \epsilon + \rho)(\kappa + \mu)} \frac{\pi}{\frac{\alpha \delta \beta \sigma \pi}{(\delta + \mu)(\mu + \epsilon + \rho)(\kappa + \mu)}} = 1$$

$$\xi_{\mu}^{\Gamma_0} = \frac{\partial \Gamma_0}{\partial \mu} \frac{\mu}{\Gamma_0} = \frac{1}{\alpha \beta \delta \sigma \pi} \left( \left( - \frac{\alpha \beta \delta \sigma \pi}{(\delta + \mu)^2 (\mu + \epsilon + \rho)(\kappa + \mu)} - \frac{\alpha \beta \delta \sigma \pi}{(\delta + \mu)(\mu + \epsilon + \rho)^2 (\kappa + \mu)} - \frac{\alpha \beta \delta \sigma \pi}{(\delta + \mu)(\mu + \epsilon + \rho)(\kappa + \mu)^2} \right) \mu (\delta + \mu) (\mu + \epsilon + \rho) (\kappa + \mu) \right) = -1.722$$

$$\xi_{\beta}^{\Gamma_0} = \frac{\partial \Gamma_0}{\partial \beta} \frac{\beta}{\Gamma_0} = \frac{\alpha \delta \sigma \pi}{(\delta + \mu)(\mu + \epsilon + \rho)(\kappa + \mu)} \frac{\beta}{\frac{\alpha \delta \beta \sigma \pi}{(\delta + \mu)(\mu + \epsilon + \rho)(\kappa + \mu)}} = 1$$

$$\xi_{\sigma}^{\Gamma_0} = \frac{\partial \Gamma_0}{\partial \sigma} \frac{\sigma}{\Gamma_0} = \frac{\alpha \delta \beta \pi}{(\delta + \mu)(\mu + \epsilon + \rho)(\kappa + \mu)} \frac{\sigma}{\frac{\alpha \delta \beta \sigma \pi}{(\delta + \mu)(\mu + \epsilon + \rho)(\kappa + \mu)}} = 1$$

$$\xi_{\alpha}^{\Gamma_0} = \frac{\partial \Gamma_0}{\partial \alpha} \frac{\alpha}{\Gamma_0} = \frac{\delta \beta \sigma \pi}{(\delta + \mu)(\mu + \epsilon + \rho)(\kappa + \mu)} \frac{\alpha}{\frac{\alpha \delta \beta \sigma \pi}{(\delta + \mu)(\mu + \epsilon + \rho)(\kappa + \mu)}} = 1$$

$$\xi_{\rho}^{\Gamma_0} = \frac{\partial \Gamma_0}{\partial \rho} \frac{\rho}{\Gamma_0} = - \frac{\rho}{\mu + \epsilon + \rho} = -0.0104$$

$$\xi_{\delta}^{\Gamma_0} = \frac{\partial \Gamma_0}{\partial \delta} \frac{\delta}{\Gamma_0} = \frac{1}{\alpha \beta \sigma \pi} \left( \left( \frac{\alpha \beta \sigma \pi}{(\delta + \mu)(\mu + \epsilon + \rho)(\kappa + \mu)} - \frac{\alpha \beta \delta \sigma \pi}{(\delta + \mu)^2 (\mu + \epsilon + \rho)(\kappa + \mu)} \right) (\delta + \mu) (\mu + \epsilon + \rho) (\kappa + \mu) \right) = 0.5$$

$$\xi_{\epsilon}^{\Gamma_0} = \frac{\partial \Gamma_0}{\partial \epsilon} \frac{\epsilon}{\Gamma_0} = - \frac{1}{\alpha \beta \delta \sigma \pi} \left( \left( \frac{\alpha \beta \sigma \pi}{(\delta + \mu)(\mu + \epsilon + \rho)^2 (\kappa + \mu)} \right) \epsilon \right) (\delta + \mu) (\mu + \epsilon + \rho) (\kappa + \mu) = -0.7292$$

$$\xi_{\kappa}^{\Gamma_0} = \frac{\partial \Gamma_0}{\partial \kappa} \frac{\kappa}{\Gamma_0} = - \frac{\kappa}{\kappa + \mu} = -0.0385$$

Parameter	Indeks Sensitivitas
$\pi$	+ve
$\beta$	+ve
$\sigma$	+ve
$\alpha$	+ve
$\Delta$	+ve
$\rho$	-ve
$\epsilon$	-ve
$\kappa$	-ve
$\mu$	-ve

Berdasarkan perhitungan di atas didapatkan hasil indeks sensitivitas yang bernilai positif adalah nilai parameter  $\pi, \beta, \sigma, \alpha, \delta$ . Hal ini menunjukkan jika salah satu dari parameter tersebut ditingkatkan nilainya dan parameter yang lain dikondisikan nilainya tetap, maka nilai  $\Gamma_0$  akan meningkat. Sedangkan parameter yang menghasilkan nilai

negatif seperti  $\rho, \epsilon, \kappa, \mu$  jika ditingkatkan nilainya dan parameter yang lain dikondisikan nilainya tetap, maka nilai  $\Gamma_0$  akan menurun awningga angka kecanduan media sosial pun menurun.

**KONTROL OPTIMAL DENGAN PRINSIP MAKSIMUM PONTRYAGIN**

Permasalahan kontrol optimal dirumuskan sebagai berikut:

$$\min_{u \in \Omega} J(u) = \int_u^{t_f} \left( b_1 E + b_2 A + \frac{1}{2} (w_1 u_1^2 + w_2 u_2^2) \right) dt$$

Dimana  $t_f$  adalah batas waktu terakhir,  $b_1$  dan  $b_2$  adalah konstanta bobot dari populasi terpapar dan kecanduan. Sementara untuk  $w_1$  dan  $w_2$  adalah koefisien bobot.  $u_1$  melambangkan kontrol edukasi dan  $u_2$  melambangkan kontrol pengobatan.

Selanjutnya digunakan Prinsip Maksimum Pontryagin untuk mendapatkan kondisi yang diperlukan untuk kontrol optimal. Diperoleh fungsi Langrangian:

$$L(u) = b_1 E(t) + b_2 A(t) + \frac{1}{2} w_1 u_1^2(t) + \frac{1}{2} w_2 u_2^2(t)$$

Sehingga diperoleh fungsi Hamiltonian sebagai berikut:

$$H = b_1 E + b_2 A + \frac{1}{2} w_1 u_1^2 + \frac{1}{2} w_2 u_2^2 + \lambda_1 [\pi + \theta \eta R - (1 - u_1) \beta \sigma A S - (\kappa + u_1 + \mu) S] + \lambda_2 [(1 - u_1) \beta \sigma A S - (\delta + \mu + u_2) E] + \lambda_3 [\alpha (\delta + u_2) E - (\epsilon + u_2 + \rho + \mu) A] + \lambda_4 [(1 - \alpha) (\delta + u_2) E + (\epsilon + u_2) A - (\eta + \mu) R] + \lambda_5 [(\kappa + u_1) S + (1 - \theta) \eta R - \mu Q]$$

Selanjutnya, perlu adanya penyelesaian persamaan *state* dan persamaan *costate*. Persamaan *state* diperoleh sebagai berikut:

$$\frac{\partial H}{\partial \Lambda_1} = \dot{S} = \pi + \theta \eta R - (1 - u_1) \beta \sigma A S - (\kappa + u_1 + \mu) S$$

$$\frac{\partial H}{\partial \Lambda_2} = \dot{E} = (1 - u_1) \beta \sigma A S - (\delta + \mu) E$$

$$\frac{\partial H}{\partial \Lambda_3} = \dot{A} = \alpha \delta E - (\epsilon + u_2 + \rho + \mu) A$$

$$\frac{\partial H}{\partial \Lambda_4} = \dot{R} = (1 - \alpha) \delta E + (\epsilon + u_2) A - (\eta + \mu) R$$

$$\frac{\partial H}{\partial \Lambda_5} = \dot{Q} = (\kappa + u_1) S + (1 - \theta) \eta R - \mu Q$$

Dengan kondisi awal  $S(0) = S_0, E(0) = E_0, A(0) = A_0, R(0) = R_0, Q(0) = Q_0$ .

Sedangkan persamaan *costate* diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\dot{\Lambda}_1 &= -\frac{\partial H}{\partial S} = \Lambda_1((1-u_1)\beta\sigma A + \kappa + u_1 + \mu) - \\ &\Lambda_2((1-u_1)\beta\sigma A) - \Lambda_5(\kappa + u_1) \\ \dot{\Lambda}_2 &= -\frac{\partial H}{\partial E} = -b_1 + \Lambda_2(\delta + \mu) - \Lambda_3(\alpha\delta) - \Lambda_4((1- \\ &\alpha)\delta) \\ \dot{\Lambda}_3 &= -\frac{\partial H}{\partial A} = -b_2 + \Lambda_1((1-u_1)\beta\sigma S) - \Lambda_2((1- \\ &u_1)\beta\sigma S) + \Lambda_3(\epsilon + u_2 + \rho + \mu) - \Lambda_4(\epsilon + u_2) \\ \dot{\Lambda}_4 &= -\frac{\partial H}{\partial R} = -\Lambda_1(\gamma\eta) + \Lambda_4(\eta + \mu) - \Lambda_5((1-\gamma)\eta) \\ \dot{\Lambda}_5 &= -\frac{\partial H}{\partial Q} = -\mu\Lambda_5\end{aligned}$$

Untuk mendapatkan kondisi optimal harus memenuhi kondisi stasioner dari fungsi Hamiltonian, yaitu:

$$\frac{\partial H}{\partial u_1} = 0 \Leftrightarrow \frac{(\Lambda_1 - \Lambda_5)S + (\Lambda_2 - \Lambda_1)\beta\sigma AS}{w_1} = u_1^*$$

$$\frac{\partial H}{\partial u_2} = 0 \Leftrightarrow \frac{(\Lambda_2 - \Lambda_4)E + (\Lambda_4 - \Lambda_3)(\alpha E - A)}{w_2} = u_2^*$$

Karena didefinisikan  $0 \leq u_{1,2} \leq 1$ , maka diperoleh beberapa kemungkinan hasil yang didapat sebagai berikut:

$$u_1^* = \begin{cases} \frac{(\Lambda_1 - \Lambda_5)S + (\Lambda_2 - \Lambda_1)\beta\sigma AS}{w_1}, & 0 < \frac{(\Lambda_1 - \Lambda_5)S + (\Lambda_2 - \Lambda_1)\beta\sigma AS}{w_1} < 1 \\ 0 & , \frac{(\Lambda_1 - \Lambda_5)S + (\Lambda_2 - \Lambda_1)\beta\sigma AS}{w_1} \leq 0 \\ 1 & , \frac{(\Lambda_1 - \Lambda_5)S + (\Lambda_2 - \Lambda_1)\beta\sigma AS}{w_1} \geq 1 \end{cases}$$

$$u_2^* = \begin{cases} \frac{(\Lambda_2 - \Lambda_4)E + (\Lambda_4 - \Lambda_3)(\alpha E - A)}{w_2}, & \text{jika } 0 < \frac{(\Lambda_2 - \Lambda_4)E + (\Lambda_4 - \Lambda_3)(\alpha E - A)}{w_2} < 1 \\ 0 & , \text{jika } \frac{(\Lambda_2 - \Lambda_4)E + (\Lambda_4 - \Lambda_3)(\alpha E - A)}{w_2} \leq 0 \\ 1 & , \text{jika } \frac{(\Lambda_2 - \Lambda_4)E + (\Lambda_4 - \Lambda_3)(\alpha E - A)}{w_2} \geq 0 \end{cases}$$

Sehingga nilai kontrol optimal di atas dapat dituliskan dalam bentuk

$$u_1^* = \max\{0, \min\left(1, \frac{(\Lambda_1 - \Lambda_5)S + (\Lambda_2 - \Lambda_1)\beta\sigma AS}{w_1}\right)\}$$

$$u_2^* = \max\{0, \min\left(1, \frac{(\Lambda_2 - \Lambda_4)E + (\Lambda_4 - \Lambda_3)(\alpha E - A)}{w_2}\right)\}$$

#### PELAKSANAAN PENERAPAN KONTROL OPTIMAL

Beberapa tahapan dan teknis pelaksanaan kontrol edukasi ( $u_1$ ) dan pengobatan ( $u_2$ ) pada kecanduan medsos sebagai berikut:

#### 1. Persiapan

Dilakukan persiapan berupa materi edukasi dan pengobatan berbentuk poster serta pamflet dengan desain yang menarik yang berisikan tentang bahaya penggunaan medsos secara berlebihan dimana nantinya akan disebar kepada kalangan anak-anak hingga orang dewasa.

#### 2. Pelaksanaan

Materi edukasi nantinya akan ditargetkan pada anak-anak, siswa, mahasiswa, dan masyarakat umum, mengingat saat ini tidak ada batasan umur dalam penggunaan medsos. Berikut adalah tahapan penyebaran edukasi kecanduan medsos:

##### a. Bulan pertama hingga bulan kedua :

Melakukan sosialisasi materi edukasi tentang dampak negatif dari medsos kepada murid sekolah mulai dari SD hingga mahasiswa. Sosialisasi tersebut dilaksanakan dari kelas ke kelas lainnya dan dari sekolah ke sekolah lainnya. Selain sosialisasi, juga akan dilakukan kerja sama dengan pihak sekolah dan kampus untuk mengingatkan kepada para murid tentang dampak negatif dari kecanduan medsos. Disamping itu juga akan dilakukan pembatasan penggunaan medsos seperti hanya boleh menggunakan medsos ketika jam istirahat atau hanya beberapa jam perhari.

Untuk pengobatannya, pada bulan pertama dilakukan pendekatan terhadap individu yang kecanduan. Seperti memberikan edukasi tentang bagaimana dampak negatif dari kecanduan media sosial. Selain itu jika perlu dapat dilakukan karantina terhadap individu yang kecanduan media sosial.

##### b. Bulan ketiga hingga bulan keempat

Penyebaran materi ini berlanjut ke jenjang selanjutnya, yaitu pada masyarakat umum. Untuk tingkat masyarakat umum, akan dilakukan kerjasama dengan RT dan RW setempat untuk memberikan edukasi kepada warganya tentang dampak negatif dari medsos dan apa efek dari kecanduan medsos serta mengingatkan masyarakat untuk melakukan hal lain dibandingkan bermain medsos. Pada bulan keempat hingga keenam dilakukan pengecekan secara bergantian

untuk memantau perkembangan penggunaan media sosial pada siswa hingga masyarakat umum.

Untuk pengobatannya memberikan pembatasan untuk penggunaan medsos. Berikan batasan berapa lama kita bermain medsos dalam sehari. Jika masih ada individu yang melebihi batas penggunaan medsos mulailah untuk mengurangi cara ia memegang medsosnya. Seperti mencabut WiFi/paket internet hp, mengaktifkan mode anak pada ponsel, menyembunyikan charger hp.

c. Bulan kelima hingga keenam

Untuk mengalihkan perhatian pada sosmed cobalah untuk memberikan kegiatan bagi individu kecanduan ini, seperti lapangan pekerjaan baru atau kegiatan lainnya yang lebih bermanfaat. Hal ini perlu pemantauan lebih lanjut agar dapat teralihkan dari sosmed.

d. Bulan keenam hingga kedelapan

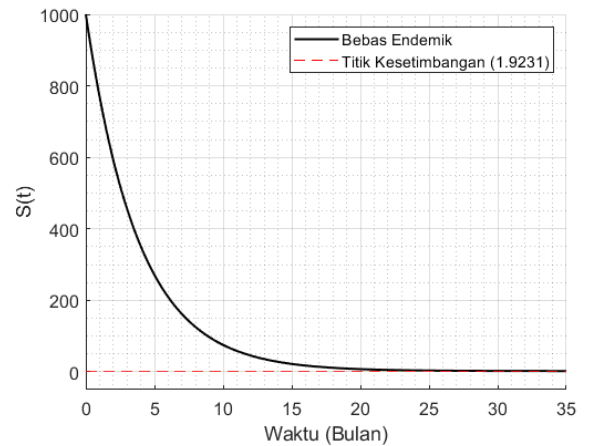
Pemantauan akan terus dilakukan hingga individu kecanduan ini dapat sembuh dari kecanduan media sosial.

**SIMULASI NUMERIK**

Simulasi numerik dari solusi model dinamik SEARQ disajikan menggunakan software MatLab 2018a.

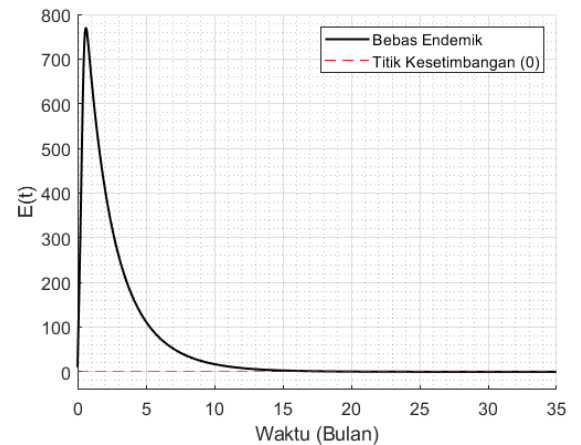
1. Simulasi Tanpa Kontrol Optimal

Dengan menggunakan nilai parameter pada table parameter, nilai awal  $S(0) = 1000, E(0) = 10, A(0) = 0, R(0) = 0, Q(0) = 0$  Serta rentang waktu  $[0,35]$  diperoleh grafik simulasi sebagai berikut:



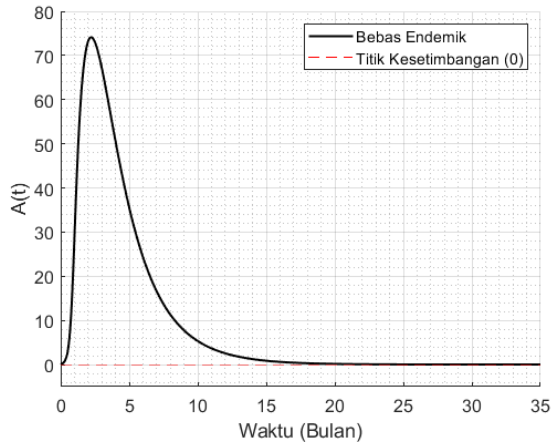
Gambar 1(a)

Gambar 1(a) menunjukkan hasil simulasi dari subpopulasi rentan (S). Subpopulasi rentan menurun dan menjadi stabil menuju titik kesetimbangan 1,9231 setelah berjalan kurang dari 10 bulan.



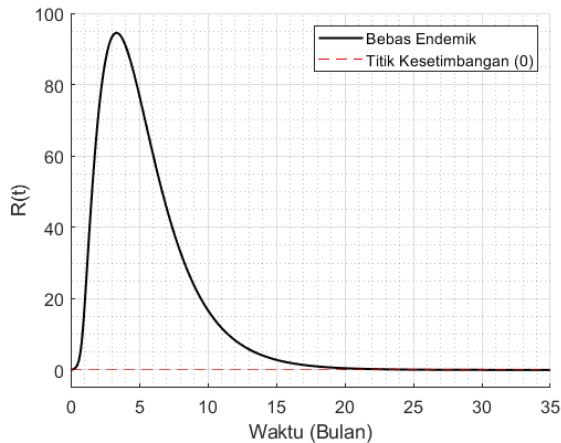
Gambar 1(b)

Gambar 1(b) menunjukkan simulasi dari Subpopulasi terpapar (E). Subpopulasi terpapar mengalami peningkatan pada setengah bulan pertama hingga 780 orang, lalu menurun. Grafik ini mulai stabil menuju titik kesetimbangan 0 setelah kurun waktu 15 bulan.



Gambar 1(c)

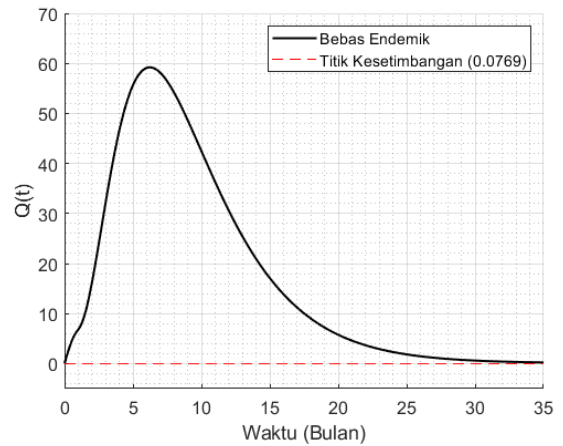
Gambar 1(c) menunjukkan simulasi dari Subpopulasi kecanduan ( $A$ ). Subpopulasi kecanduan sempat mengalami peningkatan antara bulan pertama dan bulan kedua hingga 75 orang, lalu menurun secara perlahan hingga bulan ke 20. Grafik ini mulai stabil menuju titik kesetimbangan 0 setelah waktu 20 bulan.



Gambar 1(d)

Gambar 1(d) menunjukkan simulasi dari subpopulasi pulih ( $R$ ). Untuk subpopulasi pulih mengalami peningkatan pada bulan pertama hingga bulan ketiga dengan jumlah 95 orang lalu mengalami penurunan hingga bulan ke-20. Grafik ini

mulai stabil menuju titik kesetimbangan 0 setelah kurun waktu 20 bulan.

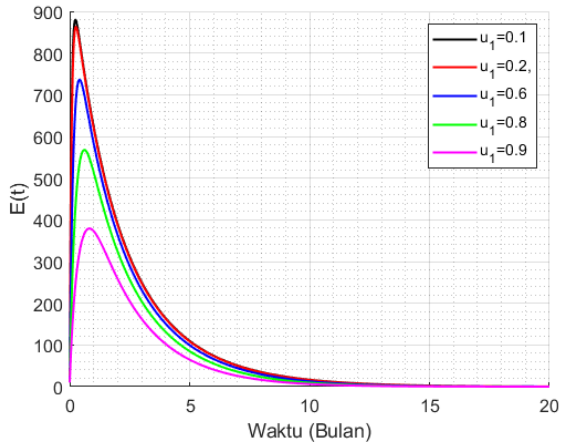


Gambar 1(e)

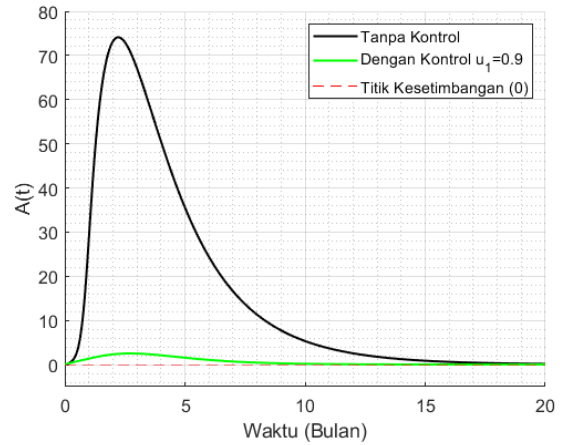
Gambar 1(e) menunjukkan simulasi dari Subpopulasi berhenti ( $Q$ ). Untuk subpopulasi berhenti meningkat hingga 59 orang di bulan pertama hingga ketujuh, lalu menurun perlahan hingga bulan ke-35. Grafik ini mulai stabil di titik kesetimbangan 0 dalam kurun waktu 35 bulan.

## 2. Simulasi Dengan Kontrol Optimal

Pada artikel ini akan berfokus pada populasi Terpapar dan Kecanduan sehingga fenomena kecanduan medsos dapat berkurang. Selain itu akan digunakan tiga macam strategi. Strategi edukasi yaitu menambahkan parameter kontrol optimal  $u_1$ . Strategi penyembuhan, yaitu menambahkan parameter kontrol optimal  $u_2$ . Strategi edukasi dan penyembuhan, yaitu menambahkan parameter kontrol optimal  $u_1$  dan  $u_2$ . Dengan menggunakan nilai parameter pada tabel parameter, dan nilai awal  $S(0) = 1000, E(0) = 10, A(0) = 0, R(0) = 0, Q(0) = 0$  serta rentang waktu 12 bulan. Setelah melakukan berbagai eksperimen dengan variasi  $u_1 \in \{0,1; 0,2; 0,6; 0,8; 0,9\}$  dan  $u_2 \in \{0,1; 0,2; 0,6; 0,8; 0,9\}$ , dipilih parameter kontrol optimal  $u_1 = 0,9$  dan  $u_2 = 0,9$ . diperoleh grafik simulasi sebagai berikut:

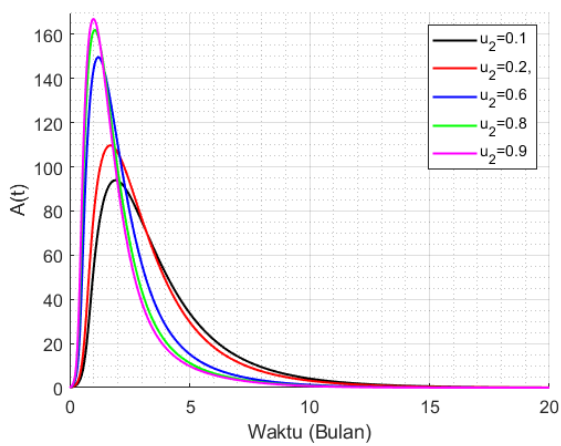


Gambar 2(a)



3(b)

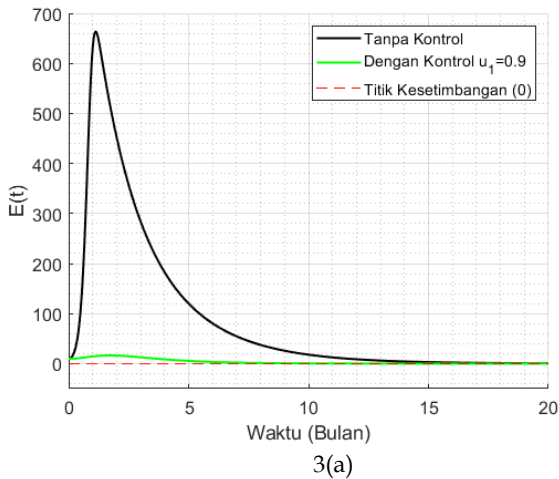
Gambar 3(a) dan 3(b) Grafik Kontrol Optimal pada subpopulasi terpapar (E) dan subpopulasi kecanduan (A) dengan  $u_1 = 0,9$



Gambar 3(b)

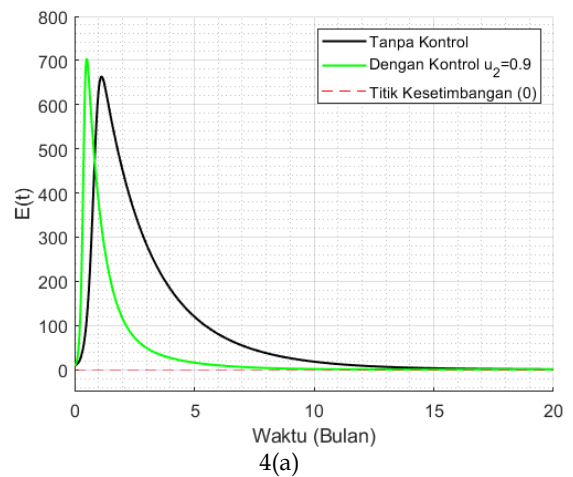
Gambar 2(a) dan 2(b) Percobaan simulasi nilai kontrol  $u_1 \in \{0,1; 0,2; 0,6; 0,8; 0,9\}$  dan  $u_2 \in \{0,1; 0,2; 0,6; 0,8; 0,9\}$  pada populasi terpapar dan kecanduan

1. Strategi Edukasi ( $u_1 = 0,9$ )

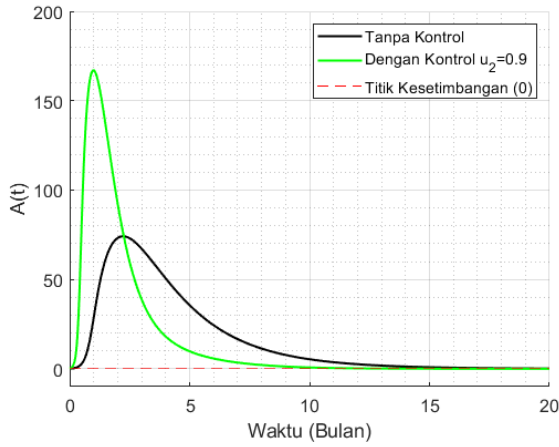


3(a)

2. Strategi Pengobatan ( $u_2 = 0,9$ )



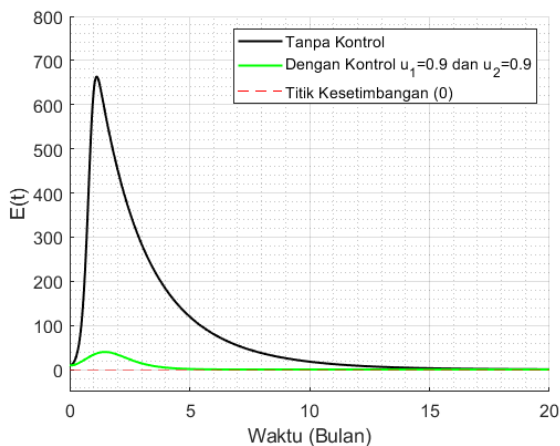
4(a)



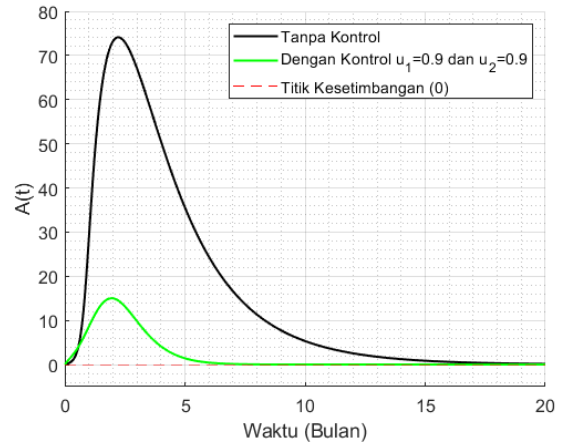
Gambar 4(a) dan 4(b) Grafik Kontrol Optimal pada subpopulasi terpapar (E) dan subpopulasi kecanduan (A) dengan  $u_2 = 0,9$

Dalam strategi pengobatan digunakan kontrol optimal  $u_2$  untuk mengontrol subpopulasi terpapar (E) dan kecanduan (A). Pada gambar 4(a) dapat dilihat bahwa subpopulasi terpapar mengalami kenaikan dalam satu bulan pertama lalu mengalami penurunan dan mulai stabil pada titik kesetimbangan 0 mulai bulan ke-10. Sementara pada gambar 4(b), subpopulasi individu kecanduan sempat mengalami kenaikan pesat pada bulan pertama, lalu mengalami penurunan dan mulai stabil menuju titik kesetimbangannya yang bernilai 0 mulai bulan ke-10.

3. Strategi Edukasi dan Pengobatan ( $u_1 = 0,9, u_2 = 0,9$ )



5(a)



5(b)

Gambar 5(a) dan 5(b) Grafik Kontrol Optimal pada subpopulasi terpapar (E) dan subpopulasi kecanduan (A) dengan strategi Edukasi dan pengobatan ( $u_1 = 0,9, u_2 = 0,9$ )

Dalam strategi edukasi dan pengobatan ini menggabungkan strategi edukasi dan strategi pengobatan untuk mengontrol subpopulasi terpapar (E) dan strategi kecanduan (A). Pada gambar 5(a) terlihat bahwa grafik subpopulasi terpapar dan kecanduan menurun secara drastis akibat dari pemberian kontrol  $u_1$  dan  $u_2$ . Pada subpopulasi terpapar terlihat bahwa jumlah individu terpapar mulai berkurang dalam kurun waktu satu dan stabil menuju titik kesetimbangan 0 pada bulan ke-6. Pada gambar 5(b), terlihat bahwa jumlah subpopulasi kecanduan sempat meningkat di bulan pertama dan menurun menuju titik kesetimbangan 0 dalam jangka waktu 6 bulan. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa strategi edukasi dan pengobatan adalah strategi paling efektif dalam menurunkan subpopulasi individu terpapar dan kecanduan dalam jangka waktu tertentu sehingga dapat memerangi permasalahan kecanduan media sosial.

**PENUTUP**

**SIMPULAN**

Pada artikel ini, dengan adanya kontrol optimal menunjukkan perubahan yang signifikan pada subpopulasi individu terpapar sebelum diberi kontrol dengan sesudah diberi kontrol. Berdasarkan hasil pembahasan, diperoleh titik kesetimbangan bebas medsos adalah  $\gamma^0 = (1,9231; 0; 0; 0; 0,076)$  dan titik kesetimbangan endemik medsos  $\gamma^* =$

(9,14; 0; 0; 1,1; 0), dan bilangan reproduksi dasar  $\Gamma_0 = 0,2103$  yang berarti tidak akan terjadi wabah kecanduan medsos. Analisis terhadap titik kesetimbangan bebas medsos dan titik kesetimbangan endemik medsos menunjukkan bahwa sistem stabil asimtotik. Pada analisis sensitivitas, diperoleh indeks sensitivitas dimana jika salah satu dari parameter  $\alpha, \beta, \pi, \sigma$  ditingkatkan, maka nilai  $\Gamma_0$  akan meningkat. Pada kontrol optimal didapatkan kontrol  $u$  yang optimal yaitu  $u^*_1 = 0,9$   $u^*_2 = 0,9$ . Dari penerapan kontrol strategi Edukasi, Pengobatan, dan Edukasi dan Pengobatan, dengan menggunakan nilai  $u^*_1 = 0,9$  dan nilai  $u^*_2 = 0,9$  menunjukkan hasil bahwa strategi terbaik adalah strategi Edukasi dan Pengobatan dimana menerapkan kontrol optimal  $u_1$  (menedukasi tentang efek negatif sosial media melalui sosialisasi kepada anak-anak, siswa, mahasiswa, dan masyarakat umum) dan  $u_2$  (mengobati individu kecanduan dengan melakukan perawatan pada pecandu medsos seperti rehabilitasi dan pembatasan penggunaan medsos) secara bersamaan dan strategi ini bekerja secara efektif untuk mengurangi penyebaran individu kecanduan medsos.

#### SARAN

Untuk penelitian selanjutnya dapat mengasumsikan kontrol optimal yang berbeda dari yang diterapkan pada model SEARQ atau dengan model dinamik lainnya.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Alemneh, H. T., & Alemu, N. Y. (2021). Mathematical Modeling with Optimal Control Analysis of Social Media Addiction . *Infectious Disease Modelling*, 6 (2021), 405-419.
- Andreassen, C. S. (2015). Online Sosial Network Site Addiction: A Comprehensive Review. *Technologi and Addiction*. Volume 2, 175-184.
- Anggriani, N., Toaha, S., & Kasbawati. (2021). Optimal Control of Mathematical Models on The Dynamics Spread of Drug Abuse. *Matematika, Statistika, & Komputasi*, Vol 17 No. 3 (2021), 339-348.
- Anton, H., & Rorres, C. (2004). *Aljabar Linier Elementer: Versi Aplikasi*. Terjemahan Refina Indriasari dan Irzam Harmein. Jakarta: Erlangga.
- Bobashev, G., Costenbader, E., & Gutkin, B. (2007). Comprehensive mathematical modeling in drug addiction sciences. *Drug Alcohol Depend*, Volume 89, No. 1, 102-106.
- Boyce, W.E. and DiPrima, R.C. (2001) *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. 7th Edition, John Wiley & Sons Inc., New York.
- Clark, D. N. (1999). *Dictionary of Analysis, Calculus, and Differential Equations*. New York: CRC Press.
- Finizio, N., & Joan, G. L. (1988). *Penerapan Diferensial Biasa dengan Penerapan Modern*. Terjemahan Widiarti Santoso Jakarta: Erlangga.
- Flister, K., & Panetta, J. (2003). Optimal control applied to competing chemotherapeutic cell-kill strategies. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, Volume 63, No. 6, 1954-1971.
- Hale, J., & Kocak, H. (1991). *Dynamic and Bifurcation*. New York.
- Kaplan, A. & Haenlein, M. , 2010. User Of The World, Unite! The Challenges and Opportunities Of Social Media, *Business Horizons*. Volume 53, 59-68.
- Lewis, F., & Syrmos, V. (2012). *Optimal Control*. New York: John Wiley & Sons.
- Naidu, D. S. (2002). *Optimal Control System*. New York: CRC Press.
- Olsder, G., & van der Woude, J. (1994). *Mathematical systems theory*. Delft : VSSD.
- Teri, J. (2009), *Mathematical Modeling of Diseases: Susceptible-Infected –Recovered(SIR) Model*, *University of Minnesota, Morris*, 1-3.