

PERBANDINGAN TRANSFORMASI WAVELET DISKRIT UNTUK DENOISING CITRA MENGGUNAKAN VISUSHRINK, BAYESSHRINK, DAN NORMALSHRINK

Ahmad Khairul Umam

Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Billfath, Lamongan, Indonesia

E-mail: ahmad.khairul.umam@gmail.com*

Pukky Tetralian Bantining Ngastiti ¹⁾, Ahmad Isro'il ²⁾, Zuanita May Tri Wahyuni ³⁾, dan Faradillah Siska Alfiani ⁴⁾

^{1), 2), 3), 4)} Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Billfath, Lamongan, Indonesia

E-mail: tetralian1010@gmail.com ¹⁾, ahmad.isroil@gmail.com ²⁾, zuanitamay123@gmail.com ³⁾, siskafaradillah22@gmail.com ⁴⁾

Abstrak

Materi wavelet dapat diterapkan untuk *denosing* citra. Transformasi wavelet dapat dibagi menjadi transformasi wavelet diskrit dan transformasi wavelet kontinu. Transformasi Wavelet Diskrit berguna untuk *denoising* citra, kompresi citra, dan lain-lain. Pada penelitian ini dibahas *denoising* citra menggunakan wavelet menggunakan *hard thresholding* dan *soft thresholding*. Juga akan dibandingkan hasil *denoising* citra menggunakan VisuShrink, BayesShrink, dan NormalShrink dalam menentukan nilai batas ambang (*threshold*). Dalam penelitian ini, menggunakan citra uji *grayscale* berukuran 512×512 piksel. Untuk mengukur kinerja algoritma digunakan nilai *peak signal to noise ratio* (PSNR). *Denosing* citra menggunakan *hard thresholding*: nilai PSNR wavelet Haar, Daubechies 7, dan biorthogonal 3.5 sama untuk ketiga metode (VisuShrink, BayesShrink, NormalShrink). Nilai PSNR wavelet symlets 11 paling tinggi untuk metode VisuShrink dan NormalShrink. Sedangkan nilai PSNR wavelet coiflets 3 paling tinggi untuk metode VisuShrink. Waktu komputasi wavelet Haar, Daubechies 7, biorthogonal 3.5, dan symlets 11 paling cepat untuk metode VisuShrink. Sedangkan waktu komputasi wavelet coiflets 3 paling cepat untuk metode NormalShrink. *Denoising* citra menggunakan *soft thresholding*: nilai PSNR wavelet Haar, Daubechies 7, biorthogonal 3.5, dan coiflets 3 sama untuk ketiga metode (VisuShrink, BayesShrink, NormalShrink). Sedangkan nilai PSNR wavelet symlets 11 paling tinggi untuk metode VisuShrink dan BayesShrink. Waktu komputasi untuk semua wavelet (Haar, Daubechies 7, biorthogonal 3.5, symlets 11, dan coiflets 3) paling cepat untuk metode NormalShrink.

Kata Kunci: wavelet, *denoising*, visushrink, bayesshrink, normalshrink.

Abstract

Wavelet topics can be applied for image denoising. Wavelet transform is divided into discrete wavelet transform and continuous wavelet transform. Discrete wavelet transform is useful for image denoising, image compression, etc. In this research, we discuss image denoising using wavelets with hard thresholding and soft thresholding. We will also compare results of image denoising using VisuShrink, BayesShrink, and NormalShrink in determining threshold value. In this research, we use grayscale test image with size 512×512 pixels. To measure algorithm, peak signal to noise ratio (PSNR) value is used. Image denoising uses hard thresholding: PSNR values of Haar, Daubechies 7, and biorthogonal 3.5 wavelets are same for three methods (VisuShrink, BayesShrink, NormalShrink). PSNR value of symlets 11 wavelet is highest for VisuShrink and NormalShrink methods. Whereas, PSNR value of coiflets 3 wavelet is highest for VisuShrink method. Fastest computing times of Haar, Daubechies 7, biorthogonal 3.5, and symlets 11 wavelets are for VisuShrink method. Whereas, fastest computing time of coiflets 3 wavelet is for NormalShrink method. Image denoising using soft thresholding: PSNR values of Haar, Daubechies 7, biorthogonal 3.5, and coiflets 3 wavelets are same for three methods (VisuShrink, BayesShrink, NormalShrink). Whereas, PSNR value of symlets 11 wavelet is highest for VisuShrink and BayesShrink methods. Fastest computing times of all wavelets (Haar, Daubechies 7, biorthogonal 3.5, symlets 11, and coiflets 3) are for NormalShrink method.

Keywords: wavelet, denoising, visushrink, bayesshrink, normalshrink.

PENDAHULUAN

Dewasa ini topik wavelet banyak terapannya. Wavelet pertama kali diperkenalkan oleh Jean Morlet dan Alex Grossman. Wavelet berasal dari bahasa perancis, *ondelette* yang artinya gelombang kecil. Kata *onde* berarti gelombang diterjemahkan ke bahasa inggris menjadi kata *wave*, kemudian digabung dengan kata aslinya sehingga menjadi kata "wavelet". Beberapa jenis wavelet seperti wavelet Haar, wavelet Morlet, wavelet Daubechies, dan lain-lain.

Transformasi wavelet merupakan perbaikan dari transformasi Fourier. Transformasi Fourier mengubah domain sinyal dari domain sinyal ke domain frekuensi, sedangkan transformasi wavelet mengubah domain sinyal ke domain skala (dilasi) dan translasi. Transformasi wavelet diskrit dapat diterapkan untuk mereduksi *noise* pada citra digital atau biasa disebut *denoising* citra.

Pada penelitian ini dibandingkan hasil *denoising* citra dengan metode transformasi wavelet diskrit menggunakan VisuShrink, BayesShrink, dan NormalShrink dalam menentukan nilai batas ambang (*threshold*). Proses *thresholding* yang digunakan adalah *hard thresholding* dan *soft thresholding*. Untuk mengukur kinerja algoritma digunakan nilai *peak signal to noise ratio* (PSNR).

KAJIAN TEORI

Analisis Multiresolusi

Suatu barisan di himpunan bagian tertutup $\{V_j, j \in \mathbb{Z}\} L^2(\mathbb{R})$ bersama dengan fungsi $\phi \in V_0$ disebut analisis multiresolusi jika memenuhi kondisi berikut:

1. (Meningkat) $\dots \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset \dots$;
2. (Padat) $\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j = L^2(\mathbb{R})$;
3. (Terpisah) $\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = \{0\}$;
4. (Skala) $f(t) \in V_j$ jika dan hanya jika $f(2t) \in V_{j+1}$;
5. (Basis Ortonormal) Terdapat fungsi skala $\phi \in V_0$ dimana translasi terhadap bilangan bulat $\{\phi(t-n): n \in \mathbb{Z}\}$ merupakan basis ortonormal untuk V_0 .

(Bachman, 2002)

Transformasi Wavelet Diskrit (TWD)

Wavelet adalah koleksi fungsi yang dikonstruksi dari translasi dan dilasi didefinisikan oleh

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$$

dimana a disebut parameter skala (dilasi) dan b disebut parameter translasi. Masing-masing fungsi $\psi(t)$ di dalam koleksi fungsi tersebut disebut *mother wavelet*.

(Depnath, 2002)

Transformasi Wavelet Diskrit (TWD) adalah proses dekomposisi citra yang dimulai dengan melakukan dekomposisi baris data citra, kemudian dilanjutkan dengan dekomposisi terhadap kolom data citra. (Suma'inna, 2014)

Denoising Citra

Denoising citra merupakan bagian dari pengolahan citra. *Denoising* citra merupakan proses penghilangan *noise* (gangguan pada citra). Citra yang terkena *noise* dapat diperbaiki menjadi mirip dengan citra asli. Beberapa jenis *noise* seperti *white Gaussian noise*, *salt and pepper noise*, dan *speckle noise*. Menurut (Lin, 2003) beberapa cara menghilangkan *noise* yaitu menggunakan *mean filter*, *median filter*, dan transformasi wavelet.

Peak Signal to Noise Ratio (PSNR)

Misalkan citra asal $f(x,y)$ dan citra hasil *denoising* $\hat{f}(x,y)$ dimana kedua citra berukuran $M \times N$. Nilai Root Mean Square Error (RMSE) adalah

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} (\hat{f}(x,y) - f(x,y))^2}.$$

Menurut (Yin, 2012) nilai *Peak Signal to Noise Ratio* adalah

$$PSNR = 20 \times 10 \log \left(\frac{255}{RMSE} \right).$$

METODE

Desain Penelitian

Mempelajari konsep transformasi wavelet diskrit dan *denoising* citra. Selanjutnya dipelajari proses *hard thresholding* dan *soft thresholding* pada transformasi wavelet diskrit untuk *denoising* citra. Kemudian untuk masing-masing *hard thresholding* dan *soft thresholding* menggunakan VisuShrink, BayesShrink, atau NormalShrink dalam menentukan nilai *threshold*. Citra yang dipilih adalah citra *grayscale* dari literatur. Citra yang dipilih berukuran 512×512 piksel. *Noise* diasumsikan sebagai *white Gaussian noise* $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$. Metode yang digunakan adalah metode TWD dan

disimulasikan menggunakan Matlab R2015a pada lingkup sistem operasi *Windows 7* dengan prosesor Intel Atom CPU 1,86 GHz, 32 bit *graphics*.

Tempat dan Waktu Pelaksanaan

Kegiatan penelitian ini dilakukan di Lamongan selama 6 bulan,

Dimulai : 1 September 2023

Berakhir : 29 Februari 2024.

Tahapan Penelitian

Tahapan-tahapan dari penelitian ini yaitu:

1. Mempelajari sifat-sifat transformasi wavelet diskrit dan *denoising* citra.
2. Mempelajari proses *hard thresholding* dan *soft thresholding*.
3. Mempelajari materi VisuShrink, BayesShrink, dan NormalShrink dalam menentukan nilai *threshold*.
4. Mengimplementasikan TWD untuk *denoising* citra menggunakan Matlab.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Metode VisuShrink, BayesShrink, dan NormalShrink

Di dalam penelitian ini, untuk mencari nilai *threshold* menggunakan metode VisuShrink, BayesShrink, dan NormalShrink. Untuk metode VisuShrink

$$\lambda = \sigma \sqrt{2 \log M}$$

dengan σ adalah estimasi standar deviasi dari *noise* yaitu

$$\sigma = \frac{\text{median}(|w_{i,j}|)}{0,6745}$$

sedangkan M adalah ukuran citra dan $|w_{i,j}|$ merupakan nilai mutlak dari setiap elemen pada matriks M .

Untuk metode BayesShrink

$$\lambda = \frac{\sigma^2}{\sigma_x}$$

dengan σ^2 adalah estimasi varians dari *noise* dan σ_x adalah standar deviasi yang diestimasi menggunakan

$$\sigma_x = \sqrt{\max((\sigma_y)^2 - \sigma^2, 0)}$$

sedangkan $(\sigma_y)^2$ dihitung dari setiap koefisien detail

$$(\sigma_y)^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (Y_{i,j})^2$$

dimana N^2 adalah ukuran citra dan $Y_{i,j}$ merupakan nilai dari setiap elemen pada matriks N^2 .

Untuk metode NormalShrink

$$\lambda = \frac{\beta \sigma^2}{\sigma_y}$$

dengan σ^2 adalah estimasi varians dari *noise* dan β adalah parameter skala dapat dihitung menggunakan

$$\beta = \sqrt{\log\left(\frac{L_k}{J}\right)}$$

dimana L_k adalah ukuran citra koefisien pada level ke k dan J adalah jumlah level dekomposisi citra. Sedangkan σ_y adalah standar deviasi *noise* yang diberikan oleh Matlab.

Metode Hard Thresholding, dan Soft Thresholding

Hasil dari transformasi wavelet diskrit pada suatu citra berupa koefisien rata-rata dan koefisien detail. Untuk mereduksi *noise* pada citra dilakukan proses *thresholding* pada koefisien detail. Ada dua macam fungsi *thresholding* yaitu *hard thresholding*:

$$T_h(y, \lambda) = \begin{cases} y, & |y| \geq \lambda \\ 0, & |y| < \lambda \end{cases}$$

dan juga *soft thresholding*:

$$T_s(y, \lambda) = \begin{cases} y - \lambda, & y \geq \lambda \\ 0, & |y| < \lambda \\ y + \lambda, & y < -\lambda \end{cases}$$

dengan y adalah koefisien detail pada citra dan λ adalah nilai *threshold*.

Implementasi TWD Pada Proses Denoising Citra

Transformasi wavelet diskrit pada sebuah sinyal $f(t)$ adalah

$$TWD\{f(t)\} = W_{\phi(a_0,b)} + W_{\psi(a,b)} \quad (1)$$

dimana

$$W_{\phi(a_0,b)} = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{t=0}^{M-1} f(t) \phi_{a_0,b}(t)$$

$$W_{\psi(a,b)} = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{t=0}^{M-1} f(t) \psi_{a,b}(t)$$

dengan $t = 0, 1, \dots, M-1$ dan $a \geq a_0$. Invers transformasi wavelet diskrit (ITWD) dari (1):

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{b=0}^{2^a-1} W_{\phi(a_0,b)} \phi_{a_0,b}(t) + \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{a=a_0}^{\infty} \sum_{b=0}^{2^a-1} W_{\psi(a,b)} \psi_{a,b}(t)$$

dimana $a_0 = 0, a = 0, 1, 2, \dots, A-1$, dan $M = 2^A$.

Citra Asli dan Citra Dengan Noise

Citra asli Lena:



Gambar 1. Citra Asli

Dari citra asli ditambahkan *noise* dengan standar deviasi 30 dan rata-rata 0. Berikut citra dengan *noise*:



Gambar 2. Citra Dengan Noise

Denoising Citra Menggunakan Hard Thresholding

Hasil 10 kali percobaan *denoising* citra menggunakan *hard thresholding* dan wavelet Haar. Berikut hasil *denoising* citra menggunakan metode VisuShrink, BayesShrink, dan NormalShrink:



Gambar 3. Denoising Citra dengan Metode VisuShrink



Gambar 4. Denoising Citra dengan Metode BayesShrink



Gambar 5. Denoising Citra dengan Metode NormalShrink

Dari gambar 3, 4, dan 5 dapat dilihat bahwa TWD mampu mereduksi *noise* pada citra. Diperoleh nilai PSNR untuk ketiga metode (VisuShrink, BayesShrink, NormalShrink) adalah 17,27.

Berikut tabel nilai PSNR proses *denoising* citra menggunakan TWD dengan wavelet Haar, Daubechies 7, biorthogonal 3.5, symlets 11, dan coiflets 3:

Tabel 1. Nilai PSNR dengan Hard Thresholding

PSNR	Metode		
	VisuShrink	BayesShrink	NormalShrink
Haar	17,27	17,27	17,27
Daubechies 7	17,37	17,37	17,37
Biorthogonal 3.5	17,23	17,23	17,23
Symlets 11	17,36	17,35	17,36
Coiflets 3	17,38	17,37	17,37

Tabel 2. Waktu Komputasi dengan Hard Thresholding

PSNR	Metode		
	VisuShrink	BayesShrink	NormalShrink
Haar	5,94	6	5,95
Daubechies 7	6,15	6,25	6,24

Biorthogonal 3.5	6,14	6,22	6,19
Symlets 11	6,61	6,75	6,71
Coiflets 3	6,32	6,41	6,31

Dilihat di Tabel 1, nilai PSNR wavelet Haar, Daubechies 7, dan biorthogonal 3.5 sama untuk ketiga metode (VisuShrink, BayesShrink, NormalShrink). Nilai PSNR wavelet symlets 11 paling tinggi untuk metode VisuShrink dan NormalShrink. Sedangkan nilai PSNR wavelet coiflets 3 paling tinggi untuk metode VisuShrink. Kemudian dilihat di Tabel 2, waktu komputasi wavelet Haar, Daubechies 7, biorthogonal 3.5, dan symlets 11 paling cepat untuk metode VisuShrink. Sedangkan waktu komputasi wavelet coiflets 3 paling cepat untuk metode NormalShrink.

Denoising Citra Menggunakan Soft Thresholding

Hasil 10 kali percobaan *denoising* citra menggunakan *soft thresholding* dan wavelet Haar. Berikut hasil *denoising* citra menggunakan metode VisuShrink, BayesShrink, dan NormalShrink:



Gambar 6. *Denoising* Citra dengan Metode VisuShrink



Gambar 7. *Denoising* Citra dengan Metode BayesShrink



Gambar 8. *Denoising* Citra dengan Metode NormalShrink

Dari gambar 6, 7, dan 8 dapat dilihat bahwa TWD mampu mereduksi *noise* pada citra. Diperoleh nilai PSNR untuk ketiga metode (VisuShrink, BayesShrink, NormalShrink) adalah 17,27.

Berikut tabel nilai PSNR proses *denoising* citra menggunakan TWD dengan wavelet Haar, Daubechies 7, biorthogonal 3.5, symlets 11, dan coiflets 3:

Tabel 3. Nilai PSNR dengan *Soft Thresholding*

PSNR	Metode		
	VisuShrink	BayesShrink	NormalShrink
Haar	17,27	17,27	17,27
Daubechies 7	17,37	17,37	17,37
Biorthogonal 3.5	17,24	17,24	17,24
Symlets 11	17,37	17,37	17,36
Coiflets 3	17,38	17,38	17,38

Tabel 4. Waktu Komputasi dengan *Soft Thresholding*

PSNR	Metode		
	VisuShrink	BayesShrink	NormalShrink
Haar	5,97	6,49	5,84
Daubechies 7	6,21	6,46	6,09
Biorthogonal 3.5	6,24	6,72	6,02
Symlets 11	6,8	7,4	6,53
Coiflets 3	6,37	6,62	6,21

Dilihat di Tabel 3, nilai PSNR wavelet Haar, Daubechies 7, biorthogonal 3.5, dan coiflets 3 sama untuk ketiga metode (VisuShrink, BayesShrink, NormalShrink). Sedangkan nilai PSNR wavelet symlets 11 paling tinggi untuk metode VisuShrink dan BayesShrink. Kemudian dilihat di Tabel 4, waktu komputasi untuk semua wavelet (Haar, Daubechies 7, biorthogonal 3.5, symlets 11, dan coiflets 3) paling cepat untuk metode NormalShrink.

UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih kepada LPPM (Lembaga Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat) Universitas Billfath atas dukungan finansial yang diberikan.

PENUTUP

SIMPULAN

Transformasi wavelet adalah pengembangan dari transformasi Fourier. TWD mempunyai kegunaan untuk proses *denoising* citra. Pada penelitian ini berhasil menganalisa secara teori transformasi wavelet diskrit dan dilanjutkan penerapannya untuk *denoising* citra digital. Langkah-langkah yang dilakukan untuk *denoising* citra menggunakan wavelet adalah melakukan TWD pada gambar/citra, menentukan nilai batas ambang (*threshold*) menggunakan VisuShrink, BayesShrink serta NormalShrink, melakukan proses *thresholding* menggunakan *hard thresholding* atau *soft thresholding* pada tiga koefisien detail, selanjutnya dilakukan ITWD pada gambar/citra. Selain itu juga diperoleh jenis-jenis wavelet dengan nilai PSNR yang paling tinggi dan waktu komputasi yang paling cepat.

Denosing citra menggunakan *hard thresholding*: nilai PSNR wavelet Haar, Daubechies 7, dan biorthogonal 3.5 sama untuk ketiga metode (VisuShrink, BayesShrink, NormalShrink). Nilai PSNR wavelet symlets 11 paling tinggi untuk metode VisuShrink dan NormalShrink. Sedangkan nilai PSNR wavelet coiflets 3 paling tinggi untuk metode VisuShrink. Waktu komputasi wavelet Haar, Daubechies 7, biorthogonal 3.5, dan symlets 11 paling cepat untuk metode VisuShrink. Sedangkan waktu komputasi wavelet coiflets 3 paling cepat untuk metode NormalShrink. *Denoising* citra menggunakan *soft thresholding*: nilai PSNR wavelet Haar, Daubechies 7, biorthogonal 3.5, dan coiflets 3 sama untuk ketiga metode (VisuShrink, BayesShrink, NormalShrink). Sedangkan nilai PSNR wavelet symlets 11 paling tinggi untuk metode VisuShrink dan BayesShrink. Waktu komputasi untuk semua wavelet (Haar, Daubechies 7, biorthogonal 3.5, symlets 11, dan coiflets 3) paling cepat untuk metode NormalShrink.

SARAN

Saran untuk penelitian selanjutnya dicoba *denoising* citra digital menggunakan SureShrink dan NeighShrink untuk menentukan nilai *threshold*.

DAFTAR PUSTAKA

- Bachman, G., Narici, L. & Beckenstein, E. (2002). Fourier and Wavelet Analysis. New York. Springer-Verlag.
- Depnath, L. (2002). Wavelet Transform and Their Applications. Boston. Birkhäuser.
- Lin, E. B. & Ling, Y. (2003). Image Compression and Denoising via Nonseparable Wavelet Approximation. Journal of Computational and Applied Mathematics 155, 155, 131-152. [https://doi.org/10.1016/S0377-0427\(02\)00896-8](https://doi.org/10.1016/S0377-0427(02)00896-8)
- Suma'inna & Alam, D. (2014). Kompresi Citra Berwarna Menggunakan Transformasi Wavelet. Jurnal Matematika Integratif, 10(1), 55-62. <https://doi.org/10.24198/jmi.v10.n1.10185.55-62>
- Yin, M., Liu, W., Shui, J. & Wu, J. (2012). Quaternion Wavelet Analysis and Application in Image Denoising. Mathematical Problems in Engineering, 2012, 1-21. <https://doi.org/10.1155/2012/493976>