

TRANSFORMASI WAVELET DISKRIT UNTUK *DENOISING* CITRA

Ahmad Khairul Umam

Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Billfath, Lamongan, Indonesia

E-mail: ahmad.khairul.umam@gmail.com*

Pukky Tetralian Bantining Ngastiti¹⁾, Aris Alfian²⁾, Zaqiyatus Shahadah³⁾, dan Amanda Fatma Muamalah⁴⁾

^{1), 2), 3), 4)} Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Billfath, Lamongan, Indonesia

E-mail: tetralian1010@gmail.com¹⁾, arisalfan@gmail.com²⁾, qisha3990@gmail.com³⁾, amandafatma2233@gmail.com⁴⁾

Abstrak

Dewasa ini topik wavelet sangat banyak terapannya, termasuk pada *denosing* citra. Transformasi wavelet dibagi menjadi transformasi wavelet diskrit dan transformasi wavelet kontinu. Selain untuk *denoising* citra juga bisa berguna untuk kompresi citra dan lain-lain. Pada penelitian ini dibahas mengenai langkah-langkah *denoising* citra menggunakan wavelet. Wavelet yang digunakan adalah wavelet Haar, Daubechies, biorthogonal, symlets, dan coiflets untuk *hard thresholding* dan *soft thresholding*. Program yang dibuat sesuai dengan langkah-langkah/algoritma yang dibuat. Selanjutnya dibandingkan citra asli dan citra hasil *denoising*. Dalam penelitian ini, menggunakan citra uji *grayscale* Lena dan kucing berukuran 512×512 piksel. Untuk mengukur kinerja algoritma digunakan nilai *peak signal to noise ratio* (PSNR). Dibandingkan juga lama waktu komputasinya.

Kata Kunci: transformasi wavelet diskrit, *denoising* citra.

Abstract

Nowadays, topic of wavelet has many applications including image denoising. Wavelet Transform is divided into discrete wavelet transform and continuous wavelet transform. Besides for image denoising, it can also useful for image compression and others. In this research is discussed about steps image denoising using wavelet. Wavelets that used are Haar, Daubechies, biorthogonal, symlets and coiflets wavelets for *hard thresholding* and *soft thresholding*. Program is made according to steps/algorithm that were created. Then, we compare original image and result of image denoising. In this research, we use grayscale test image Lena and cat with size 512×512 pixels. We use peak signal to noise ratio (PSNR) to measure performance of the algorithm. We also compare computational time.

Keywords: discrete wavelet transform, image denoising.

PENDAHULUAN

Materi wavelet sangat banyak terapannya. Wavelet dikenalkan pertama kali oleh Jean Morlet dan Alex Grossman. Wavelet berasal dari bahasa perancis, *ondelette* yang berarti gelombang kecil. Kata *onde* yang berarti gelombang diterjemahkan ke bahasa inggris menjadi *wave*, lalu digabung dengan kata aslinya sehingga menjadi kata "wavelet". Beberapa jenis wavelet seperti wavelet Haar, wavelet Daubechies, wavelet Morlet, dan lain-lain.

Transformasi wavelet merupakan perbaikan dari transformasi Fourier. Transformasi Fourier mengubah domain sinyal dari domain sinyal ke domain frekuensi, sedangkan transformasi wavelet mengubah domain sinyal ke domain skala (dilasi)

dan translasi. Menurut (Li, 2013) dasar dari transformasi wavelet meliputi transformasi wavelet diskrit (TWD) dan perluasan bilangan kompleks dari TWD yang disebut transformasi wavelet kompleks (TWK).

Transformasi wavelet diskrit dapat diterapkan untuk mereduksi *noise* pada citra digital atau biasa disebut *denoising* citra. Selain untuk *denoising* citra, transformasi wavelet diskrit juga dapat diterapkan untuk kompresi citra digital, dan lain-lain. Pada penelitian ini dibahas mengenai langkah-langkah *denoising* citra menggunakan transformasi wavelet diskrit. Kemudian dibuat program menggunakan aplikasi Matlab, selanjutnya dibandingkan citra asli dan citra hasil *denoising*. Untuk mengukur kinerja

algoritma digunakan nilai *peak signal to noise ratio* (PSNR).

Pada (Chang, 2000) dibahas *denoising* citra menggunakan wavelet Daubechies untuk citra goldhill, Lena, Barbara, dan baboon dengan OracleShrink, SureShrink, BayesShrink, BayesShring + Compress, OracleThresh, Wiener, dan bitrate (bpp). Pada (Lin, 2003) membandingkan *denoising* citra pada citra Lena dan goldhill menggunakan metode Nonseparable Scaling Function (NSF) Interpolation, Multiscaling Function Interpolation (MSFI), dan Wavelet Thresholding (WT). Pada (Chen, 2004) dibandingkan *denoising* citra menggunakan VisuShrink, NeighShrink, dan Wiener. Pada (Hartawan, 2008) dibahas *denoising* citra menggunakan Maximum A-posteriori-Gaussian Scale Mixtures (MAP-GSM) setelah dilakukan proses transformasi wavelet diskrit. Pada (Hedao, 2011) membandingkan *denoising* citra pada citra Lena menggunakan HardShrink, SoftShrink, dan BayesShrink. Pada (Bire, 2012) dibandingkan *denoising* citra menggunakan wavelet Haar, Daubechies, dan Biorthogonal untuk citra Lena dan boat dengan VisuShrink, SureShrink, dan BayesShrink. Pada (Paul, 2014) dibahas *denoising* citra menggunakan Wiener Filter, hard thresholding, dan soft thresholding pada wavelet Haar dan Daubechies untuk citra Lena dan cameraman. Pada (Suryaningsih, 2014) membandingkan *denoising* citra pada citra Woman (Lena) dan flower menggunakan metode wavelet dengan hard thresholding dan soft thresholding pada citra dengan tipe noise: Gaussian noise dan impulsive noise. Pada (Abinaya, 2015) dibandingkan *denoising* citra menggunakan median filter, Wiener filter, dan wavelet (hard thresholding, hard thresholding + median filter, dan hard thresholding + wiener filter) untuk citra Lena dengan tipe noise: salt and pepper noise dan Gaussian noise. Pada (Gopinathan, 2015) dibahas *denoising* citra menggunakan Tensor-based Diffusion Model (TDM), Stationary Wavelet Transform-Discrete Wavelet Transform (SWT-DWT), dan fast Fourier transform untuk citra boat, airplane, Barbara, Elaine, goldhill, dan Lena dengan standar deviasi $\sigma = 30$ dan $\sigma = 50$. Pada (Khedkar, 2016) membandingkan *denoising* citra pada citra Lena, cameraman, Barbara, dan mandrill menggunakan metode wavelet dengan NeighShrink + SURE(Stein's Unbiased Risk Estimator). Pada (Singh, 2016) dibandingkan *denoising* citra

menggunakan metode Gaussian filter dan Wavelet (hard thresholding dan soft thresholding) dengan tipe noise: Gaussian noise, salt and pepper noise, speckle noise dan Poisson noise. Pada (Feng, 2017) dibahas *denoising* citra menggunakan wavelet untuk citra Lena dan Barbara dengan global threshold, minimax threshold, BayesShrink threshold, dan Gaussian Mixture Distribution (GMM) algorithm. Pada (Kumar, 2017) membandingkan *denoising* citra menggunakan metode transformasi wavelet dan transformasi Shearlet dengan tipe noise: Gaussian noise, salt and pepper noise, dan speckle noise. Pada (Ramadhan, 2017) dibandingkan *denoising* citra menggunakan median filter di domain wavelet. Pada (Sujitha, 2017) membandingkan *denoising* citra menggunakan wavelet Haar, Daubechies, symlets, dan biorthogonal untuk citra MRI (Magnetic Resonance Imaging). Pada (Yaseen, 2019) dibahas *denoising* citra menggunakan metode transformasi wavelet diskrit dengan jenis wavelet Daubechies untuk hard thresholding dan soft thresholding. Di penelitian ini membandingkan hasil *denoising* citra menggunakan transformasi wavelet diskrit dengan jenis wavelet Haar, Daubechies, biorthogonal, symlets, dan coiflets untuk hard thresholding dan soft thresholding pada citra grayscale Lena dan kucing. Dibandingkan hasil dari Peak Signal to Noise Ratio (PSNR) dan waktu komputasi.

KAJIAN TEORI

Definisi 1 (Andari, 2017) Diberikan ruang real V merupakan ruang vektor. Ruang V dikatakan mempunyai hasil kali dalam / inner product, jika semua $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w} \in V$ serta semua skalar k berlaku ini:

1. $\langle \bar{u}, \bar{v} \rangle = \langle \bar{v}, \bar{u} \rangle$
2. $\langle \bar{u} + \bar{v}, \bar{w} \rangle = \langle \bar{u}, \bar{w} \rangle + \langle \bar{v}, \bar{w} \rangle$
3. $\langle k\bar{u}, \bar{v} \rangle = k\langle \bar{u}, \bar{v} \rangle$
4. $\langle \bar{v}, \bar{v} \rangle \geq 0$ dan $\langle \bar{v}, \bar{v} \rangle = 0 \Leftrightarrow \bar{v} = 0$

Suatu ruang vektor real jika dilengkapi dengan hasil kali dalam dikatakan sebagai real inner product space (ruang hasil kali dalam real).

Definisi 2 (Depnath, 2002) Ruang fungsi $L^2(\mathbb{R})$ adalah ruang hasil kali dalam dimana hasil kali dalam didefinisikan

$$\langle f, g \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\overline{g(x)} dx$$

dengan $f, g \in L^2(\mathbb{R})$.

Definisi 3 (Bachman, 2012) Barisan di dalam himpunan bagian yang tertutup $\{V_j, j \in \mathbb{Z}\} L^2(\mathbb{R})$ dengan fungsi $\phi \in V_0$ dikatakan sebagai analisis multiresolusi jika kondisi berikut terpenuhi:

1. $\dots \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset \dots$ (Meningkat).
2. $\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j = L^2(\mathbb{R})$ (Padat).
3. $\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = \{0\}$ (Terpisah).
4. $f(t) \in V_j$ jika dan hanya jika $f(2t) \in V_{j+1}$ (Skala).
5. Ada fungsi skala $\phi \in V_0$ dengan translasi terhadap bilangan bulat $\{\phi(t-n): n \in \mathbb{Z}\}$ yang merupakan basis ortonormal pada V_0 (Basis Ortonormal).

Definisi 4 (Depnath, 2002) Wavelet merupakan kelas fungsi dimana dibangun dari translasi serta dilasi yang didefinisikan sebagai

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$$

dengan a adalah dilasi / parameter skala dan b adalah parameter translasi. Suatu fungsi $\psi(t)$ di kelas fungsi adalah *mother wavelet*.

Wavelet bisa dikonstruksi dengan *mother wavelet* $\psi(t)$ dan fungsi skala (*father wavelet*) $\phi(t)$. Suatu wavelet yang dikonstruksi oleh fungsi skala merupakan $\phi_{a,b}(t) = 2^{\frac{a}{2}} \phi(2^a t - b) \in L^2(\mathbb{R})$. Lalu wavelet yang dikonstruksi dengan *mother wavelet* merupakan $\psi_{a,b}(t) = 2^{\frac{a}{2}} \psi(2^a t - b) \in L^2(\mathbb{R})$. TWD merupakan dekomposisi gambar/citra dengan memulai melakukan proses dekomposisi baris gambar, dan lanjut dengan proses dekomposisi kolom gambar. (Suma'inna, 2014)

Denoising citra merupakan bagian dari pengolahan citra. *Denoising* citra merupakan proses penghilangan *noise* (gangguan pada citra). Citra yang terkena *noise* dapat diperbaiki menjadi mirip dengan citra asli. Beberapa jenis *noise* seperti *white Gaussian noise*, *salt and pepper noise*, dan *speckle noise*. Menurut (Lin, 2003) beberapa cara menghilangkan *noise* yaitu menggunakan *mean filter*, *median filter*, dan transformasi wavelet.

Misalkan citra asal $f(x,y)$ dan citra hasil *denoising* $\hat{f}(x,y)$ dimana kedua citra berukuran $M \times N$. Nilai *Root Mean Square Error* (RMSE) adalah

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} (\hat{f}(x,y) - f(x,y))^2}.$$

Menurut (Yin, 2012) nilai *Peak Signal to Noise Ratio* adalah

$$PSNR = 20 \log_{10} \left(\frac{255}{RMSE} \right).$$

METODE

Pemahaman Konsep dan Studi Literatur

Mempelajari konsep dan mencari referensi untuk materi *denoising* citra, TWD, dan *denoising* citra menggunakan TWD.

Objek Penelitian

Mempelajari materi *denoising* citra, TWD, dan *denoising* citra menggunakan TWD. Kemudian membuat algoritma *Dn-TWD* untuk *denoising* citra *grayscale* dengan memilih citra dari literatur. Citra yang dipilih memiliki ukuran 512×512 piksel.

Tahapan Penelitian

Tahapan penelitiannya adalah:

1. Mengkonstruksi transformasi wavelet diskrit. Mempelajari sifat-sifat TWD dan *denoising* citra.
2. Membuat algoritma *denoising* citra dengan menggunakan TWD. Kemudian mengimplementasikan algoritma tersebut menggunakan Matlab.

Simulasi Numerik

Citra uji yang dipakai adalah citra *grayscale* yaitu citra Lena dan kucing dengan ukuran 512×512 piksel. Metode yang digunakan adalah metode TWD untuk *denoising* citra digital menggunakan Matlab R2015a pada lingkup sistem operasi *Windows 7* dimana prosesor Intel Atom CPU 1,86 GHz, 32 bit *graphics*. Ditampilkan citra asli dan citra setelah dilakukan proses *denoising*.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Di dalam penelitian ini, untuk mencari nilai *threshold* menggunakan metode *VisuShrink*

$$\lambda = \sigma \sqrt{2 \log M}$$

dengan σ adalah estimasi standar deviasi dari *noise* yaitu

$$\sigma = \frac{\text{median}(|w_{i,j}|)}{0,6745}$$

sedangkan M adalah ukuran citra dan $|w_{i,j}|$ merupakan nilai mutlak dari setiap elemen pada matriks M .

Hasil dari transformasi wavelet diskrit pada suatu citra berupa koefisien rata-rata dan koefisien detail. Untuk mereduksi *noise* pada citra dilakukan proses *thresholding* pada koefisien detail. Ada dua macam fungsi *thresholding* yaitu *hard thresholding*:

$$T_h(y, \lambda) = \begin{cases} y, & |y| \geq \lambda \\ 0, & |y| < \lambda \end{cases}$$

dan juga *soft thresholding*:

$$T_s(y, \lambda) = \begin{cases} y - \lambda, & y \geq \lambda \\ 0, & |y| < \lambda \\ y + \lambda, & y < -\lambda \end{cases}$$

dengan y adalah koefisien detail pada citra dan λ adalah nilai *threshold*.

TWD di suatu sinyal $f(t)$:

$$TWD\{f(t)\} = W_{\phi(a_0,b)} + W_{\psi(a,b)} \quad (1)$$

dengan

$$W_{\phi(a_0,b)} = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{t=0}^{M-1} f(t) \phi_{a_0,b}(t)$$

$$W_{\psi(a,b)} = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{t=0}^{M-1} f(t) \psi_{a,b}(t)$$

untuk $t = 0, 1, 2, 3, \dots, M-1$ serta $a \geq a_0$. ITWD dari (1):

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{b=0}^{2^{a-1}} W_{\phi(a_0,b)} \phi_{a_0,b}(t) + \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{a=a_0}^{\infty} \sum_{b=0}^{2^{a-1}} W_{\psi(a,b)} \psi_{a,b}(t)$$

Dengan $a_0 = 0, a = 0, 1, 2, \dots, A-1$, dan $M = 2^A$.

TWD pada citra/gambar $C(m, n)$ dengan ukuran $M \times N$:

$$TWD\{C(m, n)\} = W_{\phi(a_0,b_1,b_2)} + W_{\psi^j(a,b_1,b_2)} \quad (2)$$

dengan

$$W_{\phi(a_0,b_1,b_2)} = \frac{1}{\sqrt{M \times N}} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} C(m, n) \phi_{a_0,b_1,b_2}(m, n)$$

$$W_{\psi^j(a,b_1,b_2)} = \frac{1}{\sqrt{M \times N}} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} C(m, n) \psi_{a,b_1,b_2}^j(m, n)$$

dimana $j = h, v$, dan d serta $h = \text{horisontal}$, $v = \text{vertikal}$, $d = \text{diagonal}$. ITWD dari (2):

$$C(m, n) = \frac{1}{\sqrt{M \times N}} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} W_{\phi(a_0,b_1,b_2)} \phi_{a_0,b_1,b_2}(m, n) + \frac{1}{\sqrt{M \times N}} \sum_{j=h,v,d} \sum_{a=a_0}^{\infty} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} W_{\psi^j(a,b_1,b_2)} \psi_{a,b_1,b_2}^j(m, n)$$

Dengan $a_0 = 0, a \geq a_0, a = 0, 1, 2, \dots, A-1$, serta $M = N = 2^A$.

Berikut langkah-langkah *denoising* citra menggunakan TWD:

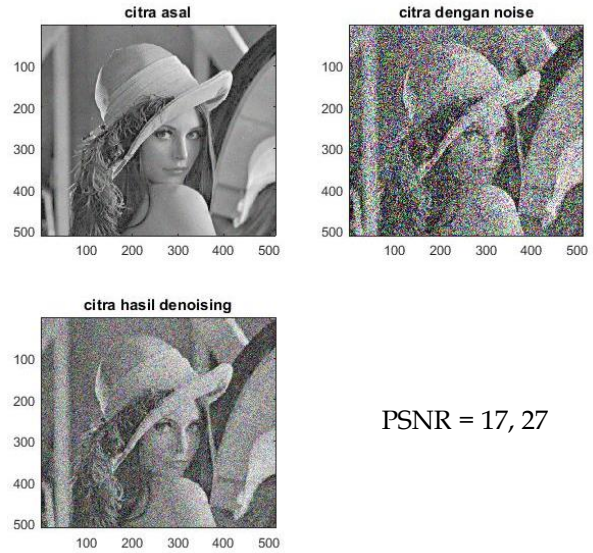
1. Dekomposisi citra menggunakan TWD.
2. Tentukan nilai *threshold* menggunakan VisuShrink.

3. Lakukan proses *thresholding* menggunakan *hard thresholding* atau *soft thresholding* pada tiga koefisien detail.

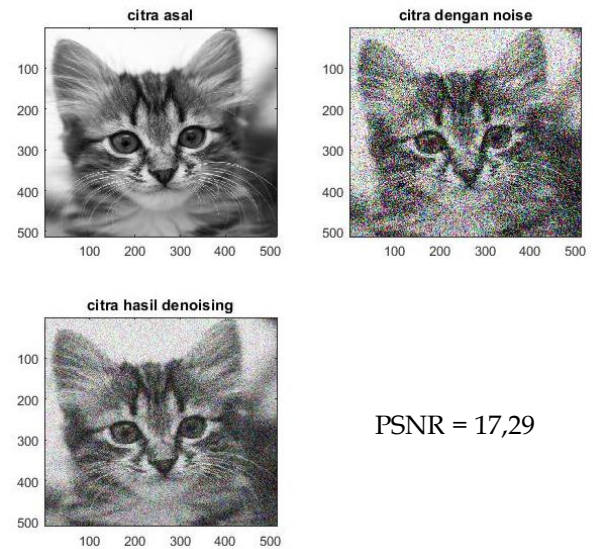
4. Rekonstruksi citra menggunakan ITWD.

Denoising Citra Menggunakan Hard hresholding

Hasil 10 kali percobaan *denoising* citra menggunakan *hard thresholding* dan wavelet Haar dengan standar deviasi 30 dan rata-rata 0:



Gambar 1. *Denoising* Citra Lena Menggunakan *Hard Thresholding*



Gambar 2. *Denoising* Citra Kucing Menggunakan *Hard Thresholding*

Dari gambar 1 dan 2, dapat dilihat bahwa TWD mampu mereduksi *noise* pada citra. Diperoleh nilai PSNR pada citra Lena yaitu 17,27 dan pada citra kucing yaitu 17,29.

Berikut tabel nilai PSNR proses *denoising* citra menggunakan TWD dengan wavelet Haar, Daubechies 10, biorthogonal 3.9, symlets 8, dan coiflets 4:

Tabel 1. Nilai PSNR dengan *Hard Thresholding*

PSNR	Citra	
	Lena	Kucing
Haar	17,27	17,29
Daubechies 10	17,37	17,38
Biorthogonal 3.9	17,34	17,35
Symlets 8	17,38	17,39
Coiflets 4	17,38	17,40

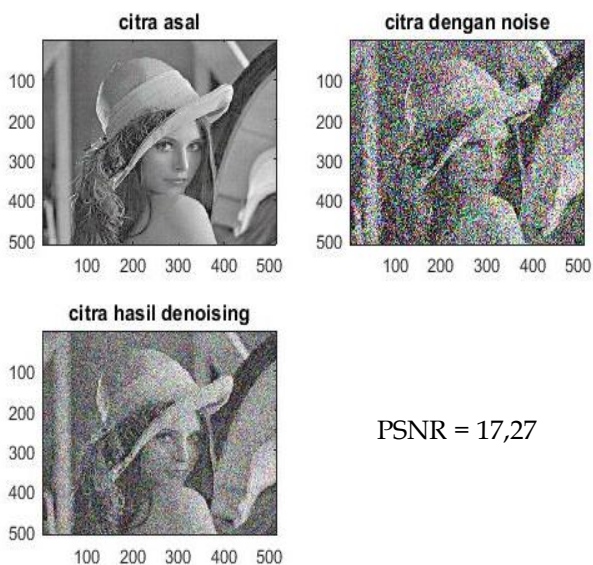
Tabel 2. Waktu Komputasi dengan *Hard Thresholding*

Waktu Komputasi	Citra	
	Lena	Kucing
Haar	4,74	4,78
Daubechies 10	5,16	5,18
Biorthogonal 3.9	5,07	5,07
Symlets 8	5,04	5,05
Coiflets 4	5,26	5,33

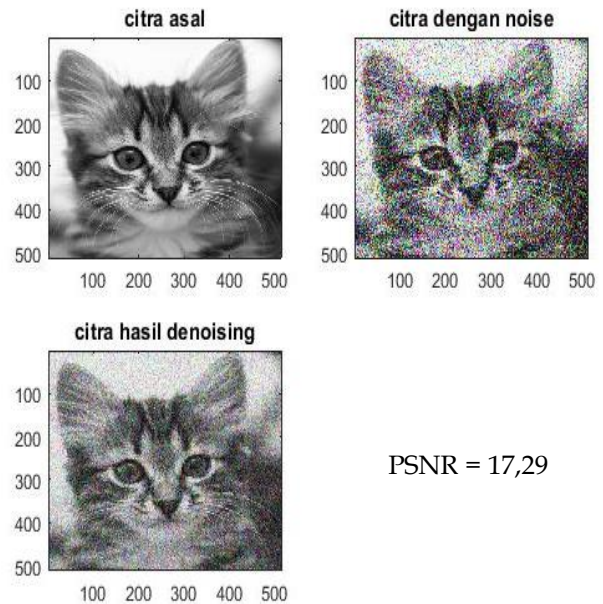
Dilihat di Tabel 1, nilai PSNR paling tinggi pada gambar Lena yaitu untuk wavelet symlets 8 dan coiflets 4, sedangkan nilai PSNR paling tinggi pada gambar kucing yaitu untuk wavelet coiflets 4. Kemudian dilihat di Tabel 2, waktu komputasi paling cepat pada gambar Lena dan kucing yaitu untuk wavelet Haar.

Denoising Citra Menggunakan Soft Thresholding

Hasil 10 kali percobaan *denoising* citra menggunakan *soft thresholding* dan wavelet Haar dengan standar deviasi 30 dan rata-rata 0:



Gambar 2. *Denoising Citra Lena Menggunakan Soft Thresholding*



Gambar 4. *Denoising Citra Kucing Menggunakan Soft Thresholding*

Dari gambar 3 dan 4, dapat dilihat bahwa TWD mampu mereduksi *noise* pada citra. Diperoleh nilai PSNR pada citra Lena yaitu 17,27 dan pada citra kucing yaitu 17,29.

Berikut tabel nilai PSNR proses *denoising* citra menggunakan TWD dengan wavelet Haar, Daubechies 10, biorthogonal 3.9, symlets 8, dan coiflets 4:

Tabel 3. Nilai PSNR dengan *Soft Thresholding*

PSNR	Citra	
	Lena	Kucing
Haar	17,27	17,29
Daubechies 10	17,36	17,38
Biorthogonal 3.9	17,34	17,36
Symlets 8	17,38	17,39
Coiflets 4	17,38	17,39

Tabel 4. Waktu Komputasi dengan *Soft Thresholding*

Waktu Komputasi	Citra	
	Lena	Kucing
Haar	4,76	4,77
Daubechies 10	5,17	5,19
Biorthogonal 3.9	5,09	5,09
Symlets 8	5,06	5,06
Coiflets 4	5,29	5,29

Dilihat di Tabel 3, nilai PSNR paling tinggi pada gambar Lena dan kucing yaitu untuk wavelet symlets 8 dan coiflets 4. Kemudian dilihat di Tabel 4, waktu komputasi paling cepat pada gambar Lena dan kucing yaitu untuk wavelet Haar.

UCAPAN TERIMA KASIH

Terima kasih kepada Lembaga Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat (LPPM) Universitas Billfath atas dukungan dana yang diberikan.

PENUTUP

SIMPULAN

Transformasi wavelet adalah pengembangan dari transformasi Fourier. TWD mempunyai kegunaan untuk proses *denoising* citra. Pada penelitian ini berhasil menganalisa secara teori transformasi wavelet diskrit dan dilanjutkan penerapannya untuk *denoising* citra digital. Langkah-langkah yang dilakukan untuk *denoising* citra menggunakan wavelet adalah melakukan TWD pada gambar/citra, menentukan nilai batas ambang (*threshold*) menggunakan VisuShrink, melakukan proses *thresholding* menggunakan *hard thresholding* atau *soft thresholding* pada tiga koefisien detail, selanjutnya dilakukan ITWD pada gambar/citra. Selain itu juga diperoleh jenis-jenis wavelet dengan nilai PSNR yang paling tinggi dan waktu komputasi yang paling cepat.

Untuk *denosing* citra menggunakan *hard thresholding*: nilai PSNR paling tinggi pada gambar Lena yaitu untuk wavelet symlets 8 dan coiflets 4, sedangkan nilai PSNR paling tinggi pada gambar kucing yaitu untuk wavelet coiflets 4. Untuk waktu komputasi paling cepat pada gambar Lena dan kucing yaitu untuk wavelet Haar. *Denoising* citra menggunakan *soft thresholding*: nilai PSNR paling tinggi pada gambar Lena dan kucing yaitu untuk wavelet symlets 8 dan coiflets 4. Kemudian untuk waktu komputasi paling cepat pada gambar Lena dan kucing yaitu untuk wavelet Haar.

SARAN

Saran untuk penelitian selanjutnya dicoba *denoising* citra digital menggunakan NeighShrink dan SureShrink untuk menentukan nilai *threshold*.

DAFTAR PUSTAKA

Abinaya & Amudha, J. (2015). Image Denoising and Quality Measurements Using Wavelet Thresholding. *International Journal of Science and Innovative Engineering & Technology*, 2.
Andari, A. (2017). *Aljabar Linear Elementer*. UB Press.

Bachman, G., Narici, L., & Beckenstein, E. (2012). *Fourier and Wavelet Analysis*. Springer-Verlag.
Bire, C. E. & Cahyono, B. (2012). "Denoising pada Citra Menggunakan Transformasi Wavelet". *Seminar Nasional Teknologi Informasi & Komunikasi Terapan 2012 (Semantik 2012)*, 487-493, 23 Juni 2012.
Chen, G. Y., Bui, T. D., & Krzyzak, A. (2004). "Image Denoising Using Neighbouring Wavelet Coefficients". *IEEE ICASSP 2004*, 917-920, May 17-21, 2004.
Chang, S. G., Yu, B., & Vetterli, M. (2000). Adaptive Wavelet Thresholding for Image Denoising and Compression. *IEEE Transactions on Image Processing*, 9(9), 1532-1546. <https://doi.org/10.1109/83.862633>.
Depnath, L. (2002). *Wavelet Transform and Their Applications*. Birkhauser.
Feng, L. & Lin, L. (2017). Comparative Analysis of Image Denoising Methods Based on Wavelet Transform and Threshold Functions. *International Journal of Engineering (IJE)*, 30(2), 199-206. DOI: 10.5829/idosi.ije.2017.30.02b.06.
Gopinathan, S., Kokila, R., & Thangavel, P. (2015). Wavelet and FFT Based Image Denoising Using Non-Linear Filters. *International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE)*, 5(9), 1018-1026. <http://doi.org/10.11591/ijece.v5i5.pp1018-1026>.
Hartawan, I. K., Dayawati, R. N., & Wirayuda, T. A. B. (2008). Implementasi Pengurangan Noise pada Citra Digital Menggunakan Metode Maximum A Posteriori-Gaussian Scale Mixtures pada Domain Wavelet. *Konferensi Nasional Sistem dan Informatika 2008*, 74-78, 15 November 2008.
Hedao, P. & Godbole, S. S. (2011). Wavelet Thresholding Approach for Image Denoising. *International Journal of Network Security & Its Applications (IJNSA)*, 3(4), 16-21. <https://doi.org/10.5121/ijnsa.2011.3402>.
Khedkar, S., Akant, K., & Khanapurkar, M. M. (2016). Image Denoising Using Wavelet Transform. *IJRET: International Journal of Research in Engineering and Technology*, 5(4), 206-212. <https://doi.org/10.15623/ijret.2016.0504040>.
Kumar, S. B., Kavyashree, S., Naik, A. V., Kavyashree, C. L., & Gayathri, K. M. (2017). Image Denoising Using Wavelet and Shearlet Transform. *International Journal of Research-Granthaalayah*, 5(4), 8-14. <https://doi.org/10.29121/granthaalayah.v5.i4RACEEE.2017.3316>.

- Li, C., Li, J., & Fu, B. (2013). Magnitude-phase of Quaternion Wavelet Transform for Texture Representation Using Multilevel Copula. *IEEE Signal Processing Letters*, 20(8), 799-802. <https://doi.org/10.1109/LSP.2013.2247596>.
- Lin, E. B. & Ling, Y. (2003). Image Compression and Denoising via Nonseparable Wavelet Approximation. *Journal of Computational and Applied Mathematics* 155, 155, 131-152. [https://doi.org/10.1016/S0377-0427\(02\)00896-8](https://doi.org/10.1016/S0377-0427(02)00896-8).
- Paul, O. I. & Lu, Y. (2014). Image Denoising Using Wavelet Thresholding Techniques. *International Journal of Education and Research*, 2(2), 1-5.
- Ramadhan, A., Mahmood, F., & Elci, A. (2017). Image Denoising by Median Filter in Wavelet Domain. *The International Journal of Multimedia & Its Applications (IJMA)*, 9(1), 31-40. <https://doi.org/10.5121/ijma.2017.9104>
- Singh, A. & Singh, J. (2016). Comparative Analysis of Gaussian Filter with Wavelet Denoising for Various Noises Present in Images. *Indian Journal of Science and Technology*, 9(47), 1-8. <https://doi.org/10.17485/ijst/2016/v9i47/106843>.
- Sujitha, R., Pearlin, C. C. D., Murugesan, R., & Sivakumar, S. (2017). Wavelet Based Thresholding for Image Denoising in MRI Image. *International Journal of Computational and Applied Mathematics*, 12(1), 569-578.
- Suma'inna, S., & Alam, D. (2014). Kompresi Citra Berwarna Menggunakan Transformasi Wavelet. *Jurnal Matematika Integratif*, 10(1), 55-62. <https://doi.org/10.24198/jmi.v10i1.10185>.
- Suryaningsih, N. & Mafred. (2014). Analisa dan Implementasi Image Denoising dengan Metode BayesShrink sebagai Wavelet Thresholding. *Arsitron*, 5(1), 34-37.
- Yaseen, A. S., Zamel, R. S., & Khlaief, J. H. (2019). Wavelet-Based Denoising of Image. *Engineering and Technology Journal*, 37(2), 54-60. <http://dx.doi.org/10.30684/etj.37.2B.4>.
- Yin, M., Liu, W., Shui, J. & Wu, J. (2012). Quaternion Wavelet Analysis and Application in Image Denoising. *Mathematical Problems in Engineering*, 2012, 1-21. <https://doi.org/10.1155/2012/493976>.