

HIPERSTRUKTUR ALJABAR DALAM PERSILANGAN SEDERHANA STUDI KASUS : PERSILANGAN WARNA BUNGA MIRABILIS JALAPA

Ade Ripki Setiawan

Program Studi S1 Matematika, FMIPA, Universitas Padjadjaran, Jatinangor, 45363, Indonesia.

E-mail: ade21001@mail.unpad.ac.id

Edi Kurniadi

Departemen Matematika, FMIPA, Universitas Padjadjaran, Jatinangor, 45363, Indonesia.

E-mail: edi.kurniadi@unpad.ac.id *

Anita Triska

Departemen Matematika, FMIPA, Universitas Padjadjaran, Jatinangor, 45363, Indonesia.

E-mail: a.triska@unpad.ac.id

Abstrak

Hiperstruktur aljabar merupakan perluasan dari struktur aljabar klasik. Pada struktur aljabar klasik, operasi antara dua unsur merupakan unsur, sedangkan dalam hiperstruktur aljabar operasi antara dua unsur merupakan suatu himpunan. Hiperstruktur aljabar memiliki banyak penerapan dalam disiplin ilmu lain khususnya terkait dengan pewarisan genetik. Tujuan penelitian ini adalah untuk menentukan hiperstruktur aljabar yang berkaitan dengan masalah pewarisan genetik terutama dalam persilangan warna bunga *Mirabilis Jalapa* dengan dua hiperoperasi yang berbeda. Pendefinisian hiperoperasi pada hasil persilangan tersebut memberikan hiperstruktur aljabar yang berbeda-beda. Pada kasus hiperoperasi pertama, hiperstruktur aljabar yang diperoleh adalah H_v -semi grup. Pada kasus hiperoperasi kedua, hiperstruktur aljabar yang diperoleh adalah semi hipergrup, hipergrup, dan H_v - grup. Namun, pendefinisian hiperoperasi yang berbeda dari kasus yang diberikan dapat memberikan hiperstruktur aljabar lainnya.

Kata Kunci: hiperstruktur, semihipergrup, hipergrup, H_v -grup, pewarisan genetik.

Abstract

*Algebraic hyperstructure is an extension of classical algebraic structures. In classical algebraic structures, the operation between two elements results in a single element, whereas in algebraic hyperstructure, the operation between two elements yields a set. Algebraic hyperstructure has many applications in various disciplines, particularly in genetic inheritance studies. The aim of this research is to identify hyperstructure algebra associated with genetic inheritance issues, especially in the crossbreeding of flower colors in *Mirabilis Jalapa*, involving two different hyperoperations. Defining the hyperoperation in the results of these crosses produces different algebraic hyperstructure. In the case of the first hyperoperation, the resulting algebraic hyperstructure is an H_v - semigroup. In the case of the second hyperoperation, the resulting algebraic hyperstructure are a semi-hypergroup, a hypergroup, and an H_v -group. However, defining different hyperoperations for the given cases can yield other types of algebraic hyperstructure.*

Keywords: hyperstructure, semihypergroup, hypergroup, H_v -group, inheritance

PENDAHULUAN

Hiperstruktur aljabar merupakan perluasan dari struktur aljabar klasik. Aljabar ini diperkenalkan pada tahun 1934 oleh matematikawan Perancis (Marty, 1934). Dalam struktur aljabar klasik, operasi dua unsur menghasilkan suatu unsur, sedangkan dalam hiperstruktur aljabar operasi dua unsur menghasilkan suatu himpunan. Kajian terkait hiperstruktur aljabar terus berkembang, baik yang disajikan dalam bentuk artikel ilmiah maupun buku

referensi. Buku-buku referensi tersebut antara lain buku yang didedikasikan khusus untuk hipergrup berjudul "*Prolegomena of Hypergroup Theory*" yang ditulis oleh Corsini (1994) dan buku lainnya berjudul "*Hyperstructure and Representations*" yang ditulis oleh Vougiouklis (1994). Selain itu, teori hiperstruktur aljabar memiliki beragam penerapan pada disiplin ilmu lain seperti geometri, grafik dan hipergraf, relasi biner, kisi, grup, himpunan fuzzy, automata, kriptografi, kode, median aljabar, aljabar relasi, aljabar C, kecerdasan buatan, dan teori probabilitas

(Leoreanu-Fotea, 2009; Vougiouklis, 1994; Zhan et al., 2010). Buku referensi terbaru tentang topik ini berjudul "*Applications of Hyperstructure Theory*" oleh Corsini & Leoreanu (2003). Selain itu, ada juga buku penting lainnya terkait hiperstruktur aljabar dalam bidang geometri ditulis oleh Prenowitz & Jantosciak. Monograf lain yang didedikasikan untuk kajian teori hiperring ditulis oleh Davvaz & Leoreanu-Fotea. Penelitian lanjutan terkait hiperstruktur aljabar dapat ditemukan dalam artikel-artikel ilmiah terkait pewarisan dalam biologi (Cristea & Davvaz, 2010; Davvaz et al., 2009, 2010; Fotea, 2008; Kazancı et al., 2008; Leoreanu-Fotea, 2009; Leoreanu-Fotea & Davvaz, 2008; Zhan et al., 2010).

Hiperstruktur aljabar khususnya dalam pewarisan genetik telah dikaji oleh banyak peneliti misalnya terkait contoh-contoh pewarisan dalam persilangan (Davvaz et al., 2013). Dalam persilangan warna bunga *Mirabilis Jalapa* (Davvaz et al., 2013, contoh 3 hal. 183), genotif merah disilangkan dengan genotif putih akan menghasilkan tiga warna, yaitu merah (M), merah muda (*pink*) (K), dan putih (P). Ketiga warna tersebut dihimpu dalam suatu himpunan $H = \{M, K, P\}$.

Pendefinisian hiperoperasi pada suatu himpunan sangat menentukan hiperstruktur aljabarnya. Untuk itu, selain hiperoperasi yang diberikan dalam penelitian Davvaz et al. (2013), dalam kajian ini didefinisikan hiperoperasi baru pada H sehingga dapat menghasilkan hiperstruktur aljabar yang berbeda. Dengan demikian, pada artikel ini terdapat dua hiperoperasi pada himpunan $H = \{M, K, P\}$ sebagai hasil persilangan warna bunga *Mirabilis Jalapa*.

Pada kasus hiperoperasi pertama, hiperstruktur aljabar yang diperoleh adalah H_v -semi grup dan pada kasus hiperoperasi kedua, hiperstruktur aljabar yang diperoleh adalah semi hipergrup, hipergrup, dan H_v -grup. Oleh karena itu, pendefinisian hiperoperasi pada hasil persilangan tersebut memberikan hiperstruktur aljabar yang berbeda-beda. Dengan kata lain, tujuan penelitian ini adalah untuk menentukan hiperstruktur aljabar yang berkaitan dengan masalah pewarisan genetik terutama dalam masalah persilangan warna bunga *Mirabilis Jalapa* melalui dua hiperoperasi.

KAJIAN TEORI

PEWARISAN SIFAT

Studi ilmiah tentang pewarisan sifat dimulai pada tahun 1866 dengan eksperimen Gregor Mendel. Mendel menyusun aturan matematika untuk pewarisan sifat pada kacang polong. Penemuan ini tidak cukup mendapatkan pengakuan hingga tahun 1900. Ia menemukan prinsip hereditas dengan menyilangkan berbagai varietas tanaman kacang polong dan menganalisisnya pola transmisi sifat pada generasi berikutnya. Mendel memulai dengan mempelajari persilangan monohibrid, yaitu persilangan di antara dua orang tua yang berbeda dalam satu karakteristik.

Pendekatan Mendel terhadap studi hereditas dinilai efektif karena beberapa alasan. Beberapa alasan yang terpenting adalah pilihannya terhadap subjek percobaan, tanaman kacang polong, *Pisum sativum*, yang sangat bermanfaat untuk investigasi pewarisan genetik. Selain itu, kacang polong mudah dibudidayakan. Tanaman ini juga tumbuh relatif cepat, dengan satu siklus pertumbuhan dapat terjadi dalam satu musim tanam (Ibsen, 1933; Pierce, 2008; Tamarin, 2001). Mendel memulai dengan 34 varietas kacang polong dan menghabiskan dua tahun memilih varietas yang akan dia gunakan dalam eksperimennya.

Dalam suatu percobaan, Mendel menyilangkan tanaman kacang polong yang homozigot berbiji bulat dengan tanaman yang homozigot berbiji keriput (Hartl & Jones, 1998; Sobolev et al., 2007). Generasi persilangan yang pertama adalah generasi P (orang tua). Setelah menyilangkan kedua varietas pada generasi P, Mendel mengamati keturunan yang dihasilkan dari persilangan tersebut. Hasil percobaan ini dapat diringkas sebagai berikut:

P : Bulat (genotip BB) $\otimes$ Keriput (genotip bb)

↓

F_1 : Semua Bulat (genotip Bb)

Dan

$F_1 \otimes F_1$: Bulat (Genotip Bb) $\otimes$ Bulat (Genotipe Bb)

↓

F_2 : Bulat (genotip BB), Bulat (Genotip Bb), Keriput (Genotip bb)

Notasi $\otimes$ merupakan persilangan.

HIPERSTRUKTUR ALJABAR

Definisi 1 (Davvaz et al., 2013). Misalkan H himpunan tak kosong. Pengaitan $\otimes: H \times H \rightarrow \rho(H)^*$ dengan $\rho(H)^* = \{A \mid A \subseteq H, A \neq \emptyset\}$ dikatakan hiperoperasi pada H jika $\otimes$ suatu pemetaan.

Definisi 2 (Davvaz et al., 2013). Jika $\otimes$ merupakan suatu hiperoperasi pada H maka pasangan $(H, \otimes)$ disebut hipergrupoid.

Definisi 3 (Davvaz et al., 2013). Jika A dan B adalah himpunan bagian tak kosong dari H dan $x \in H$, maka

$$A \otimes B = \bigcup_{a \in A, b \in B} a \otimes b, \quad (1)$$

$$x \otimes A = \{x\} \otimes A = \bigcup_{a \in A} x \otimes a, \quad (2)$$

$$A \otimes x = A \otimes \{x\} = \bigcup_{a \in A} a \otimes x. \quad (3)$$

Contoh 1. Misalkan $A = \{a, b\}$ dan $B = \{c, d\}$. Himpunan $A \otimes B$ dapat ditentukan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} A \otimes B &= \bigcup_{a \in A, b \in B} a \otimes b \\ &= a \otimes c \cup a \otimes d \cup b \otimes c \cup b \otimes d. \end{aligned}$$

Contoh 2. Misalkan $A = \{a, b\}$ dan $x = c$. Himpunan $x \otimes A$ dan $A \otimes x$ dapat ditentukan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} x \otimes A &= \{c\} \otimes A = \bigcup_{a \in A} c \otimes a = c \otimes a \cup c \otimes b, \\ A \otimes x &= A \otimes \{c\} = \bigcup_{a \in A} a \otimes c = a \otimes c \cup b \otimes c. \end{aligned}$$

Definisi 4 (Davvaz et al., 2013). Misalkan H himpunan tak kosong. Hipergrupoid $(H, \otimes)$ disebut semihipergrup jika untuk setiap $x, y, z \in H$ berlaku $(x \otimes y) \otimes z = x \otimes (y \otimes z)$. Dengan kata lain berlaku:

$$\bigcup_{u \in x \otimes y} u \otimes z = \bigcup_{v \in y \otimes z} x \otimes v. \quad (4)$$

Definisi 5 (Davvaz et al., 2013). Semihipergrup $(H, \otimes)$ dikatakan hipergrup jika untuk setiap $x \in H$ berlaku :

$$x \otimes H = H \otimes x = H. \quad (5)$$

Definisi 6 (Davvaz et al., 2013). Hipergrupoid $(H, \otimes)$ merupakan H_v -grup, jika untuk setiap $x, y, z \in H$, berlaku kondisi berikut :

$$x \otimes (y \otimes z) \cap (x \otimes y) \otimes z \neq \emptyset, \quad (6)$$

$$x \otimes H = H \otimes x = H. \quad (7)$$

METODE

Metode yang digunakan dalam penelitian ini berupa studi literatur dan studi eksperimental. Studi literatur mengkaji teori-teori hiperstruktur aljabar yang akan diaplikasikan pada kasus persilangan warna bunga *Mirabilis Jalapa*. Adapun studi eksperimental dilakukan untuk menyelidiki hiperstruktur aljabar pada persilangan warna bunga *Mirabilis Jalapa* pada pendefinisian hiperoperasi yang baru. Langkah pertama adalah menentukan himpunan $H = \{M, K, P\}$, yaitu semua elemen dari warna bunga *Mirabilis Jalapa* yang terdiri dari warna merah (M), merah muda (*pink*) (K), dan putih (P). Langkah selanjutnya adalah menentukan hiperoperasi $\otimes$ pada H . Pada penelitian ini diberikan dua hiperoperasi pada himpunan $H = \{M, K, P\}$. Langkah terakhir memeriksa semua kemungkinan hiperstruktur aljabar pada himpunan $(H, \otimes)$ yang berkorespondensi dengan hiperoperasi masing-masing beserta semua sifat-sifatnya.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Mirabilis Jalapa merupakan spesies hias *Mirabilis* yang paling umum ditanam dan memiliki berbagai jenis warna. Bunga ini telah banyak dinaturalisasi di seluruh dunia (Sobolev et al., 2007). Proses persilangan bunga tersebut dilakukan antara warna merah dengan warna putih. Keturunannya akan memiliki kelopak bunga merah muda. Jika keturunan hasil persilangan pertama (F1) berbunga merah muda ini saling disilangkan akan menghasilkan keturunan generasi kedua (F2) dengan kelopak bunga merah, merah muda (*pink*), atau putih masing-masing dengan perbandingan 1:2:1. Tanaman berbunga merah muda adalah heterozigot yang memiliki warna kelopak antara warna merah dan putih dari homozigot. Dalam hal ini, satu alel (R_1) menentukan warna pigmen merah, dan alel lain tidak menentukan warna (R_2). (Pierce, 2008; Tamarin, 2001).

Jika tanaman berbunga merah dan putih disilangkan, maka hasil berikut diperoleh (Davvaz et al., 2013):

P : Merah (genotip R_1R_1) $\otimes$ Putih (genotip R_2R_2)

↓

F_1 : Semua Merah Muda (genotip R_1R_2)

Dan

$F_1 \otimes F_1$: Merah Muda (genotip R_1R_2) $\otimes$ Merah Muda (genotipe R_1R_2)

↓

F_2 : Merah (genotip R_1R_1), Merah Muda (genotip R_1R_2), Putih (genotip R_2R_2)

Misalkan merah, merah muda, putih masing-masing dinotasikan oleh M, K , dan P serta dihimpun dalam suatu himpunan $H = \{M, K, P\}$.

• KASUS HIPEROPERASI I

Hiperoperasi I merujuk pada aturan dalam artikel Davvaz et al., (2013). Namun demikian, dalam artikel ini disajikan pembuktian hiperstruktur aljabar yang diperoleh secara detail. Hiperoperasi I ini dapat dinyatakan dalam Tabel 1 berikut ini:

Tabel 1. Hiperoperasi I pada $H = \{M, K, P\}$

$\otimes$	M	K	P
M	$\{M\}$	$\{M, K\}$	$\{K\}$
K	$\{M, K\}$	H	$\{M, K\}$
P	$\{K\}$	$\{M, K\}$	$\{P\}$

Hiperstruktur aljabar dari Hiperoperasi I terhadap himpunan H dinyatakan dalam Proposisi 1 berikut ini

Proposisi 1. Misalkan $H = \{M, K, P\}$ menyatakan himpunan warna-warna hasil persilangan pada bunga *Mirabilis Jalapa* dengan hiperoperasi diberikan dalam Tabel 1, maka $(H, \otimes)$ tidak mempunyai hiperstruktur aljabar semihipergrup, hipergrup, dan H_v - grup dan hanya mempunyai hiperstruktur aljabar berupa H_v -semigrup.

Bukti: Berdasarkan kasus tersebut diketahui himpunan $H = \{M, K, P\}$ dengan hiperoperasi $\otimes$ sesuai dengan Tabel 1, maka $(H, \otimes)$ merupakan hipergrupoid. Dapat dilihat pula dari Tabel 1 bahwa $(H, \otimes)$ bersifat komutatif. Selanjutnya periksa $(H, \otimes)$ semihipergrup dengan membuktikan untuk setiap $x, y, z \in H$ berlaku sifat asosiatif atau $(x \otimes y) \otimes z = x \otimes (y \otimes z)$. Pilih $x = M, y = M$, dan $z = P$. Perhatikan bahwa $(x \otimes y) \otimes z = (M \otimes M) \otimes P = \{M\} \otimes P = \{K\}$, tetapi $x \otimes (y \otimes z) = M \otimes (M \otimes P) = M \otimes \{K\} = \{M, K\} \cup \{1\}$. Jadi, $(x \otimes y) \otimes z = \{K\} \neq \{M, K\} = x \otimes (y \otimes z)$. Oleh karena itu, $(H, \otimes)$ bukan merupakan suatu semihipergrup dan $(H, \otimes)$ bukan juga suatu hipergrup.

Selanjutnya diperiksa hiperstruktur lain, yaitu H_v -grup dengan membuktikan keberlakuan sifat-sifat

pada Persamaan (6) dan (7). Pertama, akan ditunjukkan berlaku Persamaan (6), yaitu untuk setiap $x, y, z \in H$ berlaku $(x \otimes y) \otimes z \cap x \otimes (y \otimes z) \neq \emptyset$ dengan menggunakan Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Pembuktian Sifat Pertama H_v -Grup Terhadap Hiperoperasi I

x	y	z	$x \otimes y$	$y \otimes z$	$(x \otimes y) \otimes z$	$x \otimes (y \otimes z)$	$(x \otimes y) \otimes z \cap x \otimes (y \otimes z)$
M	M	M	$\{M\}$	$\{M\}$	$\{M\}$	$\{M\}$	$\{M\}$
M	M	K	$\{M\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$
M	M	P	$\{M\}$	$\{K\}$	$\{K\}$	$\{M, K\}$	$\{K\}$
M	K	M	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$
M	K	K	$\{M, K\}$	H	H	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$
M	K	P	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$
M	P	M	$\{K\}$	$\{K\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$
M	P	K	$\{K\}$	$\{M, K\}$	H	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$
M	P	P	$\{K\}$	$\{P\}$	$\{M, K\}$	$\{K\}$	$\{K\}$
K	M	M	$\{M, K\}$	$\{M\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$
K	M	K	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$	H	H	H
K	M	P	$\{M, K\}$	$\{K\}$	$\{M, K\}$	H	$\{M, K\}$
K	K	M	H	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$	H	$\{M, K\}$
K	K	K	H	H	H	H	H
K	K	P	H	$\{M, K\}$	H	H	H
K	P	M	$\{M, K\}$	$\{K\}$	$\{M, K\}$	H	$\{M, K\}$
K	P	K	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$	H	H	H
K	P	P	$\{M, K\}$	$\{P\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$
P	M	M	$\{K\}$	$\{M\}$	$\{M, K\}$	$\{K\}$	$\{M, K\}$
P	M	K	$\{K\}$	$\{M, K\}$	$\{K\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$
P	M	P	$\{K\}$	$\{K\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$
P	K	M	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$
P	K	K	$\{M, K\}$	H	H	H	H
P	K	P	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$
P	P	M	$\{P\}$	$\{K\}$	$\{K\}$	$\{M, K\}$	$\{K\}$
P	P	K	$\{P\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$	$\{M, K\}$
P	P	P	$\{P\}$	$\{P\}$	$\{P\}$	$\{P\}$	$\{P\}$

Dapat dilihat dari Tabel 2 untuk setiap $x, y, z \in H$, $(x \otimes y) \otimes z \cap x \otimes (y \otimes z) \neq \emptyset$.

Selanjutnya, akan diperiksa keberlakuan sifat kedua pada Persamaan (7), yaitu untuk setiap $x \in H$ berlaku persamaan $x \otimes H = H \otimes x = H$. Pilih $x = M$ maka persamaan tersebut menjadi $x \otimes H = M \otimes H = M \otimes M \cup M \otimes K \cup M \otimes P = \{M\} \cup \{M, K\} \cup \{K\} = \{M, K\} \neq H$. Oleh karena itu, $(H, \otimes)$ bukan merupakan suatu H_v -grup. Namun, karena $(H, \otimes)$ hanya memenuhi sifat pertama (Persamaan (6)) maka $(H, \otimes)$ merupakan H_v -semigrup. ■

• KASUS HIPEROPERASI II

Hiperoperasi II dikonstruksi dengan mengacu pada Definisi 1. Hiperoperasi II ini dinyatakan dalam Tabel 3 berikut ini:

Tabel 3. Hiperoperasi II pada $H = \{M, K, P\}$

$\otimes$	M	K	P
M	H	H	H
K	H	H	H
P	H	H	H

Hiperstruktur aljabar dari Hiperoperasi II terhadap himpunan H dinyatakan dalam Proposisi 2 berikut ini.

Proposisi 2. Misalkan $H = \{M, K, P\}$ menyatakan himpunan warna-warna hasil persilangan pada bunga Mirabilis Jalapa dengan hiperoperasi diberikan dalam Tabel 3, maka $(H, \otimes)$ mempunyai hiperstruktur aljabar semihipergrup, hipergrup, dan H_v -grup.

Bukti: Karena $\otimes$ pemetaan, maka $(H, \otimes)$ merupakan hipergrupoid. Pertama, diperiksa $(H, \otimes)$ semihipergrup, yaitu untuk setiap $x, y, z \in H$ berlaku $(x \otimes y) \otimes z = x \otimes (y \otimes z)$ yang disajikan dalam Tabel 4.

Tabel 4. Pembuktian Sifat Semihipergrup Terhadap Hiperoperasi II

x	y	z	$x \otimes y$	$y \otimes z$	$(x \otimes y) \otimes z$	$x \otimes (y \otimes z)$
M	M	M	H	H	H	H
M	M	K	H	H	H	H
M	M	P	H	H	H	H
M	K	M	H	H	H	H
M	K	K	H	H	H	H
M	K	P	H	H	H	H
M	P	M	H	H	H	H
M	P	K	H	H	H	H
M	P	P	H	H	H	H
K	M	M	H	H	H	H
K	M	K	H	H	H	H
K	M	P	H	H	H	H
K	K	M	H	H	H	H
K	K	K	H	H	H	H
K	K	P	H	H	H	H
K	P	M	H	H	H	H
K	P	K	H	H	H	H
K	P	P	H	H	H	H
P	M	M	H	H	H	H
P	M	K	H	H	H	H
P	M	P	H	H	H	H
P	K	M	H	H	H	H
P	K	K	H	H	H	H

x	y	z	$x \otimes y$	$y \otimes z$	$(x \otimes y) \otimes z$	$x \otimes (y \otimes z)$
P	K	P	H	H	H	H
P	P	M	H	H	H	H
P	P	K	H	H	H	H
P	P	P	H	H	H	H

Dari Tabel 4 terlihat kolom $(x \otimes y) \otimes z$ sama dengan kolom $x \otimes (y \otimes z)$ untuk setiap $x, y, z \in H$. Oleh karena berlaku sifat asosiatif $(x \otimes y) \otimes z = x \otimes (y \otimes z)$ maka $(H, \otimes)$ merupakan semihipergrup.

Selanjutnya diperiksa $(H, \otimes)$ hipergrup, yaitu untuk setiap $x \in H$ berlaku persamaan $x \otimes H = H \otimes x = H$.

Untuk $x = M$,

$$\begin{aligned}
 M \otimes H &= \{M\} \otimes H = \bigcup_{a \in H} M \otimes a, \\
 &= M \otimes M \cup M \otimes K \cup M \otimes P, \\
 &= H \cup H \cup H = H. \\
 H \otimes M &= H \otimes \{M\} = \bigcup_{a \in H} a \cup H, \\
 &= M \otimes M \cup K \otimes M \cup P \otimes M, \\
 &= H \cup H \cup H = H.
 \end{aligned}$$

Untuk $x = K$,

$$\begin{aligned}
 K \otimes H &= \{K\} \otimes H = \bigcup_{a \in H} K \otimes a, \\
 &= K \otimes M \cup K \otimes K \cup K \otimes P, \\
 &= H \cup H \cup H = H. \\
 H \otimes K &= H \otimes \{K\} = \bigcup_{a \in H} a \cup K, \\
 &= M \otimes K \cup K \otimes K \cup P \otimes K, \\
 &= H \cup H \cup H = H.
 \end{aligned}$$

Untuk $x = P$,

$$\begin{aligned}
 P \otimes H &= \{P\} \otimes H = \bigcup_{a \in H} P \otimes a, \\
 &= P \otimes M \cup P \otimes K \cup P \otimes P, \\
 &= H \cup H \cup H = H. \\
 H \otimes P &= H \otimes \{P\} = \bigcup_{a \in H} a \cup P, \\
 &= M \otimes P \cup K \otimes P \cup P \otimes P, \\
 &= H \cup H \cup H = H.
 \end{aligned}$$

Karena untuk setiap $x \in H$ berlaku Persamaan (5), yaitu $x \otimes H = H \otimes x = H$, maka $(H, \otimes)$ merupakan hipergrup. Karena $(H, \otimes)$ hipergrup maka berlaku asosiatif kuat sehingga terjamin bahwa $(H, \otimes)$ juga merupakan H_v -grup. ■

KESIMPULAN

Hasil persilangan warna bunga *Mirabilis Jalapa* dapat dinyatakan dalam himpunan $H = \{M, K, P\}$. Melalui hiperoperasi $\otimes$ pada H dalam Tabel 1 diperoleh bahwa $(H, \otimes)$ mempunyai struktur H_v -semigrup. Berbeda dengan hasil ini, $(H, \otimes)$ mempunyai hiperstruktur aljabar yang lebih beragam, yaitu semi hipergrup, hipergrup, dan H_v -grup, jika pada H diberikan hiperoperasi seperti dalam Tabel 3. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa pendefinisian hiperoperasi yang berbeda pada persilangan bunga *Mirabilis Jalapa* memberikan hiperstruktur aljabar yang berbeda pula. Jadi, hiperoperasi sangat menentukan suatu hiperstruktur aljabar pada suatu himpunan.

DAFTAR PUSTAKA

- Corsini, P. (1994). *Prolegomena of Hypergroup Theory*. Aviani. <https://books.google.co.id/books?id=71LwAAAAMAAJ>
- Corsini, P., & Leoreanu, V. (2003). *Applications of Hyperstructure Theory*. Springer US. <https://doi.org/10.1007/978-1-4757-3714-1>
- Cristea, I., & Davvaz, B. (2010). Atanassov's intuitionistic fuzzy grade of hypergroups. *Information Sciences*, 180(8), 1506–1517. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2010.01.002>
- Davvaz, B., Corsini, P., & Leoreanu-Fotea, V. (2009). Atanassov's intuitionistic (S,T)-fuzzy n-ary sub-hypergroups and their properties. *Information Sciences*, 179(5), 654–666. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2008.10.023>
- Davvaz, B., Dehghan Nezhad, A., & Heidari, M. M. (2013). Inheritance examples of algebraic hyperstructures. *Information Sciences*, 224, 180–187. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2012.10.023>
- Davvaz, B., Fathi, M., & Salleh, A. R. (2010). Fuzzy hyperrings (H_v -rings) based on fuzzy universal sets. *Information Sciences*, 180(16), 3021–3032. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2010.04.025>
- Davvaz, B., & Leoreanu-Fotea, V. (n.d.). *Hyperring theory and applications*.
- Fotea, V. L. (2008). The lower and upper approximations in a hypergroup. *Information Sciences*, 178(18), 3605–3615. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2008.05.009>
- Hartl, D. L., & Jones, E. W. (1998). *Genetics: Principles and Analysis*. Jones and Bartlett Publishers. <https://books.google.co.id/books?id=V9VpAAAAMAAJ>
- Ibsen, H. L. (1933). CATTLE INHERITANCE. I. COLOR. *Genetics*, 18(5), 441–480. <https://doi.org/10.1093/genetics/18.5.441>
- Kazancı, O., Yamak, S., & Davvaz, B. (2008). The lower and upper approximations in a quotient hypermodule with respect to fuzzy sets. *Information Sciences*, 178(10), 2349–2359. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2008.01.006>
- Leoreanu-Fotea, V. (2009). A new type of fuzzy n-ary hyperstructures. *Information Sciences*, 179(15), 2710–2718. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2009.03.017>
- Leoreanu-Fotea, V., & Davvaz, B. (2008). Roughness in n-ary hypergroups. *Information Sciences*, 178(21), 4114–4124. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2008.06.019>
- Marty, F. (1934). *Sur une generalization de la notion de groupe*. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:222416358>
- Pierce, B. (2008). *Genetics: A Conceptual Approach*. W. H. Freeman. <https://books.google.co.id/books?id=JhF5SQAACAAJ>
- Prenowitz, W., & Jantosciak, J. (1979). *Join Geometries*. Springer New York. <https://doi.org/10.1007/978-1-4613-9438-9>
- Sobolev, I., Weintraub, P. G., Gera, A., Tam, Y., & Spiegel, S. (2007). Phytoplasma infection in the four o'clock flower (*Mirabilis jalapa*). *Bulletin of Insectology*, 60, 281–282. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:56564768>
- Tamarin, R. H. (2001). *Principles of Genetics*. McGraw-Hill Higher Education. <https://books.google.co.id/books?id=QqFSPgAACAAJ>
- Vougiouklis, T. (1994). *Hyperstructures and Their Representations*. Hadronic Press.

https://books.google.co.id/books?id=J_NUAAAAAYAAJ

Zhan, J., Davvaz, B., & Shum, K. P. (2010). On probabilistic n -ary hypergroups. *Information Sciences*, 180(7), 1159–1166. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2009.11.038>