MATHunesa
Jurnal Ilmiah Matematika — *Volume 13 No 02*
e-ISSN : 2716-506X | p-ISSN : 2301-9115 — *Tahun 2025*

MENGHITUNG DETERMINAN MATRIKS MENGGUNAKAN POLA ALJABAR DARI METODE SARRUS

Mohamad Nur Fauzi

Jurusan Pendidikan Matematika, Fakultas Ilmu Pendidikan dan Keguruan, IAIN Ponorogo, Ponorogo, Jawa Timur, e-mail: fauzinur228@gmail.com

Nabila Asyiqotur Rohmah

Jurusan Pendidikan Matematika, Fakultas Ilmu Pendidikan dan Keguruan, IAIN Ponorogo, Ponorogo, Jawa Timur, e-mail: annabila1515@gmail.com

Abstrak

Matematika memiliki peran penting dalam kehidupan sehari-hari. Selain itu, matematika juga dapat memberikan pemecahan masalah di bidang teknik atau bidang lainnya. Salah satu materi yang diajarkan dalam matematika adalah determinan matriks. Ada banyak cara untuk menemukan determinan matriks, seperti Metode Sarrus. Cara ini sangat mudah diterapkan. Namun, metode ini sangat terbatas dalam penerapannya. Misalnya, dalam menentukan determinan matriks 3x3, metode Sarrus sangat mudah diterapkan. Namun, untuk matriks 4x4, metode ini merupakan proses yang cukup panjang dan tidak sederhana. Oleh karena itu, dalam penelitian ini kita akan membahas metode pola aljabar dari metode sarrus untuk menentukan determinan matriks nxn, khususnya matriks 4x4 dengan lebih cepat.

Kata kunci: Determinan , Matriks, Metode Sarrus, Pola Aljabar

Abstract

Mathematics has an important role in everyday life. In addition, math can also provide problem solving in engineering or other fields. One of the materials taught in math is matrix determinant. There are many ways to find the determinant of a matrix, such as the Sarrus Method. This method is very easy to apply. However, this method is very limited in its application. For example, in determining the determinant of a 3x3 matrix, the Sarrus method is very easy to apply. However, for a 4x4 matrix, this method is quite a long process and not simple. Therefore, in this research we will discuss the algebraic pattern method of the Sarrus method to determine the determinant of an nxn matrix, especially a 4x4 matrix more quickly.

Keywords: *Determinant, Matrix, Sarrus method, Algebraic Pattern.*

Pendahuluan

Matriks adalah salah satu bahan dalam Aljabar. Susunan angka dalam bentuk persegi panjang disebut matriks (Ma'rufi & Pasandaran, 2019). Ukuran matriks ditentukan oleh jumlah baris dan kolom atau disebut urutan matriks (Anton & Rorres, 2004).

Dalam matriks, tentu saja kita akan diperkenalkan dengan determinan matriks. Determinan ini sangat membantu dalam proses pemecahan masalah matematika seperti memecahkan masalah sistem persamaan linier (SPL). Ada banyak metode yang dapat digunakan untuk menghitung determinan matriks, seperti metode Sarrus, ekspansi kofaktor, segitiga, salihu, metode kondensasi Chio, kondensasi Dodgson, dan operasi baris elementer.

Menurut Kartika, masih banyak guru yang kesulitan menghitung determinan matriks (Kartika, 2021). Mahasiswa juga masih mengalami banyak kesulitan, yaitu terkait transformasi apa yang diketahui dan pertanyaan serta ketepatan pekerjaan (Sitepu et al., 2022). Kesulitan ini tidak hanya dialami oleh siswa tingkat SMA tetapi juga di tingkat perguruan tinggi. Mahasiswa mengalami kesulitan dalam memecahkan masalah aljabar linier dasar, khususnya materi matriks (Hanifah, 2022).

Hasil uji coba pada 60 siswa menunjukkan bahwa ada banyak kesalahpahaman mengenai determinan matriks (Aygor & Ozdag, 2012). Oleh karena itu, dalam penelitian ini peneliti mencoba memberikan alternatif agar siswa atau siswa dapat menghitung determinan matriks, khususnya matriks dengan urutan 4x4, dengan mudah dan akurat. Derivasi dari metode baru ini didasarkan pada metode yang sudah ada, yaitu metode Sarrus. Metode Sarrus disederhanakan sedemikian rupa untuk menghasilkan metode baru yang lebih cepat dan mudah diterapkan.

KAJIAN TEORI

Pengertian Determinan

Determinan adalah fungsi tertentu yang menghubungkan bilangan real dengan matriks kuadrat. Determinan matriks biasanya dilambangkan dengan det (A) atau $|A|$. Determinan n order akan disebut sum, yang memiliki n! Istilah yang berbeda $\varepsilon_{j1,j2,...,jn}$sebuah1 J1A2 J2 ...anjn yang akan dibentuk dari unsur-unsur matriks A.

Biarkan A menjadi matriks n × n:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Maka determinan A adalah

$$\det(A) = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{vmatrix} = \sum_{S_n} \varepsilon_{j1,j2,...,jn} a_{1j_1} a_{2j_2} \ldots a_{nj_n}$$

Mana $\varepsilon_{j1,j2,...,jn} = \begin{cases} +1, if\ j_1, j_2, ..., j_n\ is\ an\ even\ permutation \\ -1, if\ j_1, j_2, ..., j_n\ is\ an\ odd\ permutation \end{cases}$

Metode Sarrus (ordo 3x3)

$$|A| = \left|\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{matrix}\right| \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix}$$

$|\boldsymbol{A}| = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33}$ (hal1)

Jika kita melanjutkan dengan aljabar, kita mendapatkan:

$|\boldsymbol{A}| = a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} + a_{12}a_{23}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31}$

$|\boldsymbol{A}| = a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) - a_{12}(a_{21}a_{33} - a_{23}a_{31}) + a_{13}(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31})$ (hal2)

Berdasarkan hasil P2, Anda dapat menentukan determinan dengan menggunakan metode kofaktor dengan baris kunci pertama. Hasilnya adalah sebagai berikut:

$$|\boldsymbol{A}| = a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13}\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

Metode

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah dengan menggunakan konsep aljabar untuk mempercepat langkah-langkah perhitungan determinan matriks 4x4 pada metode sarrus. Adapun prosedur yang akan dilakukan dalam penelitian ini adalah:

1. Menyajikan perhitungan determinan matriks 4x4 menggunakan metode sarrus
2. Membangun kembali langkah-langkah metode sarrus menggunakan konsep aljabar
3. Atur metode sarrus menjadi bentuk pola
4. Membandingkan efisiensi dan akurasi dalam perhitungan metode sarrus dan pola aljabar dari metode sarrus
5. Memeriksa perhitungan menggunakan metode sarrus dan pola aljabar dari metode sarrus

Hasil Dan Pembahasan

Metode Sarrus (ordo 4x4)

Biarkan A menjadi matriks n × n:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

Maka determinan A adalah

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$$

Untuk mendapatkan determinan matriks 4x4 menggunakan metode Sarrus, ada tiga langkah yang harus dilakukan. Perhatikan panah biru dan panah merah di masing-masing rumus berikut:

Langkah pertama, kita menggunakan matriks awal dengan mengikuti aturan seperti yang ditunjukkan pada A1. Perhatikan, panah merah menunjukkan positif sedangkan panah biru menunjukkan negatif

$$|A_1| = \left|\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{matrix}\right| \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} |A_1| = a_{11}a_{22}a_{33}a_{44} - a_{12}a_{23}a_{34}a_{41} + a_{13}a_{24}a_{31}a_{42} \\ - a_{14}a_{21}a_{32}a_{43} + a_{14}a_{23}a_{32}a_{41} \\ - a_{11}a_{24}a_{33}a_{42} + a_{12}a_{21}a_{34}a_{43} \\ - a_{13}a_{22}a_{31}a_{44} \end{aligned}$$

Langkah kedua, tukar baris kedua dengan baris pertama lalu selesaikan operasi seperti yang ditunjukkan pada A2

$$|A_2| = \left|\begin{array}{cccc|ccc} a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{array}\right.$$

$$|A_2| = -a_{12}a_{21}a_{33}a_{44} + a_{13}a_{22}a_{34}a_{41} - a_{14}a_{23}a_{31}a_{42} + a_{11}a_{24}a_{32}a_{43} - a_{13}a_{24}a_{32}a_{41} + a_{14}a_{21}a_{33}a_{42} - a_{11}a_{22}a_{34}a_{43} + a_{12}a_{23}a_{31}a_{44}$$

Langkah berikutnya, Berdasarkan matriks di A2, ganti baris kedua dengan baris ketiga seperti yang ditunjukkan pada matriks A3

$$|A_3| = \left|\begin{array}{cccc|ccc} a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{array}\right.$$

$$|A_3| = a_{13}a_{21}a_{32}a_{44} - a_{14}a_{22}a_{33}a_{41} + a_{11}a_{23}a_{34}a_{42} - a_{12}a_{24}a_{31}a_{43} + a_{12}a_{24}a_{33}a_{41} - a_{13}a_{21}a_{34}a_{42} + a_{14}a_{22}a_{31}a_{43} - a_{11}a_{23}a_{32}a_{44}$$

Langkah terakhir, matriks determinan diperoleh dengan menambahkan $|\boldsymbol{A}| = \boldsymbol{A_1} + \boldsymbol{A_2} + \boldsymbol{A_3}$

atau diperoleh

$$|\boldsymbol{A}| = a_{11}a_{22}a_{33}a_{44} - a_{12}a_{23}a_{34}a_{41} + a_{13}a_{24}a_{31}a_{42} - a_{14}a_{21}a_{32}a_{43} + a_{14}a_{23}a_{32}a_{41} - a_{11}a_{24}a_{33}a_{42} + a_{12}a_{21}a_{34}a_{43} - a_{13}a_{22}a_{31}a_{44} - a_{12}a_{21}a_{33}a_{44} + a_{13}a_{22}a_{34}a_{41} - a_{14}a_{23}a_{31}a_{42} + a_{11}a_{24}a_{32}a_{43} - a_{13}a_{24}a_{32}a_{41} + a_{14}a_{21}a_{33}a_{42} - a_{11}a_{22}a_{34}a_{43} + a_{12}a_{23}a_{31}a_{44} + a_{13}a_{21}a_{32}a_{44} - a_{14}a_{22}a_{33}a_{41} + a_{11}a_{23}a_{34}a_{42} - a_{12}a_{24}a_{31}a_{43} + a_{12}a_{24}a_{33}a_{41} - a_{13}a_{21}a_{34}a_{42} + a_{14}a_{22}a_{31}a_{43} - a_{11}a_{23}a_{32}a_{44}{}^{*}$$

Dari persamaan (*) di atas kita menyusunnya dengan menerapkan konsep dalam aljabar untuk mendapatkan persamaan seperti di bawah ini:

$$|\boldsymbol{A}| = [a_{11}a_{22}a_{33}a_{44} - a_{11}a_{22}a_{34}a_{43} - a_{12}a_{21}a_{33}a_{44} + a_{12}a_{21}a_{34}a_{43}] + [a_{14}a_{23}a_{32}a_{41} - a_{14}a_{23}a_{31}a_{42} + a_{13}a_{24}a_{31}a_{42} - a_{13}a_{24}a_{32}a_{41}] + [a_{11}a_{24}a_{32}a_{43} - a_{11}a_{24}a_{33}a_{42} - a_{14}a_{21}a_{32}a_{43} + a_{14}a_{21}a_{33}a_{42}] + [a_{12}a_{23}a_{31}a_{44} - a_{12}a_{23}a_{34}a_{41} - a_{13}a_{22}a_{31}a_{44} + a_{13}a_{22}a_{34}a_{41}] + [a_{13}a_{21}a_{32}a_{44} - a_{13}a_{21}a_{32}a_{34}a_{42} - a_{11}a_{23}a_{32}a_{44} + a_{11}a_{23}a_{34}a_{42}] + [a_{12}a_{24}a_{32}a_{44} - a_{12}a_{24}a_{34}a_{42} - a_{14}a_{22}a_{32}a_{44} + a_{14}a_{22}a_{34}a_{42}]$$

Dari susunan aljabar ini kita dapat membawanya ke dalam bentuk matriks 2x2 berikut:

$$|\boldsymbol{A}| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}\begin{vmatrix} a_{33} & a_{34} \\ a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{23} & a_{24} \end{vmatrix}\begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{14} \\ a_{21} & a_{24} \end{vmatrix}\begin{vmatrix} a_{32} & a_{33} \\ a_{42} & a_{43} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix}\begin{vmatrix} a_{31} & a_{34} \\ a_{41} & a_{44} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix}\begin{vmatrix} a_{32} & a_{34} \\ a_{42} & a_{44} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{12} & a_{14} \\ a_{22} & a_{24} \end{vmatrix}\begin{vmatrix} a_{32} & a_{34} \\ a_{42} & a_{44} \end{vmatrix}$$

Langkah-langkah Pola Aljabar Metod e Sarrus

Dari hasil aljabar di atas, kita membuatnya menjadi 6 bagian dengan pola seperti yang ditunjukkan pada rumus F1 hingga F6:

Langkah pertama (F1)

$$\begin{vmatrix} \boldsymbol{a_{11}} & \boldsymbol{a_{12}} & a_{13} & a_{14} \\ \boldsymbol{a_{21}} & \boldsymbol{a_{22}} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & \boldsymbol{a_{33}} & \boldsymbol{a_{34}} \\ a_{41} & a_{42} & \boldsymbol{a_{43}} & \boldsymbol{a_{44}} \end{vmatrix} =$$

$$=(\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}\begin{vmatrix} a_{33} & a_{34} \\ a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})(a_{33}a_{44} - a_{34}a_{43})$$

Langkah kedua (F2)

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \boldsymbol{a_{13}} & \boldsymbol{a_{14}} \\ a_{21} & a_{22} & \boldsymbol{a_{23}} & \boldsymbol{a_{24}} \\ \boldsymbol{a_{31}} & \boldsymbol{a_{32}} & a_{33} & a_{34} \\ \boldsymbol{a_{41}} & \boldsymbol{a_{42}} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{23} & a_{24} \end{vmatrix}\begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{vmatrix} = (a_{13}a_{24} - a_{14}a_{23})(a_{31}a_{42} - a_{32}a_{41})$$

Langkah ketiga (F3)

$$\begin{vmatrix} \boldsymbol{a_{11}} & a_{12} & a_{13} & \boldsymbol{a_{14}} \\ \boldsymbol{a_{21}} & a_{22} & a_{23} & \boldsymbol{a_{24}} \\ a_{31} & \boldsymbol{a_{32}} & \boldsymbol{a_{33}} & a_{34} \\ a_{41} & \boldsymbol{a_{42}} & \boldsymbol{a_{43}} & a_{44} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{14} \\ a_{21} & a_{24} \end{vmatrix}\begin{vmatrix} a_{32} & a_{33} \\ a_{42} & a_{43} \end{vmatrix} = (a_{11}a_{24} - a_{14}a_{21})(a_{32}a_{43} - a_{33}a_{42})$$

Langkah keempat (F4)

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \boldsymbol{a_{12}} & \boldsymbol{a_{13}} & a_{14} \\ a_{21} & \boldsymbol{a_{22}} & \boldsymbol{a_{23}} & a_{24} \\ \boldsymbol{a_{31}} & a_{32} & a_{33} & \boldsymbol{a_{34}} \\ \boldsymbol{a_{41}} & a_{42} & a_{43} & \boldsymbol{a_{44}} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix}\begin{vmatrix} a_{31} & a_{34} \\ a_{41} & a_{44} \end{vmatrix} = (a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22})(a_{31}a_{44} - a_{34}a_{41})$$

Langkah kelima (F5)

$$\begin{vmatrix} \boldsymbol{a_{11}} & a_{12} & \boldsymbol{a_{13}} & a_{14} \\ \boldsymbol{a_{21}} & a_{22} & \boldsymbol{a_{23}} & a_{24} \\ a_{31} & \boldsymbol{a_{32}} & a_{33} & \boldsymbol{a_{34}} \\ a_{41} & \boldsymbol{a_{42}} & a_{43} & \boldsymbol{a_{44}} \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix}\begin{vmatrix} a_{32} & a_{34} \\ a_{42} & a_{44} \end{vmatrix} = -(a_{11}a_{23} - a_{13}a_{21})(a_{32}a_{44} - a_{34}a_{42})$$

Langkah keenam (F6)

$$\left|\begin{array}{cccc|c} a_{11} & \boldsymbol{a_{12}} & a_{13} & \boldsymbol{a_{14}} & a_{11} \\ a_{21} & \boldsymbol{a_{22}} & a_{23} & \boldsymbol{a_{24}} & a_{21} \\ a_{31} & a_{32} & \boldsymbol{a_{33}} & a_{34} & \boldsymbol{a_{31}} \\ a_{41} & a_{42} & \boldsymbol{a_{43}} & a_{44} & \boldsymbol{a_{41}} \end{array}\right. = \begin{vmatrix} a_{12} & a_{14} \\ a_{22} & a_{24} \end{vmatrix}\begin{vmatrix} a_{33} & a_{31} \\ a_{43} & a_{41} \end{vmatrix} = (a_{12}a_{24} - a_{14}a_{22})(a_{33}a_{41} - a_{31}a_{43})$$

$$|A|=(a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21})(a_{33}a_{44}-a_{34}a_{43})+(a_{13}a_{24} - a_{14}a_{23})(a_{31}a_{42} - a_{32}a_{41}) + (a_{11}a_{24} - a_{14}a_{21})(a_{32}a_{43} - a_{33}a_{42}) + (a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22})(a_{31}a_{44} - a_{34}a_{41}) - (a_{11}a_{23} - a_{13}a_{21})(a_{32}a_{44} - a_{34}a_{42}) + (a_{12}a_{24} - a_{14}a_{22})(a_{33}a_{41} - a_{31}a_{43})$$

|A|=F1+F2+F3+F4+F5+F6

Perhatian terhadap pola yang terbentuk dalam Pola Aljabar dari Metode Sarrus. Dengan menghafal pola sederhana dalam Pola Aljabar dari Metode Sarrus, akan lebih mudah bagi kita untuk menentukan determinan matriks (4x4).

Efisiensi Metode Baru

Untuk menentukan efisiensi metode, dilakukan analisis asimtotik menggunakan big-O. Ini akan digunakan untuk membandingkan metode yang ada dengan metode baru.

Metode Sarrus

$$|\boldsymbol{A}| = a_{11}a_{22}a_{33}a_{44} - a_{12}a_{23}a_{34}a_{41} + a_{13}a_{24}a_{31}a_{42} - a_{14}a_{21}a_{32}a_{43} + a_{14}a_{23}a_{32}a_{41} - a_{11}a_{24}a_{33}a_{42} + a_{12}a_{21}a_{34}a_{43} - a_{13}a_{22}a_{31}a_{44} - a_{12}a_{21}a_{33}a_{44} + a_{13}a_{22}a_{34}a_{41} - a_{14}a_{23}a_{31}a_{42} + a_{11}a_{24}a_{32}a_{43} - a_{13}a_{24}a_{32}a_{41} + a_{14}a_{21}a_{33}a_{42} - a_{11}a_{22}a_{34}a_{43} + a_{12}a_{23}a_{31}a_{44} + a_{13}a_{21}a_{32}a_{44} - a_{14}a_{22}a_{33}a_{41} + a_{11}a_{23}a_{34}a_{42} - a_{12}a_{24}a_{31}a_{43} + a_{12}a_{24}a_{33}a_{41} - a_{13}a_{21}a_{34}a_{42} + a_{14}a_{22}a_{31}a_{43} - a_{11}a_{23}a_{32}a_{44}$$

Proses yang dilakukan dalam metode Sarrus adalah setiap suku melalui proses perkalian sebanyak 3 kali. Dalam metode ini ada 24 suku yang dipisahkan oleh 23 operator plus dan minus. Jadi total proses yang terjadi pada metode Sarrus adalah 95 proses.

POLA ALJABAR DARI METODE SARRUS

$$|A|=(a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21})(a_{33}a_{44}-a_{34}a_{43})+(a_{13}a_{24} - a_{14}a_{23})(a_{31}a_{42} - a_{32}a_{41}) + (a_{11}a_{24} - a_{14}a_{21})(a_{32}a_{43} - a_{33}a_{42}) + (a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22})(a_{31}a_{44} - a_{34}a_{41}) - (a_{11}a_{23} - a_{13}a_{21})(a_{32}a_{44} - a_{34}a_{42}) + (a_{12}a_{24} - a_{14}a_{22})(a_{33}a_{41} - a_{31}a_{43})$$

Proses yang dilakukan dalam Pola Aljabar dari Metode Sarrus adalah bahwa setiap elemen melalui proses perkalian dan pengurangan 7. Dalam metode ini ada 6 suku yang dipisahkan oleh operator plus dan minus dari 5. Jadi total proses yang terjadi pada Pola Aljabar dari Metode Sarrus adalah 47 proses.

Metode Sarrus memiliki kompleksitas konstan, sehingga Big-O adalah O(1). Namun, itu tidak memberikan waktu eksekusi yang tepat tergantung pada ukuran matriks, persyaratan akurasi, dan ketersediaan sumber daya komputasi. Jika dilihat dari keakuratannya, waktu yang dibutuhkan untuk proses determinan an determinan matriks 4x4, Pola Aljabar dari Metode Sarrus kurang dari metode Sarrus.

Contoh Numerik

Tentukan determinan matriks berikut:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

Kami akan memecahkan pertanyaan di atas menggunakan beberapa metode, untuk mengetahui metode mana yang lebih afektif.

Solusi dengan metode sarrus

Langkah pertama

$$|\boldsymbol{A_1}| = \left|\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{matrix}\right| \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{matrix}$$

Gunakan matriks untuk persamaan A1

$$|A_1| = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$A_1 = 1.2.1.1 - (-2).2.3.1 + 3.3.2.(-1) - 2.(-1).1.2 + 2.2.1.1 - 1.3.1.(-1) + (-2).(-1).3.2 - 3.2.2.1$

$A_1 = 2 + 12 - 18 + 4 + 4 + 3 + 12 - 12 = 7$

$$|A_2| = \left|\begin{matrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{matrix}\right| \begin{matrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{matrix}$$

Untuk menemukan A2, tukar baris kedua dengan baris pertama

$$|A_2| = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$|A_2| = -(-1).(-2).1.1 + 2.3.3.1 - 2.2.2.(-1) + 3.1.1.2 - 3.3.1.1 + (-1).2.1.(-1) - 2.1.3.2 + 2.(-2).2.1$

$|A_2| = -2 + 18 - (-8) + 6 - 9 + 2 - 12 - 8 = 3$

$$|A_3| = \left|\begin{matrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{matrix}\right| \begin{matrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} \end{matrix}$$

Untuk menemukan A3, tukar baris kedua dengan baris ketiga dalam persamaan A2

$$|A_3| = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$|A_3| = (-1).1.3.1 - 2.1.21. + 2.3.1.(-1) - 3.2.(-2).2 + 3.1.(-2).1 - (-1)3.3.(-1) + 2.2.2.2. - 2.1.1.1$

$|A_3| = -3 - 4 - 6 - (-24) - 6 - 9 + 16 - 2 = 10$

jadi determinan matriks A adalah

$|\boldsymbol{A}| = A_1 + A_2 + A_3 = 7 + 3 + 10 = 20$

Solusi dengan Pola Aljabar dari Metode Sarrus

Langkah pertama

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \big(1.2 - (-2)(-1)\big)(1.1 - 3.2)$$
$$= (2 - 2)(1 - 6) = 0.(-5) = 0$$

Langkah kedua

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = (3.3 - 2.2)(2(-1) - 1.1)$$
$$= (9 - 4)(-2 - 1) = 5.(-3) = -15$$

Langkah ketiga

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \big(1.3 - 2(-1)\big)\big(1.2 - 1(-1)\big)$$
$$= \big(3 - (-2)\big)\big(2 - (-1)\big) = 5.3 = 15$$

Langkah keempat

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \big((-2).2 - 3.2\big)(2.1 - 3.1)$$
$$= \big((-4) - 6\big)(2 - 3) = (-10)(-1)$$
$$= 10$$

Langkah kelima

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -\big(1.2 - 3(-1)\big)\big(1.1 - 3(-1)\big)$$
$$= -\big(2 - (-3)\big)\big(1 - (-3)\big) = -(5.4)$$
$$= -20$$

Langkah keenam

$$\left|\begin{matrix} 1 & -2 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 2 & 3 \\ & 1 & 1 & 3 \\ c & -1 & 2 & 1 \end{matrix}\right| \begin{matrix} 1 \\ -1 \\ 2 \\ -1 \end{matrix} = \big((-2)3 - 2.2\big)(1(-1) - 1.2)$$
$$= (-6 - 4)(-1 - 2) = (-10)(-3)$$
$$= 30$$

Hasilnya $|A| = 0 + (-15) + 15 + 10 + (-20) + 30 = 20$

PENUTUP

SIMPULAN

Hasil elaborasi dan penyederhanaan metode Sarrus pada matriks 4x4 memperoleh metode baru. Cara ini lebih mudah diterapkan, lebih cepat dan lebih akurat daripada metode lain, termasuk metode Sarrus itu sendiri, karena untuk matriks 4x4 ada operasi perkalian, pennambahan, dan pengurangan yang cukup banyak. Jika ada kesalahan sekecil apa pun, itu akan mengakibatkan tidak menemukan hasil yang sesuai. Untuk meminimalkan kesalahan, pola aljabar dari metode Sarrus adalah salah satu solusi.

SARAN

Kerugian dari metode ini, terbatas pada matriks 4x4. Jika memungkinkan di masa depan, dapat diterapkan dalam matriks derajat yang lebih tinggi.

DAFTAR PUSTAKA

Ahmed, AA, & Bondar, KL (2014). Metode Modern untuk Menghitung Determinan Matriks Orde 3. Jurnal Ilmu Informatika & Matematika, 6(2). https://doi.org/10.1016/j.amc.2006.11.010

Anton, H., & Rorres, C. (2004). Dasar-Dasar Aljabar Linear Versi Aplikasi (7th ed.). erlangga

Aygor, N., & Ozdag, H. (2012). Kesalahpahaman dalam Aljabar Linier: Kasus Mahasiswa Sarjana. Produria - Ilmu Sosial dan Perilaku, 46(2002), 2989–2994. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.05.602

Bozkurt, D., & Tam, T. Y. (2012). Determinan dan kebalikan matriks sirkulasi dengan bilangan Jacobsthal dan Jacobsthal–Lucas. Matematika dan Komputasi Terapan, 219(2), 544-551. https://doi.org/10.1016/j.amc.2012.06.039

Hanifah, A. I. (2022). Kemampuan Pemahaman Matematis Pada Mata Kuliah Aljabar Linear Elementer. J-PiMat, 4(1), 437–442. https://dx.doi.org/10.31932/j-pimat.v4i1.1625

Kartika, H. (2021). Miskonsepsi pada Matriks. Prosiding Sesiomadika, 1, 1–7. https://journal.unsika.ac.id/index.php/sesiomadika/article/view/4855

Ma'rufi, & Pasandaran, R. F. (2019). Buku Aljabar Elementer. CV. Nas Media Pustaka

Molinari, LG (2008). Determinan matriks tridiagonal blok. Aljabar linier dan aplikasinya, 429(8-9), 2221-2226. https://doi.org/10.1016/j.laa.2008.06.015

Rezaifar, O., & Rezaee, H. (2007). Pendekatan baru untuk menemukan determinan matriks. Matematika dan Komputasi Terapan, 188(2), 1445-1454. https://doi.org/10.1016/j.amc.2006.11.010

Salihu, A., & Gjonbalaj, Q. (2009). Metode baru untuk menghitung determinan matriks 4x4. a a, 32(33), 31.

Sitepu, E., Vega, R. R., Mardiati, M., Sitepu, D. R., & Afni, K. (2022). Analisis Kesulitan Belajar Siswa Dalam Pembelajaran Matematika Pada Pokok Bahasan Matriks Siswa Kelas Xi Smk Swasta Bintang Langkat. Jurnal Serunai Matematika, 14(2), 133–141. https://doi.org/10.37755/jsm.v14i2.696

Sobamowo, Mg (2016). Tentang Perluasan Aturan Sarrus Ke Matriks N× N (N> 3): Pengembangan Metode Baru Untuk Perhitungan Determinan Matriks 4× 4. Jurnal Internasional Matematika Teknik, 2016(1), 9382739.