

**KOMPLEMEN GRAF FUZZY TERHADAP DIRINYA SENDIRI  
DAN SIFAT-SIFATNYA**

**Tina Imaniar**

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Surabaya  
[tinaimaniar04@yahoo.com](mailto:tinaimaniar04@yahoo.com)

**Budi Rahadjeng**

Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Surabaya  
[rahajeng13@yahoo.com](mailto:rahajeng13@yahoo.com)

**Abstrak**

Graf fuzzy adalah sebuah graf yang mempunyai derajat keanggotaan disetiap titik dan sisinya yang berada pada interval [0,1]. Dalam skripsi ini membahas mengenai sifat-sifat komplemen graf fuzzy yaitu dua graf fuzzy isomorfik jika dan hanya jika komplemennya isomorfik dan jika ada isomorfisma lemah antara  $G$  dan  $G'$  maka ada isomorfisma lemah antara  $\bar{G}$  dan  $\bar{G}'$ . Selain itu juga dibahas mengenai komplemen terhadap dirinya sendiri dan komplemen lemah terhadap dirinya sendiri.

**Kata kunci** : graf fuzzy, isomorfisma graf fuzzy, komplemen graf fuzzy, komplemen terhadap dirinya sendiri, komplemen lemah terhadap dirinya sendiri.

**Abstract**

Fuzzy graphs is a graphs that having membership in each vertex and edge that on interval [0,1]. In this paper describes about the properties complement of fuzzy graphs that is two fuzzy graphs are isomorphic if and only if their complements are isomorphic and if there is weak isomorphism between  $G$  and  $G'$  then there is a weak isomorphism between  $\bar{G}$  and  $\bar{G}'$ . Afterwards, we study about self complementary fuzzy graphs and self weak complementary fuzzy graphs.

**Keywords** : fuzzy graphs, isomorphism of fuzzy graphs, complements of fuzzy graphs, self complementary fuzzy graphs, self weak complementary fuzzy graphs.

**PENDAHULUAN**

Definisi graf fuzzy pertama kali diperkenalkan oleh Kaufman pada tahun 1973. Kemudian pada tahun 1975, Azriel Rosenfeld memperkenalkan definisi teori graf fuzzy lebih terperinci yang didasarkan relasi fuzzy pada himpunan fuzzy.

Misal  $S$  adalah himpunan titik tidak kosong, suatu graf fuzzy dinotasikan  $G: (\sigma, \mu)$  adalah pasangan fungsi dimana  $\sigma$  adalah fuzzy subset dari  $S$  dan  $\mu$  adalah relasi fuzzy simetris pada  $\sigma$ , dengan :

- i.  $\sigma : S \rightarrow [0,1]$
- ii.  $\mu : S \times S \rightarrow [0,1]$  yang memenuhi  $\mu(x,y) \leq \sigma(x) \wedge \sigma(y) \forall x, y \in S$ ,

dengan  $\sigma(x)$  merupakan derajat keanggotaan titik-titik graf fuzzy,  $\mu(x,y)$  merupakan derajat keanggotaan sisi-sisi graf fuzzy dan  $\wedge$  menyatakan minimum dari  $\sigma(x)$  dan  $\sigma(y)$ .

**KAJIAN TEORI**

**2.1 Himpunan**

**Definisi 2.1.1 [3]**

**Himpunan tegas** adalah himpunan yang terdefinisi dengan tegas,

artinya untuk setiap elemen dalam semesta yang selalu dapat ditentukan secara tegas apakah elemen tersebut merupakan anggota dari himpunan tersebut atau tidak.

Fungsi keanggotaan  $\mu_A$  pada himpunan tegas didefinisikan sebagai :

$$\mu_A : X \rightarrow \{0,1\}$$

Nilai  $\mu_A$  merupakan derajat keanggotaan dalam himpunan  $A$ .

**Definisi 2.1.2 [3]**

Misalkan  $X$  adalah himpunan semesta

**Himpunan fuzzy**  $A$  di  $X$  didefinisikan :

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \mid x \in X\}$$

dengan  $\mu_A : X \rightarrow [0,1]$

nilai  $\mu_A(x)$  menunjukkan derajat keanggotaan dari  $x$ .

**Definisi 2.1.3 [5]**

Subset fuzzy dari himpunan  $S$  adalah pemetaan  $\sigma : S \rightarrow [0,1]$ , dimana  $[0,1]$  adalah himpunan  $\{t \in \mathbb{R} \mid 0 \leq t \leq 1\}$ .

**2.2 Fungsi**

**Definisi 2.2.1 [6]**

Himpunan  $A$  dikatakan sub himpunan (himpunan bagian)  $B$  jika dan hanya jika semua elemen-elemen  $A$  adalah anggota himpunan  $B$  dan dinotasikan  $A \subset B$ .

**Definisi 2.2.2 [4]**

Misalkan  $A, B \subset R$ , maka fungsi  $f$  dari  $A$  ke  $B$ , ditulis :  
 $f : A \rightarrow B$   
 yaitu didefinisikan sebagai suatu urutan pemasangan yang mengaitkan setiap elemen di himpunan  $A$  dengan tepat satu elemen di himpunan  $B$ .

**Definisi 2.2.3 [4]**

Misal  $f : A \rightarrow B$ , fungsi  $f$  disebut fungsi **surjektif** atau **onto** jika setiap elemen himpunan  $B$  merupakan bayangan dari satu atau lebih elemen himpunan  $A$ .

**Definisi 2.2.4 [4]**

Misal  $f : A \rightarrow B$ , fungsi  $f$  disebut fungsi **injektif** atau **satu-satu** bila tidak ada dua elemen berbeda dalam himpunan  $A$  yang memiliki bayangan yang sama dalam himpunan  $B$ .

**Definisi 2.2.5 [4]**

Misal  $f : A \rightarrow B$ , fungsi  $f$  disebut **bijektif** jika  $f$  fungsi surjektif dan injektif.

**2.3 Relasi Fuzzy**

**Definisi 2.3.1**

Misalkan  $X$  adalah himpunan semesta dan  $A, B$  himpunan bagian dari  $X$ . Relasi fuzzy adalah sebuah relasi antara anggota-anggota dari himpunan  $A$  dan himpunan  $B$ , dengan  $\mu_{A \times B}(a, b)$ ,  $a \in A$ ,  $b \in B$  adalah fungsi keanggotaan (Chen, 2000)

**Definisi 2.3.2**

Misalkan  $X$  adalah himpunan semesta, dan  $A$  himpunan bagian dari  $X$  maka relasi fuzzy dikatakan simetri jika  $\mu(a, b) = \mu(b, a) \forall a, b \in A$  (Sunitha, 2001)

**2.4 Graf [1]**

**Definisi 2.3.1**

Sebuah graf  $G$  berisikan dua himpunan yaitu himpunan berhingga tak kosong  $V(G)$  dari obyek-obyek yang disebut titik dan himpunan berhingga (mungkin kosong)  $E(G)$  yang elemen-elemennya disebut sisi sedemikian hingga setiap elemen  $e$  dalam  $E(G)$  merupakan pasangan tak berurutan dari titik-titik  $V(G)$ . Himpunan  $V(G)$  disebut himpunan titik, dan himpunan  $E(G)$  disebut himpunan sisi  $G$ .

**HASIL DAN PEMBAHASAN**

**3.1 Graf Fuzzy**

**Definisi 3.1.1 [2]**

Misal  $S$  adalah himpunan titik tidak kosong, suatu graf fuzzy dinotasikan  $G : (\sigma, \mu)$  adalah pasangan fungsi dimana  $\sigma$  adalah fuzzy subset dari  $S$  dan  $\mu$  adalah relasi fuzzy simetri pada  $\sigma$ , dengan:

i.  $\sigma : S \rightarrow [0,1]$

ii.  $\mu : S \times S \rightarrow [0,1]$  yang memenuhi  $\mu(x, y) \leq \sigma(x) \wedge \sigma(y) \forall x, y \in S$ ,

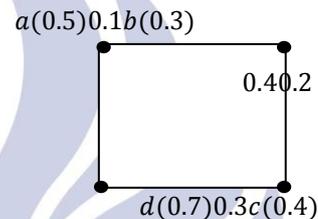
dengan  $\sigma(x)$  merupakan derajat keanggotaan titik-titik graf fuzzy,  $\mu(x, y)$  merupakan derajat keanggotaan sisi-sisi graf fuzzy dan  $\wedge$  menyatakan minimum dari  $\sigma(x)$  dan  $\sigma(y)$ .

**Contoh 3.1.1**

Diberikan  $G : (\sigma, \mu)$  adalah graf fuzzy dan  $S = \{a, b, c, d\}$  dengan  $\sigma : S \rightarrow [0,1]$  dan  $\mu : S \times S \rightarrow [0,1]$  yang didefinisikan sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \sigma(a) &= 0.5 & \mu(a, b) &= 0.1 \\ \sigma(b) &= 0.3 & \mu(b, c) &= 0.2 \\ \sigma(c) &= 0.4 & \mu(a, d) &= 0.4 \\ \sigma(d) &= 0.7 & \mu(c, d) &= 0.3 \end{aligned}$$

maka graf fuzzy  $G : (\sigma, \mu)$  dapat digambarkan sebagai berikut :



**Gambar 3.1 : Contoh Graf Fuzzy**

**Definisi 3.1.2 [2]**

Misalkan  $G : (\sigma, \mu)$  adalah graf fuzzy, maka order dan size dari  $G : (\sigma, \mu)$  didefinisikan sebagai berikut :

$$order(G) = \sum_{x \in S} \sigma(x)$$

$$size(G) = \sum_{x, y \in S} \mu(x, y)$$

**3.2 Isomorfisma Graf Fuzzy**

**Definisi 3.2.1 [2]**

Misal  $G : (\sigma, \mu)$  dan  $G' : (\sigma', \mu')$  adalah graf fuzzy dengan himpunan titik berturut-turut  $S$  dan  $S'$ .

Homomorfisma dari  $G : (\sigma, \mu)$  ke  $G' : (\sigma', \mu')$  adalah suatu pemetaan  $f : S \rightarrow S'$  yang memenuhi :

i.  $\sigma(x) \leq \sigma'(f(x)) \forall x \in S$ .

ii.  $\mu(x, y) \leq \mu'(f(x), f(y)) \forall x, y \in S$ .

**Definisi 3.2.2 [2]**

Misalkan  $G : (\sigma, \mu)$  dan  $G' : (\sigma', \mu')$  adalah graf fuzzy, dengan  $S$  dan  $S'$  adalah himpunan titik.

Isomorfisma lemah adalah suatu pemetaan  $f : S \rightarrow S'$  dengan  $f$  adalah homomorfisma bijektif yang memenuhi :

i.  $\sigma(x) = \sigma'(f(x)) \forall x \in S$ .

ii.  $\mu(x, y) \leq \mu'(f(x), f(y)) \forall x, y \in S$ .

**Definisi 3.2.3 [2]**

Misalkan  $G : (\sigma, \mu)$  dan  $G' : (\sigma', \mu')$  adalah graf fuzzy, dengan  $S$  dan  $S'$  adalah himpunan titik.

Isomorfisma kuat adalah suatu pemetaan  $f : S \rightarrow S'$  dengan  $f$  adalah homomorfisma bijektif yang memenuhi :

- i.  $\sigma(x) \leq \sigma'(f(x)) \quad \forall x \in S.$
- ii.  $\mu(x, y) = \mu'(f(x), f(y)) \quad \forall x, y \in S.$

**Definisi 3.2.4 [2]**

Misalkan  $G : (\sigma, \mu)$  dan  $G' : (\sigma', \mu')$  adalah graf fuzzy dengan  $S$  dan  $S'$  adalah himpunan titik.

Isomorfisma adalah suatu pemetaan bijektif  $f : S \rightarrow S'$  yang memenuhi :

- i.  $\sigma(x) = \sigma'(f(x)) \quad \forall x \in S.$
- ii.  $\mu(x, y) = \mu'(f(x), f(y)) \quad \forall x, y \in S.$

Jika ada isomorfisma dari  $G : (\sigma, \mu)$  ke  $G' : (\sigma', \mu')$  maka dua graf tersebut dikatakan isomorfik dan dapat dinotasikan dengan  $G \cong G'$ .

**3.3 Komplemen Graf Fuzzy**

**Definisi 3.3.1 [2]**

Misalkan  $G : (\sigma, \mu)$  adalah graf fuzzy.

Komplemen  $G : (\sigma, \mu)$  didefinisikan sebagai  $\bar{G} : (\bar{\sigma}, \bar{\mu})$  dengan  $\bar{\mu}(x, y) = \sigma(x) \wedge \sigma(y) - \mu(x, y) \quad \forall x, y \in S$  dan  $\bar{\sigma}(x) = \sigma(x)$ .

**Teorema 3.3.2 [2]**

Dua graf fuzzy isomorfik jika dan hanya jika komplemennya isomorfik.

Bukti :

- 1. Jika dua graf fuzzy isomorfik maka komplemennya isomorfik.

Bukti :

Diberikan  $G : (\sigma, \mu)$  dan  $G' : (\sigma', \mu')$  isomorfik ( $G \cong G'$ ). Karena  $G \cong G'$  maka ada pemetaan bijektif  $f : S \rightarrow S'$  yang memenuhi :

$$\sigma(x) = \sigma'(f(x)) \quad \forall x \in S. \tag{1}$$

$$\mu(x, y) = \mu'(f(x), f(y)) \quad \forall x, y \in S. \tag{2}$$

Menurut definisi komplemen graf fuzzy didapat :

$$\bar{\mu}(x, y) = \sigma(x) \wedge \sigma(y) - \mu(x, y) \quad \forall x, y \in S \tag{definisi 3.3.1}$$

$$\bar{\mu}'(f(x), f(y)) = \bar{\sigma}'(f(x)) \wedge \bar{\sigma}'(f(y)) - \mu'(f(x), f(y)) \tag{1}$$

& (2)

$$\bar{\mu}(x, y) = \bar{\mu}'(f(x), f(y)) \tag{3}$$

Karena

$$\sigma(x) = \sigma'(f(x)) \text{ maka } \bar{\sigma}(x) = \bar{\sigma}'(f(x)) \tag{4}$$

Berdasarkan persamaan (3) dan (4) maka  $\bar{G} \cong \bar{G}'$

- 2. Jika komplemen dari dua graf isomorfik maka dua graf tersebut isomorfik.

Bukti :

Diberikan  $\bar{G} : (\bar{\sigma}, \bar{\mu})$  dan  $\bar{G}' : (\bar{\sigma}', \bar{\mu}')$  isomorfik ( $\bar{G} \cong \bar{G}'$ ) maka ada pemetaan bijektif  $f : S \rightarrow S'$  yang memenuhi :

$$\bar{\sigma}(x) = \bar{\sigma}'(f(x)) = \bar{\sigma}'(f(x)) \quad \forall x \in S. \tag{5}$$

$$\bar{\mu}(x, y) = \bar{\mu}'(f(x), f(y)) \quad \forall x, y \in S. \tag{6}$$

Berdasarkan definisi komplemen graf fuzzy

$$\bar{\mu}(x, y) = \sigma(x) \wedge \sigma(y) - \mu(x, y) \quad \forall x, y \in S \tag{definisi 3.3.1}$$

$$\bar{\mu}'(f(x), f(y)) = \sigma'(f(x)) \wedge \sigma'(f(y)) - \mu(x, y) \tag{6}$$

dari (5) & (6)

$$\begin{aligned} \sigma'(f(x)) \wedge \sigma'(f(y)) - \mu'(f(x), f(y)) \\ = \sigma'(f(x)) \wedge \sigma'(f(y)) - \mu(x, y) \end{aligned}$$

$$\mu'(f(x), f(y)) = \mu(x, y) \tag{7}$$

Berdasarkan persamaan (5) dan (7) didapat pemetaan  $f : S \rightarrow S'$  yang merupakan isomorfisma antara  $G : (\sigma, \mu)$  dan  $G' : (\sigma', \mu')$ .

Jadi, terbukti jika komplemen dari dua graf isomorfik maka dua graf tersebut isomorfik.

**Teorema 3.3.3 [2]**

Jika ada isomorfisma lemah antara  $G : (\sigma, \mu)$  dan  $G' : (\sigma', \mu')$  maka ada isomorfisma lemah antara  $\bar{G}$  dan  $\bar{G}'$ .

Bukti :

Diberikan  $G : (\sigma, \mu)$  dan  $G' : (\sigma', \mu')$  isomorfik lemah, maka ada pemetaan bijektif  $f : S \rightarrow S'$  yang memenuhi :

$$\sigma(x) = \sigma'(f(x)) \quad \forall x \in S \tag{8}$$

$$\mu(x, y) \leq \mu'(f(x), f(y)) \quad \forall x, y \in S \tag{9}$$

Berdasarkan definisi komplemen graf fuzzy

$$\bar{\mu}(x, y) = \sigma(x) \wedge \sigma(y) - \mu(x, y) \quad \forall x, y \in S \tag{definisi 3.3.1}$$

$$\bar{\mu}(x, y) = \sigma(x) \wedge \sigma(y) - \mu(x, y)$$

$$\bar{\mu}'(f(x), f(y)) \leq \bar{\sigma}'(f(x)) \wedge \bar{\sigma}'(f(y)) - \bar{\mu}(x, y) \dots \dots \dots * \text{dari (9)}$$

$\bar{\mu}'(f(x), f(y))$  diperoleh dari

(definisi komplemen graf fuzzy)

$$\bar{\mu}'(f(x), f(y)) = \bar{\sigma}'(f(x)) \wedge \bar{\sigma}'(f(y)) - \bar{\mu}'(f(x), f(y)) \tag{10}$$

Dengan mensubstitusikan pers (10) ke (\*) didapat

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}'(f(x)) \wedge \bar{\sigma}'(f(y)) - \bar{\mu}'(f(x), f(y)) \\ \leq \bar{\sigma}(x) \wedge \bar{\sigma}(y) - \bar{\mu}(x, y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma'(f(x)) \wedge \sigma'(f(y)) - \bar{\mu}'(f(x), f(y)) &\leq \\ \sigma'(f(x)) \wedge \sigma'(f(y)) - \bar{\mu}(x, y) &\text{ dari (8)} \\ -\bar{\mu}'(f(x), f(y)) &\leq -\bar{\mu}(x, y) \\ \bar{\mu}'(f(x), f(y)) &\geq \bar{\mu}(x, y) \\ \bar{\mu}(x, y) &\leq \bar{\mu}'(f(x), f(y)) \end{aligned} \quad (11)$$

Karena

$$\sigma(x) = \bar{\sigma}(f(x)) \quad (\text{definisi 3.3.1})$$

maka

$$\bar{\sigma}(x) = \bar{\sigma}'(f(x)) \quad \forall x, y \in S \quad (12)$$

Berdasarkan persamaan (11) dan (12) pemetaan  $f : \bar{S} \rightarrow \bar{S}'$  yang merupakan isomorfisma lemah antara  $\bar{G} : (\bar{\sigma}, \bar{\mu})$  dan  $\bar{G}' : (\bar{\sigma}', \bar{\mu}')$ .

Jadi terbukti bahwa Jika ada isomorfisma lemah antara  $G : (\sigma, \mu)$  dan  $G' : (\sigma', \mu')$  maka ada isomorfisma lemah antara  $\bar{G} : (\bar{\sigma}, \bar{\mu})$  dan  $\bar{G}' : (\bar{\sigma}', \bar{\mu}')$ .

### 3.4 Komplemen Graf Fuzzy Terhadap Dirinya Sendiri

#### Definisi 3.4.1 [2]

Graf fuzzy  $G : (\sigma, \mu)$  dikatakan komplemen terhadap dirinya sendiri jika  $G \cong \bar{G}$ .

#### Teorema 3.4.2 [2]

Jika  $G : (\sigma, \mu)$  adalah komplemen graf fuzzy terhadap dirinya sendiri, maka

$$\sum_{x \neq y} \mu(x, y) = \frac{1}{2} \sum_{x \neq y} [\sigma(x) \wedge \sigma(y)] \quad \forall x, y \in S.$$

Bukti :

Diketahui  $G : (\sigma, \mu)$  adalah komplemen graf fuzzy terhadap dirinya sendiri maka  $G \cong \bar{G}$  (definisi 3.4.1)

sehingga ada pemetaan bijektif  $f : S \rightarrow \bar{S}$  yang memenuhi :

$$\sigma(x) = \sigma(f(x)) = \bar{\sigma}(f(x)) \quad \forall x \in S. \quad (13)$$

$$\mu(x, y) = \bar{\mu}(f(x), f(y)) \quad \forall x, y \in S. \quad (14)$$

Berdasarkan definisi komplemen graf fuzzy diperoleh :

$$\bar{\mu}(f(x), f(y)) = \sigma(f(x)) \wedge \sigma(f(y)) - \mu(f(x), f(y)) \quad (\text{definisi 3.3.1})$$

$$\mu(x, y) = \sigma(x) \wedge \sigma(y) - \mu(f(x), f(y)) \quad \text{dari (13) \& (14)}$$

$$\mu(x, y) = \sigma(x) \wedge \sigma(y) - \mu(x, y) \quad \text{kern } f(x) = y, f(y) = x$$

$$\mu(x, y) + \mu(x, y) = \sigma(x) \wedge \sigma(y)$$

$$2\mu(x, y) = \sigma(x) \wedge \sigma(y)$$

$$2 \sum_{x \neq y} \mu(x, y) = \sum_{x \neq y} (\sigma(x) \wedge \sigma(y))$$

$$\sum_{x \neq y} \mu(x, y) = \frac{1}{2} \sum_{x \neq y} (\sigma(x) \wedge \sigma(y))$$

Jadi terbukti bahwa jika  $G : (\sigma, \mu)$  adalah komplemen graf fuzzy terhadap dirinya sendiri, maka

$$\sum_{x \neq y} \mu(x, y) = \frac{1}{2} \sum_{x \neq y} [\sigma(x) \wedge \sigma(y)] \quad \forall x, y \in S.$$

### 3.5 Komplemen Lemah Graf Fuzzy Terhadap Dirinya Sendiri

#### Definisi 3.5.1 [2]

Graf fuzzy  $G : (\sigma, \mu)$  dikatakan komplemen lemah terhadap dirinya sendiri jika  $G : (\sigma, \mu)$  isomorfik lemah dengan  $\bar{G} : (\bar{\sigma}, \bar{\mu})$ .

#### Teorema 3.5.2 [2]

Jika  $G : (\sigma, \mu)$  adalah komplemen lemah terhadap dirinya sendiri, maka

$$\sum_{x \neq y} \mu(x, y) \leq \frac{1}{2} \sum_{x \neq y} [\sigma(x) \wedge \sigma(y)] \quad \forall x, y \in S.$$

Bukti :

Diketahui  $G : (\sigma, \mu)$  adalah komplemen lemah terhadap dirinya sendiri maka  $G : (\sigma, \mu)$  isomorfik lemah dengan  $\bar{G} : (\bar{\sigma}, \bar{\mu})$  (definisi 3.5.1)

sehingga ada pemetaan  $f : S \rightarrow \bar{S}$  dengan  $f$  adalah homomorfisma bijektif yang memenuhi :

$$\sigma(x) = \sigma(f(x)) = \bar{\sigma}(f(x)) \quad \forall x \in S. \quad (15)$$

$$\mu(x, y) \leq \bar{\mu}(f(x), f(y)) \quad \forall x, y \in S. \quad (16)$$

Berdasarkan definisi komplemen graf fuzzy diperoleh :

$$\bar{\mu}(f(x), f(y)) = \sigma(f(x)) \wedge \sigma(f(y)) - \mu(f(x), f(y)) \quad \text{definisi 3.3.1}$$

$$\mu(x, y) \leq \sigma(x) \wedge \sigma(y) - \mu(f(x), f(y)) \quad \text{dari (15) \& (16)}$$

$$\mu(x, y) \leq \sigma(x) \wedge \sigma(y) - \mu(x, y) \quad \text{kern } f(x) = x, f(y) = y$$

$$\mu(x, y) + \mu(x, y) \leq \sigma(x) \wedge \sigma(y)$$

$$2\mu(x, y) \leq \sigma(x) \wedge \sigma(y)$$

$$2 \sum_{x \neq y} \mu(x, y) \leq \sum_{x \neq y} (\sigma(x) \wedge \sigma(y))$$

$$\sum_{x \neq y} \mu(x, y) \leq \frac{1}{2} \sum_{x \neq y} (\sigma(x) \wedge \sigma(y))$$

Jadi terbukti bahwa jika  $G : (\sigma, \mu)$  adalah komplemen graf fuzzy terhadap dirinya sendiri, maka

$$\sum_{x \neq y} \mu(x, y) \leq \frac{1}{2} \sum_{x \neq y} [\sigma(x) \wedge \sigma(y)] \quad \forall x, y \in S.$$

#### Teorema 3.5.3 [2]

Misalkan  $G : (\sigma, \mu)$  adalah graf fuzzy.

Jika  $\mu(x, y) \leq \frac{1}{2}(\sigma(x) \wedge \sigma(y)) \forall x, y \in S$  maka  $G : (\sigma, \mu)$  adalah komplemen lemah terhadap dirinya sendiri.

Bukti :

Diketahui  $G : (\sigma, \mu)$  adalah graf fuzzy dan  $\mu(x, y) \leq \frac{1}{2}(\sigma(x) \wedge \sigma(y)) \forall x, y \in S$  (17)

Diasumsikan bahwa  $f : S \rightarrow S$  adalah pemetaan identitas sehingga  $f(x) = x$

$$\sigma(x) = \sigma(f(x)) = \bar{\sigma}(f(x)) \forall x \in S. \quad (18)$$

Berdasarkan definisi komplemen graf fuzzy diperoleh :

$$\bar{\mu}(x, y) = \sigma(x) \wedge \sigma(y) - \mu(x, y) \quad \text{definisi 3.3.1}$$

$$\bar{\mu}(x, y) \geq \sigma(x) \wedge \sigma(y) - \frac{1}{2}(\sigma(x) \wedge \sigma(y)) \quad \text{dari (17)}$$

$$\bar{\mu}(x, y) \geq \frac{1}{2}(\sigma(x) \wedge \sigma(y))$$

$$\bar{\mu}(x, y) \geq \mu(x, y) \quad \text{dari (17)}$$

$$\mu(x, y) \leq \bar{\mu}(x, y)$$

$$\mu(x, y) \leq \bar{\mu}(f(x), f(y)) \quad \text{krn } f(x) = x$$

$$\text{Diperoleh } \mu(x, y) \leq \bar{\mu}(f(x), f(y)) \forall x, y \in S \quad (19)$$

Dari persamaan (18) dan (19) didapat bahwa  $G$  isomorfik lemah dengan  $\bar{G} : (\sigma, \bar{\mu})$ , maka  $G : (\sigma, \mu)$  komplemen lemah terhadap dirinya sendiri.

## PENUTUP

### 4.1 Simpulan

Dari pembahasan yang telah diuraikan dalam skripsi ini, dapat diambil kesimpulan bahwa :

1. Jika  $G : (\sigma, \mu)$  isomorfik dengan  $G' : (\sigma', \mu')$  maka  $G : (\sigma, \mu)$  dan  $G' : (\sigma', \mu')$  adalah isomorfik lemah dan isomorfik kuat.
2. Jika  $G : (\sigma, \mu)$  komplemen graf fuzzy terhadap dirinya sendiri maka

$$size(G) = \frac{1}{2} \sum_{x \neq y} (\sigma(x) \wedge \sigma(y))$$

3. Jika  $G : (\sigma, \mu)$  komplemen lemah terhadap dirinya sendiri maka  $order(G) = order(\bar{G})$  dan  $size(G) \leq size(\bar{G})$ .

### 4.2 Saran

Dalam skripsi ini hanya dibahas tentang komplemen lemah terhadap dirinya sendiri yang berhubungan dengan sifat-sifat isomorfisma graf fuzzy. Oleh karena itu penulis menyarankan kepada pembaca yang tertarik mengenai pembahasan ini untuk menjelaskan apakah sifat-sifat isomorfisma graf fuzzy juga berlaku untuk komplemen kuat terhadap dirinya sendiri.

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Budayasa, I Ketut. 2007. *Teori Graph dan Aplikasinya*. Surabaya : University Press UNESA.
- [2] Gani, A. Nagoor and J. Malarvizhi. 2008. *Isomorphism on Fuzzy Graphs*. World Academy of Science, Engineering, and Technology 23.
- [3] H. Lee, Kwang. 2005. *First Course on Fuzzy Theory and Applications*.
- [4] Raupong. 2008. *Matematika Dasar I*. Jurusan Matematika Fakultas Ilmu Pengetahuan Alam dan Matematika Universitas Hasanuddin.
- [5] Sunitha, M.S. 2001. *Studies On Fuzzy Graphs*. Cochin University of Science and Technology.
- [6] Wibisono, Samuel. 2008. *Matematika Diskrit*. Yogyakarta: Graha Ilmu.