MATHunesa
Jurnal Ilmiah Matematika Volume 3 No.6 Tahun 2017
ISSN 2301-9115

SEMIGRUP KANSELATIF BERDASARKAN KONJUGAT

Muhammad Ilham Fauzi

(S1 Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Surabaya)

Email : ilhamsakerapala@gmail.com

Abstrak

Himpunan tak kosong S dengan operasi biner " $*$ " disebut semigrup jika tertutup dan asosiatif. Pada semigrup $S,$ jika $xy = xz$ mengakibatkan $y = z$ dan jika $yx = zx$ mengakibatkan $y = z$ untuk semua $x, y, z \in S$ maka S disebut semigrup kanselatif. Semigrup S merupakan semigrup yang memuat konjugat jika $\exists z \in S$ dan $x, y \in S$ sedemikian hingga $xy = yz,$ maka z disebut konjugat x oleh y dan dinotasikan dengan $x^y = z.$ Hasil penelitian menjelaskan konsep serta sifat-sifat semigrup kanselatif berdasarkan konjugat.

Kata Kunci: Semigrup, Semigrup Kanselatif, konjugat, Nilpoten kelas 2.

Abstract

S be nonempty set with certainly biner operation is called semigroup if closed and assosiative. On S semigroup, if $xy = xz$ implies $y = z$ and if $yx = zx$ implies $y = z$ for all $x, y, z \in S$ then S is cancellative semigroup. Let S be a admitting conjugates semigroup if $\exists z \in S$ and $x, y \in S$ such that $xy = yz,$ then z is called conjugate of x by y and it is donated by $x^y = z$ The research's result explain the concept and characteristics of cancellative semigroup admitting conjugates.

Keywords: Semigroup, Cancellative Semigroup, Conjugate, Nilpotent class 2

PENDAHULUAN

Struktur aljabar merupakan himpunan yang tidak kosong dengan paling sedikit satu operasi biner dan memenuhi aksioma–aksioma yang berlaku. Contoh dari struktur aljabar yang banyak diketahui yaitu grup dan contoh lain misalnya adalah semigrup, di mana untuk setiap grup pasti merupakan semigrup, tetapi semigrup belum tentu merupakan grup. Himpunan tidak kosong dengan operasi biner dikatakan semigrup jika memenuhi sifat tertutup dan asosiatif.

Teori semigrup pertama kali muncul pada buku matematika berjudul Elements de la Theorie des Groups Abstraits (Paris, 1904). Artikel pertama dimunculkan oleh L. E. Dickson pada 1905, namun teori semigrup baru benar-benar dimulai pada 1928 oleh A.K Suschkewitsch. Banyak peneliti yang mengembangkan teori semigrup, seperti halnya P. Sreenivasulu Reddya dan Guesh Yfter Telaa pada tahun 2012 memperkenalkan konsep yang dapat diterapkan dalam semigrup yaitu konsep tentang kanselatif dari suatu semigrup dalam jurnalnya yang berjudul "*Cancellative Left (Right) Regular Semigroups*" dan sifat-sifat yang terkait. Joao Araujo, dkk pada tahun 2014 memperkenalkan beberapa konsep konjugasi yang dapat diterapkan ke dalam semigrup dalam jurnalnya yaitu *"conjugation in semigroups"*. Dalam buku "*Presentations For Subsemigroups of Groups*" Matematikawan Malcev dan B. H. Neumann memperkenalkan Subsemigrup dari grup Nilpoten, dimana suatu semigrup termasuk grup abelian dan kemudian menjadi semigrup kanselatif komutatif sehingga dapat disisipkan ke dalam grup nilpoten. Dalam jurnal ini akan dibahas sifat-sifat konsep kanselatif dari suatu semigrup berdasarkan konsep konjugat, serta menggunakan teorema Mal'cev Neumann dimana nilpoten kelas 2 didefinisikan $xyzyx = yxzxy$;untuk semua $x, y, z \in S$.

LANDASAN TEORI

A. Grup

Definisi 2.1

Suatu grup merupakan pasangan dari himpunan tak kosong G dengan operasi biner "$*$"pada G yang memenuhi aksioma berikut:

(i) $a * b \in G, \forall a, b \in G$ (tertutup)

(ii) $(a * b) * c = a * (b * c), \forall a, b, c \in G$ (asosiatif)

(iii) $\exists\, e \in G$, yang disebut identitas dari G sedemikian hingga $\forall\, a \in G$ berlaku $a * e = e * a = a$.

(iv) $\forall\, a \in G$, $\exists\, a^{-1} \in G$, yang disebut invers dari a sedemikian hingga $a * a^{-1} = a^{-1} * a = e$.

(Dummit, 1999)

Catatan: jika G dengan operasi biner "$*$" merupakan grup, maka ditulis $[G,*]$ dan agar tidak menimbulkan kerancuan penulisan $x * y$ dapat ditulis xy.

B. Semigrup

Definisi 2.2

Diberikan S himpunan tak kosong. S dengan operasi biner "$*$" dikatakan semigrup jika memenuhi:

(i) $\forall a, b \in S, ab \in S$ (Tertutup)

(ii) $\forall a, b, c \in S, (ab)c = a(bc)$ (Asosiatif)

(Kandasamy.W.B.V, 2002)

Catatan: jika S dengan operasi biner "$*$" merupakan semigrup, maka ditulis $(S,*)$

C. Semigrup komutatif

Definisi 2.3

Semigrup $(S,*)$ dikatakan komutatif jika dan hanya jika $\forall a, b \in S, ab = ba$.

(Harju, 1996)

D. Invers semigrup

Definisi 2.4

Diberikan semigrup $(S,*)$ dan $a \in S$. Suatu $a^{-1} \in S$ disebut invers dari a jika dan hanya jika $a = aa^{-1}a$ dan $a^{-1} = a^{-1}aa^{-1}$.

(Harju, 1996)

E. Subsemigrup

Definisi 2.5

Misalkan $(S,*)$ semigrup. A subset tak kosong dari S disebut Subsemigrup dari S jika dengan operasi yang sama pada S, A membentuk semigrup.

(Harju, 1996)

F. Teorema kanselatif

Teorema 2.1

Misalkan $[G,*]$ adalah grup. Untuk semua $a, b, c \in G$,

(i) Jika $ab = ac$ maka $b = c$ (kanselatif kiri)

(ii) Jika $ab = cb$ maka $a = c$ (kanselatif kanan)

(Joseph A.Gallian, 2012)

G. Nilpoten

Definisi 2.6

Misalkan $(S,*)$ semigrup.

(i) Suatu $z \in S$ disebut elemen nol dinotasikan 0 di $(S,*)$ jika dan hanya jika $zx = z = xz$; $\forall x \in S$

(ii) Jika $x \in S$ dan ada suatu bilangan bulat positif n sedemikian hingga $x^n = 0$ (elemen nol) maka x disebut elemen nilpoten.

(John M. Howie, 1989)

H. Homomorfisme

Definisi 2.7

Pemetaan φ dari suatu $[G, \therefore]$ ke $[G',*]$ disebut homomorfisme jika $\varphi(a \therefore b) = \varphi(a) * \varphi(b), \forall a, b \in G$.

(Joseph A.Gallian, 2012)

PEMBAHASAN

Semigrup kanselatif

Definisi 3.1

Misalkan $(S,*)$ semigrup. Jika $xy = xz$ mengakibatkan $y = z$ dan jika $yx = zx$ mengakibatkan $y = z$,untuk semua $x, y, z \in S$ maka S disebut semigrup kanselatif.

(Moghaddam. G.I, 2015)

Konjugat

Definisi 3.2

Misalkan $(S,*)$ semigrup dan $x, y \in S$. Jika $\exists\, z \in S$ sedemikian hingga $xy = yz$, maka z disebut konjugat x oleh y dan dinotasikan dengan $x^y = z$. Jika untuk semua $x, y \in S, \exists\, z = x^y \in S$ maka $(S,*)$ dikatakan memuat konjugat.

Oleh karena itu untuk sebarang x dan y di semigrup kanselatif S memuat konjugat x^y tunggal dan $xy = yx^y$.

Jika $xy = yz$ berlaku untuk semua $x, y \in S, \exists\, z \in S$ dan jika $xy = yp$ berlaku untuk semua $x, y \in S, \exists\, p \in S$ sedemikian hingga berdasarkan semigrup kanselatif kanselasi kiri maka $z = p$ jadi z dan p tunggal.

(Moghaddam. G.I, 2015)

Lemma 3.1

Misalkan $(S,*)$ semigrup kanselatif yang memuat konjugat dan jika semua $x,y,z \in S$. Maka pernyataan berikut ini belaku:

1. $x^x = x$
2. $(x^y)^z = x^{yz}$
3. $(xy)^z = x^z y^z$

(Moghaddam. G.I, 2015)

Teorema 3.1

Misalkan $(S,*)$ semigrup kanselatif yang memuat konjugat untuk sebarang a,b,x,y,u dan $v \in S$. Jika $ay = xb^y, cy = xd^y, av = ub^v$, maka $cv = ud^v$.

(Moghaddam. G.I, 2015)

Definisi 3.3

Misalkan $(S,*)$ semigrup kanselatif yang memuat konjugat. Untuk semua $a,b,\in S$ didefinisikan:

$$a\backslash b = \{(x,y)|ay = xb^y \in S * S\}$$

(Moghaddam. G.I, 2015)

Lemma 3.2

Misalkan $(S,*)$ semigrup kanselatif yang memuat konjugat, untuk semua $a,b,c\ d,\in S$

(i) Jika $(a\backslash b) \cap (c\backslash d) \neq \emptyset$ maka $a\backslash b = c\backslash d$

(ii) $a\backslash a = b\backslash b$

(Moghaddam. G.I, 2015)

Bukti:

1. Diberikan $(S,*)$ semigrup kanselatif yang memuat konjugat dan $(a\backslash b) \cap (c\backslash d) \neq \emptyset$. Misalkan $(x_1,y_1) \in (a\backslash b) \cap (c\backslash d)$
   Misalkan terdapat $(u,v) \in a\backslash b$ berdasarkan Definisi 3.3 maka $av = ub^v$, sehingga berdasarkan Teorema 3.1 berakibat $cv = ud^y$, oleh kerena itu $(u,v) \in c\backslash d$ maka dapat disimpulkan bahwa $a\backslash b \subset c\backslash d$.
   Misalkan terdapat $(u,v) \in c\backslash d$ berdasarkan Definisi 3.3 maka $cv = ud^y$, sehingga berdasarkan Teorema 3.1 berakibat $av = ub^v$, oleh kerena itu $(u,v) \in a\backslash b$ maka dapat disimpulkan bahwa $c\backslash d \subset a\backslash b$.
   Jadi, berdasarkan pembuktian di atas dapat disimpulkan bahwa $a\backslash b = c\backslash d$. ■
2. Diberikan $(S,*)$ semigrup kanselatif yang memuat konjugat. Misalkan $(x,y) \in a\backslash a$ berdasarkan Definisi 3.3 maka $ay = xa^y$ sehingga berdasarkan Teorema 3.1 berakibat $by = xb^y$ dan $(x,y) \in b\backslash b$ berdasarkan Definisi 3.3 dapat maka $by = xb^y$ sehingga berdasarkan Teorema 3.1 berakibat $ay = xa^y$. Akan ditunjukkan $a\backslash a = b\backslash b$. Dari kedua pernyataan tersebut dapat di simpulkan bahwa $(x,y) \in (a\backslash a) \cap (b\backslash b)$ atau $(a\backslash a) \cap (b\backslash b) \neq \emptyset$ maka berdasarkan Lemma 3.2 maka $a\backslash a = b\backslash b$. ■

Lemma 3.3

Misalkan $(S,*)$ semigrup kanselatif yang memuat konjugat dan untuk semua $a,b,u \in S$. Maka berlaku:

1. $au\backslash bu = a\backslash b$
2. $ua\backslash bu^a = a\backslash b$
3. $au\backslash u = av\backslash v$

(Moghaddam. G.I, 2015)

Bukti:

1. Diberikan semigrup kanselatif yang memuat konjugat dan $a,b,u \in S$. Misalkan terdapat $(x,y) \in a\backslash b$ berdasarkan Definisi 3.3 maka $ay = xb^y$, akan ditunjukkan $(x,y) \in au\backslash bu$, maka:
   $(au)y = a(uy)$ (Asosiatif)
   $= a(yu^y)$ (berdasarkan konjugat)
   $= (ay)u^y$ (Asosiatif)
   $= (xb^y)u^y$ (hipotesis Teorema 3.1)
   $= x(b^y u^y)$ (Asosiatif)
   $= x(bu)^y$ (Lemma 3.1)
   Jadi, $(x,y) \in au\backslash bu$ maka $(au)y = x(bu)^y$, sehingga dapat disimpulkan $au\backslash bu \subset a\backslash b$ berdasarkan Lemma 3.2 $a\backslash b \subset au\backslash bu$ sehingga $(au\backslash bu) \cap (a\backslash b) \neq \emptyset$ maka $au\backslash bu = a\backslash b$. ■
2. Diberikan semigrup kanselatif yang memuat konjugat dan $a,b,u \in S$. Misalkan terdapat $(x,y) \in a\backslash b$ maka $ay = xb^y$, akan ditunjukkan $(x,y) \in ua\backslash bu^a$, maka:
   $(ua)y = u(ay)$ (Asosiatif)
   $= (ay)u^{ay}$ (berdasarkan konjugat)
   $= (xb^y)u^{ay}$ (hipotesis Teorema 3.1)
   $= x(b^y u^{ay})$ (Asosiatif)
   $= x(bu^a)^y$ (Lemma 2.1)
   Jadi, $(x,y) \in ua\backslash bu^a$ maka $(ua)y = x(bu^a)^y$ sehingga dapat disimpulkan $ua\backslash bu^a \subset a\backslash b$ berdasarkan Lemma 3.2 $a\backslash b \subset ua\backslash bu^a$ sehingga $(ua\backslash bu^a) \cap (a\backslash b) \neq \emptyset$ maka $ua\backslash bu^a = a\backslash b$. ■
3. Diberikan semigrup kanselatif yang memuat konjugat dan $a,b,u,v \in S$. Misalkan terdapat $(au,u) \in au\backslash u$ maka $(au)u = au(u)^u$. Akan ditunjukkan $(au,u) \in av\backslash v$ maka:
   $(av)u = a(vu)$ (Asosiatif)
   $= a(uv^u)$ (berdasarkan konjugat)
   $= (au)v^u$ (Asosiatif)
   Jadi, $(au,u) \in av\backslash v$ maka $(av)u = (au)v^u$, sehingga dapat disimpulkan $av\backslash v \subset$

$au\backslash u$ berdasarkan Lemma 3.2 $au\backslash u \subset av\backslash v$ sehingga $(au\backslash u) \cap (av\backslash v) \neq \emptyset$ maka $au\backslash u = av\backslash v$. ■

Definisi 3.6

Misalkan $(S,*)$ semigrup kanselatif yang memuat konjugat. Untuk sebarang $a, b, c, d \in S$,

(i) Himpunan semua elemen $a\backslash b$ dinotasikan $\bar{S}$, yaitu:

$$\bar{S} = \{a\backslash b | a, b \in S\}$$

(ii) Didefinisikan operasi biner "$\bar{*}$" pada $\bar{S}$ dengan

$$(a\backslash b) \,\bar{*}\, (c\backslash d) = (ac\backslash db^c)$$

(Moghaddam. G.I, 2015)

Teorema 3.2

Misalkan $(S,*)$ semigrup kanselatif yang memuat konjugat. Maka $\bar{S}$ dengan operasi "$\bar{*}$" merupakan grup.

(Moghaddam. G.I, 2015)

Teorema 3.3

Jika $(S,*)$ adalah semigrup kanselatif yang memuat konjugat. Maka S dapat disisipkan ke dalam suatu grup.

(Moghaddam. G.I, 2015)

Definisi 3.8

Semigrup kanselatif dikatakan semigrup nilpoten kelas 2, jika memenuhi $xyuyx = yxuxy$;untuk semua $x, y, u \in S$.

(Moghaddam. G.I, 2015)

Teorema 3.4

Jika $(S,*)$ semigrup kanselatif yang memuat konjugat. Maka ketiga hukum berikut ekuivalen di S:

1. $xy = yx$, untuk semua $x, y \in S$ (komutatif)
2. $x^y = x$, untuk semua $x, y \in S$ (konjugasi)
3. $x^{y^z} = (x^y)^z$, untuk semua $x, y, z \in S$ (asosiatif dari konjugat)

(Moghaddam. G.I, 2015)

Bukti:

1. $(1 \Rightarrow 2)$
   Diberikan $(S,*)$ semigrup kanselatif yang memuat konjugat dan $xy = yx$
   Ambil $x, y \in S$
   $$xy = yx \text{ …….(i)}$$
   Dari persamaan di atas diperoleh dua bentuk, yaitu: xy dan yx
   Untuk bentuk xy, maka diperoleh:
   $xy = yx^y$ (berdasarkan konjugat)
   Dari (i), dapat disimpulkan bahwa:
   $$yx^y = yx$$
   Berdasarkan semigrup kanselatif, kanselasi kiri maka diperoleh $x^y = x$. ■
2. $(2 \Rightarrow 3)$
   Diberikan $(S,*)$ semigrup kanselatif yang memuat konjugat dan $x^y = x$
   Ambil sebarang $x, y, z \in S$
   - $x^y = x^z$ (misalkan $y = z$)
     $= (x^y)^z$ (konjugasi)
   - $x = x^y$ (konjugasi)
     $= x^{y^z}$ (konjugasi)

   Dari pembuktian diatas dapat disimpulkan $x^{y^z} = x^{y^z}$. ■
3. $(3 \Rightarrow 1)$
   Diberikan $(S,*)$ semigrup kanselatif yang memuat konjugat dan $x^{y^z} = (x^y)^z$
   Ambil sebarang $x, y \in S$
   Jika $x^{y^z} = (x^y)^z$ untuk $y = x$, maka:
   $x^{x^z} = (x^x)^z$
   $= (x)^z$
   $= x^z$
   Sehingga dapat di tulis: $x^{x^z} = x^z$. Karena $x^z \in S$ maka kedua ruas $x^{x^z} = x^z$ dapat di operasikan dengan x^z, sehingga diperoleh: $x^z x^{x^z} = x^z x^z$. Berdasarkan konjugat didapat: $xx^z = x^z x^z$, dan berdasarkan semigrup kanselatif, kanselasi kanan maka: $x = x^z$. Berdasarkan pembuktian $(1 \Rightarrow 2)$ didapat $xz = zx$. ■

Teorema 3.5

Misalkan $(S,*)$ semigrup kanselatif yang memuat konjugat. S adalah nilpoten kelas 2 jika dan hanya jika memenuhi konjugat $x^{y^z} = x^y$;untuk semua $x, y, z \in S$.

(Moghaddam. G.I, 2015)

Bukti:

Syarat perlu $(\Rightarrow)$

Jika $xyzyx = yxzxy$ adalah hukum nilpoten kelas 2 di dalam S dengan menggunakan konjugat dan semigrup kanselatif, maka diperoleh:

- $xyzyx = (xy)zyx$ (Asosiatif)
  $= (yx^y)zyx$ (berdasarkan konjugat)

Dari persamaan diatas, diperoleh:

$(yx^y)zyx = yxzxy$ dan berdasarkan semigrup kanselatif, kanselasi kiri diperoleh:

$$x^y zyx = xzxy$$

Karena $y, z \in S$ maka $y^z \in S$, sehingga:

$$x^{y^z} zy^z x = xzxy^z$$

Karena $zy^z = yz$, maka:

$$x^{y^z} yzx = xzxy^z$$

Misalkan $u, z, y \in S$, maka uzy dapat di operasikan ke dua ruas:

$$x^{y^z} yzxuzy = xzxy^z uzy$$

Sehingga:

$x^{y^z} yzxuzy = x^{y^z} yz(xu)zy$ (Asosiatif)
$= x^{y^z} zy(xu)yz$ (Komutatif)
$= x^{y^z} zyxuyz$

$xzxy^z uzy = xzx(y^z uzy)$ (Asosiatif)
$= xzx(yuzy)$ ($y \in S$ maka $y^z \in S$)
$= (xzxy)uzy$ (Asosiatif)
$= (xzxy)uyz$ (Komutatif)
$= (x^y zxy)uyz$ (Konjugasi)

Dari kedua persamaan di atas, diperoleh:

$$x^{y^z}(zyxuyz) = x^y(zxyuyz)$$

Sehingga, berdasarkan semigrup kanselatif, kanselasi kanan diperolah:

$$x^{y^z} = x^y \blacksquare$$

Syarat cukup ($\Leftarrow$)

Misalkan $x^{y^z} = x^y$ hukum konjugat di dalam S, maka dengan mengambil $x, y \in S$. $xy = xy^x = y^x x^{y^x} = y^x x^{y^z} = y^x x^y$, dan

$yxzxy = (yx)z(xy)$ (Asosiatif)
$= (xy^x)z(yx^y)$ (berdasarkan konjugat)
$= (xy^x)(zy)x^y$ (Asosiatif)
$= (xy^x)x^y(zy)^{x^y}$ (berdasarkan konjugat)
$= (xy^x)x^y(zy)^x$ (berdasarkan konjugasi)
$= x(y^x x^y)(zy)^x$ (Asosiatif)
$= x(yx)(zy)^x$
$= xy(x(zy)^x)$ (Asosiatif)
$= xy((zy)x)$ (berdasarkan konjugat)
$= xyzyx \blacksquare$

Teorema 3.5

Misalkan $(S,*)$ semigrup kanselatif yang memuat konjugat. S adalah nilpoten kelas 2 jika dan hanya jika memenuhi konjugat $x^{yz} = x^{zy}$; untuk semua $x, y, z \in S$

(Moghaddam. G.I, 2015)

Bukti:

Diberikan $(S,*)$ semigrup kanselatif memuat konjugat dan S adalah nilpoten kelas 2. Berdasarkan Teorema 3.5 $xyzyx = yxzxy \Leftrightarrow x^{y^z} = x^y$. Akan dibuktikan $x^{y^z} = x^y \Leftrightarrow x^{yz} = x^{zy}$.

Syarat perlu ($\Rightarrow$)

Jika S memenuhi $x^{y^z} = x^y$, maka diperoleh:

- $x^{yz} = x^{zy^z}$ (berdasarkan konjugat)
  $= (x^z)^y$ (Teorema 3.4)
  $= x^{zy}$

Syarat cukup ($\Leftarrow$)

Jika S memenuhi $x^{yz} = x^{zy}$, maka diperoleh:

- $x^{yz} = x^{zy^z}$ (berdasarkan konjugat)
  $= (x^z)^{y^z}$ (Lemma 3.1)

Sehingga dari persamaan diatas, diperoleh:

$$(x^z)^{y^z} = (x^z)^y$$

Misalkan $t = x^z$ maka $(t)^{y^z} = (t)^y \blacksquare$

PENUTUP

A. Kesimpulan

Dari pembahasan di atas dapat disimpulkan sifat-sifat semigrup kanselatif berdasarkan konjugat adalah:

1) Misalkan $(S,*)$ semigrup kanselatif yang memuat konjugat dan jika untuk semua $x, y, z \in S$. Maka pernyataan berikut ini terpenuhi:
   1. $x^x = x$
   2. $(x^y)^z = x^{yz}$
   3. $(xy)^z = x^z y^z$
2) Misalkan $(S,*)$ semigrup kanselatif yang memuat konjugat untuk sebarang a, b, x, y, u dan $v \in S$. Jika $ay = xb^y, cy = xd^y, av = ub^v$, maka $cv = ud^v$.
3) Misalkan $(S,*)$ semigrup kanselatif yang memuat konjugat untuk semua $x, y, z \in S$.
   a. Jika $(a \backslash b) \cap (c \backslash d) \neq \emptyset$ maka $a \backslash b = c \backslash d$
   b. $a \backslash a = b \backslash b$
4) Misalkan $(S,*)$ semigrup kanselatif yang memuat konjugat dan untuk semua $a, v, u \in S$. Maka berlaku:
   1. $au \backslash bu = a \backslash b$
   2. $ua \backslash bu^a = a \backslash b$
   3. $au \backslash u = av \backslash v$
5) Misalkan $(S,*)$ semigrup kanselatif yang memuat konjugat. Maka $\bar{S}$ dengan operasi " $\bar{*}$ " merupakan grup.
6) Jika $(S,*)$ adalah semigrup kanselatif yang memuat konjugat. Maka S dapat disisipkan ke dalam suatu grup.
7) Jika $(S,*)$ semigrup kanselatif yang memuat konjugat. Maka ketiga hukum berikut ekuivalen di S:
   1. $xy = yx$, untuk semua $x, y \in S$(komutatif)
   2. $x^y = x$, untuk semua $x, y \in S$ (konjugasi)
   3. $x^{y^z} = (x^y)^z$, untuk semua $x, y, z \in S$ (asosiatif dari konjugat)

8) Misalkan $(S,*)$ semigrup kanselatif yang memuat konjugat. S adalah nilpoten kelas 2 jika dan hanya jika memenuhi konjugat dengan $x^{y^z} = x^y$; untuk semua $x, y, z \in S$.
9) Misalkan $(S,*)$ semigrup kanselatif yang memuat konjugat. S adalah nilpoten kelas 2 jika dan hanya jika memenuhi konjugat $x^{yz} = x^{zy}$; untuk semua $x, y, z \in S$.

B. Saran

Pada jurnal ini telah dibahas mengenai sifat-sifat semigrup kanselatif berdasarkan konjugat. Namun belum dibahas sifat-sifat lain yang berkaitan dengan sifat-sifat semigrup kenselatif berdasarkan konjugat yang lain. Oleh karena itu, penulis menyarankan kepada pembaca untuk mempelajari lebih lanjut mengenai sifat-sifat semigrup kenselatif berdasarkan konjugat.

DAFTAR PUSTAKA

Araujo, Joao.dkk. 2014. *Conjugation in semigroups*. Vol. 403(2014) hal. 93–134.

Clifford, A.H. & Preston, G.B. 1961. "The Algebraic Theory of Semigroups, Vol. 1. Math. Surveys, vol. 7". *American Mathematic Society*.

Dummit, S. D. dan Foote, R.M. 2004. *Absract Algebra.* Third Edition, Englewood Cliffs: Prentice Hall.

Gallian, Joseph. A.2012. *Contemporary Abstract Algebra*. New York : Addison-Wesley Publishing Company.

Harjun, T. 1996. *Semigroup*. Finland: Departement of Mathematics University of Turku.

Kandasamy.W.B.V. 2002. *Smarandache near-rings*. USA: American Research Press.

Moghaddam, G.I dan R.Padmanabhan. 2015. *Cancellative Semigroups admitting Conjugates.* Canada:University of Manitoba.

M. Howie, John. 1989. *Embedding semigroups in nilpotent-generated semigroups*. Vol. 39 (1989): No. 1. hal. 47—54.

Sreenivasulu Reddy, P. dan Guesh Yfter Tela. 2012. *Cancellative Left (Right) Regular Semigroups*. Vol. 1: 2(2012): hal. 16–18