

**KONTROL PROPORSIONAL-DERIVATIF PADA SISTEM DINAMIK
PESAWAT TERBANG TIPE AIRBUS A380-800**

Mohammad Hafiz

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya
e-mail: mohammadhafiz@mhs.unesa.ac.id

Yusuf Fuad

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya
e-mail: yusuffuad@unesa.ac.id

Abstrak

Penelitian ini terinspirasi oleh penelitian yang dilakukan oleh Trisnawati dan Fuad (2016) yang membahas sistem dinamik pesawat Boeing 737-400 dengan penerapan kontrol *pole-placement*. Pada penelitian tersebut kestabilan dengan kontrol *pole-placement* masih membutuhkan waktu yang relatif lama. Penelitian ini mengkaji sistem dinamik pesawat Airbus A380-800, linierisasi sistem, serta upaya percepatan untuk kestabilan. Hasil analisis kestabilan menunjukkan bahwa sistem linier pada modus gerak longitudinal stabil dengan nilai eigen $\lambda_{1,2} = -0,2496 \pm 1,6006i$ dan $\lambda_{3,4} = -0,0104 \pm 0,0899i$, sedangkan ketidakstabilan terjadi pada modus gerak lateral-direksional dengan nilai eigen $\lambda_{1,2} = -0,0716 \pm 0,4972i$, $\lambda_3 = -0,4778$, dan $\lambda_4 = 0,0030$. Selanjutnya pada penelitian ini diterapkan kontrol proporsional-derivatif untuk mempercepat kestabilan dan mengurangi *overshoot*. Penerapan kontrol proporsional-derivatif dengan menentukan gain K_P dan gain K_D pada fungsi transfer modus gerak longitudinal maupun modus gerak lateral-direksional. Dengan kriteria Routh-Hurwitz, gain K_P dan gain K_D yang memenuhi untuk modus gerak longitudinal adalah $-0,0221 < K_P < 0,4721$ dan $-0,0588 < K_D < 1,3156$. Sedangkan untuk modus gerak lateral-direksional gain K_P dan gain K_D dipenuhi oleh $0,0005 < K_P < 0,0096$ dan $-0,1198 < K_D < 0,0775$. Simulasi diberikan untuk modus gerak longitudinal dengan $K_P = 0,0071$ dan $K_D = 0,5$, serta untuk modus gerak lateral-direksional dengan $K_P = 0,0088$ dan $K_D = -0,0555$. Pada modus gerak longitudinal sistem linier stabil setelah 40 detik dengan tanpa *overshoot* Pada modus gerak lateral-direksional sistem linier stabil setelah 50 detik namun masih memuat *overshoot*.

Kata Kunci: gerak longitudinal, gerak lateral-direksional, analisis kestabilan, kontrol proporsional-derivatif.

Abstract

This research inspired by research did by Trisnawati and Fuad (2016), has been studied about dynamic system of an aircraft Boeing 737-400 with pole placement control. In those research, with implementation of pole placement control, it still need more time to reach stable. This research, has been studied dynamic system of an aircraft Airbus A380-800, system linearization, and improvement for stability. Stability analysis show that linear system stable on longitudinal motion with the eigenvalues are $\lambda_{1,2} = -0,2496 \pm 1,6006i$ and $\lambda_{3,4} = -0,0104 \pm 0,0899i$, whereas unstability consist on lateral directional motion with the eigenvalues are $\lambda_{1,2} = -0,0716 \pm 0,4972i$, $\lambda_3 = -0,4778$, dan $\lambda_4 = 0,0030$. Next, implemented of proportional derivative control to accelerate stability and reduce overshoot. Proportional derivative control implemented with determine gain K_P and gain K_D on transfer function on longitudinal motion and lateral directional motion. By Routh-Hurwitz criterion, gain K_P and K_D which filled for longitudinal motion are $-0,0221 < K_P < 0,4721$ and $-0,0588 < K_D < 1,3156$. Whereas for lateral directional motion are $0,0005 < K_P < 0,0096$ and $-0,1198 < K_D < 0,0775$. Simulation is given for longitudinal motion with $K_P = 0,0071$ and $K_D = 0,5$ and for lateral directional motion with $K_P = 0,0088$ and $K_D = -0,0555$. On longitudinal motion linear system stable when the time reach 40 second and without load overshoot. On lateral directional motion linear system stable when time reach 50 second but still load overshoot.

Keywords: longitudinal motion, lateral directional motion, stability analysis, proportional-derivative control.

PENDAHULUAN

Efisien, cepat, mudah, aman, dan akurat adalah tuntutan dan keinginan orang di zaman yang sudah modern ini. Hal tersebut diharapkan pada berbagai aspek kehidupan, tidak terkecuali terhadap moda transportasi. Transportasi sangat dibutuhkan untuk menunjang berbagai aktifitas manusia diantaranya untuk perjalanan, pengiriman, pekerjaan, bahkan liburan. Salah satu moda transportasi yang berkembang sangat pesat adalah pesawat. Pesawat diminati karena waktu tempuh yang lebih cepat dibandingkan dengan moda transportasi lain. Saat ini menggunakan pesawat bukan lagi suatu kemewahan melainkan suatu kebutuhan.

Pada pesawat terbang terdapat tiga fase terbang, yaitu fase lepas landas (*take off*), fase jelajah (*cruise*), dan fase mendarat (*landing*). Fase jelajah adalah fase terlama yang berlangsung saat fase terbang. Karena fase terbang jelajah adalah fase terlama, maka pesawat terbang telah dilengkapi dengan kendali otomatis (*autopilot*) untuk mengurangi kelelahan para pilot pada saat terbang jelajah. Kendali otomatis (*autopilot*) digunakan untuk mempertahankan kecepatan, ketinggian, kemiringan, dan arah terbang pesawat serta mengurangi gangguan saat terbang sehingga lebih mudah untuk dikendalikan.

Trisnawati dan Fuad (2016) telah mengkaji kestabilan pada model linier dinamik pesawat terbang tipe Boeing 747-400 pada fase terbang jelajah (*cruise*) di ketinggian 30.000 – 40.000 kaki dan kecepatan 869 kaki/jam. Hasil penelitian tersebut menyatakan bahwa pada modus gerak longitudinal terkategori stabil, sedangkan ketidakstabilan terjadi pada modus gerak lateral-direksional. Pada penelitian tersebut diterapkan sistem kontrol *pole-placement* agar gerak pesawat stabil pada modus gerak lateral-direksional, yaitu dengan merelokasi ketidakstabilan, dengan *gain feedback* $K = [-0,0001 \quad -1,8400 \quad -0,5654 \quad -2,5159]$. Pada penelitian tersebut sistem linier masih memerlukan waktu yang cukup lama untuk mencapai keadaan stabil.

Penelitian ini terinspirasi dan melanjutkan Trisnawati dan Fuad (2016), dengan fokus rekonstruksi model linier dinamik pesawat terbang, analisis kestabilan, dan penerapan kontrol proporsional-derivatif. Penggunaan kontrol proporsional-derivatif telah dilakukan Baroro dan Fuad (2016). Hasil penelitian tersebut menyatakan bahwa kontrol proporsional dapat mempercepat kestabilan tetapi menyebabkan adanya lonjakan (*overshoot*), sedangkan kontrol derivatif mampu meredam lonjakan (*overshoot*). Oleh karena itu, pada penelitian ini dilakukan penerapan kontrol proporsional-derivatif pada model dinamik gerak pesawat untuk mempercepat tercapainya keadaan stabil pada pesawat Airbus A380-800.

LANDASAN TEORI

A. Pesawat Terbang Tipe Airbus A380-800

Pesawat terbang merupakan salah satu moda transportasi primadona dewasa ini. Pesawat terbang bisa dikategorikan menjadi beberapa jenis yaitu pesawat penumpang sipil, kargo, militer, dan eksperimental. Salah satu tipe pesawat penumpang sipil berukuran besar dan digunakan oleh beberapa maskapai penerbangan adalah pesawat tipe Airbus A380-800.



Gambar 1. Pesawat Garuda Indonesia Airlines tipe A380-800

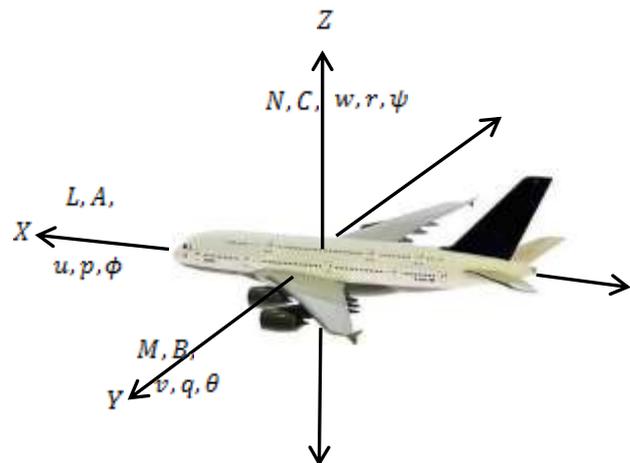
(sumber :

<https://adindarizkila21.wordpress.com/category/uncategorized>)

Pesawat Airbus A380-800 diproduksi oleh perusahaan asal Perancis, Airbus. Pesawat Airbus A380-800 memiliki panjang 72,3 meter, lebar 79,8 meter dan tinggi 24,1 meter (Airbus, 2005).

B. Sistem Dinamik Gerak Pesawat Terbang

Pada dasarnya pesawat terbang mempunyai tiga gerak pada masing-masing sumbu, yaitu *rolling* pada sumbu X untuk gerak naik turunnya sayap kiri atau kanan pesawat, *pitching* pada sumbu Y untuk gerak naik turunnya hidung pesawat, dan *yawing* pada sumbu Z untuk gerak hidung pesawat ke kiri atau kanan yang memungkinkan pesawat untuk berbelok. Berikut gambar sumbu badan pesawat.



Gambar 2. Sumbu Badan Pesawat

(sumber :

<http://www.imgrum.org/user/al1toysworld/1079973959/>)

Keterangan:

L, M, N : momen *roll*, *pitch*, dan *yaw*

A, B, C : gaya aerodinamik pada sumbu X, Y , dan Z

u, v, w : kecepatan searah sumbu X, Y , dan Z

p, q, r : kecepatan sudut *roll, pitch*, dan *yaw*
 ϕ, θ, ψ : sudut *roll, pitch*, dan *yaw*

Modus gerak pesawat terbagi menjadi dua, yaitu modus gerak longitudinal dan modus gerak lateral-direksional. Modus gerak longitudinal memiliki dua gerak translasi yaitu gerak pada sumbu X dan sumbu Z serta satu gerak rotasi θ pada sumbu Y , sedangkan modus gerak lateral-direksional memiliki satu gerak translasi pada sumbu Y serta gerak rotasi ϕ pada sumbu X dan gerak rotasi ψ pada sumbu Z . Modus gerak longitudinal memungkinkan pesawat bergerak maju (naik atau turun) sedangkan modus gerak lateral-direksional memungkinkan pesawat bergerak ke samping atau belok secara mendatar (Caughey, 2011).

Persamaan gerak translasi dan gerak rotasi berdasarkan Hukum Newton II terhadap sistem sumbu bumi (E):

$$\sum F = m \frac{d}{dt} (V_T)_E$$

$$\sum \tau = \frac{d}{dt} (H)_E$$

dimana:

- $\sum F$: resultan gaya yang bekerja pada pesawat
- m : massa pesawat
- $(V_T)_E$: kecepatan translasi pesawat terbang terhadap sistem sumbu bumi
- $\sum \tau$: resultan torsi yang bekerja
- $(H)_E$: momentum sudut terhadap sistem sumbu bumi

Sementara pesawat terbang berotasi terhadap sumbu badan pesawat tidak sama dengan rotasi sumbu bumi, sehingga momen dan perkalian momen inersia tidak konstan. Untuk mengatasi hal tersebut perlu dilakukan transformasi dari sistem sumbu bumi ke dalam sistem sumbu badan pesawat (B), sehingga didapatkan persamaan gerak translasi terhadap sistem sumbu badan pesawat (B) sebagai berikut:

$$\sum F = m \left(\frac{d}{dt} V_T \Big|_B + (\omega \times V_T) \right)$$

dimana:

- V_T : kecepatan translasi pesawat terbang
- ω : kecepatan sudut pesawat terbang
- $(V_T)_B$: kecepatan translasi pesawat terbang terhadap sistem sumbu badan pesawat

Sedangkan persamaan gerak rotasi terhadap sistem sumbu badan pesawat (B) sebagai berikut:

$$\sum \tau = \frac{d}{dt} H \Big|_B + (\omega \times H)$$

Karena $H = I\omega$ maka persamaan gerak rotasi menjadi:

$$\sum \tau = I \left(\frac{d}{dt} \omega \right) + (\omega \times H)$$

dimana :

- H : momentum sudut
- $(H)_B$: momentum sudut terhadap sistem sumbu badan pesawat
- I : momen inersia
- ω : kecepatan sudut pesawat terbang

C. Gaya Gravitasi Pada Pesawat

Gaya gravitasi yang bekerja pada pesawat terbang bekerja melalui pusat gravitasi (*center of gravity*) pada pesawat terbang. Gaya gravitasi dipengaruhi oleh rotasi pada sistem badan pesawat dan vektor gravitasi. komponen-komponen gaya gravitasi (G) pada sumbu X, Y , dan Z diberikan sebagai berikut: (Nelson, 1989)

$$(F_X)_G = -mg \sin \theta$$

$$(F_Y)_G = mg \cos \theta \sin \phi$$

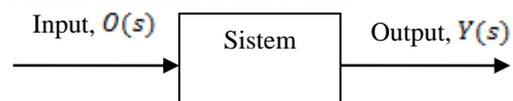
$$(F_Z)_G = mg \cos \theta \cos \phi$$

dimana:

- $(F_X)_G$: gaya gravitasi yang bekerja pada sumbu X
- $(F_Y)_G$: gaya gravitasi yang bekerja pada sumbu Y
- $(F_Z)_G$: gaya gravitasi yang bekerja pada sumbu Z
- m : massa pesawat terbang
- g : percepatan gravitasi ($32,3819 \text{ ft/sec}^2$)

D. Fungsi Transfer

Fungsi transfer merupakan perbandingan transformasi Laplace dari output $Y(s)$ terhadap input $O(s)$ dengan mengasumsikan semua kondisi awal adalah nol. Misal diberikan sistem berikut :



Gambar 3. Blok diagram Input, Sistem, dan Output

Maka persamaan fungsi transfer sebagai berikut: (Rao, 2011:313)

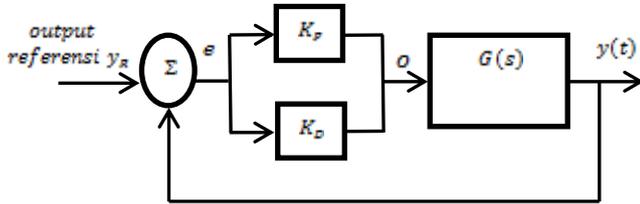
$$G(s) = \frac{Y(s)}{O(s)} = \frac{\mathcal{L}[\text{output}]}{\mathcal{L}[\text{input}]}$$

E. Sistem Kontrol Proporsional-Derivatif

Kontrol proporsional-derivatif merupakan kombinasi antara dua kontrol yaitu kontrol proporsional dan kontrol derivatif. Kontrol proporsional memiliki kelebihan dapat menstabilkan sistem yang tidak stabil

dan mempercepat keadaan stabil, tetapi menyebabkan adanya lonjakan (*overshoot*). Sedangkan kontrol derivatif memiliki sifat meredam lonjakan (*overshoot*). Oleh karena itu, kontrol proporsional dan kontrol derivatif sangat baik dikombinasikan karena dapat mempercepat keadaan stabil dengan lonjakan (*overshoot*) yang kecil.

Kontrol proporsional-derivatif digambarkan pada diagram berikut



Gambar 4. Diagram Kontrol Proporsional-Derivatif

Bentuk umum dari kontrol proporsional-derivatif sebagai berikut

$$y(t) = K_p e(t) + K_D \frac{de(t)}{dt}$$

Dalam transformasi Laplace dapat dinyatakan sebagai berikut

$$\frac{Y(s)}{E(s)} = K_p + K_D s$$

dengan $Y(s)$ dan $E(s)$ adalah transformasi Laplace dari output $y(t)$ dan eror $e(t)$ yaitu selisih output referensi dan output aktual, serta K_p dan K_D adalah gain kontrol proporsional dan gain kontrol derivatif.

PEMBAHASAN

A. Rekonstruksi Model

Model dinamik pesawat terbang direkonstruksi berdasarkan dua modus gerak pesawat terbang, yaitu modus longitudinal dan modus lateral-direksional. Berdasarkan Hukum Newton II dan transformasi terhadap sumbu badan pesawat (B), persamaan gerak translasi adalah sebagai berikut (McLean, 1990):

$$\sum F = m \left(\frac{d}{dt} V_T \Big|_B + (\omega \times V_T) \right)$$

Didefinisikan u , v , dan w merupakan kecepatan translasi (V_T) yang bekerja pada masing-masing sumbu X , sumbu Y , dan sumbu Z . Sedangkan p , q , dan r merupakan kecepatan sudut (ω) yang bekerja pada masing-masing sumbu X , sumbu Y , dan sumbu Z . Oleh karena itu, kecepatan translasi (V_T) dan kecepatan sudut (ω) dalam bentuk vektor dapat direpresentasikan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} V_T &= ui + vj + wk \\ \omega &= pi + qj + rk \end{aligned}$$

Diperoleh persamaan gerak translasi pada masing-masing sumbu X , sumbu Y , dan sumbu Z sebagai berikut

$$\begin{aligned} \sum F_x &= m(\dot{u} + qw - vr) \\ \sum F_y &= m(\dot{v} + ur - pw) \\ \sum F_z &= m(\dot{w} + pv - uq) \end{aligned}$$

Gaya yang bekerja pada masing-masing sumbu X , sumbu Y , dan sumbu Z juga dipengaruhi oleh gaya gravitasi pada masing-masing sumbu, sehingga

$$\begin{aligned} \sum F_x &= F_x + (F_x)_G \\ \sum F_y &= F_y + (F_y)_G \\ \sum F_z &= F_z + (F_z)_G \end{aligned}$$

Jika $F_x = A$, $F_y = B$, dan $F_z = C$, maka diperoleh

$$\begin{aligned} A - mg \sin \theta &= m(\dot{u} + qw - vr) \\ B + mg \cos \theta \sin \phi &= m(\dot{v} + ur - pw) \\ C + mg \cos \theta \cos \phi &= m(\dot{w} + pv - uq) \end{aligned} \quad (1)$$

Berdasarkan Hukum Newton II dan transformasi terhadap sumbu badan pesawat (B), persamaan momen pada pesawat dinyatakan sebagai berikut

$$\sum \tau = I \left(\frac{d}{dt} \omega \right) + (\omega \times H)$$

Jika momen inersia (I) dalam bentuk matriks didefinisikan sebagai berikut (McLean, 1990):

$$I = \begin{bmatrix} I_{XX} & -I_{XY} & -I_{XZ} \\ -I_{XY} & I_{YY} & -I_{YZ} \\ -I_{XZ} & -I_{YZ} & I_{ZZ} \end{bmatrix}$$

dan $I_{XY} = I_{YZ} = 0$ karena pesawat terbang simetri pada bidang XZ , maka persamaan gerak rotasi pada masing-masing sumbu X , sumbu Y , dan sumbu Z , yang dilambangkan dengan L , M , dan N sebagai berikut

$$\begin{aligned} L &= I_{XX} \dot{p} - I_{XZ}(\dot{r} + pq) + (I_{ZZ} - I_{YY})qr \\ M &= I_{YY} \dot{q} + I_{XZ}(p^2 - r^2) + (I_{XX} - I_{ZZ})pr \\ N &= -I_{XZ}(\dot{p} - qr) + I_{ZZ} \dot{r} + (I_{YY} - I_{XX})pq \end{aligned} \quad (2)$$

Dengan demikian kecepatan sudut pada sumbu X , sumbu Y , dan sumbu Z dapat ditulis sebagai:

$$\begin{aligned} p &= \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta \\ q &= \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi \\ r &= -\dot{\theta} \sin \phi + \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi \end{aligned} \quad (3)$$

Berdasarkan (1), (2), dan (3), sistem dinamik pesawat terbang dapat ditulis sebagai berikut

$$\begin{aligned} \dot{u} &= (vr - qw) + \frac{A}{m} - g \sin \theta \\ \dot{w} &= (uq - pv) + \frac{C}{m} + g \cos \theta \cos \phi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{q} &= \frac{I_{XZ}}{I_{YY}}(p^2 - r^2) + \frac{(I_{ZZ} - I_{XX})}{I_{YY}}pr + \frac{M}{I_{YY}} \\
 \theta &= \frac{q}{\cos \phi} - \psi \cos \theta \tan \phi \\
 \dot{v} &= (pw - ur) + \frac{B}{m} + g \cos \theta \sin \phi \\
 \dot{p} &= \frac{I_{XZ}}{I_{XX}}(\dot{r} + pq) + \frac{(I_{YY} - I_{ZZ})}{I_{XX}}qr + \frac{L}{I_{XX}} \\
 \dot{r} &= \frac{I_{XZ}}{I_{ZZ}}(\dot{p} - qr) + \frac{(I_{XX} - I_{YY})}{I_{ZZ}}pq + \frac{N}{I_{ZZ}} \\
 \dot{\phi} &= p + \psi \sin \theta \\
 \dot{\psi} &= \frac{r}{\cos \theta \cos \phi} + \dot{\theta} \frac{\tan \phi}{\cos \theta}
 \end{aligned} \tag{4}$$

Nilai $\frac{I_{XZ}}{I_{XX}}$, $\frac{I_{XZ}}{I_{YY}}$, dan $\frac{I_{XZ}}{I_{ZZ}}$ dapat diabaikan karena signifikan kecil dan $\dot{\psi} = 0$ (pesawat diasumsikan dalam kondisi terbang jelajah) maka persamaan (4) menjadi:

$$\begin{aligned}
 \dot{u} &= (vr - qw) + \frac{A}{m} - g \sin \theta \\
 \dot{w} &= (uq - pv) + \frac{C}{m} + g \cos \theta \cos \phi \\
 \dot{q} &= \frac{(I_{ZZ} - I_{XX})}{I_{YY}}pr + \frac{M}{I_{YY}} \\
 \theta &= \frac{q}{\cos \phi} \\
 \dot{v} &= (pw - ur) + \frac{B}{m} + g \cos \theta \sin \phi \\
 \dot{p} &= \frac{(I_{YY} - I_{ZZ})}{I_{XX}}qr + \frac{L}{I_{XX}} \\
 \dot{r} &= \frac{(I_{XX} - I_{YY})}{I_{ZZ}}pq + \frac{N}{I_{ZZ}} \\
 \dot{\phi} &= p
 \end{aligned} \tag{5}$$

B. Linierisasi

Sistem dinamik pesawat terbang (5) merupakan sistem nonlinier, sehingga dilakukan linierisasi agar lebih mudah dianalisis. Linierisasi pada sistem dinamik pesawat terbang dilakukan berdasarkan deviasi di sekitar titik setimbang atau pada kondisi tunak saat terbang jelajah. Diperoleh model linier dari (5) adalah sebagai berikut

$$\begin{aligned}
 \Delta \dot{u} &= A_u \Delta u + A_w \Delta w + A_{\delta_z} \Delta \delta_z - g \Delta \theta \\
 \Delta \dot{w} &= C_u \Delta u + C_w \Delta w + u_0 \Delta q + C_{\delta_z} \Delta \delta_z \\
 \Delta \dot{q} &= (M_u + M_w C_u) \Delta u + (M_w + M_w C_w) \Delta w \\
 &+ (M_q + M_w u_0) \Delta q + (M_{\delta_z} + M_w C_{\delta_z}) \Delta \delta_z \\
 \Delta \dot{\theta} &= \Delta q \\
 \Delta \dot{v} &= B_v \Delta v + B_p \Delta p + B_r \Delta r + B_{\delta_r} \Delta \delta_r - u_0 \Delta r + g \Delta \phi \\
 \Delta \dot{p} &= L_v \Delta v + L_p \Delta p + L_r \Delta r + L_{\delta_r} \Delta \delta_r \\
 \Delta \dot{r} &= N_v \Delta v + N_p \Delta p + N_r \Delta r + N_{\delta_r} \Delta \delta_r \\
 \Delta \dot{\phi} &= \Delta p
 \end{aligned}$$

Modus gerak longitudinal memiliki dua gerak translasi yaitu gerak pada sumbu **X** dan sumbu **Z** serta satu gerak rotasi θ pada sumbu **Y**, sehingga model linier untuk gerak longitudinal adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 \Delta \dot{u} &= A_u \Delta u + A_w \Delta w + A_{\delta_z} \Delta \delta_z - g \Delta \theta \\
 \Delta \dot{w} &= C_u \Delta u + C_w \Delta w + u_0 \Delta q + C_{\delta_z} \Delta \delta_z \\
 \Delta \dot{q} &= (M_u + M_w C_u) \Delta u + (M_w + M_w C_w) \Delta w \\
 &+ (M_q + M_w u_0) \Delta q + (M_{\delta_z} + M_w C_{\delta_z}) \Delta \delta_z \\
 \Delta \dot{\theta} &= \Delta q
 \end{aligned} \tag{6}$$

Persamaan (6) dalam bentuk matriks adalah:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \Lambda \mathbf{x}(t) + \Gamma \mathbf{o}(t) \tag{7}$$

dimana

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \Delta \dot{u} \\ \Delta \dot{w} \\ \Delta \dot{q} \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} A_{\delta_z} \\ C_{\delta_z} \\ M_{\delta_z} + M_w C_{\delta_z} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{o}(t) = [\Delta \delta_z]$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} A_u & A_w & 0 & -g \\ C_u & C_w & u_0 & 0 \\ M_u + M_w C_u & M_w + M_w C_w & M_q + M_w u_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

dengan output

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{x}(t)$$

Sedangkan modus gerak lateral-direksional memiliki satu gerak translasi pada sumbu **Y** serta gerak rotasi ϕ pada sumbu **X** dan gerak rotasi ψ pada sumbu **Z**, sehingga model linier untuk gerak lateral-direksional adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 \Delta \dot{v} &= B_v \Delta v + B_p \Delta p + B_r \Delta r + B_{\delta_r} \Delta \delta_r - u_0 \Delta r + g \Delta \phi \\
 \Delta \dot{p} &= L_v \Delta v + L_p \Delta p + L_r \Delta r + L_{\delta_r} \Delta \delta_r \\
 \Delta \dot{\phi} &= \Delta p \\
 \Delta \dot{r} &= N_v \Delta v + N_p \Delta p + N_r \Delta r + N_{\delta_r} \Delta \delta_r
 \end{aligned} \tag{8}$$

Persamaan (8) dalam bentuk matriks adalah:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \Lambda \mathbf{x}(t) + \Gamma \mathbf{o}(t) \tag{9}$$

dimana

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \Delta \dot{v} \\ \Delta \dot{p} \\ \Delta \dot{\phi} \\ \Delta \dot{r} \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} B_{\delta_r} \\ L_{\delta_r} \\ 0 \\ N_{\delta_r} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{o}(t) = [\Delta \delta_r]$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} B_v & B_p & g & -(u_0 - B_r) \\ L_v & L_p & 0 & L_r \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ N_v & N_p & 0 & N_r \end{bmatrix} \tag{4.22}$$

dengan output

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{x}(t)$$

C. Analisis Kestabilan

Berikut karakteristik dan nilai parameter pesawat tipe Airbus A380-800 yang digunakan. (Airbus, 2005)

Tabel 1. Karakteristik Pesawat

Karakteristik Pesawat	Nilai
Ketinggian (<i>ft</i>)	40.000
<i>M</i>	0,9
<i>V</i> (<i>ft/h</i>)	869
<i>W</i> (<i>lb</i>)	1.235.000
τ_{xx} (<i>slug.ft²</i>)	$6,82 \times 10^7$
τ_{yy} (<i>slug.ft²</i>)	$5,88 \times 10^7$
τ_{zz} (<i>slug.ft²</i>)	$5,02 \times 10^8$

Tabel 2. Parameter Gerak Longitudinal

Parameter	Nilai	Parameter	Nilai
A_u	-0,0247	$M_u + M_{\dot{w}}C_u$	-0,0002
A_w	0,0024	$M_w + M_{\dot{w}}C_w$	-0,0030
C_u	-0,2506	$M_q + M_{\dot{w}}u_0$	-0,0520
C_w	-0,4434	$M_{\delta_e} + M_{\dot{w}}C_{\delta_e}$	-1,9500
C_{δ_e}	-0,0247		

Tabel 3. Parameter Gerak Lateral-Direksional

Parameter	Nilai	Parameter	Nilai
B_v	-0,0701	L_r	0,3184
B_p	0	L_{δ_r}	0,0528
B_r	0	N_v	0,0003
B_{δ_r}	0,0062	N_p	0,0433
L_v	-0,0012	N_r	-0,0703
L_p	-0,4776	N_{δ_r}	-0,1291

Dengan mensubstitusikan parameter pada tabel 1 dan tabel 2 ke persamaan (7), maka didapat:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} -0,0247 & 0,0024 & 0 & -32,3819 \\ -0,2506 & -0,4434 & 869 & 0 \\ -0,0002 & -0,0030 & -0,0520 & 0 \\ 0 & 0 & 1,0000 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,0247 \\ -1,9500 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ dan } \mathbf{o}(t) = [\Delta\delta_e]$$

Nilai eigen dari matriks Λ adalah $\lambda_{1,2} = -0,2496 \pm 1,6006i$ dan $\lambda_{3,4} = -0,0104 \pm 0,0899i$. Modus gerak longitudinal terkategori stabil karena semua bagian riil nilai eigen bernilai negatif.

Dan dengan mensubstitusikan parameter pada tabel 1 dan tabel 3 ke persamaan (9), maka didapat:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} -0,0701 & 0 & 32,3819 & -869 \\ -0,0012 & -0,4776 & 0 & 0,3184 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0,0003 & 0,0433 & 0 & -0,0703 \end{bmatrix},$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0,0062 \\ 0,0528 \\ 0 \\ -0,1291 \end{bmatrix}, \text{ dan } \mathbf{o}(t) = [\Delta\delta_r]$$

Nilai eigen dari matriks Λ adalah $\lambda_{1,2} = -0,0716 \pm 0,4972i$ $\lambda_3 = -0,4778$, dan $\lambda_4 = 0,0030$. Modus gerak lateral-direksional terkategori tidak stabil karena salah satu nilai eigen bernilai positif.

D. Penerapan Kontrol Proporsional-Derivatif

Berdasarkan analisis kestabilan, pada modus gerak longitudinal menunjukkan bahwa sistem stabil, sedangkan pada modus gerak lateral-direksional menunjukkan bahwa sistem tidak stabil. Kontrol diterapkan pada sistem gerak pesawat agar pada modus gerak longitudinal, sistem dapat mencapai keadaan stabil lebih cepat dan pada gerak lateral-direksional, sistem dapat stabil. Kontrol proporsional-derivatif diterapkan dengan penentuan gain proporsional K_P dan gain derivatif K_D pada fungsi transfer.

1. Modus gerak longitudinal

Diketahui sistem modus gerak longitudinal (7) sebagai berikut

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \Lambda \mathbf{x}(t) + \Gamma \mathbf{o}(t)$$

dengan *output*

$$y(t) = x(t)$$

Sehingga diperoleh fungsi transfer modulus gerak longitudinal pesawat adalah sebagai berikut (10):

$$G(s) = \frac{-1,975 s^3 - 1697 s^2 + 16,29 s + 12,15}{s^4 + 0,5201 s^3 + 2,643 s^2 + 0,0589 s + 0,0215}$$

Dengan menerapkan kontrol proporsional-derivatif, maka fungsi transfer menjadi (11):

$$G(s) = \frac{-1,975 s^2 - 1697 s^2 + (16,29 + K_p) s + (12,15 + K_p)}{s^4 + 0,5201 s^3 + 2,643 s^2 + (0,0589 + K_p) s + (0,0215 + K_p)}$$

Gain proporsional K_p dan gain derivatif K_D ditentukan dengan menggunakan kriteria Routh-Hurwitz. Karena yang mempengaruhi kestabilan adalah akar-akar dari penyebut, maka K_p dan K_D ditentukan dari persamaan karakteristik

$$s^4 + 0,5201 s^3 + 2,643 s^2 + (0,0589 + K_D) s + (0,0215 + K_p)$$

Berdasarkan kriteria Routh-Hurwitz (Olsder, 1994) agar modulus gerak longitudinal tetap stabil maka

- (a) $K_D < 1,3157$;
- (b) $\frac{0,0717 + 1,2568 K_D - K_D^2 - 0,2705 K_p}{1,3157 - K_D} > 0$;
- (c) $K_p > -0,0215$;

Sehingga gain K_p dan gain K_D yang memenuhi adalah

$$-0,0221 < K_p < 0,4721$$

dan

$$-0,0588 < K_D < 1,3156$$

2. Modus gerak lateral-direksional

Diketahui sistem modulus gerak longitudinal (9) sebagai berikut

$$\dot{x}(t) = \Lambda x(t) + \Gamma o(t)$$

dengan *output*

$$y(t) = x(t)$$

Sehingga diperoleh fungsi transfer modulus gerak longitudinal pesawat adalah sebagai berikut (12):

$$G(s) = \frac{-0,0701 s^3 + 112,1 s^2 + 53,14 s - 1,339}{s^4 + 0,618 s^3 + 0,3189 s^2 + 0,1196 s - 0,0004}$$

Dengan menerapkan kontrol proporsional-derivatif, maka fungsi transfer (13) menjadi

$$G(s) = \frac{-0,0701 s^2 + 112,1 s^2 + (53,14 + K_p) s + (-1,339 + K_p)}{s^4 + 0,618 s^3 + 0,3189 s^2 + (0,1196 + K_p) s + (-0,0004 + K_p)}$$

Gain K_p dan gain K_D ditentukan dengan menggunakan kriteria Routh-Hurwitz. Karena yang mempengaruhi kestabilan adalah akar-akar dari penyebut, maka gain K_p dan gain K_D ditentukan dari persamaan karakteristik

$$s^4 + 0,618 s^3 + 0,3189 s^2 + (0,1196 + K_D) s + (-0,0004 + K_p)$$

Berdasarkan kriteria Routh-Hurwitz (Olsder, 1994) agar modulus gerak lateral-direksional selalu stabil maka

- (a) $K_D < 0,0775$;
- (b) $\frac{0,0095 - 0,0421 K_D - K_D^2 - 0,3819 K_p}{0,0775 - K_D} > 0$;
- (c) $K_p > 0,0004$;

Sehingga gain K_p dan gain K_D yang memenuhi adalah

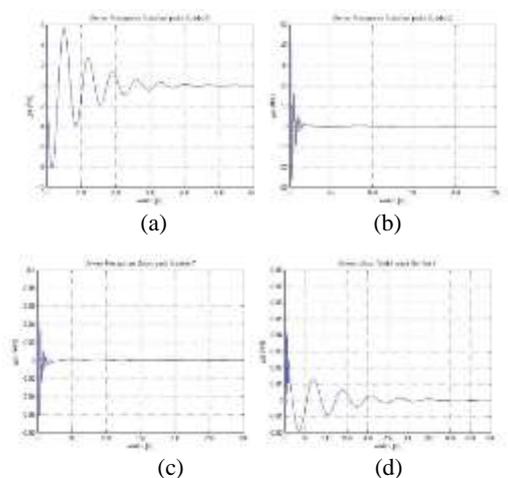
$$0,0005 < K_p < 0,0096$$

dan

$$-0,1198 < K_D < 0,0775$$

SIMULASI

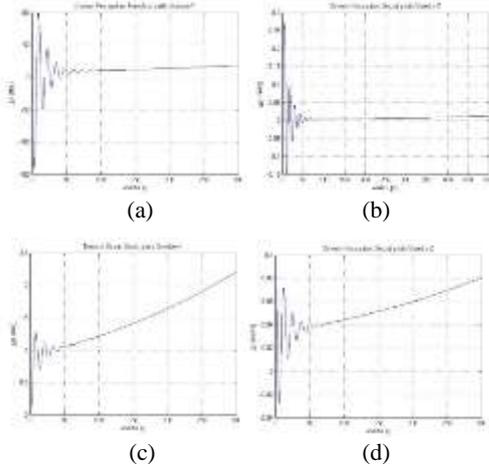
Berdasarkan persamaan (7) dan (9) serta parameter pada tabel 1, tabel 2, dan tabel 3 akan diilustrasikan simulasi kestabilan modulus gerak longitudinal dan modulus gerak lateral-direksional dengan menggunakan Matlab 2012b sebagai berikut.



Gambar 5. Respon Kestabilan Modus Gerak Longitudinal

Pada gambar 5 modus gerak longitudinal stabil, diantaranya gambar 5(a) deviasi kecepatan translasi pada sumbu $X (\Delta u)$ stabil setelah mencapai 550 detik, gambar

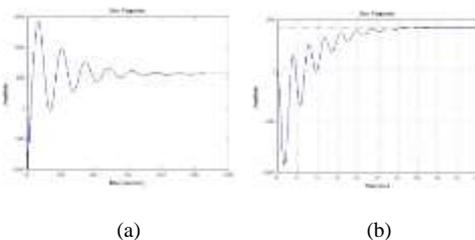
5(b) deviasi kecepatan translasi pada sumbu Y (Δw) stabil setelah mencapai 200 detik, gambar 5(c) deviasi kecepatan sudut pada sumbu Y (Δq) stabil setelah mencapai 150 detik, serta gambar 5(d) deviasi besar sudut pada sumbu Y ($\Delta \theta$) stabil setelah mencapai 450 detik dan secara keseluruhan stabil setelah mencapai 550 detik.



Gambar 6. Respon Kestabilan Modus Lateral-Direksional

Pada gambar 6 modus gerak lateral-direksional tidak stabil, diantaranya gambar 6(a) deviasi kecepatan translasi pada sumbu Y (Δv), gambar 6(b) deviasi kecepatan sudut pada sumbu X (Δp), gambar 6(c) deviasi besar sudut pada sumbu X ($\Delta \phi$), maupun gambar 6(d) deviasi kecepatan sudut pada sumbu Z (Δr).

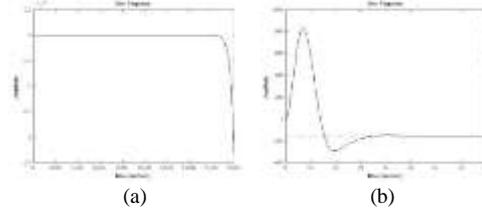
Selanjutnya dilakukan simulasi respon fungsi transfer sebelum dan sesudah diterapkan kontrol proporsional-derivatif modus gerak longitudinal dan modus gerak lateral-direksional. Untuk modus gerak longitudinal dipilih gain $K_P = 0.0071$ dan gain $K_D = 0.5$ pada fungsi transfer dengan kontrol proporsional-derivatif. Untuk modus gerak lateral-direksional dipilih gain $K_P = 0.0088$ dan gain $K_D = -0.5555$ pada fungsi transfer dengan kontrol proporsional-derivatif. Berikut respon fungsi transfer dari (11) dan (13).



Gambar 7. Respon Fungsi Transfer Modus Gerak Longitudinal (a) tanpa kontrol (b) dengan kontrol proporsional-derivatif

Pada gambar 7(a) modus gerak longitudinal stabil meskipun tanpa diterapkannya kontrol dan stabil setelah

mencapai 550 detik. Sedangkan gambar 7(b) menunjukkan bahwa modus gerak longitudinal setelah diterapkan kontrol proporsional-derivatif stabil lebih cepat yaitu stabil setelah mencapai 40 detik.



Gambar 8. Respon Fungsi Transfer Gerak Lateral-Direksional (a) tanpa kontrol (b) dengan kontrol proporsional-derivatif

Sedangkan pada gambar 8(a) modus gerak lateral-direksional tidak stabil tanpa diterapkannya kontrol. Sedangkan gambar 8(b) menunjukkan bahwa modus gerak lateral-direksional setelah diterapkan kontrol proporsional-derivatif menjadi stabil yaitu stabil setelah mencapai 50 detik.

SIMPULAN DAN SARAN

A. Simpulan

1. Berdasarkan hasil rekonstruksi diperoleh model dinamik linier pesawat terbang adalah sebagai berikut.

$$\dot{x}(t) = \Lambda x(t) + \Gamma o(t)$$

dengan *output*

$$y(t) = x(t)$$

Untuk modus gerak longitudinal dipenuhi

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \Delta \dot{u} \\ \Delta \dot{w} \\ \Delta \dot{q} \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} A_{\delta_z} \\ C_{\delta_z} \\ M_{\delta_z} + M_w C_{\delta_z} \\ 0 \end{bmatrix}, o(t) = [\Delta \delta_z]$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} A_u & A_w & 0 & -g \\ C_u & C_w & u_0 & 0 \\ M_u + M_w C_u & M_w + M_w C_w & M_q + M_w u_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Sedangkan untuk modus gerak lateral-direksional dipenuhi

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \Delta \dot{v} \\ \Delta \dot{p} \\ \Delta \dot{\phi} \\ \Delta \dot{r} \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} B_{\delta_r} \\ L_{\delta_r} \\ 0 \\ N_{\delta_r} \end{bmatrix}, o(t) = [\Delta \delta_r]$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} B_v & B_p & g & -(u_0 - B_r) \\ L_v & L_p & 0 & L_r \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ N_v & N_p & 0 & N_r \end{bmatrix}$$

2. Bahwa pada modus gerak longitudinal pesawat terbang Airbus A380-800 adalah stabil karena semua

bagian riil dari nilai eigen bernilai negatif. Sedangkan pada modus gerak lateral-direksional pesawat terbang Airbus A380-800 tidak stabil karena ada nilai eigen yang bernilai positif.

3. Kontrol proporsional-derivatif diterapkan dengan menentukan gain proporsional K_P dan gain derivatif K_D pada masing-masing modus gerak longitudinal maupun modus gerak lateral-direksional. Berdasarkan kriteria Routh-Hurwitz, gain proporsional K_P dan gain derivatif K_D yang memenuhi untuk modus gerak longitudinal adalah

$$-0,0221 < K_P < 0,4721$$

dan

$$-0,0588 < K_D < 1,3156$$

Sedangkan gain proporsional K_P dan gain derivatif K_D yang memenuhi untuk modus gerak lateral-direksional adalah sebagai berikut.

$$0,0005 < K_P < 0,0096$$

dan

$$-0,1198 < K_D < 0,0775$$

Serta berdasarkan simulasi modus gerak longitudinal dan modus gerak lateral-direksional setelah diterapkan kontrol proporsional-derivatif dapat stabil lebih cepat yaitu setelah mencapai 40 detik dan 50 detik.

B. Saran

Untuk penelitian selanjutnya dapat diterapkan kontrol lain seperti kontrol Proporsional-Integral-Derivatif (PID), LQR, atau yang lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Baroro, Qiromin dan Fuad, Yusuf. 2016. *Analisis Kestabilan Quadrotor Menggunakan Kontrol Proporsional Derivatif*. Surabaya: Universitas Negeri Surabaya.
- Boyce, W. E. and DiPrima, R. C. 2001. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problem*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Caughey, A. David. 2011. *Introduction to Aircraft Stability and Control Course Notes for M&AE 5070*. New York: Cornell University.
- Cook, Michael V. 2007. *Second Edition Flight Dynamics Principles*. UK: Elsevier Ltd.
- Franklin, G. F., Powell, J. D., Naeini, A. E. 2010. *Feedback Control of Dynamic Systems Sixth Edition*. USA: Pearson Education, Inc.

Levine, William S. 2011. *Control System Fundamentals*. Boca Raton: CRC Press.

McLean, Donald. 1990. *Automatic Flight Control System*. UK: Prentice Hall International.

Nelson, C. Robert. 1989. *Flight Stability and Automatic Control*. Amerika Serikat: McGraw-Hill.

Nise, Norman S. 2011. *Control System Engineering Sixth Edition*. USA: John Wiley & Sons, Inc.

Ogata, Katsuhiko. *Modern Control Engineering*. Edisi ke-5. UK: Prentice Hall.

Olsder, G.J. 1994. *Mathematical System Theory*. Delft: Delft University Press.

Rao, Singiresu S. 2011. *Fifth Edition Mechanical Vibrations*. USA. Prentice Hall.

Trisnawati, Wahyu dan Fuad, Yusuf. 2016. *Penerapan Sistem Kontrol Pole-Placement pada Kestabilan Sistem Dinamik Pesawat Terbang*. Surabaya: Universitas Negeri Surabaya.