MATH*unesa*
Jurnal Ilmiah Matematika *Volume 7 No.2 Tahun 2019*
ISSN 2301-9115

BM-ALJABAR

Rosza Al Firdaus
Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya
e-mail : roszafirdaus@mhs.unesa.ac.id

Raden Sulaiman
Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya
e-mail : sulaimanraden@yahoo.com

Abstrak

BM-aljabar adalah himpunan tidak kosong X dengan konstanta 0 dan operasi biner " $*$ " yang memenuhi aksioma: $d * 0 = d$ dan $(f * d) * (f * e) = e * d$, untuk setiap $d, e, f \in X$. Pada penelitian ini diperoleh sifat-sifat *BM*-aljabar yaitu *BM*-aljabar merupakan spesialisasi dari *B*-aljabar, *BM*-aljabar jika dan hanya jika *B*-aljabar 0-komutatif dan aljabar Coxeter merupakan spesialisasi dari *BM*-aljabar.
Kata kunci: *BM*-aljabar, *B*-aljabar, *B*-aljabar 0-komutatif, Aljabar Coxeter.

Abstract

BM-algebra is a non-empty set X with a constant 0 and a binary operation "*" that satisfies the axiom: $d * 0 = d$ and $(f * d) * (f * e) = e * d$, for every $d, e, f \in X$. In this research we investigated the *BM*-algebra properties, that is *BM*-algebra is a specialization of *B*-algebra, *BM*-algebra is equivalen to a 0-commutative *B*-algebra and Coxeter algebra are specialization of *BM*-algebra.
Keywords : *BM-algebra, B-algebra, B-algebra 0-commutative, Coxeter algebra.*

1. PENDAHULUAN

Salah satu cabang ilmu matematika adalah aljabar. Aljabar masih dibagi lagi menjadi beberaba cabang salah satunya adalah aljabar abstrak. Di dalam aljabar abstrak dikaji tentang konsep-konsep struktur aljabar dan sifat-sifatnya. Kajian dalam struktur aljabar yaitu grup, ring, ideal. Adapun struktur aljabar yang lainnya adalah *B*-aljabar, dan *BM*-aljabar.

Pada tahun 1966 dua kelas struktur aljabar abstrak yaitu *BCK*-aljabar dan *BCI*-aljabar diperkenalkan oleh Y.Imai dan K. Iseki. *BCI*-aljabar adalah generalisasi *BCK*-aljabar (Chaudhry, Fahad, & Arshad, 2017). Selain itu, generalisasi *BCK*-aljabar adalah *BCH*-aljabar. J.Naggers dan H.S. Kim memperkenalkan *B*-aljabar yaitu :(i) $d * d = 0$; (ii) $d * 0 = d$; (iii) $(d * e) * f = d * (f * (0 * e))$ untuk setiap $d, e, f \in X$. Hee Sik Kim dan Hong Goo Park memperkenalkan *B*-aljabar 0-komutatif yaitu $d * (0 * e) = e * (0 * d)$, untuk setiap $d, e \in X$ (Hee & Hong, 2005). A.Walendziak menetapkan *BF*-aljabar merupakan generalisasi dari *B*-aljabar (Walendziak, 2015). Y.Jun, E.. Roh dan H. Kim memperkenalkan notasi baru yang dikenal dengan *BH*-aljabar dimana *BH*-Aljabar merupakan generalisasi dari aljabar *BCH/BCI/BCK*. Chang Bum Kim dan Hee Sik Kim memperkenalkan *BG*-aljabar yang merupakan generalisasi dari *B*-aljabar (Chang & Hee, 2008). Andrzej Walendziak menunjukkan bahwa *BG*-aljabar merupakan generalisasi dari *BF*-aljabar (Walendziak, 2015). Selain itu A. Walendziak juga menunjukkan bahwa *BG*-aljabar merupakan spesialisasi dari *BH*-aljabar. H.Kim, Y.Kim dan Neggers memperkenalkan aljabar Pre-Coxeter dan menunjukkan bahwa aljabar Coxeter setara dengan grup abelian yaitu: (i) $d * d = 0$; (ii) $d * 0 = d$; (iii) $(d * e) * f = d * (e * f)$ untuk setiap $d, e, f \in X$.

BM-aljabar merupakan struktur aljabar yang diperkenalkan oleh Chang Kim dan Hee Kim pada tahun 2006. Pada skripsi ini dibahas tentang *BM*-aljabar dan sifat-sifat yang terkait dengan *BM*-aljabar di antaranya yaitu *BM*-aljabar merupakan spesialisasi *B*-aljabar, *BM*-aljabar jika dan hanya jika *B*-aljabar 0-komutatif, dan aljabar Coxeter merupakan spesialisasi *BM*-aljabar.

2. KAJIAN TEORI

Operasi Biner

Definisi 2.1 Misalkan $\boldsymbol{G}$ suatu himpunan tak kosong. Suatu operasi biner pada himpunan $\boldsymbol{G}$ adalah fungsi yang memetakan $\boldsymbol{G} \times \boldsymbol{G}$ ke $\boldsymbol{G}$.

(Gallian, 2010, hal. 42)

B-Aljabar

Himpunan tak kosong $\boldsymbol{X}$ yang memuat konstanta 0 dan operasi biner " $*$ " dinotasikan dengan $(\boldsymbol{X}; *, \boldsymbol{0})$.

Definisi 2.2 *B*-aljabar adalah $(X; *, 0)$ yang memenuhi tiga aksioma berikut:

$(B1)\ \ d * d = 0$

$(B2)\ d * 0 = d$
$(B3)\ (d * e) * f = d * (f * (0 * e))$
untuk setiap $d, e, f \in X$.
(Neggers & Kim.H.S, 2002, hal. 22)

Proposisi 2.1
Jika $(X;*,0)$ adalah B-aljabar, maka
$(i)\ (d * e) * (0 * e) = d$
$(ii)\ d * (e * f) = \big(d * (0 * f)\big) * e$
$(iii)\ 0 * (0 * d) = d$
$(iv)\ d * e = 0 \Rightarrow d = e$
untuk setiap $d, e, f \in X$.
(Hee & Hong, 2005, hal. 32)

Teorema 2.1
$(X;*,0)$ dikatakan B-aljabar jika dan hanya jika memenuhi:
$(i)\ d * d = 0$
$(ii)\ 0 * (0 * d) = d$
$(iii)\ (d * f) * (e * f) = d * e$
untuk setiap $d, e, f \in X$.
(Chang & Hee, 2006, hal. 217)

Lemma 2.1
Jika $(X;*,0)$ adalah B-aljabar, maka $0 * (d * e) = e * d$ untuk setiap $d, e \in X$.
(Chang & Hee, 2006, hal. 218)

B-Aljabar 0-Komutatif
Definisi 2.3 B-aljabar $(\boldsymbol{X};*,\mathbf{0})$ dikatakan 0-komutatif jika $\boldsymbol{d} * (\mathbf{0} * \boldsymbol{e}) = \boldsymbol{e} * (\mathbf{0} * \boldsymbol{d})$ untuk setiap $\boldsymbol{d}, \boldsymbol{e} \in \boldsymbol{X}$.
(Hee & Hong, 2005, hal. 32)

Proposisi 2.2
Jika $(X;*,0)$ adalah B-aljabar 0-komutatif maka $(0 * d) * (0 * e) = e * d$, untuk setiap $d, e \in X$.
(Hee & Hong, 2005, hal. 32)

Teorema 2.2
Jika $(X;*,0)$ adalah 0-komutatif maka
$(d * a) * (e * b) = (b * a) * (e * d)$
untuk setiap $d, e, a, b \in X$.
(Hee & Hong, 2005, hal. 33)

Proposisi 2.3
$(X;*,0)$ adalah B-aljabar 0- komutatif jika dan hanya jika memenuhi:
$(i)\ d * d = 0$
$(ii)\ e * (e * d) = d$
$(iii)\ (d * f) * (e * f) = d * e$
Untuk setiap $d, e, f \in X$.
(Chang & Hee, 2006, hal. 218)

Aljabar Coxeter dan Aljabar Pre-Coxeter
Definisi 2.4 Aljabar Coxeter adalah aljabar $(\boldsymbol{X};*,\mathbf{0})$ yang memenuhi tiga aksioma berikut:
$(\boldsymbol{C1})\ \boldsymbol{d} * \boldsymbol{d} = \mathbf{0}$
$(\boldsymbol{C2})\ \boldsymbol{d} * \mathbf{0} = \boldsymbol{d}$
$(\boldsymbol{C3})\ (\boldsymbol{d} * \boldsymbol{e}) * \boldsymbol{f} = \boldsymbol{d} * (\boldsymbol{e} * \boldsymbol{f})$
untuk setiap $\boldsymbol{d}, \boldsymbol{e}, \boldsymbol{f} \in \boldsymbol{X}$.
(Chang & Hee, 2010, hal. 35)

Proposisi 2.4
Dalam aljabar Coxeter $(X;*,0)$ berlaku:
$(i)\ 0 * d = d$
$(ii)\ d * e = e * d$
untuk setiap $d, e \in X$.
(Chang & Hee, 2006, hal. 219)

Lemma 2.2
Dalam aljabar Coxeter $(X;*,0)$ berlaku:
$(d * e) * e = d$, untuk setiap $d, e \in X$
(Chang & Hee, 2006, hal. 219)

Teorema 2.3
Setiap aljabar Coxeter adalah B-aljabar 0-komutatif
(Chang & Hee, 2006, hal. 220)

Definisi 2.5 Aljabar $(X;*,0)$ disebut aljabar Pre-Coxeter jika memenuhi aksioma sebagai berikut:
$(PC1)\ d * d = 0$
$(PC2)\ d * 0 = d$
$(PC3)\ d * e = e * d$
$(PC4)\ d * e = 0 \Rightarrow d = e$
untuk setiap $d, e \in X$.
(Chang & Hee, 2010, hal. 35)

Proposisi 2.5
Setiap aljabar Coxeter adalah aljabar Pre-Coxeter.
(Chang & Hee, 2010, hal. 35)

3. PEMBAHASAN

***BM*-aljabar**
Definisi 3.1 Aljabar $(\boldsymbol{X};*,\mathbf{0})$ disebut *BM*-aljabar jika memenuhi dua aksioma berikut:
$(\boldsymbol{BM1})\ \boldsymbol{d} * \mathbf{0} = \boldsymbol{d}$
$(\boldsymbol{BM2})\ (\boldsymbol{f} * \boldsymbol{d}) * (\boldsymbol{f} * \boldsymbol{e}) = \boldsymbol{e} * \boldsymbol{d}$
untuk setiap $\boldsymbol{d}, \boldsymbol{e}, \boldsymbol{f} \in \boldsymbol{X}$.
(Chang & Hee, 2006, hal. 215)

Misalkan $\boldsymbol{X} = \{\mathbf{0}, \mathbf{1}, \mathbf{2}\}$, operasi " $*$ " didefinisikan seperti tabel berikut ini:

Tabel 3.1

$*$	0	1	2
0	0	2	1
1	1	0	2
2	2	1	0

Maka $X = \{0,1,2\}$ adalah *BM*-aljabar.

Teorema 3.1
Setiap *BM*-aljabar adalah *B*-aljabar.
(Chang & Hee, 2006, hal. 217)

Bukti:
(i) Lemma 3.1 (i) menunjukkan (B1) terpenuhi.
(ii) (BM1) menunjukkan (B2) terpenuhi.
(iii) Dengan menggunakan Lemma 3.1(iv) menunjukkan (B3) terpenuhi.

Karena memenuhi ketiga aksioma Definisi 2.2 sehingga terbukti setiap *BM*-Aljabar adalah *B*-Aljabar. Namun kebalikan Teorema 3.1 tidak berlaku.

Lemma 3.1
Jika $(X;*,0)$ merupakan *BM*-aljabar, maka:
$(i)\ d*d=0$
$(ii)\ 0*(0*d)=d$
$(iii)\ 0*(d*e)=e*d$
$(iv)\ (d*f)*(e*f)=d*e$
$(v)\ d*e=0 \iff e*d=0$
untuk setiap $d,e,f \in X$

(Chang & Hee, 2006, hal. 216)

Bukti:
(i) $d*d=(d*0)*(d*0)$ (BM1)
$=0*0$ (BM2)
$=0$ ■ (BM1)
(ii) $d=d*0$ (BM1)
$=(0*0)*(0*d)$ (BM2)
$=0*(0*d)$ ■ (BM1)
(iii) $e*d=(d*d)*(d*e)$ (BM2)
$=0*(d*e)$ ■ (Lemma 3.1(i))

(iv) $d*e=(f*e)*(f*d)$ (BM2)
$=\big(0*(e*f)\big)*\big(0*(d*f)\big)$ (Lemma 3.1(iii))
$=(d*f)*(e*f)$ ■ (BM2)
(v) $(\Leftarrow)$ Akan dibuktikan bahwa $e*d=0 \Rightarrow d*e=0$ untuk setiap $d,e \in X$.
$d*e=0*(e*d)$ (Lemma 3.1 (iii))
$d*e=0*0$ $(karena\ e*d=0)$
$d*e=0$ ■ (BM1)
$(\Rightarrow)$ Akan dibuktikan bahwa $d*e=0 \Rightarrow e*d=0$, untuk setiap $d,e \in X$.
$e*d=0*(d*e)$ (Lemma 3.1 (iii))
$e*d=0*0$ $(karena\ d*e=0)$
$e*d=0$ ■ (BM1)

Proposisi 3.1
Jika himpunan X dengan $|X|=3$ dan $\Gamma(X)$ merupakan kumpulan semua *BM*-aljabar pada himpunan X, maka $|\Gamma(X)|=1$.

(Chang & Hee, 2006, hal. 216)

Bukti:

Misalkan $X \coloneqq \{0,1,2\}$ merupakan suatu himpunan dengan operasi biner $"*"$ dimana $|X|=3$ maka $|\Gamma(X)|=1$ dengan $\Gamma(X)$ merupakan kumpulan dari semua *BM*-aljabar dari himpunan X.

Tabel 3.2

*	0	1	2
0	0	2	1
1	1	0	2
2	2	1	0

Tabel 3.2 merupakan *BM*-aljabar.

Tabel dibawah ini merupakan kumpulan dari himpunan X dengan operasi biner $"*"$ yang bukan *BM*-aljabar:

Tabel 3.3

*	0	1	2
0	0	1	2
1	1	0	0
2	2	0	0

Tabel 3.3 bukan *BM*-aljabar karena $(2*0)*(2*1)=2 \neq 1=1*0$ dimana tidak memenuhi aksioma *BM*-aljabar yaitu (BM2).

Tabel 3.4

*	0	1	2
0	0	1	2
1	1	0	1
2	2	1	0

Tabel 3.4 bukan *BM*-aljabar karena $(1*0)*(1*2)=0 \neq 2=2*0$ dimana tidak memenuhi aksioma *BM*-aljabar yaitu (BM2).

Tabel 3.5

*	0	1	2
0	0	1	2
1	1	0	1
2	2	2	0

Tabel 3.5 bukan *BM*-aljabar karena $(2*0)*(2*1)=0 \neq 1=1*0$ dimana tidak memenuhi aksioma *BM*-aljabar yaitu (BM2).

Tabel 3.6

*	0	1	2
0	0	1	2
1	1	0	2
2	2	1	0

Tabel 3.6 bukan *BM*-aljabar karena $(2*1)*(2*0)=2 \neq 1=0*1$ dimana tidak memenuhi aksioma *BM*-aljabar yaitu (BM2).

Tabel 3.7

$*$	0	1	2
0	0	1	2
1	1	0	2
2	2	2	0

Tabel 3.7 bukan *BM*-aljabar karena $(2 * 0) * (2 * 1) = 0 \neq 1 = 1 * 0$ dimana tidak memenuhi aksioma *BM*-aljabar yaitu (BM2).

Tabel 3.8

$*$	0	1	2
0	0	2	1
1	1	0	0
2	2	0	0

Tabel 3.8 bukan *BM*-aljabar karena $(2 * 0) * (2 * 1) = 2 \neq 1 = 1 * 0$ dimana tidak memenuhi aksioma *BM*-aljabar yaitu (BM2).

Tabel 3.9

$*$	0	1	2
0	0	2	1
1	1	0	1
2	2	1	0

Tabel 3.9 bukan *BM*-aljabar karena $(1 * 0) * (1 * 2) = 0 \neq 2 = 2 * 0$ dimana tidak memenuhi aksioma *BM*-aljabar yaitu (BM2).

Tabel 3.10

$*$	0	1	2
0	0	2	1
1	1	0	1
2	2	2	0

Tabel 3.10 bukan *BM*-aljabar karena $(2 * 0) * (2 * 1) = 0 \neq 1 = 1 * 0$ dimana tidak memenuhi aksioma *BM*-aljabar yaitu (BM2).

Tabel 3.11

$*$	0	1	2
0	0	2	1
1	1	0	2
2	2	2	0

Tabel 3.11 bukan *BM*-aljabar karena $(2 * 0) * (2 * 1) = 0 \neq 1 = 2 * 0$ dimana tidak memenuhi aksioma *BM*-aljabar yaitu (BM2).

Berdasarkan kumpulan tabel di atas, hanya ada satu tabel yang merupakan *BM*-aljabar. Maka terbukti bahwa Jika himpunan X dengan $|X| = 3$ dan $\Gamma(X)$ merupakan kumpulan dari semua *BM*-aljabar dari himpunan X, maka $|\Gamma(X)| = 1$.

Proposisi 3.2

Jika $(X;*,0)$ adalah *BM*-aljabar maka $(d * e) * f = (d * f) * e$, untuk setiap $d, e, f \in X$.

(Chang & Hee, 2006, hal. 217)

Bukti:

$(d * e) * f = \big((f * e) * (f * d)\big) * f$ (BM2)

$= (f * e) * \Big(f * \big(0 * (f * d)\big)\Big)$ (B3)

$= \big(0 * (f * d)\big) * e$ (BM2)

$= (d * f) * e$ ■ (Lemma 3.1(iii))

Teorema 3.2

Aljabar $(X;*,0)$ adalah *B*-aljabar 0-komutatif jika dan hanya jika $(X;*,0)$ merupakan *BM*-aljabar.

(Chang & Hee, 2006, hal. 219)

Bukti:

(⇒) Akan dibuktikan: $(X;*,0)$ *B*-aljabar 0-komutatif ⇒ $(X;*,0)$ *BM*-aljabar.

(i) (B2) menunjukkan (BM1) terpenuhi.

(ii) $(f * d) * (f * e) = \big(0 * (d * f)\big) * \big(0 * (e * f)\big)$ (Lemma 2.1)

$= (e * f) * \Big(0 * \big(0 * (d * f)\big)\Big)$ (0-Komutatif)

$= (e * f) * (d * f)$ (Teorema 2.1(ii))

$= e * d$ ■ (Teorema 2.1(iii))

Karena $(X;*,0)$ memenuhi kedua aksioma pada Definisi 3.1 maka $(X;*,0)$ merupakan *BM*-aljabar.

(⇐) Akan dibuktikan: $(X;*,0)$*BM*-aljabar ⇒ $(X;*,0)$ *B*-aljabar 0-komutatif.

Diketahui bahwa $(X;*,0)$ adalah *BM*-aljabar, berdasarkan dari Teorema 3.1 maka $(X;*,0)$ merupakan *B*-aljabar. Dari Teorema 2.1 menunjukkan bahwa $(X;*,0)$ *B*-aljabar jika dan hanya jika memenuhi aksioma $d * d = 0$ dan $(d * f) * (e * f) = d * e$, $\forall d, e, f \in X$.

Substitusi $d = 0$ pada (BM2) diperoleh:

$(f * 0) * (f * e) = e * 0$

$f * (f * e) = e$ (BM1)

Dari pembuktian di atas, maka didapatkan $d * d = 0, (d * f) * (e * f) = d * e$, dan $f * (f * e) = e$. Berdasarkan Proposisi 2.3 maka terbukti bahwa $(X;*,0)$ *BM*-aljabar ⇒ $(X;*,0)$ *B*-aljabar 0-komutatif.

Akibat 3.1

Jika $(X;*,0)$ *B*-aljabar dengan $d * e = e * d$, $\forall d, e \in X$, maka $(X;*,0)$ merupakan *BM*-aljabar.

(Chang & Hee, 2006, hal. 218)

Bukti:

Karena $d * e = e * d$, $\forall d, e \in X$, maka didapatkan:

$d * (0 * e) = d * (e * 0)$ $(karena\ 0 * e = e * 0)$

$= d * e$ (B2)

$= e * d$ $(karena\ d * e = e * d)$

$= e * (d * 0)$ (B1)

$= e * (0 * d)$ $(karena\ d * 0 = 0 * d)$

untuk sebarang $d, e \in X$.

Dari bukti di atas teketahui bahwa $(X;* ,0)$ merupakan B-Aljabar 0-komutatif. Karena $(X;* ,0)$ merupakan B-Aljabar 0-komutatif, berdasarka Teorema 3.2 maka $(X;* ,0)$ merupakan *BM*-aljabar.

BM-Aljabar dan Aljabar Pre-Coxeter

Teorema 3.3

Setiap aljabar Coxeter adalah *BM*-aljabar.

(Chang & Hee, 2006, hal. 219)

Bukti:

(i) (C2) menunjukkan $(\mathbf{BM1})$ terpenuhi.

(ii) Setiap aljabar Coxeter memenuhi (BM2)

Karena memenuhi kedua aksioma Definisi 3.1 sehingga terbukti setiap aljabar Coxeter adalah *BM*-aljabar. Teorema 3.3 tidak berlaku secara umum.

Teorema 3.4

Jika $(X;* ,0)$ BM-aljabar dengan $0 * d = d,\ \forall d \in X$, maka $(X;* ,0)$ merupakan aljabar Coxeter.

(Chang & Hee, 2006, hal. 220)

Bukti:

(i) Lemma 3.1 (i) menunjukkan (C1) terpenuhi.

(ii) Definisi 3.1 (BM1) menunjukkan (C2) terpenuhi.

(iii) $(d * e) * f = (d * f) * e$ (Proposisi 3.2)

$= d * \big(e * (0 * f)\big)$ (B3)

$= d * (e * f)$ ■ $(karena\ 0 * d = d\ )$

Karena $(\boldsymbol{X};*,\mathbf{0})$ memenuhi ketiga aksioma dari Definisi 2.4 maka $(\boldsymbol{X};*,\mathbf{0})$ adalah aljabar Coxeter.

Akibat 3.2

$(X;* ,0)$ amerupakan aljabar Coxeter $\Leftrightarrow$ $(X;* ,0)$ *BM*-aljabar dengan $0 * d = d,\ \forall d \in X$.

(Chang & Hee, 2006, hal. 220)

Bukti:

$(\Rightarrow)$ Akan dibuktikan: $(X;* ,0)$ aljabar Coxeter $\Rightarrow$ $(X;* ,0)$ *BM*-aljabar dengan $0 * d = d,\ \forall d \in X$.

(i) (C2) menunjukkan (BM1) terpenuhi.

(ii) Setiap aljabar Coxeter memenuhi (BM2).

(iii) Proposisi 2.4 (i) menunjukkan $0 * d = d$ terpenuhi.

$(\Leftarrow)$ Akan dibuktikan bahwa jika $(X;* ,0)$ adalah *BM*-aljabar dengan $0 * d = d,\ \forall d \in X$ maka $(X;* ,0)$ adalah aljabar Coxeter.

Telah terbukti pada Teorema 3.4.

Teorema 3.5

Setiap *BM*-aljabar X dengan $0 * d = d,\ \forall d \in X$ adalah aljabar Pre-Coxeter.

(Chang & Hee, 2006, hal. 220)

Bukti:

(i) Lemma 3.1 (i) menunjukkan (PC1) terpenuhi.

(ii) (BM1) menunjukkan (PC2) terpenuhi.

(iii) Dari Proposisi 2.4 (ii) dan Teorema 3.4 menunjukkan (PC3) terpenuhi.

(iv) Setiap *BM*-aljabar dengan $0 * d = d,\ \forall d \in X$ menunjukkan (PC4) terpenuhi.

Karena keempat aksioma dari Definisi 2.5 terpenuhi sehigga terbukti bahwa setiap *BM*-aljabar X dengan $0 * d = d,\ \forall d \in X$ adalah aljabar Pre-Coxeter.

Sebaliknya tidak berlaku. Tidak setiap aljabar Pre-Coxeter merupakan *BM*-aljabar.

4. PENUTUP

Simpulan

Berdasarkan pembahasan yang telah dijabarkan pada skripsi yang berjudul *BM*-Aljabar, bahwa sifat-sifat yag terkait pada *BM*-aljabar adalah sebagai berikut :

1. Setiap *BM*-aljabar adalah *B*-aljabar.
2. $(X;* ,0)$ *B*-aljabar 0-komutatif $\Leftrightarrow$ $(X;* ,0)$ *BM*-aljabar.
3. Setiap aljabar Coxeter adalah *BM*-aljabar.
4. Jika $(X;* ,0)$ *BM*-aljabar dengan $0 * d = d, \forall d \in X$, maka $(X;* ,0)$ merupakan aljabar Coxeter.
5. Setiap *BM*-aljabar X dengan $0 * d = d, \forall d \in X$ adalah aljabar Pre-Coxeter.
6. Berdasarkan beberapa teorema didapatkan bahwa:
   Aljabar Coxeter $\subset$ *B*-aljabar 0-komutatif
   B-aljabar komutatif $\subset$ *B*-aljabar
   Aljabar Coxeter $\subset$ *B*-aljabar

Saran

Pada skripsi ini penulis membahas tentang sifat-sifat yang terkait dengan *BM*-aljabar yaitu *BM*-aljabar spesialisasi dari *B*-aljabar, *BM*-aljabar jika dan hanya jika *B*-aljabar 0-komutatif dan aljabar Coxeter merupakan spesialisasi dari *BM*-aljabar. Penulis menyarankan pembaca untuk penelitian selanjutnya membahas yang belum dibahas pada skripsi ini.

DAFTAR PUSTAKA

Ameri, B., Borzooei.R.A, & Radfar.A. (2014). On finite B-algebra. *Afr. Mat*. doi:DOI 10.1007/s13370-014-0249-8

Chang, B. K., & Hee, S. K. (2008). BG-Algebra. *DEMONSTRATIO MATHEMATICA, Vol. XLI No 3* , 497-505.

Chang, B., & Hee, S. (2006). ON BM-ALGEBRAS. *Scientiae Mathematicae Japonicae Online*, 215–221.

Chang, B., & Hee, S. (2010). (*PRE-)COXETER ALGEBRAS*. *Mathematical Institute Slovak Academy of Sciencea*, 33-42. doi:DOI: 10.2478/s12175-009-0165-9

Chaudhry, M. A., Fahad, A., & Arshad, M. (2017). *Some Results About Generalized BCH-Algebras*. *International Journal of Algebra*,, Vol. 11, 2017, no. 5, 231 - 246.

Gallian, J. A. (2010). *Cotemporary Abstract Algebra* (8th edition ed.). Duluth: University of Minnesota Duluth.

Hee, S., & Hong, G. (2005). *ON 0-COMMUTATIVE B-ALGEBRAS*. *Scientiae Mathematicae Japonicae Online*, 31–36.

Neggers, J., & Kim.H.S. (2002). *ON B-ALGEBRAS*. *MATEMATIQKI VESNIK*, 21-29.

Walendziak, A. (2015). *BG/BF1/B/BM-algebras*. *Mathematica Aeterna*, Vol. 5, 2015, no. 2, 351 - 356.