

MODEL SIR-SI PENYEBARAN VIRUS ZIKA DENGAN VAKSINASI

Aprilina

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya

e-mail : aprilinaaprilina@mhs.unesa.ac.id

Abadi

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya

e-mail : abadi@unesa.ac.id

Budi Priyo Prawoto

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya

e-mail : budipriyoprawoto@unesa.ac.id

Abstrak

Virus Zika adalah penyakit yang menjadi perbincangan setelah virus H1N1 dan virus Ebola. Penyebaran virus Zika dimodelkan dengan model SIR-SI yang melibatkan dua populasi yaitu manusia dalam model SIR dan nyamuk *Aedes Aegypti* dalam model SI. Metode yang dilakukan yaitu menelaah masalah yang berkaitan dengan virus Zika, membuat batasan masalah, menyusun asumsi, dan mengkonstruksi model penyebaran virus Zika. Artikel ini bertujuan untuk mengkontruksi model matematika dari penyebaran virus Zika menggunakan model SIR-SI jika ada pengaruh vaksin di dalamnya.

Kata kunci: virus Zika, model SIR-SI, titik kesetimbangan, linierisasi, analisis kestabilan

Abstract

Zika virus is an epidemic that has become a topic of discussion after H1N1 virus and Ebola virus. The spreading of Zika virus modeled with SIR-SI model which involving two populations, they are human in the SIR model and *Aedes Aegypti* in the SI model. A damn method that was studying problems related to the Zika virus, limiting problems, compiling assumption, and constructing models. This research aim to construct a mathematical model of the spreading Zika virus using the SIR-SI model if there is an influence of vaccines.

Keywords : Zika virus, SIR-SI model, equilibrium point, linearization, stability analysis

1. PENDAHULUAN

Virus Zika adalah penyakit yang menjadi perbincangan setelah virus flu burung H1N1 dan virus Ebola. Menurut Sil dan Kim (2018) Virus Zika pertama kali ditemukan pada tahun 1947 di Zika Forest, Uganda. Kemkes (2017) menyatakan bahwa penyebaran virus Zika terjadi di 61 negara di mana salah satunya adalah *United States of America*. Penyakit Zika dapat menyebabkan *Microcephaly* pada bayi yang baru lahir. *Microcephaly* adalah suatu kondisi di mana lingkaran kepala di bawah rata-rata sekitar dua standar deviasi.

penyakit Zika dapat menyebar melalui banyak cara. Selain melalui vektor pembawa virus yaitu nyamuk *Aedes Aegypti*, penyakit Zika juga dapat ditularkan melalui air liur, transfusi darah hingga hubungan seksual (Galan-Huerta et al. 2016). Bagi ibu hamil, penularan Zika dapat terjadi melalui plasenta

sehingga menyebabkan bayi yang dilahirkan menjadi cacat. Selain itu, penyebaran Zika menjadi luas saat nyamuk yang sehat menggigit manusia yang terkena penyakit Zika.

Penyebaran virus Zika telah diteliti oleh Miller (2017), pada awalnya penyebaran virus Zika telah dimodelkan dengan model SIR yaitu dengan mengabaikan vektor pembawa virus Zika. Karena penyebaran virus Zika dibawa oleh suatu vektor maka secara umum penyebaran virus Zika sangat cocok dimodelkan dengan model SIR-SI. Metode SIR-SI adalah suatu metode yang melibatkan dua populasi yaitu manusia dalam model SIR dan vektor pembawa virus Zika dengan model SI (Restu, 2018).

Prawoto (2017) dan Prawoto (2018) telah meneliti pengaruh vaksin terhadap model SIR penyakit campak. Hasilnya menunjukkan bahwa ada batasan nilai vaksinasi yang akan menghilangkan penyakit campak dari populasi manusia. Berdasarkan BBC News (2016) vaksin untuk virus Zika masih dalam masa percobaan *National Institute of Allergy and Infectious Diseases* di Maryland yang juga menjadi tempat pengembangan vaksin antivirus Ebola. Pada tahun 2016 Profesor Trudi Lang dari Universitas Oxford yang membimbing *Global Health Research at the Centre for Tropical Medicine* mengatakan pengembangan dan penyebaran vaksin Zika memerlukan waktu 15 tahun dan dilakukan secara bertahap. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui model matematika dari penyebaran virus Zika dengan menggunakan model SIR-SI.

2. KAJIAN TEORI

Model SIR

Berdasarkan penyebaran virus Zika secara umum maka penyebaran virus Zika cocok dimodelkan dengan model SIR. Model SIR adalah salah satu model penyebaran penyakit yang berbentuk kompartemen di mana terdapat proses penyebaran penyakit. Model SIR terdapat tiga subpopulasi yaitu subpopulasi manusia yang rentan atau *Susceptible* (S), subpopulasi manusia yang terinfeksi atau *Infectious* (I), dan subpopulasi manusia yang telah sembuh terhadap penyakit atau *Recovered* (R). Jumlah tingkat kelahiran dan jumlah tingkat kematian diabaikan



Diagram 2.1 Diagram SIR (Miller 2017)

berdasarkan diagram 2.1 diperoleh persamaan:

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

Model SIR-SI tanpa Vaksinasi

Menurut Restu (2018) model SIR-SI merepresentasikan adanya penyebaran virus Ebola pada populasi manusia dalam model SIR dan melibatkan vektor pembawa virus Ebola yaitu kelelawar dalam model SI.

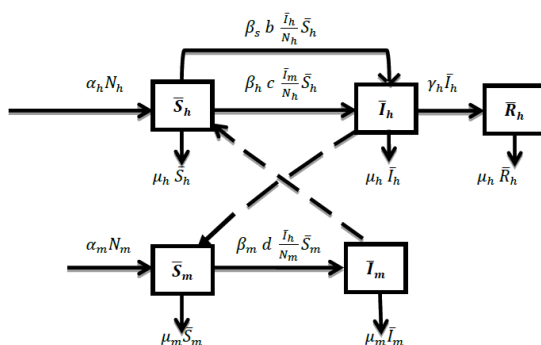


Diagram 2.2 Model SIR-SI tanpa Vaksinasi

diperoleh persamaan :

$$\frac{dS_h}{dt} = N_h \alpha_h - \beta_s b \frac{I_h}{N_h} S_h - \beta_h c \frac{I_m}{N_h} S_h - \mu_h S_h \quad (1)$$

$$\frac{dI_h}{dt} = \beta_s b \frac{I_h}{N_h} S_h + \beta_h c \frac{I_m}{N_h} S_h - \gamma_h I_h - \mu_h I_h \quad (2)$$

$$\frac{dR_h}{dt} = \gamma_h I_h - \mu_h R_h \quad (3)$$

$$\frac{dS_m}{dt} = \alpha_m N_m - \beta_m d \frac{I_h}{N_m} S_m - \mu_m S_m \quad (4)$$

$$\frac{dI_m}{dt} = \beta_m d \frac{I_h}{N_m} S_m - \mu_m I_m \quad (5)$$

Model SIR dengan Vaksinasi

Prawoto (2017) telah melakukan penelitian mengenai vaksinasi terhadap penyebaran penyakit campak. Pada penelitian tersebut vaksinasi diberikan pada populasi manusia di mana vaksinasi yang gagal masuk ke dalam subpopulasi manusia *Susceptible* (S_h) dan vaksinasi yang berhasil masuk ke dalam subpopulasi manusia *Recovered* (R_h).

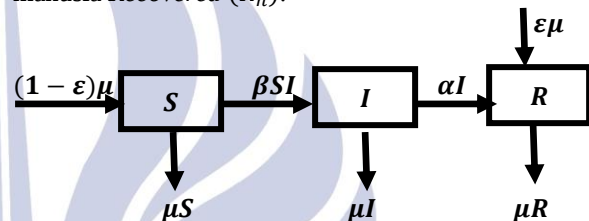


Diagram 2.3 Diagram SIR dengan Vaksinasi

diperoleh persamaan:

$$\frac{dS}{dt} = (1 - \epsilon) \mu - \beta SI - \mu S \quad (6)$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \alpha I - \mu I \quad (7)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I + \epsilon \mu - \mu R \quad (8)$$

3. METODE

Pada penelitian ini, jurnal mengenai virus Zika diambil dari penelitian yang dilakukan oleh Miller (2017) mengenai “Model Matematika SIR Penyebaran Virus dengan Kombinasi Seksual dan Non Seksual” dengan batasan masalah sebagai berikut:

1. Model epidemik penyebaran virus Zika yang digunakan dalam penulisan ini adalah SIR-SI yang ditambahkan adanya vaksinasi. Model Epidemik SIR untuk populasi manusia, model epidemik SI untuk populasi Nyamuk, dan vaksinasi dilakukan pada subpopulasi manusia rentan.
2. Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yang diperoleh dari jurnal ilmiah dan digunakan sebagai penentuan nilai parameter.
3. Penyebaran virus Zika dari hewan berdarah panas ke nyamuk dan manusia diabaikan.
4. Penyebaran virus Zika dari ibu hamil ke embrio diabaikan.

Asumsi yang digunakan untuk mengkonstruksi model penyebaran virus Zika model SIR-SI dengan Vaksinasi adalah

1. Tingkat kelahiran sama dengan tingkat kematian dan tidak ada migrasi (populasi konstan dan tertutup untuk populasi manusia dan nyamuk).
2. Tidak ada ibu hamil yang terinfeksi virus Zika.
3. Manusia yang terinfeksi dapat menularkan virus Zika ke manusia rentan melalui air liur, transfusi darah, dan hubungan seksual.
4. Manusia yang sembuh tidak dapat terinfeksi virus Zika lagi dan tidak masuk ke dalam manusia rentan lagi.
5. Nyamuk *Aedes Aegypti* merupakan vektor pembawa virus Zika.
6. Manusia rentan dapat terinfeksi virus Zika jika terkena gigitan nyamuk yang terinfeksi Zika.
7. Nyamuk rentan dapat terinfeksi virus Zika jika menggigit manusia yang terinfeksi virus Zika.
8. Nyamuk terinfeksi tidak dapat menginfeksi nyamuk rentan.
9. Penyembuhan nyamuk yang terinfeksi virus Zika diabaikan.
10. Virus Zika tidak memberi pengaruh pada nyamuk.
11. Tingkat kematian subpopulasi manusia rentan, manusia terinfeksi, dan manusia sembuh adalah sama ($\mu_{S_h} = \mu_{I_h} = \mu_{R_h} = \mu_h = \alpha_h$).
12. Tingkat kematian subpopulasi nyamuk rentan dan nyamuk terinfeksi adalah sama ($\mu_{S_m} = \mu_{I_m} = \mu_m = \alpha_m$).
13. Tidak ada subpopulasi yang mati karena infeksi penyakit.
14. Vaksin virus Zika telah ditemukan.
15. Terdapat vaksinasi untuk menekan angka penyebaran virus Zika.
16. Vaksinasi bersifat permanen.

4. PEMBAHASAN

Pola penyebaran virus Zika sama dengan pola penyebaran virus Ebola sehingga penyebaran virus Zika model SIR-SI dengan vaksinasi digambarkan dalam diagram sebagai berikut :

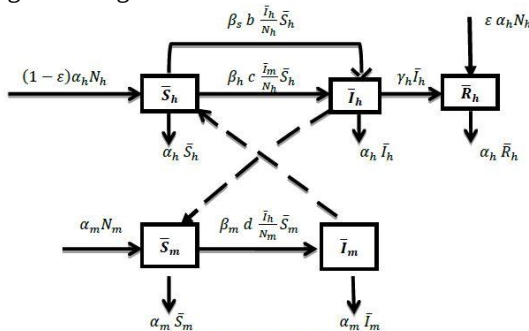


Diagram 4.1 Model SIR-SI dengan Vaksinasi

a. Subpopulasi Manusia *Susceptible* ($\bar{S}_h$)

Populasi manusia yang baru lahir (α_h) masuk ke dalam subpopulasi manusia *Susceptible* ($\bar{S}_h$). Selain itu, pada subpopulasi manusia *Susceptible* ($\bar{S}_h$) terdapat total awal subpopulasi manusia (N_h). Jumlah subpopulasi manusia *Susceptible* ($\bar{S}_h$) disimbolkan dengan

$$\alpha_h N_h \quad (9)$$

pengurangan subpopulasi manusia *Susceptible* ($\bar{S}_h$) juga disebabkan karena penularan dari manusia terinfeksi manusia *Susceptible* ($\bar{S}_h$) sebesar

$$\beta_s b \frac{\bar{I}_h}{N_h} \bar{S}_h \quad (10)$$

subpopulasi manusia *Susceptible* ($\bar{S}_h$) mengalami pengurangan karena nyamuk terinfeksi menggigit manusia *Susceptible* ($\bar{S}_h$) sehingga subpopulasi manusia *Susceptible* ($\bar{S}_h$) mengalami pengurangan sebesar

$$\beta_h c \frac{\bar{I}_m}{N_h} \bar{S}_h \quad (11)$$

subpopulasi manusia *Susceptible* ($\bar{S}_h$) akan mati secara alami sebesar α_h , sehingga tingkat kematian subpopulasi manusia *Susceptible* ($\bar{S}_h$) yaitu sebesar

$$\alpha_h \bar{S}_h \quad (12)$$

b. Subpopulasi Manusia *Infected* ($\bar{I}_h$)

Penambahan subpopulasi manusia *Infected* ($\bar{I}_h$) dikarenakan adanya penularan virus Zika dari manusia *Infected* ($\bar{I}_h$) terhadap manusia *Susceptible* ($\bar{S}_h$) sebesar

$$\beta_s b \frac{\bar{I}_h}{N_h} \bar{S}_h \quad (13)$$

infeksi virus Zika yang disebabkan oleh nyamuk *Infected* ($\bar{I}_m$) yang menggigit manusia *Susceptible* ($\bar{S}_h$) masuk dalam subpopulasi manusia *Infected* ($\bar{I}_h$) sebesar

$$\beta_h c \frac{\bar{I}_m}{N_h} \bar{S}_h \quad (14)$$

penyembuhan subpopulasi manusia *Infected* ($\bar{I}_h$) melalui pengobatan menyebabkan subpopulasi manusia *Infected* ($\bar{I}_h$) berkurang sebesar

$$\gamma_h \bar{I}_h \quad (15)$$

kematian alami subpopulasi manusia *Infected* ($\bar{I}_h$) menyebabkan subpopulasi manusia *Infected* ($\bar{I}_h$) berkurang sebesar

$$\alpha_h \bar{I}_h \quad (16)$$

c. Subpopulasi Manusia *Recovered* ($\bar{R}_h$)

Penambahan subpopulasi manusia *Recovered* ($\bar{R}_h$) terjadi saat manusia *Infected* ($\bar{I}_h$) telah sembuh dari penyakit Zika sebesar

$$\gamma_h \bar{I}_h \quad (17)$$

kematian alami subpopulasi manusia *Recovered* ($\bar{R}_h$) menyebabkan subpopulasi manusia *Recovered* ($\bar{R}_h$) berkurang sebesar

$$\alpha_h \bar{R}_h \quad (18)$$

d. Subpopulasi Nyamuk *Susceptible* ($\bar{S}_m$)

Populasi nyamuk yang baru lahir masuk ke dalam Subpopulasi nyamuk *Susceptible* ($\bar{S}_m$) dan dikalikan dengan total subpopulasi nyamuk dan disimbolkan

$$\alpha_m N_m \quad (19)$$

nyamuk *Susceptible* ($\bar{S}_m$) yang menggigit manusia *Infected* ($\bar{I}_h$) menyebabkan nyamuk *Susceptible* ($\bar{S}_m$) terinfeksi dan mengakibatkan subpopulasi nyamuk *Susceptible* ($\bar{S}_m$) berkurang sebesar

$$\beta_m d \frac{\bar{I}_h}{N_m} \bar{S}_m \quad (20)$$

kematian alami subpopulasi nyamuk *Susceptible* ($\bar{S}_m$) menyebabkan subpopulasi nyamuk *Susceptible* ($\bar{S}_m$) berkurang sebesar

$$\alpha_m \bar{S}_m \quad (21)$$

e. Subpopulasi Nyamuk *Infected* ($\bar{I}_m$)

Subpopulasi nyamuk *Susceptible* ($\bar{S}_m$) yang telah terinfeksi virus Zika masuk ke dalam subpopulasi nyamuk *Infected* ($\bar{I}_m$) sebesar

$$\beta_m d \frac{\bar{I}_h}{N_m} \bar{S}_m \quad (22)$$

kematian alami subpopulasi nyamuk *Infected* ($\bar{I}_m$) menyebabkan subpopulasi nyamuk *Infected* ($\bar{I}_m$) berkurang sebesar

$$\alpha_m \bar{I}_m \quad (23)$$

5. PENUTUP

Kesimpulan

Berdasarkan persamaan (9), (10), (11), (12), (13), (14), (15), (16), (17), (18), (19), (20), (21), (22), dan (23) diperoleh model penyebaran virus Zika model SIR-SI dengan Vaksinasi sebagai berikut :

$$\frac{dS_h}{dt} = \alpha_h(1 - \varepsilon) - \beta_s a I_h S_h - \beta_h b I_m \frac{N_m}{N_h} S_h - \alpha_h S_h$$

$$\frac{dI_h}{dt} = \beta_s a I_h S_h + \beta_h b I_m \frac{N_m}{N_h} S_h - \gamma_h I_h - \alpha_h I_h$$

$$\frac{dR_h}{dt} = \gamma_h I_h + \varepsilon \alpha_h - \alpha_h R_h$$

$$\frac{dS_m}{dt} = \alpha_m - \beta_m c I_h \frac{N_h}{N_m} S_m - \alpha_m S_m$$

$$\frac{dI_m}{dt} = \beta_m c I_h \frac{N_h}{N_m} S_m - \alpha_m I_m$$

di mana

$\frac{dS_h}{dt}$ = laju perubahan subpopulasi manusia *Susceptible* pada waktu t.

$\frac{dI_h}{dt}$ = laju perubahan subpopulasi manusia *Infection* pada waktu t.

$\frac{dR_h}{dt}$ = laju perubahan subpopulasi manusia *Recovered* pada waktu t.

$\frac{dS_m}{dt}$ = laju perubahan subpopulasi Nyamuk *Susceptible* pada waktu t.

$\frac{dI_m}{dt}$ = laju perubahan subpopulasi Nyamuk *Infection* pada waktu t.

Saran

Penelitian ini dapat dilanjutkan dengan menganalisis kestabilan model penyebaran virus Zika model SIR-SI dengan vaksinasi dan menentukan ambang batas efektivitas vaksinasi.

DAFTAR PUSTAKA

- Anton, H. (1987). *Elementary Linier Algebra*. Drexel University.
- BBC News, Indonesia. 2016. *Ilmuwan Yakin Vaksin Virus Zika Siap Dalam Enam Bulan*. s.1. :http://www.bbc.com/indonesia/majalah/2016/03/160304_majalah_kesehatan_zika.
- Beltran-Silva, S.L, S.S Chacon-Hernandez, E Moreno-Palacios, and J.A Pereyra-Molina. 2018. "Clinical and Differential Diagnosis : Dengue , Chikungunya and Zika." *Revista Médica del Hospital General de México* 81(3): 146–53. <http://dx.doi.org/10.1016/j.hgmx.2016.09.011>.
- Boyce, William E., and Richard C. Diprima. 2009. "Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems." : 485–94.
- Galan-Huerta, K.A et al. 2016. "The Zika Virus Disease : An Overview." *Medicina Universitaria* 18(71): 115–24. <http://dx.doi.org/10.1016/j.rmu.2016.05.003>.
- Gebre, Yitades, Nikkiah Forbes, and Teshome Gebre. 2016. "Asian Paci Fi c Journal of Tropical Biomedicine Abnormalities : A Review of Progress in Research , Priorities and Knowledge Gaps." *Asian Pacific Journal of Tropical Biomedicine* 6(10): 815–24. <http://dx.doi.org/10.1016/j.apjtb.2016.08.008>.
- Kemkes, Kementerian Kesehatan Republik Indonesia. 2016. *Belum DItemukan Kasus Zika di Indonesia*. s.1. :<http://www.depkes.go.id/article/view/16090100001/belum-ditemukan-kasus-zika-di-indonesia.html>.
- Kemkes, Kementerian Kesehatan Republik Indonesia. 2017. *Penyakit Virus Zika (Zika Fever)*. <http://infeksiemerging.kemkes.go.id/penyakit-vius-zika-zika-fever/#.XOcmDmkxc0p>.
- Miller, Joel C. 2017. "Mathematical Models of SIR Disease Spread with Combined Non-Sexual and Sexual Transmission Routes." *Infectious Disease Modelling* 2(1): 35–55. <http://dx.doi.org/10.1016/j.idm.2016.12.003>.
- Noor, Rashed, and Tasnia Ahmed. 2008. "Journal of Infection and Public Health Zika Virus : Epidemiological Study and Its Association with Public Health Risk." *Journal of Infection and Public Health* 11(5): 611-160. <http://doi.org/10.1016/j.jiph.2018.04>.

007.

N.V.Tu, Pierre. 1994. "Dynamical Systems An Introduction with Applications in Economics and Biology."

Olawoyin, Omomayowa, and Christopher Kribs. 2018. "Effects of Multiple Transmission Pathways on Zika Dynamics." *Infectious Disease Modelling* 3: 331–44. <https://doi.org/10.1016/j.idm.2018.11.003>.

Olsder, G.J., and J.W Van Der Woude. 1994. *Mathematical System Theory*. Delft: Delft University Press.

Prawoto, Budi Priyo. 2017. "Stability and Simulation of Measles Transmission Model With and Without Vaccination." *Far East Journal Of Mathematical Sciences (FJMS) Volume 102, Number 2, 2017*, pp 271-281.

Prawoto, Budi Priyo. 2018. "The Vaccination Of Measles Transmission In three Different Ppulations." *MATEC Web of Conference Jilid 197, 2018*, pp 01004.

Rabaan, Ali A et al. 2017. "Overview of Zika Infection , Epidemiology , Transmission and Control Measures." *Journal of Infection and Public Health* 10(2): 141–49. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jiph.2016.05.007>.

Release, Press. 2017. *How Zika Virus Induces Congenital Microcephaly*. s.l. <http://presse.inserm.fr/en/francais-comment-le-virus-zika-induit-lamicrocephalie-congenitale/30192/>.

Restu, Nosarani Dwi. 2018. *Penyebaran Virus Ebola Dengan Kombinasi Seksual and Non-seksual*. Surabaya : Universitas Negeri Surabaya, 2018. *Stability And Simulation Of Measles Transmission Model With And Without Vaccination*.

Sil, Jeong, and Kyung M Kim. 2018. "Journal of Infection and Public Health Infection-Control Knowledge , Attitude , Practice , and Risk Perception of Occupational Exposure to Zika Virus among Nursing Students in Korea : A Cross-Sectional Survey & , &&." *Journal of Infection and Public Health* 11(6): 840–44. <https://doi.org/10.1016/j.jiph.2018.07.002>.

002.

Worldometers. 2019. *U.S Population*. www.worldometers.info/world-population/us-population/.