

**PENERAPAN MODEL SEIPAHRF PADA DINAMIK PENULARAN COVID-19:  
STUDI KASUS DI JAWA TIMUR****Kurnia Dewy Isnaini**

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya

e-mail : [kurnia.17030214038@mhs.unesa.ac.id](mailto:kurnia.17030214038@mhs.unesa.ac.id)**Yusuf Fuad**

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya

e-mail : [yusuffuad@unesa.ac.id](mailto:yusuffuad@unesa.ac.id)**Abstrak**

*Coronavirus Disease 2019* (Covid-19) merupakan penyakit menular yang disebabkan oleh virus corona dari famili *coronaviridae*. Penyebaran virus ini berlangsung dengan cepat di beberapa negara, salah satunya yaitu Indonesia. Penelitian ini bertujuan untuk menerapkan model dinamik *SEIPAHRF* pada penularan Covid-19 di provinsi Jawa Timur, Indonesia, pada periode 6 Agustus-5 Oktober 2020 ketika sudah diberlakukan Pembatasan Sosial Berskala Besar (PSBB) di provinsi Jawa Timur. Dalam penelitian ini dibahas juga tentang bilangan reproduksi dasar, titik ekuilibrium, kestabilan dan sensitivitas dari solusi model dinamik berdasarkan variasi nilai parameter. Simulasi numerik dari model dinamik *SEIPAHRF* diberikan dengan nilai parameter dan nilai awal dari Ndairou et al. (2020), kemudian hasilnya dibandingkan dengan data riil dari Satgas Covid-19 Jawa Timur. Berdasarkan hasil pembahasan, diperoleh bilangan reproduksi dasar  $\zeta_0 > 1$  yang artinya Covid-19 telah menyebar dan menjadi wabah. Analisis stabilitas model *SEIPAHRF* berdasarkan titik ekuilibrium menunjukkan bahwa titik ekuilibrium bebas penyakit  $\Gamma_0 = (N, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$  adalah tidak stabil, namun titik ekuilibrium endemik  $\Gamma^* = (S^*, E^*, I^*, P^*, A^*, H^*, R^*, F^*)$  adalah stabil asimtotik. Hasil dari simulasi numerik, model *SEIPAHRF* sangat sesuai dengan data riil dari Satgas Covid-19 Jawa Timur, dan memperkuat hasil pengendalian pandemi Covid-19 di Wuhan, China dengan nilai parameter yang berbeda. Penelitian lanjutan dapat dilakukan terhadap model *SEIPAHRF* dengan membandingkan perilaku solusinya dengan hasil dengan model dinamik lain maupun pada wabah atau wilayah pandemi lain.

**Kata kunci:** Bilangan reproduksi dasar, model matematika, Covid-19, stabilitas, sensitivitas.

**Abstract**

*Coronavirus Disease 2019* (Covid-19) is an infectious disease caused by the corona virus from the *coronaviridae* family. The spread of the virus is fast in several countries, as well as in Indonesia. The spread of this virus is taking place rapidly in a number of countries, including Indonesia. This study aims to implement the dynamic model of *SEIPAHRF* for the transmission of Covid-19 in the province of East Java, Indonesia, for the period 6 August-5 October 2020 when the regulation of the Large-Scale Social Restrictions (PSBB) were implemented in East Java province. This study discusses also basic reproduction numbers, equilibrium points, stability, and sensitivity of the dynamic model based on variations in parameter values. The numerical simulation of the *SEIPAHRF* model is given by using all parameter values and initial values which taken from Ndairou et al. (2020), then the result is compared to data from the Satgas Covid-19 Jawa Timur. Based on the results, this study obtains the basic reproduction number  $\zeta_0 > 1$ , which means that Covid-19 has spread and had become an epidemic. The stability analysis of the *SEIPAHRF*'s model based on the equilibrium points concludes that the disease-free equilibrium point  $\Gamma_0 = (N, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$  is unstable, while the endemic equilibrium point  $\Gamma^* = (S^*, E^*, I^*, P^*, A^*, H^*, R^*, F^*)$  is asymptotic stable. The numerical simulation results from the *SEIPAHRF*'s model are positively consistent with the real data from the Satgas Covid-19 Jawa Timur, and are supported to the handling of the pandemic Covid-19 in Wuhan with different parameter values. Furthermore, another researcher may implement the *SEIPAHRF*'s model and is to compare its solution behaviors with any result from another dynamical model, as well as for other epidemics or other pandemic areas.

**Keywords:** Basic reproduction number, mathematical model, Covid-19, stability, sensitivity.

## 1. PENDAHULUAN

Penyebab dari *Coronavirus disease 2019* (Covid-19) adalah *coronavirus* tipe baru. Pada bulan Desember 2019, ditemukan virus penyebab Covid-19 tersebut di Wuhan, China. Covid-19 sudah menjadi pandemi global di seluruh dunia termasuk Indonesia sejak tanggal 9 Maret 2020 (WHO, 2020). Sebelum adanya Covid-19, terdapat dua penyakit menular yang diakibatkan oleh *coronavirus* yaitu *Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus* (SARS-CoV) pada tahun 2003 dan *Middle East Respiratory Syndrome Coronavirus* (MERS-CoV) pada tahun 2012. Penularan Covid-19 yaitu melalui tetesan kecil (*droplet*) yang keluar dari mulut atau hidung seseorang pada saat bersin, batuk, ataupun berbicara. Selain itu, seseorang dapat terinfeksi Covid-19 apabila orang tersebut bersentuhan dengan benda yang terkontaminasi *droplet* dari penderita, lalu menyentuh daerah segitiga wajah (mata, hidung, mulut) (Kemkes, 2020).

Orang yang terinfeksi memiliki gejala umum berupa demam dengan suhu tubuh minimal  $38^{\circ}\text{C}$ , sakit tenggorokan, batuk kering, sesak napas, atau pilek. Apabila dalam waktu 14 hari sebelum timbul gejala tersebut penderita pernah kontak erat dengan orang yang terinfeksi Covid-19 atau telah melakukan perjalanan ke wilayah pandemi, maka harus dilakukan uji PCR atau *rapid test* kepada orang tersebut untuk memastikan diagnosis (Kemkes, 2020). Wabah ini selain berdampak terhadap manusia, juga berdampak terhadap perekonomian di seluruh dunia. Oleh karena itu, banyak negara menerapkan kebijakan *lockdown* untuk mengurangi penyebaran penyakit, seperti yang diberlakukan di Wuhan, China. Selain itu kebijakan *social distancing* juga digunakan untuk menjaga jarak antara individu, dan untuk mencegah terjadinya kerumunan.

*Super-spreading event* (SES) terkait dengan pertumbuhan eksplisif di awal pandemi dan penularan berkelanjutan pada tahap selanjutnya diberlakukan untuk menghambat pencegahan maupun pengendalian pandemi. Oleh karena itu, SES penting untuk membatasi penyebaran pandemi Covid-19 serta masa depan wabah penyakit menular (Frieden & Lee, 2020). Beberapa penelitian telah dilakukan untuk membahas pengaruh individu *super-spreader* terhadap penyebaran penyakit menular. Penelitian oleh Lin et al. (2020) menyatakan bahwa *super-spreader* memiliki ciri-ciri: (1) *viral load* tinggi; (2) waktu penyebaran virus yang lebih lama; (3) *super-spreader* mungkin bukan pasien yang sakit parah, dia mungkin aktif dalam kegiatan sosial dan memiliki kesempatan untuk menghubungi banyak orang dalam waktu singkat (Lin et al., 2020). Penelitian lain

menyimpulkan bahwa kegiatan sosial berperan penting dalam penyebaran penyakit, dan *super-spreader* banyak melakukan kegiatan sosial (Fujie & Odagaki, 2007).

Penelitian ini terinspirasi oleh Ndaïrou et al. (2020) yang membahas tentang model dinamik penularan Covid-19 di Wuhan. Dalam penelitian tersebut, Ndaïrou et al. juga mempertimbangkan keberadaan individu *super-spreader*. Dalam penelitian ini dilakukan rekonstruksi model *SEIPAHRF* dan respon solusinya berdasarkan data penyebaran Covid-19 di Wuhan. Kemudian model tersebut diadopsi untuk mengkaji model dinamik penularan Covid-19 di Jawa Timur. Analisa terhadap model dinamik dilakukan berdasarkan titik ekuilibrium, kestabilan model, bilangan reproduksi dasar, dan sensitivitas parameter. Selanjutnya simulasi numerik dari model *SEIPAHRF* diberikan dengan nilai parameter dan nilai awal yang diadopsi dari Ndaïrou et al. (2020), kemudian hasilnya menjadi pembandingan terhadap data riil dari Satgas Covid-19 Jawa Timur dengan tujuan untuk menguji kesesuaian solusi model *SEIPAHRF* dengan data riil dari Satgas Covid-19 Jawa Timur.

## 2. KAJIAN TEORI

### *Coronavirus Disease 2019* (Covid-19)

Sama halnya dengan SARS, Covid-19 juga disebabkan oleh *coronavirus*, namun jenis virusnya berbeda. Berdasarkan jumlah kasusnya, individu terinfeksi Covid-19 jauh lebih banyak dibandingkan individu terinfeksi SARS. Data menunjukkan bahwa angka kematian SARS yaitu 9,6%, dan lebih tinggi dibandingkan angka kematian Covid-19 yang kurang dari 5%. Selain itu, penyebaran dari Covid-19 jauh lebih cepat dan menyebar lebih luas ke beberapa negara dibandingkan SARS (Stoppneumonia, 2020).

Periode inkubasi untuk Covid-19 antara 3-14 hari, yang ditandai dengan kadar leukosit dan limfosit yang masih normal atau sedikit menurun, serta pasien belum merasakan gejala. Selanjutnya, virus mulai menyebar melalui aliran darah, terutama menuju ke organ yang mengekspresikan ACE2 dan pasien mulai merasakan gejala ringan. Kemudian 4-7 hari dari gejala awal, kondisi pasien mulai memburuk dengan ditandai oleh timbulnya sesak napas, menurunnya limfosit, dan perburukan lesi di paru. Jika fase ini tidak teratasi, dapat terjadi *Acute Respiratory Distress Syndrome* (ARDS), sepsis, dan komplikasi lain. Tingkat keparahan klinis berhubungan dengan usia (lebih dari 70 tahun), komorbiditas seperti diabetes, penyakit paru obstruktif kronis (PPOK), hipertensi, dan obesitas (Gennaro et al., 2020).

### Sistem Persamaan Diferensial

Sistem persamaan diferensial biasa orde satu dengan  $n$  buah persamaan secara umum berbentuk:

$$\frac{dx(t)}{dt} \equiv \dot{x}(t) = f(t, x(t)) \quad (1)$$

dengan  $x \in \mathbb{R}^n, f \in \mathbb{R}^n$  merupakan fungsi  $t$  dan  $x$  pada suatu selang  $a < t < b, a, b \in \mathbb{R}$ , serta  $t \in \mathbb{R}$  adalah waktu (Kreyszig, 2016).

**Model SIR**

Model epidemik SIR (*Susceptible-Infected-Removed*) sudah umum digunakan untuk menggambarkan karakteristik penyebaran atau penularan suatu wabah penyakit. Dalam model SIR, diasumsikan individu yang terinfeksi penyakit sembuh secara alami akibat kekebalan permanen yang dimiliki (Brauer, 2008). Berikut diagram kompartemen untuk model SIR:



**Gambar 1.** Diagram kompartemen model SIR (Brauer, 2008)

Sistem persamaan diferensial nonlinier yang mendeskripsikan model SIR, sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dS(t)}{dt} &= -\beta S(t)I(t), \\ \frac{dI(t)}{dt} &= \beta S(t)I(t) - \gamma I(t), \\ \frac{dR(t)}{dt} &= \gamma I(t). \end{aligned} \quad (2)$$

Dengan  $N$  menyatakan total populasi dengan  $N = S + I + R$ .

**Nilai Eigen dan Vektor Eigen**

Jika  $Q$  adalah matriks berorde  $n \times n$ , maka vektor tak nol  $v$  pada  $\mathbb{R}^n$  disebut vektor eigen dari  $Q$  jika  $Qv$  adalah kelipatan skalar dari  $v$ , yaitu  $Qv = \lambda v$  untuk suatu skalar  $\lambda \in \mathbb{C}$ . Skalar  $\lambda$  disebut nilai eigen dari matriks  $Q$ , dan  $v$  disebut vektor eigen dari matriks  $Q$  (Anton & Rorres, 2004).

**Titik Ekuilibrium**

Diberikan sistem persamaan diferensial berbentuk:

$$\frac{dx(t)}{dt} \equiv \dot{x}(t) = f(t, x(t)), x, f \in \mathbb{R}^n, t \in \mathbb{R}. \quad (3)$$

Titik  $\Gamma \in \mathbb{R}^n$  disebut titik ekuilibrium dari (3), jika  $f(\Gamma) = 0$  (Tu, 1994).

**Matriks Jacobian**

Matriks Jacobian sering digunakan untuk menganalisis kestabilan suatu sistem dinamik. Matriks Jacobian, berorde  $n \times n$ , berhubungan dengan suatu fungsi  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  dengan komponen fungsi  $f_1, f_2, \dots, f_n$ , dan  $\frac{\partial f_i(\Gamma)}{\partial x_j}$  adalah entri matriks pada baris ke- $i$  dan kolom

ke- $j$  yang merupakan derivatif pertama parsial dari fungsi  $f_i$  terhadap variabel  $x_j, 1 \leq i \leq n; 1 \leq j \leq n$ , pada titik ekuilibrium  $\Gamma$  dan dinyatakan sebagai berikut (Clark, 1999)

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\Gamma)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(\Gamma)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1(\Gamma)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2(\Gamma)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(\Gamma)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2(\Gamma)}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(\Gamma)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n(\Gamma)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n(\Gamma)}{\partial x_n} \end{bmatrix}$$

**Kestabilan Titik Ekuilibrium**

Misalkan  $Q$  merupakan matriks berorde  $n \times n$ . Perilaku kestabilan titik ekuilibrium adalah sebagai berikut (Tu, 1994):

1. Dikatakan stabil, jika:
  - a. Setiap nilai eigen bernilai riil tak positif ( $\lambda_i \leq 0, \lambda_i \in \mathbb{R}, \forall i = 1, \dots, n$ ).
  - b. Setiap bagian riil dari nilai eigen kompleks bernilai tak positif ( $Re(\lambda_i) \leq 0, \lambda_i \in \mathbb{C}, \forall i = 1, \dots, n$ ).
2. Dikatakan stabil asimtotik, jika:
  - a. Setiap nilai eigen bernilai riil negatif ( $\lambda_i < 0, \lambda_i \in \mathbb{R}, \forall i = 1, \dots, n$ ).
  - b. Setiap bagian riil dari nilai eigen kompleks bernilai negatif ( $Re(\lambda_i) < 0, \lambda_i \in \mathbb{C}, \forall i = 1, \dots, n$ ).
3. Dikatakan stabil murni, jika:
  - a. Setiap bagian riil dari nilai eigen kompleks bernilai nol ( $Re(\lambda_i) = 0, \lambda_i \in \mathbb{C}, \forall i = 1, \dots, n$ ).
4. Tidak stabil, jika:
  - a. Ada nilai eigen riil bernilai tak negatif ( $\lambda_i \geq 0, \lambda_i \in \mathbb{R}, \exists i = 1, \dots, n$ ).
  - b. Ada bagian riil dari nilai eigen kompleks bernilai positif ( $Re(\lambda_i) > 0, \lambda_i \in \mathbb{C}, \exists i = 1, \dots, n$ ).

**Kriteria Kestabilan Routh-Hurwitz**

Diberikan persamaan karakteristik dari suatu sistem dinamik sebagai berikut

$$\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + a_2\lambda^{n-2} + \dots + a_n = 0. \quad (4)$$

1. Semua koefisien pada persamaan karakteristik (4) harus positif ( $a_i > 0, i = 1, 2, \dots, n$ ). Sistem dikatakan tidak stabil, apabila terdapat minimal satu koefisien yang bertanda negatif.
2. Jika semua koefisien pada persamaan karakteristik (4) bernilai positif, maka susun semua koefisien polinomial sesuai dengan pola pada Tabel 1 berikut ini.

**Tabel 1.** Tabel Routh-Hurwitz (Cook, 2007)

|                 |          |          |          |          |         |
|-----------------|----------|----------|----------|----------|---------|
| $\lambda^n$     | 1        | $a_2$    | $a_4$    | $a_6$    | ...     |
| $\lambda^{n-1}$ | $a_1$    | $a_3$    | $a_5$    | $a_7$    | ...     |
| $\lambda^{n-2}$ | $b_1$    | $b_2$    | $b_3$    | $b_4$    | ...     |
| $\lambda^{n-3}$ | $c_1$    | $c_2$    | $c_3$    | ...      | ...     |
| $\vdots$        | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\cdot$ |
| $\lambda^1$     | $f$      | ...      | ...      |          |         |
| $\lambda^0$     | $g$      | ...      | ...      |          |         |

dengan

$$b_1 = \frac{a_1 a_2 - a_3}{a_1}; b_2 = \frac{a_1 a_4 - a_5}{a_1}$$

$$c_1 = \frac{b_1 a_3 - a_1 b_2}{b_1}; c_2 = \frac{b_1 a_5 - a_1 b_3}{b_1}$$

*dst.*

Kriteria Routh-Hurwitz menyatakan bahwa “Banyaknya akar persamaan karakteristik dengan bagian riil bernilai positif sama dengan banyaknya perubahan tanda dari koefisien pada kolom pertama pada Tabel Routh-Hurwitz” (Cook, 2007).

**Bilangan Reproduksi Dasar**

Metode *the next generation matrix* merupakan salah satu metode untuk menentukan bilangan reproduksi dasar ( $\zeta_0$ ). Dalam metode tersebut, terdapat dua matriks, yaitu matriks  $K$  dan matriks  $V$  yang masing – masing berukuran  $n \times n$ , dengan

$$K = \left[ \frac{\partial \mathcal{K}_i(\Gamma_0)}{\partial x_j} \right] \text{ dan } V = \left[ \frac{\partial \mathcal{V}_i(\Gamma_0)}{\partial x_j} \right].$$

*Next generation matrix* adalah  $Q = KV^{-1}$  dan bilangan reproduksi dasar  $\zeta_0$  dinyatakan dengan:

$$\zeta_0 = \rho(KV^{-1}) = \rho(Q),$$

dan  $\rho(Q)$  adalah *spectral radius* dari matriks  $Q$  (Driessche & Watmough, 2002).

Beberapa kondisi dari bilangan reproduksi dasar  $\zeta_0$  adalah sebagai berikut (Driessche & Watmough, 2002):

1. Jika  $\zeta_0 < 1$ , maka penyakit tidak menyebar. Tingkat populasi individu yang terinfeksi lebih sedikit dibandingkan dengan individu yang disembuhkan maupun rentan.
2. Jika  $\zeta_0 > 1$ , maka penyakit akan menyebar dan menjadi wabah. Tingkat individu yang terinfeksi lebih banyak dibandingkan dengan individu yang disembuhkan maupun yang rentan.
3. Jika  $\zeta_0 = 1$ , maka setiap infeksi yang ada dapat menyebabkan infeksi baru. Penyakit akan tetap ada dan stabil, tetapi tidak menimbulkan wabah.

**Indeks Sensitivitas**

Indeks sensitivitas  $Y$  dalam  $\zeta_0$ , yang bergantung pada

diferensial parameter  $p$ , didefinisikan sebagai

$$Y_p^{\zeta_0} = \frac{\partial \zeta_0}{\partial p} \frac{p}{\zeta_0}. \tag{5}$$

Indeks sensitivitas pada setiap parameter yang berdampak tinggi dijadikan sasaran untuk dilakukan strategi intervensi dalam mengendalikan penyebaran penyakit (Chitnis et al., 2008).

**3. METODE PENELITIAN**

**Jenis Penelitian**

Penelitian ini merupakan studi literatur yang membahas tentang model dinamik penularan Covid-19. Penelitian ini terinspirasi dari Ndairou et al. (2020) dan dimodifikasi untuk kasus Covid-19 di Jawa Timur.

**Rancangan Penelitian**

Penelitian ini dimulai dengan studi literatur, menentukan asumsi dan batasan masalah untuk merekonstruksi model dinamik *SEIPAHRF* yang valid. Selanjutnya ditentukan titik ekuilibrium bebas penyakit maupun titik ekuilibrium endemik dan dilakukan analisis kestabilan dari model dinamik tersebut. Diskusi terkait bilangan reproduksi dasar dilakukan untuk menganalisis sensitivitas dan dilanjutkan dengan simulasi untuk mendemonstrasikan kinerja maksimal dari model dinamik *SEIPAHRF*, dan melakukan interpretasi maupun komparasi hasil antara kasus di Wuhan dengan kasus di Jawa Timur.

**Sumber Data Penelitian**

Dalam penelitian ini, data yang digunakan adalah data sekunder dan data hasil eksperimen pada perubahan nilai parameter. Sumber data utama adalah Ndairou et al. (2020) yang membahas tentang model dinamik penularan Covid-19 di Wuhan yang diterapkan pada kondisi *total lockdown*. Data riil yang digunakan adalah data Satgas Covid-19 Jawa Timur, yang diambil dari tautan: (<http://infocovid19.jatimprov.go.id>). Diakses 30 November 2020).

**Analisis Data**

Analisis data pada model dinamik penularan Covid-19 dan solusinya dilakukan dengan tahapan sebagai berikut:

- a. Menentukan titik ekuilibrium dan bilangan reproduksi dasar.
- b. Menganalisa kestabilan dan sensitivitas model dinamik.
- c. Menentukan nilai parameter yang “cocok” terhadap data riil untuk simulasi dan interpretasi hasilnya.

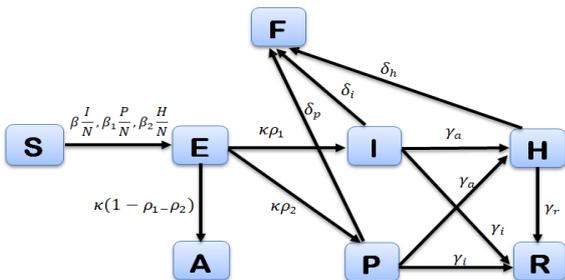
**4. PEMBAHASAN**

**Rekonstruksi Model Dinamik Penularan Covid-19**

Model yang digunakan adalah model *SEIPAHRF* yang diadopsi dari Ndaïrou et al. (2020). Dalam model *SEIPAHRF* terdiri dari delapan populasi yang terkait penularan Covid-19, yaitu *Susceptible (S)* adalah populasi individu rentan, *Exposed (E)* adalah populasi individu terpapar, *Symptomatic and Infectious (I)* adalah populasi individu yang terinfeksi, *Super-spreaders (P)* adalah populasi individu *super-spreader* terhadap Covid-19, *Infectious but asymptomatic (A)* adalah populasi individu terinfeksi tanpa gejala, *Hospitalized (H)* adalah populasi individu terinfeksi dan sedang perawatan di rumah sakit, *Recovered (R)* adalah populasi individu sembuh akibat terinfeksi, *Fatality (F)* adalah total kematian akibat terinfeksi Covid-19. Dalam merekonstruksi model dinamik *SEIPAHRF* digunakan beberapa asumsi sebagai berikut:

1. Dalam kondisi aman (belum ada infeksi yang mewabah), diasumsikan bahwa  $S = N$ .
2. Populasi tertutup, artinya faktor imigrasi dan emigrasi diabaikan, sehingga total populasi  $N$  adalah konstan, dengan  $N = S + E + I + P + A + H + R + F$ .
3. Individu yang menularkan Covid-19 hanya individu dari kelas *symptomatic and infectious (I)*, *super-spreaders (P)*, *hospitalized (H)*.
4. Individu terinfeksi tanpa gejala menjalani isolasi mandiri hingga sembuh.
5. Individu terinfeksi dapat langsung sembuh tanpa menjalani perawatan di rumah sakit.
6. Individu terinfeksi dan menjalani perawatan di rumah sakit memiliki peluang sembuh yang lebih besar dari individu yang terinfeksi namun tidak menjalani perawatan di rumah sakit.
7. Individu yang telah sembuh dianggap kebal terhadap Covid-19 dan tidak masuk pada populasi individu rentan.
8. Terjadi kematian akibat terinfeksi Covid-19.

Berikut diagram kompartemen dinamik penularan Covid-19 dengan model *SEIPAHRF*, yang diadopsi dari Ndaïrou et al. (2020).



**Gambar 2.** Diagram kompartemen penularan Covid-19 (Ndaïrou et al., 2020).

Berdasarkan diagram kompartemen di atas, model dinamik penularan Covid-19 dinyatakan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 \frac{dS}{dt} &= -\beta \frac{I}{N} S - \beta_1 \frac{P}{N} S - \beta_2 \frac{H}{N} S, \\
 \frac{dE}{dt} &= \beta \frac{I}{N} S + \beta_1 \frac{P}{N} S + \beta_2 \frac{H}{N} S - \kappa E, \\
 \frac{dI}{dt} &= \kappa \rho_1 E - (\gamma_a + \gamma_i) I - \delta_i I, \\
 \frac{dP}{dt} &= \kappa \rho_2 E - (\gamma_a + \gamma_i) P - \delta_p P, \\
 \frac{dA}{dt} &= \kappa (1 - \rho_1 - \rho_2) E, \\
 \frac{dH}{dt} &= \gamma_a (I + P) - \gamma_r H - \delta_h H, \\
 \frac{dR}{dt} &= \gamma_i (I + P) + \gamma_r H, \\
 \frac{dF}{dt} &= \delta_i I + \delta_p P + \delta_h H,
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

dengan,

- $\frac{dS}{dt}$  = laju perubahan populasi individu rentan,
- $\frac{dE}{dt}$  = laju perubahan populasi individu terpapar,
- $\frac{dI}{dt}$  = laju perubahan populasi individu terinfeksi dengan gejala,
- $\frac{dP}{dt}$  = laju perubahan populasi individu *super-spreader*,
- $\frac{dA}{dt}$  = laju perubahan populasi individu terinfeksi tanpa gejala,
- $\frac{dH}{dt}$  = laju perubahan populasi individu terinfeksi dan sedang perawatan di rumah sakit,
- $\frac{dR}{dt}$  = laju perubahan populasi individu telah sembuh,
- $\frac{dF}{dt}$  = laju perubahan populasi kematian individu oleh Covid-19.

Dalam penelitian ini, nilai-nilai parameter diberikan pada Tabel 2.

**Tabel 2.** Nilai-nilai parameter (Ndaïrou et al., 2020)

| Parameter  | Nilai          | Satuan             |
|------------|----------------|--------------------|
| $\beta$    | 2,55           | hari <sup>-1</sup> |
| $\beta_1$  | 3 $\beta$      | hari <sup>-1</sup> |
| $\beta_2$  | 1,56 $\beta$   | hari <sup>-1</sup> |
| $\kappa$   | 0,25           | hari <sup>-1</sup> |
| $\rho_1$   | 0,58           | hari <sup>-1</sup> |
| $\rho_2$   | 0,001          | hari <sup>-1</sup> |
| $\gamma_a$ | 0,94           | hari <sup>-1</sup> |
| $\gamma_i$ | 0,27           | hari <sup>-1</sup> |
| $\gamma_r$ | 0,5            | hari <sup>-1</sup> |
| $\delta_i$ | $\frac{1}{23}$ | hari <sup>-1</sup> |
| $\delta_p$ | $\frac{1}{23}$ | hari <sup>-1</sup> |
| $\delta_h$ | $\frac{1}{23}$ | hari <sup>-1</sup> |

Selama pandemi Covid-19, terdapat pembatasan pergerakan individu yang disebabkan oleh pemberlakuan karantina di kota Wuhan. Akibatnya, terdapat batasan wilayah penyebaran penyakit. Diasumsikan total populasi yang diteliti sebesar  $N = 11.000.000/250$  dengan 250 merupakan nilai untuk pembatasan pergerakan individu, sehingga diperoleh nilai awal untuk model dinamik penularan Covid-19 sebagai berikut  $S_0 = N - 6, E_0 = 0, I_0 = 1, P_0 = 5, A_0 = 0, H_0 = 0, R_0 = 0, F_0 = 0$ . Nilai  $S_0$  diperoleh dari total populasi yang diteliti sebesar  $N = 11.000.000/250$  dikurangi dengan individu terinfeksi pada hari ke-0 sebesar  $I_0 + P_0 + H_0 = 1 + 5 + 0 = 6$ .

### Titik Ekuilibrium

Dalam keadaan endemik, terdapat dua titik ekuilibrium pada model dinamik (6), yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik. Penentuan titik ekuilibrium pada model dinamik penularan Covid-19 yaitu dengan membuat ruas kanan pada setiap persamaan pada model dinamik (6) sama dengan nol.

#### 1. Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit

Titik ekuilibrium bebas penyakit menunjukkan bahwa dalam populasi tidak terjadi penyebaran Covid-19. Hal ini menunjukkan bahwa tidak ada individu yang terinfeksi dalam populasi sehingga  $E = I = P = H = 0$ . Titik ekuilibrium bebas penyakit dinotasikan dengan

$$\Gamma_0 = (S^0, E^0, I^0, P^0, A^0, H^0, R^0, F^0).$$

Karena pada kondisi bebas penyakit tidak terjadi penyebaran Covid-19, maka  $E^0 = I^0 = P^0 = H^0 = 0$ , sehingga diperoleh  $\Gamma_0 = (N, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$ .

#### 2. Titik Ekuilibrium Endemik

Karena dalam kondisi endemik, maka terjadi penyebaran Covid-19 dalam populasi. Hal ini menunjukkan bahwa terdapat individu yang terinfeksi dalam populasi sehingga  $E \neq 0, I \neq 0, P \neq 0$ , dan  $H \neq 0$ .

Karena pada kondisi endemik terjadi penyebaran Covid-19, maka  $E^* \neq 0, I^* \neq 0, P^* \neq 0, H^* \neq 0$ , sehingga diperoleh

$$\Gamma^* = (S^*, E^*, I^*, P^*, A^*, H^*, R^*, F^*),$$

dengan

$$S^* = \text{abs}\left(-\frac{1}{\beta I}(\beta_1 P + \beta_2 H)\hat{S}\right); E^* = \frac{(\beta + \beta_1 P^* + \beta_2 H^*)S^*}{\kappa N},$$

$$I^* = \frac{\kappa \rho_1}{(\gamma_a + \gamma_i + \delta_i)} E^*; P^* = \frac{\kappa \rho_2}{(\gamma_a + \gamma_i + \delta_p)} E^*,$$

$$A^* = \kappa(1 - \rho_1 - \rho_2)E^*; H^* = \frac{\gamma_a(I^* + P^*)}{(\gamma_r + \delta_h)},$$

$$R^* = \gamma_i(I^* + P^*) + \gamma_r H^*; F^* = \delta_i I^* + \delta_p P^* + \delta_h H^*.$$

Diasumsikan jumlah individu yang rentan diinginkan signifikan kecil, sehingga bilangan reproduksi dasar  $\zeta_0$  dari penyebaran Covid-19 menjamin terjadinya kestabilan model dinamik ke titik ekuilibriumnya relatif cepat. Artinya, individu terinfeksi harus cukup kecil dibandingkan jumlah individu yang rentan, terpapar maupun individu yang telah sembuh. Khusus kasus di Jawa Timur, apabila populasi ketika diberlakukan PSBB

di Jawa Timur adalah  $N$ , maka cukup rasional dimisalkan bahwa  $0 < S^* < \hat{S}$ , dengan  $\hat{S} = N \times 10^{-8}$ .

### Bilangan Reproduksi Dasar

Dengan menggunakan metode *the next generation matrix* ke dalam model dinamik (6), matriks  $K$  terdiri dari  $\mathcal{K}_i$  yang menunjukkan tingkat infeksi baru pada kompartemen yang dibedakan sesuai dengan  $E, I, P, H$ , dan titik ekuilibrium bebas penyakit  $\Gamma_0$ , sehingga diperoleh:

$$\mathcal{K}_1 = \beta \frac{I}{N} S + \beta_1 \frac{P}{N} S + \beta_2 \frac{H}{N} S; \mathcal{K}_2 = 0; \mathcal{K}_3 = 0; \mathcal{K}_4 = 0.$$

Diperoleh matriks Jacobian dari  $K$ , yaitu

$$K = \begin{pmatrix} 0 & \beta \frac{S^0}{N} & \beta_1 \frac{S^0}{N} & \beta_2 \frac{S^0}{N} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \beta & \beta_1 & \beta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Selanjutnya, matriks  $V$  terdiri dari  $\mathcal{V}_i$  yang menunjukkan tingkat perpindahan dari satu kompartemen ke kompartemen lainnya.

$$\mathcal{V}_1 = \kappa E,$$

$$\mathcal{V}_2 = -\kappa \rho_1 E + (\gamma_a + \gamma_i)I + \delta_i I,$$

$$\mathcal{V}_3 = -\kappa \rho_2 E + (\gamma_a + \gamma_i)P + \delta_p P,$$

$$\mathcal{V}_4 = \gamma_a(I + P) + \gamma_r H + \delta_h H$$

Sehingga diperoleh matriks Jacobian dari  $V$  sebagai berikut:

$$V = \begin{pmatrix} \kappa & 0 & 0 & 0 \\ -\kappa \rho_1 & \bar{\omega}_i & 0 & 0 \\ -\kappa \rho_2 & 0 & \bar{\omega}_p & 0 \\ 0 & -\gamma_a & -\gamma_a & \bar{\omega}_h \end{pmatrix}.$$

dengan

$$\bar{\omega}_i = \gamma_a + \gamma_i + \delta_i, \quad \bar{\omega}_p = \gamma_a + \gamma_i + \delta_p, \quad \bar{\omega}_h = \gamma_r + \delta_h.$$

Matriks  $V^{-1}$  dapat ditentukan dengan rumus berikut:

$$V^{-1} = \frac{1}{\det(V)} \cdot \text{adjoin}(V)$$

$$V^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\kappa} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\rho_1}{\bar{\omega}_i} & \frac{1}{\bar{\omega}_i} & 0 & 0 \\ \frac{\rho_2}{\bar{\omega}_p} & 0 & \frac{1}{\bar{\omega}_p} & 0 \\ \frac{\gamma_a(\bar{\omega}_i \rho_2 + \bar{\omega}_p \rho_1)}{\bar{\omega}_i \bar{\omega}_p \bar{\omega}_h} & \frac{\gamma_a}{\bar{\omega}_i \bar{\omega}_h} & \frac{\gamma_a}{\bar{\omega}_p \bar{\omega}_h} & \frac{1}{\bar{\omega}_h} \end{pmatrix}.$$

Selanjutnya bilangan reproduksi dasar  $\zeta_0$  ditentukan dari  $\zeta_0 = \rho(K \cdot V^{-1})$ , sehingga diperoleh

$$K \cdot V^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{\beta \rho_1}{\bar{\omega}_i} + \frac{\beta_1 \rho_2}{\bar{\omega}_p} + \frac{\beta_2 \gamma_a (\bar{\omega}_i \rho_2 + \bar{\omega}_p \rho_1)}{\bar{\omega}_i \bar{\omega}_p \bar{\omega}_h} & \frac{\beta}{\bar{\omega}_i} + \frac{\beta_2 \gamma_a}{\bar{\omega}_i \bar{\omega}_h} & \frac{\beta_1}{\bar{\omega}_p} + \frac{\beta_2 \gamma_a}{\bar{\omega}_p \bar{\omega}_h} & \frac{\beta_2}{\bar{\omega}_h} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

dan nilai eigen dari matriks  $(K \cdot V^{-1})$  adalah

$$\lambda_1 = \frac{\beta_2 \gamma_a \bar{\omega}_i \rho_2 + \beta_2 \gamma_a \bar{\omega}_p \rho_1 + \beta \rho_1 \bar{\omega}_p \bar{\omega}_h + \beta_1 \rho_2 \bar{\omega}_i \bar{\omega}_h}{\bar{\omega}_i \bar{\omega}_p \bar{\omega}_h},$$

$$\lambda_2 = 0, \lambda_3 = 0, \lambda_4 = 0.$$

Berdasarkan definisi, bilangan reproduksi dasar adalah *spectral radius* dari  $(K.V^{-1})$ , yaitu

$$\zeta_0 = \rho(K.V^{-1}) = \max\{|\lambda_1|, |\lambda_2|, |\lambda_3|, |\lambda_4|\} \\ = \frac{\beta_2\gamma_a\varpi_i\rho_2 + \beta_2\gamma_a\varpi_p\rho_1 + \beta\rho_1\varpi_p\varpi_h + \beta_1\rho_2\varpi_i\varpi_h}{\varpi_i\varpi_p\varpi_h}$$

Dengan mensubstitusi nilai parameter pada Tabel 2 ke dalam persamaan di atas, diperoleh  $\zeta_0 = 4,375131841$ . Karena  $\zeta_0 > 1$ , maka penyakit Covid-19 telah menyebar dan menjadi wabah.

**Analisis Kestabilan Titik Ekuilibrium**

**1. Kestabilan Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit**

Misalkan

$$\begin{aligned} G_1 &= -\beta\frac{I}{N}S - \beta_1\frac{P}{N}S - \beta_2\frac{H}{N}S, \\ G_2 &= \beta\frac{I}{N}S + \beta_1\frac{P}{N}S + \beta_2\frac{H}{N}S - \kappa E, \\ G_3 &= \kappa\rho_1E - (\gamma_a + \gamma_i)I - \delta_iI, \\ G_4 &= \kappa\rho_2E - (\gamma_a + \gamma_i)P - \delta_pP, \\ G_5 &= \kappa(1 - \rho_1 - \rho_2)E, \\ G_6 &= \gamma_a(I + P) - \gamma_rH - \delta_hH, \\ G_7 &= \gamma_i(I + P) + \gamma_rH, \\ G_8 &= \delta_iI + \delta_pP + \delta_hH. \end{aligned} \tag{7}$$

Matriks Jacobian dari model dinamik (6) dan substitusi titik ekuilibrium  $\Gamma_0 = (N, 0,0,0,0,0,0,0)$  diperoleh :

$$J_{(G_i(\Gamma_0))} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\beta & -\beta_1 & 0 & -\beta_2 & 0 & 0 \\ 0 & -\kappa & \beta & \beta_1 & 0 & \beta_2 & 0 & 0 \\ 0 & \kappa\rho_1 & -\varpi_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \kappa\rho_2 & 0 & -\varpi_p & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_a & \gamma_a & 0 & -\varpi_h & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_i & \gamma_i & 0 & \gamma_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_i & \delta_p & 0 & \delta_h & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

dengan

$$\varpi_i = (\gamma_a + \gamma_i + \delta_i), \varpi_p = (\gamma_a + \gamma_i + \delta_p), \\ \varpi_h = (\gamma_r + \delta_h), c = \kappa(1 - \rho_1 - \rho_2).$$

Selanjutnya, dari  $|J_{(G_i(\Gamma_0))} - \lambda I| = 0$ , maka

$$\begin{vmatrix} -\lambda & 0 & -\beta & -\beta_1 & 0 & -\beta_2 & 0 & 0 \\ 0 & -\kappa - \lambda & \beta & \beta_1 & 0 & \beta_2 & 0 & 0 \\ 0 & \kappa\rho_1 & -\varpi_i - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \kappa\rho_2 & 0 & -\varpi_p - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 & 0 & -\lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_a & \gamma_a & 0 & -\varpi_h - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_i & \gamma_i & 0 & \gamma_r & -\lambda & 0 \\ 0 & 0 & \delta_i & \delta_p & 0 & \delta_h & 0 & -\lambda \end{vmatrix} = 0$$

dan diperoleh persamaan karakteristiknya adalah

$$Z(\lambda) = \lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4,$$

dengan

$$\begin{aligned} a_1 &= \kappa + \varpi_i + \varpi_p + \varpi_h. \\ a_2 &= -\beta\kappa\rho_1 - \beta_1\kappa\rho_2 + \kappa\varpi_i + \kappa\varpi_p + \kappa\varpi_h + \varpi_i\varpi_p + \\ &\quad \varpi_i\varpi_h + \varpi_p\varpi_h. \\ a_3 &= -\beta_2\gamma_a\kappa\rho_1 - \beta_2\gamma_a\kappa\rho_2 - \beta\kappa\varpi_p\rho_1 - \beta\kappa\varpi_h\rho_1 - \\ &\quad \beta_1\kappa\varpi_i\rho_2 - \beta_1\kappa\varpi_h\rho_2 + \kappa\varpi_i\varpi_p + \kappa\varpi_i\varpi_h + \\ &\quad \kappa\varpi_p\varpi_h + \varpi_i\varpi_p\varpi_h. \\ a_4 &= -\beta_2\gamma_a\kappa\varpi_i\rho_2 - \beta_2\gamma_a\kappa\varpi_p\rho_2 - \beta\kappa\varpi_p\varpi_h\rho_1 - \end{aligned}$$

$$\beta_1\kappa\varpi_i\varpi_h\rho_2 + \kappa\varpi_i\varpi_p\varpi_h.$$

Syarat perlu dan cukup agar sistem stabil asimtotik atau stabil yaitu:

Semua koefisien persamaan karakteristik adalah positif. Dengan mensubstitusikan nilai parameter pada Tabel 2 ke persamaan di atas, diperoleh :

$$\begin{aligned} a_1 &= 3,300434783 \\ a_2 &= 3,324630317 \\ a_3 &= 0,3763407027 \\ a_4 &= -0,7205208302 \end{aligned}$$

Karena  $a_4 < 0$ , maka syarat perlu dan cukup tidak terpenuhi. Akibatnya, titik ekuilibrium bebas penyakit  $\Gamma_0$  adalah tidak stabil.

**2. Kestabilan Titik Ekuilibrium Endemik**

**Teorema 1**

Jika bilangan reproduksi dasar  $\zeta_0 > 1$  maka titik ekuilibrium endemik

$$\Gamma^* = (S^*, E^*, I^*, P^*, A^*, H^*, R^*, F^*)$$

adalah stabil asimtotik.

**Bukti:**

Dengan menggunakan matriks  $K.V^{-1}$ , diperoleh bilangan reproduksi dasar  $\zeta_0 = 4,375131841 > 1$ . Karena  $\zeta_0 > 1$  maka titik ekuilibrium endemik

$$\Gamma^* = (S^*, E^*, I^*, P^*, A^*, H^*, R^*, F^*)$$

adalah stabil asimtotik.

**Analisis Sensitivitas**

Analisis sensitivitas digunakan untuk menentukan prediksi model dinamik terhadap nilai parameter, karena biasanya terdapat *noise* atau bias dalam data dari lapangan dan estimasi untuk nilai parameter yang sesuai. Hal ini digunakan untuk menentukan nilai parameter yang berdampak tinggi pada ambang batas dari bilangan reproduksi dasar  $\zeta_0$ .

Berdasarkan definisi indeks sensitivitas dan dengan nilai parameter pada Tabel 2, dapat diperoleh indeks sensitivitas berikut ini.

**Tabel 3.** Indeks sensitivitas parameter

| Parameter  | Indeks sensitivitas |
|------------|---------------------|
| $\beta$    | 0,2696871308        |
| $\beta_1$  | 0,001394933435      |
| $\beta_2$  | 0,7289179358        |
| $\kappa$   | 0                   |
| $\rho_1$   | 0,9973504747        |
| $\rho_2$   | 0,002649525408      |
| $\gamma_a$ | -0,02099534868      |
| $\gamma_i$ | -0,2154006244       |
| $\gamma_r$ | -0,6706045006       |
| $\delta_i$ | -0,0346             |
| $\delta_p$ | -0,00009190167767   |
| $\delta_h$ | -0,05831343484      |

Berdasarkan Tabel 3 parameter yang mengakibatkan indeks sensitivitas bernilai positif adalah  $\beta, \beta_1, \beta_2, \rho_1$  dan

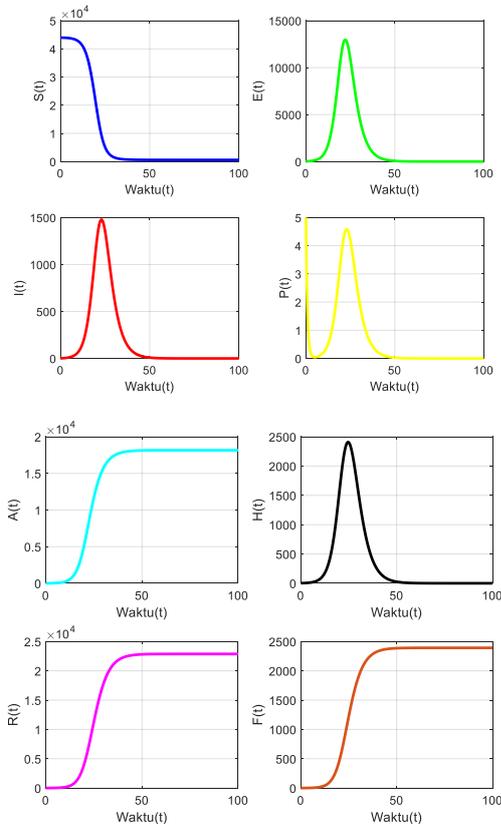
$\rho_2$ . Hal ini menunjukkan jika salah satu parameter ditingkatkan sementara parameter lainnya dikondisikan konstan, maka nilai  $\zeta_0$  akan meningkat. Sedangkan parameter yang menyebabkan indeks sensitivitas bernilai negatif adalah  $\gamma_a, \gamma_i, \gamma_r, \delta_i, \delta_p$  dan  $\delta_h$ . Hal ini menunjukkan jika salah satu parameter ditingkatkan sementara parameter lainnya dikondisikan konstan, maka nilai  $\zeta_0$  akan menurun.

### Simulasi Numerik

Simulasi numerik dari solusi model dinamik (6) disajikan untuk menunjukkan bahwa model dinamik *SEIPAHRF* dapat menghasilkan respon yang menggambarkan perilaku semua populasi pada pandemi di Wuhan. Kemudian simulasi numerik juga bertujuan untuk mengetahui kesesuaian antara data riil dari Satgas Covid-19 Jawa Timur dengan solusi dari model dinamik *SEIPAHRF*. Simulasi dilakukan dengan menggunakan *function* FDE12 pada MATLAB R2020a.

#### 1. Simulasi Model Dinamik Penularan Covid-19

Dengan nilai parameter pada Tabel 2 dan nilai awal  $(N - 6; 0; 1; 5; 0; 0; 0; 0)$ , serta interval waktu  $[0, 100]$ , simulasi dari setiap populasi disajikan seperti berikut.



**Gambar 3.** Grafik Perubahan Populasi *Susceptible, Exposed, Infected, Super-spreader, Asymptomatic, Hospitalized, Recovered, dan Fatality.*

Gambar 3 menunjukkan simulasi dari model dinamik penularan Covid-19 untuk populasi individu rentan (*S*), populasi individu terpapar (*E*), populasi individu terinfeksi dengan gejala (*I*), populasi individu *super-spreader* (*P*), populasi individu terinfeksi tanpa gejala (*A*), populasi individu yang menjalani perawatan di Rumah Sakit (*H*), populasi individu telah sembuh (*R*), dan populasi kematian akibat Covid-19 (*F*).

Populasi individu rentan awalnya sebanyak (N-6) individu dan menurun ke titik ekuilibrium setelah hari ke-40. Sementara itu populasi individu terpapar, individu terinfeksi dengan gejala, dan individu terinfeksi dan sedang perawatan di rumah sakit, pada hari ke-23, mengalami peningkatan ke titik puncak untuk individu terpapar 12.950, individu terinfeksi dengan gejala 1.500, dan individu terinfeksi Covid-19 sedang perawatan di rumah sakit 2.407, kemudian menurun hingga ke masing-masing titik ekuilibrium setelah hari ke-50. Populasi individu *super-spreader* yang awalnya hanya 5 individu menurun drastis lalu meningkat lagi hingga hari ke-23, kemudian menurun hingga ke titik ekuilibrium setelah hari ke-50. Sedangkan populasi individu terinfeksi tanpa gejala, populasi individu telah sembuh dan populasi kematian akibat Covid-19 cenderung terus meningkat kemudian stabil setelah hari ke-44. Berdasarkan hasil eksperimen penulis terhadap nilai-nilai parameter diperoleh batas interval nilai-nilai parameter yang dapat digunakan agar menghasilkan perilaku respon yang cukup baik direkomendasikan sebagai berikut:

$$2,44 < \beta \leq 2,66; 0,24 < \kappa \leq 0,26; \frac{1}{31} < \delta_i, \delta_p, \delta_h \leq \frac{1}{15}$$

#### 2. Studi Kasus di Jawa Timur

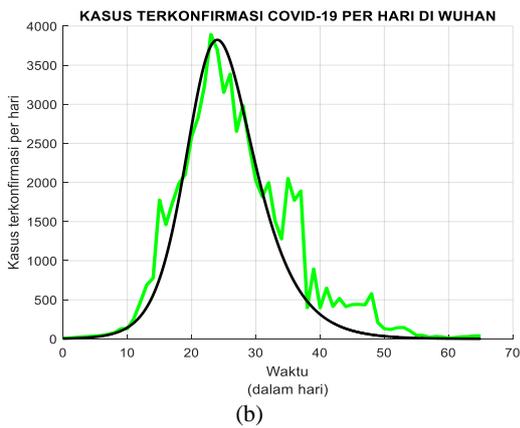
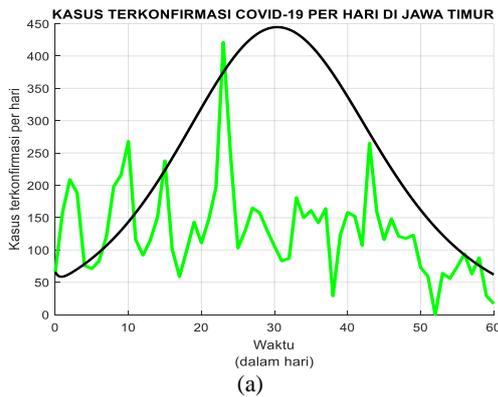
Untuk simulasi pada studi kasus di Jawa Timur dilakukan untuk mengetahui kesesuaian perilaku antara data riil dari Satgas Covid-19 Jawa Timur dengan solusi dari model dinamik *SEIPAHRF*. Data riil Satgas Covid-19 Jawa Timur adalah data kasus terkonfirmasi Covid-19 dan data kasus kematian akibat Covid-19 dari 6 Agustus–5 Oktober 2020. Periode 60 hari diterapkan karena dari hasil simulasi model dinamik *SEIPAHRF* kondisi stabilitas sudah tercapai setelah hari ke-50. Selama periode tersebut Jawa Timur hanya menerapkan PSBB (tidak menerapkan *total lockdown* seperti di Wuhan), dengan populasi 39,74 juta jiwa yang signifikan berbeda dengan kasus di Wuhan dengan populasi 11,08 juta (hanya 30% dari populasi Jawa Timur).

Selama pandemi Covid-19 berlangsung, Pemerintah Provinsi Jawa Timur telah memberlakukan PSBB, salah satunya untuk membatasi penyebaran/penularan penyakit dan pengendalian/pembatasan pergerakan masyarakat. Diasumsikan total populasi yang diteliti sebesar  $N = 39.000.000/1.000$  dengan 1.000 merupakan nilai untuk pembatasan pergerakan individu.

Dengan menerapkan model dinamik *SEIPAHRF* dan adopsi nilai parameter yang ditentukan, serta berdasarkan beberapa eksperimen numerik oleh penulis, digunakan  $\beta = 1,125; \kappa = 1,5; \rho_1 = 0,419; \delta_i = \delta_p = \delta_h = 0,071$  dengan nilai awal  $S_0 = 38.934; E_0 =$

$0; I_0 = 60; P_0 = 6; A_0 = 0; H_0 = 0; R_0 = 0; F_0 = 4$  , diperoleh:

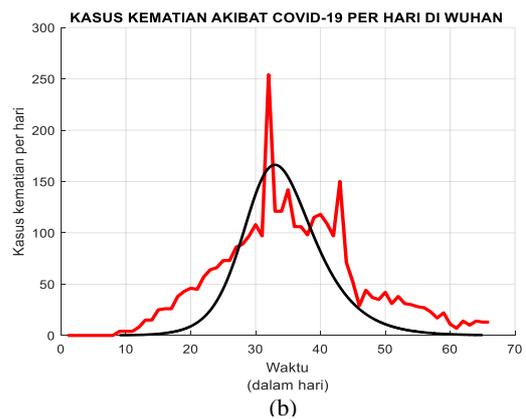
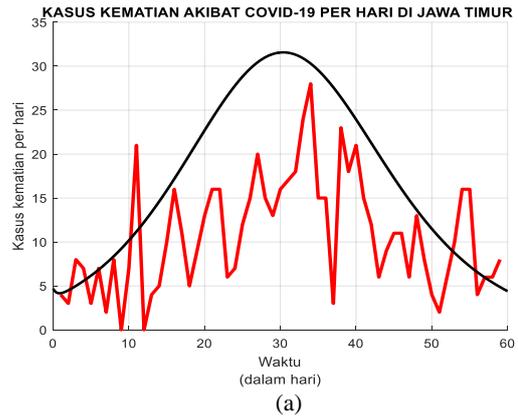
a. Simulasi Kasus Populasi Terkonfirmasi Covid-19 di Jawa Timur.



**Gambar 4.** Populasi kasus terkonfirmasi Covid-19 (a) di Jawa Timur dengan PSBB; (b) di Wuhan dengan *total lockdown*.

Gambar 4(a) menunjukkan simulasi populasi kasus terkonfirmasi Covid-19 di Jawa Timur. Respon dan perilaku yang dihasilkan mampu menggambarkan perilaku data riil Satgas Covid-19 Jawa Timur. Pada Gambar 4(a), kurva yang berwarna hijau diperoleh dari data riil dari Satgas Covid-19 Jawa Timur untuk kasus terkonfirmasi Covid-19 di Jawa Timur. Sedangkan, grafik berwarna hitam menyatakan solusi model dinamik, yang merupakan jumlah dari populasi *Infected (I)*, *Super-spreader (P)*, *Hospitalized (H)*. Sedangkan Gambar 4(b) menunjukkan simulasi kasus populasi terkonfirmasi Covid-19 di Wuhan. Hasil simulasi tersebut sesuai dengan data riil dari Ndairou (2020). Pada Gambar 4(b), kurva yang berwarna hijau diperoleh dari data riil kasus Wuhan artikel Ndairou (2020). Sedangkan, grafik berwarna hitam menyatakan solusi model dinamik, dan merupakan jumlah dari populasi *Infected (I)*, *Super-spreader (P)*, *Hospitalized (H)*.

b. Simulasi Populasi Kematian Akibat Covid-19 di Jawa Timur.



**Gambar 5.** Populasi kasus kematian akibat Covid-19 (a) di Jawa Timur dengan PSBB; (b) di Wuhan dengan *total lockdown*.

Gambar 5(a) menunjukkan simulasi populasi kasus kematian akibat Covid-19 di Jawa Timur. Hasil tersebut sesuai dengan data riil Satgas Covid-19 Jawa Timur. Pada Gambar 5(a), kurva berwarna merah dari data riil Satgas Covid-19 Jawa Timur untuk kasus kematian. Sedangkan, grafik berwarna hitam menyatakan solusi model dinamik.

Gambar 5(b) menunjukkan simulasi populasi kasus kematian akibat Covid-19 di Wuhan. Hasil tersebut sesuai dengan data riil pada Ndairou et al., (2020). Sedangkan kurva berwarna merah adalah dari data riil untuk kasus kematian akibat Covid-19 di Wuhan. Sedangkan, grafik berwarna hitam menyatakan solusi sistem dinamik.

## 5. PENUTUP

### Simpulan

Model dinamik *SEIPAHRF* dapat menggambarkan respon yang sangat realistis terhadap data penyebaran Covid-19 di Wuhan maupun Jatim. Hasil pembahasan menegaskan bilangan reproduksi dasar  $\zeta_0 > 1$ , artinya telah terjadi endemi di Wuhan dan Jatim. Analisis stabilitas terhadap titik ekuilibrium bebas penyakit  $\Gamma_0 =$

$(N, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$  menunjukkan model dinamik adalah tidak stabil, namun terhadap titik ekuilibrium endemik  $\Gamma^* = (S^*, E^*, I^*, P^*, A^*, H^*, R^*, F^*)$  adalah stabil asimtotik. Dengan nilai parameter  $\beta = 1,125$ ;  $\kappa = 1,5$ ;  $\rho_1 = 0,419$ ;  $\delta_i = \delta_p = \delta_h = 0,071$  serta nilai awal  $S_0 = 38.934$ ;  $E_0 = 0$ ;  $I_0 = 60$ ;  $P_0 = 6$ ;  $A_0 = 0$ ;  $H_0 = 0$ ;  $R_0 = 0$ ;  $F_0 = 4$ , diperoleh hasil simulasi numerik yang signifikan sesuai antara data riil Satgas Covid-19 Jawa Timur dengan solusi dari model dinamik *SEIPAHRF*. Hasil simulasi numerik pada kasus Jawa Timur berbeda dengan kasus di Wuhan, karena populasi Jawa Timur yang lebih dari 3 kali populasi Wuhan dan tidak menerapkan *total lockdown*.

### Saran

Telah dibahas model dinamik penularan Covid-19 di Jawa Timur, namun belum dibahas mengenai model dinamik lainnya untuk penyebaran Covid-19 di Jawa Timur, serta penerapan model *SEIPAHRF* untuk kasus Covid-19 di wilayah lain. Penulis menyarankan untuk penelitian lanjutan dapat dilakukan terhadap model *SEIPAHRF* dengan membandingkan perilakunya dengan hasil dengan model dinamik lain maupun pada wabah atau wilayah pandemi lain.

### DAFTAR PUSTAKA

- Anton, H., & Rorres, C. (2004). *Aljabar Linier Elementer: Versi Aplikasi*. Terjemahan Refina Indriasari & Irzam Harmein. Jakarta: Erlangga.
- Brauer, Fred. (2008). *Compartmental models in epidemiology*. Berlin: Springer.
- Chitnis, N., Hyman, J.M., & Chusing, J.M. (2008). "Determining Important Parameters in the Spread of Malaria Through The Sensitivity analysis of a Mathematical Model". *Bulletin of Mathematical Biology*. Vol. 70, 1272-1296.
- Clark, D. N. (1999). *Dictionary of Analysis, Calculus, and Differential Equations*. New York: Crc Press LLC.
- Cook, M. V. (2007). *Flight Dynamics Principles*. Oxford: Elsevier Ltd.
- Driessche, P., & Watmough, J. (2002). "Reproduction Numbers and Sub-threshold Endemic Equilibria for Compartmental Models of Disease Transmission". *Mathematical Bioscience*. Vol. 180 (1-2): 29-48.
- Frieden, T.R., & Lee, C.T. (2020). "Identifying and Interrupting Superspreading Events-Implications for Control of Severe Acute Respiratory Syndrome Coronavirus 2". *Emerging Infectious Disease*. Vol. 26: hal 1061-1066.
- Fujie, R., & Odagaki, T. (2007). Effects of superspreaders in spread of epidemic. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. Vol. 374 (2), 843-852.
- Gennaro, F. Di, Pizzol, D., Marotta, C., Antunes, M., Racalbutto, V., Veronese, N., & Smith, L. (2020). "Coronavirus Diseases ( COVID-19 ) Current Status and Future Perspectives : A Narrative Review". *International Journal of Environmental Research and Public Health*. Vol. 17, 1-11.
- Kemkes. (2020). *Pertanyaan dan Jawaban Terkait COVID-19*. (<https://covid19.kemkes.go.id/qna-pertanyaan-dan-jawaban-terkait-covid-19/#.X3daJRRxc2w>, Diakses 2 Oktober 2020).
- Kreyszig, E. (2016). *Advanced Engineering Mathematics*. Singapore: John Wiley & Sons, Inc.
- Lin, J., Yan, K., Zhang, J., Cai, T., & Zheng, J. (2020). "A super-spreader of COVID-19 in Ningbo city in China". *Journal of Infection and Public Health*. Vol. 13(7), 935-937.
- Ndairou, F., Area, I., Nieto, J.J., & Torres, D.F.M. (2020). "Mathematical modeling of COVID-19 transmission dynamics with a case study of Wuhan". *Chaos, Solitons and Fractals*. Vol. 135, 1-6.
- SatgasCovid-19. (2020). *Data Real-Time Pemantauan Covid-19 di Jawa Timur*. (<http://infocovid19.jatimprov.go.id>. (Diakses 30 November 2020).
- Stoppneumonia. (2020). *Tentang Viruscorona*. (<https://stoppneumonia.id/informasi-tentang-virus-corona-novel-coronavirus> (Diakses 6 Oktober 2020).
- Tu, P.N. . (1994). *Dynamical Systems: An Introduction with Applications in Economics and Biology*. Berlin: Springer-Verlag.
- WHO. (2020). *Pertanyaan dan Jawaban Terkait Coronavirus*. (<https://www.who.int/indonesia/news/novel-coronavirus/qa-for-public> (Diakses 2 Oktober 2020)