

## MODEL HAMA DAN MUSUH ALAMI DENGAN FUNGSI RESPON HOLLING TIPE 2 DAN PERILAKU KANIBALISME PADA PREDATOR

Nur Laili Af'idah

Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya  
e-mail : [nur.18003@mhs.unesa.ac.id](mailto:nur.18003@mhs.unesa.ac.id)

Dian Savitri

Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya  
e-mail : [diansavitri@unesa.ac.id](mailto:diansavitri@unesa.ac.id)

### Abstrak

Model *prey-predator* yang melibatkan interaksi hama dan *predator* menggambarkan pola pemangsaan antar populasi dalam ekosistem. Proses pemangsaan terjadi tidak hanya populasi *predator* memangsa populasi hama, ada populasi *predator* memangsa spesiesnya sendiri. Interaksi antara hama sebagai *prey* dan *predator* sebagai musuh alami diasumsikan bahwa *predator* memiliki perilaku kanibalisme. Perilaku ini muncul ketika jumlah populasi *prey* menurun bahkan mengalami kepunahan. Model *predator-prey* pada artikel ini mempertimbangkan faktor kanibalisme dengan fungsi respon Holling tipe II. Tahapan yang dilakukan dalam analisis kestabilan meliputi, mencari titik kesetimbangan, dan melakukan analisis kestabilan titik kesetimbangan menggunakan nilai eigen. Simulasi numerik digunakan untuk mengkonfirmasi hasil analitik dan perilaku analisis sistem melalui ilustrasi grafis Maple 18. Nilai parameter menggunakan populasi wereng batang cokelat sebagai hama dan kumbang koksi sebagai *predator*. Hasil analisis kestabilan dari model diperoleh empat titik kesetimbangan yaitu,  $E_1 = (0,0)$  adalah saddle tidak stabil,  $E_2 = (0,33)$  dan  $E_3 = (2.7,0)$  adalah stabil asimtotik serta  $E_4 = (x^*, y^*)$  adalah stabil spiral. Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa perilaku kanibalisme pada *predator* mempengaruhi kestabilan titik kesetimbangan.

**Kata Kunci:** *prey-predator*, fungsi respon holling tipe 2, kanibalisme.

### Abstract

The *prey-predator* model that involves interactions between pest and predators describes the pattern of predation between populations in the ecosystem. Predation process occurs not only predator populations prey on pest populations, some predator populations prey on their own species. The interaction between pests as prey and predators which are natural enemies is assumed that predators have cannibalistic behavior. This behavior appears when the prey population decreases and even experiences extinction. The predator-prey model in this article considers the cannibalism factor with the Holling type II functional response. The steps in the stability analysis include finding the equilibrium point, and analyzing the stability of the equilibrium point using the eigenvalues. Numerical simulations are used to confirm the analytical results and behavior of the system analysis through Maple 18 graphic illustrations. The parameter values use the brown planthopper population as a pest and the koxi beetle as a predator. The results of the stability analysis of the model obtained four equilibrium points, namely,  $E_1 = (0,0)$  is an unstable saddle. While  $E_2 = (0,33)$  and  $E_3 = (2.7,0)$  are asymptotically stable and  $E_4 = (x^*, y^*)$  spiral stable. The results of numerical simulations show that the behavior of cannibalism in predators affects the stability of the equilibrium point.

**Keywords:** *prey-predator*, holling type 2 functional response, cannibalism.

### PENDAHULUAN

Pemodelan matematika interaksi antar populasi dengan mempertimbangkan perilaku populasi dapat diterapkan pada masalah pengendalian hama. Hama adalah hewan yang mengganggu tanaman yang menyebabkan hasil tanaman tidak dapat tumbuh dan berkembang secara optimal. Selama ini pengendalian hama dilakukan dengan penggunaan pestisida kimia yang dapat mengakibatkan efek samping pada hama dan ekosistem yang ada di sekitar tanaman (Surtikanti, 2005). Dampak negatif

penggunaan pestisida kimia yang tinggi menyebabkan pengendalian hama dengan cara ini mulai dihindari. Pengendalian hama secara biologis merupakan salah satu alternatif yang mulai dilakukan petani (Kartohardjono, 2011). Pengendalian yang dimaksud adalah penggunaan organisme hidup sebagai musuh alami hama yang berguna untuk menekan populasi hama hingga jumlah tertentu, sehingga dapat mengurangi kerugian. Ada tiga metode pengendalian hama secara biologis yaitu (1) melindungi musuh alami yang telah ada dalam ekosistem, (2) menambahkan

jenis musuh alami baru, dan (3) memperbanyak frekuensi pelepasan musuh alami (Van dkk, 1982). Musuh alami berperan menurunkan populasi hama sampai ke tingkat yang paling rendah. Musuh alami hama terdiri dari parasitoid, *predator* dan pathogen serangga (Laba dkk, 2014). Dengan melibatkan musuh alami, yaitu *predator* diharapkan dapat memperlambat dan mengendalikan pertumbuhan hama sehingga tidak mengganggu keseimbangan ekosistem (Santosa dan Sulisty, 2007).

Fenomena kehadiran *predator* memangsa hama dapat dimodelkan secara matematika berdasarkan asumsi laju pemangsaan *predator*, dan perilaku *prey*, yaitu efek ketakutan *prey* terhadap *predator* (Savitri dkk, 2021) serta perilaku anti *predator* (Savitri, 2021). Selain laju pemangsaan *predator*, perilaku *prey* maupun *predator* yang sering dibahas adalah kompetisi. Bila kompetisi terjadi pada sesama populasi *predator* dan terjadi pemangsaan sesama *predator* maka *predator* tersebut bersifat kanibal. Kanibalisme juga bisa terjadi pada sesama *predator* kecil yang sejenis, seumur, dan seukuran (Amri dan Sihombing, 2008). Ilmuwan yang telah mengembangkan model kanibalisme adalah (Deng dkk, 2019). Model tersebut membahas efek kanibalisme pada tahap terstruktur dasar untuk spesies tunggal. Kemudian (Chakraborty, 2013) mengkombinasikan pemanenan pada model kanibalisme pada *predator* dengan fungsi respon Holling. Pada artikel ini, fenomena tersebut kemudian dikonstruksi menjadi model *prey-predator* dengan mempertimbangkan perilaku kanibalisme pada *predator* dan laju pemangsaan *predator* terhadap *prey* menggunakan fungsi respon Holling tipe II karena contoh *predator* yang digunakan pada model ini membutuhkan waktu untuk menangani *prey*. Pembahasan pada penelitian dengan menganalisis kestabilan dan membuat simulasi dari model *prey-predator* yang mempertimbangkan kanibalisme pada *predator*. Contoh interaksi yang menggambarkan model ini yaitu populasi wereng batang cokelat sebagai hama dan populasi kumbang koxi sebagai *predator* (Amrullah, 2019). Kumbang koxi merupakan binatang yang mempunyai perilaku kanibalisme, mereka memangsa telur spesies mereka sendiri (Agarwala, 1991). Berbeda dari model Chakraborty, pada artikel ini konstruksi model *prey-predator* tanpa memasukkan pemanenan pada kedua spesies dengan melakukan analisis kestabilan pada model tersebut dan simulasi numeriknya.

## KAJIAN TEORI

### Model *Prey-predator*

Kajian model *predator prey* Lotka Volterra dua spesies diawali oleh (Maynard dan Slatkin, 1973 & Hu dan Cao, 2017) dengan fungsi respon Michaelis-Menten-Holling. Model tersebut mengasumsikan populasi *prey* tumbuh secara logistik.

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= rx \left(1 - \frac{x}{k}\right) - \frac{mxy}{a+x} \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{nxy}{a+x} - \beta y.\end{aligned}\quad (1)$$

Kemudian (Haque dan Li, 2008) mengembangkan fungsi respon Holling-Tanner yang bergantung pada rasio dependen pada model *prey-predator* dengan populasi *prey* tumbuh secara logistik.

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= rx \left(1 - \frac{x}{k}\right) - \frac{mxy}{ax+y}, \\ \frac{dy}{dt} &= y \left[\theta \left(1 - \frac{ny}{x}\right)\right].\end{aligned}\quad (2)$$

### Model *Prey-predator* dengan perilaku Kanibalisme

(Deng dkk, 2019) membahas model *prey-predator* yang mengikuti model Lotka Volterra serta menggabungkan perilaku kanibalisme pada *predator*. Model tersebut juga mempertimbangkan kompetisi sesama *prey* dengan  $x$  kepadatan *prey* dan  $y$  kepadatan *predator*, sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= x(r - qx - my), \\ \frac{dy}{dt} &= y(-\beta + p + nx) - \frac{cy^2}{y+d}.\end{aligned}\quad (3)$$

Parameter yang digunakan pada persamaan (1-3) semua positif. Parameter  $r, k, q, m, a, b, n, c, p,$  dan  $\beta$  menyatakan pertumbuhan intrinsik, daya dukung lingkungan, kompetisi sesama *prey*, nilai maksimum dari laju pemangsaan *predator* terhadap *prey*, waktu yang diperlukan *predator* untuk memangsa *prey*, konversi biomasa proses pemangsaan *predator* dari *prey* menjadi *predator*, tingkat kanibalisme *predator*, laju kelahiran yang disebabkan perilaku kanibalisme pada *predator*, dan kematian alami populasi *predator*.

Berdasarkan model yang telah dibahas pada jurnal rujukan (Deng dkk, 2019 & Maynard dan Slatkin, 1973 & Hu dan Cao, 2017 & Haqui dan Li, 2008), maka tujuan penelitian ini adalah melakukan konstruksi model *prey-predator* mengikuti model Lotka-Volterra menggunakan fungsi respon Holling tipe II yang mempertimbangkan perilaku kanibalisme terhadap *predator*.

**METODE PENELITIAN**

Penelitian ini merupakan jenis penelitian studi literatur dengan tahapan sebagai berikut:

- a. Melakukan studi awal kajian interaksi dua populasi berdasarkan fenomena di alam dan perkembangannya, terutama hama dan predator.
- b. Kajian awal dimulai dengan memahami perilaku populasi dan interpretasi biologi sebagai dasar mengkonstruksi model matematika yang menggambarkan sifat kanibalisme dan pola pemangsaan dua populasi.
- c. Melakukan studi literatur tentang model matematika interaksi prey-predator.
- d. Melakukan studi literatur tentang teori yang mendukung bagaimana konsep dasar dalam mengkonstruksi model matematika
- e. Menurunkan model matematika interaksi prey-predator dengan perilaku kanibalisme pada predator dan fungsi respon Holling tipe II.
- f. Menganalisis model dengan mencari titik kesetimbangan dari model sistem persamaan differensial.
- g. Menganalisis matriks Jacobian pada setiap titik kesetimbangan untuk menentukan persamaan karakteristik dan diperoleh nilai eigen.
- h. Memeriksa kestabilan titik kesetimbangan pada model interaksi prey-predator.
- i. Melakukan simulasi numerik dari hasil analisis model matematika interaksi prey-predator dengan perilaku kanibalisme pada predator dan fungsi respon Holling tipe II.
- j. Penarikan kesimpulan yang diperoleh dari poin-poin sebelumnya.

**HASIL DAN PEMBAHASAN**

**Konstruksi Model Prey-predator dengan perilaku kanibalisme pada predator.**

Pada bagian ini, dilakukan konstruksi model prey-predator berdasarkan tahapan penelitian. Hasil kajian awal menggambarkan model prey-predator yang telah dibahas peneliti terdahulu sebagai dasar kajian awal melalui tahapan studi literatur.

**1. Asumsi Model Prey - predator**

**a) Pertumbuhan Populasi Prey**

Kepadatan populasi prey direpresentasikan sebagai  $x$  pada waktu  $t$ . Populasi prey tumbuh secara

logistik  $rx\left(1 - \frac{x}{k}\right)$  dengan tingkat pertumbuhan intrinsik  $r$  dan asumsi tanpa adanya predator serta adanya daya dukung lingkungan  $k$  (carrying capacity). Laju pertumbuhan prey berkurang dengan adanya pemangsaan predator terhadap prey. Proses pemangsaan dikenal sebagai fungsi respon, dimana fungsi respon predator terhadap prey mengikuti Holling tipe II. Parameter  $m$  adalah nilai maksimum dari laju pemangsaan predator terhadap prey dan  $a$  adalah waktu yang diperlukan predator untuk memangsa prey. Sehingga laju pertumbuhan prey dapat ditulis sebagai berikut:

$$\frac{dx}{dt} = rx\left(1 - \frac{x}{k}\right) - \frac{mxy}{1 + ax} \tag{4}$$

**b) Pertumbuhan Populasi predator**

Kepadatan populasi predator dinyatakan sebagai  $y$  pada waktu  $t$ . Laju pertumbuhan populasi predator mengikuti pertumbuhan model Lotka-Volterra. Tingkat pertumbuhan populasi predator didapatkan dari konversi biomassa dalam parameter  $n$  serta ditambah laju kelahiran yang disebabkan perilaku kanibalisme pada predator. Dalam mempertahankan kelangsungan hidup diasumsikan ada perilaku kanibalisme sesama predator, yaitu sesama predator saling memangsa apabila jumlah populasi prey sebagai mangsa menurun di wilayah sama. Pertumbuhan populasi predator dapat berkurang karena perilaku kanibalisme pada predator dan kematian alami ( $\beta$ ). Merujuk model kanibalisme yang dikembangkan (Deng dkk, 2019), pada model ini juga mempertimbangkan perilaku kanibalisme pada predator untuk bertahan hidup di habitatnya serta menggunakan beberapa parameter yang sama. Parameter  $c_1$  merepresentasikan laju kelahiran yang disebabkan perilaku kanibalisme pada predator, dan parameter  $\frac{cy^2}{y+d}$  menyatakan kanibalisme predator, sehingga laju pertumbuhan populasi predator adalah sebagai berikut:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{nxy}{1 + ax} + c_1y - \beta y - \frac{cy^2}{y + d} \tag{5}$$

**2. Konstruksi Model Prey - predator**

Berdasarkan asumsi yang telah diuraikan dalam persamaan (4) dan (5), maka diperoleh model interaksi antara satu prey dan satu predator menggunakan fungsi respon Holling tipe II dengan mempertimbangkan perilaku kanibalisme pada predator sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= rx\left(1 - \frac{x}{k}\right) - \frac{mxy}{1 + ax}, \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{nxy}{1 + ax} + c_1y - \beta y - \frac{cy^2}{y + d}. \end{aligned} \tag{6}$$

Pada sistem (6),  $x(t)$  merepresentasikan kepadatan populasi prey,  $y(t)$  merepresentasikan

kepadatan populasi predator pada waktu  $t$ . Laju pertumbuhan alami prey mengikuti model pertumbuhan logistik dengan tingkat pertumbuhan intrinsik prey adalah  $r$ . Laju pertumbuhan predator mengikuti model Lotka-Volterra dengan mempertimbangan fungsi respon Holling tipe II. sistem (6) mempertimbangkan perilaku kanibalisme sesama predator untuk bertahan hidup. Pada model ini, perilaku kanibalisme diasumsikan mampu mengurangi populasi predator dengan cara melukai hingga membunuhnya. Semua parameter pada sistem (6) bernilai positif, dengan  $c_1 < c$ .

Interpretasi dari sistem (6) adalah interaksi pada hama-predator dengan laju pertumbuhan hama mengikuti model Lotka-Volterra dan adanya perilaku kanibalisme pada predator.

Perbedaan model yang dikonstruksi pada artikel ini dengan model Deng dkk pada artikel yaitu penggunaan fungsi respon. Pada model (Deng dkk, 2019) menggunakan fungsi respon Holling tipe I, sedangkan pada artikel ini menggunakan fungsi respon Holling tipe II. Pemilihan fungsi respon Holling tipe II mempertimbangkan waktu yang diperlukan predator untuk memangsa prey.

### 3. Titik Kesetimbangan

Tahapan berikutnya adalah menyelesaikan sistem persamaan berikut, kita dapat menunjukkan bahwa sistem (6) memiliki empat titik kesetimbangan:

$$rx \left(1 - \frac{x}{k}\right) - \frac{mxy}{1 + ax} = 0,$$

$$\frac{nxy}{1 + ax} + c_1y - \beta y - \frac{cy^2}{y + d} = 0.$$

Semua titik kesetimbangan dan kondisi keberadaannya ditunjukkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Titik Kesetimbangan dan Syarat Keberadaannya.

Titik Kesetimbangan	Syarat
$E_1 = (0, 0)$	-
$E_2 = (0, -\frac{d(\beta - c_1)}{\beta + c - c_1})$	$c_1 > \beta$ dan $c > c_1$
$E_3 = (K, 0)$	-
$E_4 = (x^*, y^*)$	-

Keberadaan akar positif  $x^*$  dari persamaan kubik dapat diturunkan dengan kriteria Cardano (Cai dkk, 2015). Berdasarkan kriteria tersebut,  $x^*$  adalah solusi positif dari persamaan kubik,

$$Ax^{*3} + Bx^{*2} + Cx^* + D = 0.$$

Dimana

$$A = a^2r(\beta + c - c_1) - anr,$$

$$B = (2ar - Ka^2r)(\beta + c - c_1) + nr(Ka - 1),$$

$$C = Kadm(c_1 - \beta) + (r - 2Kar)(\beta + c - c_1) + K(dmn + nr),$$

$$D = dkm(c_1 - \beta) - Kr(\beta + c - c_1).$$

Selanjutnya, nilai  $y^*$  yang memenuhi  $y^*$  positif diberikan oleh

$$y^* = \frac{1}{Km} (r(-\alpha(x^*)^2 + (K\alpha - 1)x^* + K)).$$

### 4. Analisis Kestabilan

Kestabilan lokal sistem (6) diselidiki dengan mempertimbangkan pendekatan di sekitar keadaan setimbang. Matriks dari linierisasi di sekitar titik  $(x, y)$  diberikan oleh

$$J(x, y, z) = \begin{bmatrix} r \left(1 - \frac{x}{k}\right) - \frac{rx}{k} - \frac{my}{\alpha x + 1} + \frac{mxy\alpha}{(\alpha x + 1)^2} & -\frac{mx}{\alpha x + 1} \\ \frac{ny}{\alpha x + 1} - \frac{nxy\alpha}{(\alpha x + 1)^2} & \frac{nx}{\alpha x + 1} + c_1 - \beta - \frac{2cy}{y + d} + \frac{cy^2}{(y + d)^2} \end{bmatrix}$$

Kestabilan keadaan setimbang  $(\hat{x}, \hat{y})$  ditentukan oleh nilai eigen dari matriks yang dievaluasi pada keadaan setimbang yang sesuai, yaitu  $J(\hat{x}, \hat{y})$

**Teorema 1.** Keadaan titik kesetimbangan  $E_1 = (0, 0)$  tidak stabil.

**Bukti.** Nilai eigen dari matriks Jacobian  $J(E_1)$  adalah  $\lambda_1 = r > 0$ , dan  $\lambda_2 = -\beta + c_1$ . Karena terdapat nilai eigen yang positif, maka  $E_1$  tidak stabil (*saddle-node*).

**Teorema 2.** Misalkan  $y_2 = -\frac{d(\beta - c_1)}{\beta + c - c_1}$ . Titik kesetimbangan  $E_2 = (0, y_2)$  stabil asimtotik jika  $dm(\beta - c_1) < r(c_1 - \beta - c)$  dan  $c_1(2\beta + c - c_1) > \beta(\beta + c)$ .

**Bukti.** Nilai eigen dari matriks Jacobian pada  $E_2 = (0, y_2)$  adalah  $\lambda_1 = \frac{\beta dm - c_1 dm + \beta r + cr - c_1 r}{\beta + c - c_1} = \frac{dm(\beta - c_1) + r(\beta + c - c_1)}{\beta + c - c_1} = \frac{dm(\beta - c_1)}{\beta + c - c_1} + r < 0$  atau  $dm(\beta - c_1) < r(c_1 - \beta - c)$ , dan  $\lambda_2 = \frac{\beta^2 + \beta c - 2\beta c_1 - cc_1 + c_1^2}{c} < 0$  jika  $\beta^2 + \beta c - 2\beta c_1 - cc_1 + c_1^2 = \beta(\beta + c) - c_1(2\beta + c - c_1) < 0$  atau  $\beta(\beta + c) < c_1(2\beta + c - c_1)$ . Sehingga  $E_2$  stabil asimtotik ketika  $dm(\beta - c_1) < r(c_1 - \beta - c)$  dan  $\beta(\beta + c) < c_1(2\beta + c - c_1)$ .

**Teorema 3.** Misalkan  $x_3 = K$ , Titik kesetimbangan  $E_3 = (x_3, 0)$  stabil asimtotik jika  $(\beta - c_1)(K\alpha + 1) > Kn$ .

**Bukti.** Nilai eigen dari matriks Jacobian pada  $E_3 = (x_3, 0)$  adalah  $\lambda_1 = -r < 0$  dan  $\lambda_2 = \frac{Ka\beta - K\alpha c_1 - Kn + \beta - c_1}{K\alpha + 1} < 0$  jika  $\frac{Ka\beta - K\alpha c_1 - Kn + \beta - c_1}{K\alpha + 1} = \frac{(\beta - c_1)(K\alpha + 1)}{K\alpha + 1} - \frac{Kn}{K\alpha + 1} = (\beta - c_1) - \frac{Kn}{K\alpha + 1} > 0$  atau  $(\beta - c_1)(K\alpha + 1) > Kn$ . Sehingga  $E_3$  stabil asimtotik ketika  $(\beta - c_1)(K\alpha + 1) > Kn$ .

**Teorema 4.** Titik kesetimbangan  $E_4 = (x^*, y^*)$  adalah stabil spiral jika  $(A_{11} + A_{22}) < 0$  dan  $(-A_{11} - A_{22})^2 - 4(A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}) < 0$ , dimana

$$A_{11} = r \left( 1 - \frac{x^*}{K} \right) - \frac{rx^*}{K} - \frac{my^*}{(\alpha x^* + 1)} + \frac{mx^*y^*\alpha}{(\alpha x^* + 1)^2}$$

$$A_{12} = -\frac{mx^*}{\alpha x^* + 1}$$

$$A_{21} = \frac{ny^*}{(\alpha x^* + 1)} - \frac{nx^*y^*\alpha}{(\alpha x^* + 1)^2}$$

$$A_{22} = \frac{nx^*}{\alpha x^* + 1} + c_1 - \beta - \frac{2cy^*}{(y^* + d)} + \frac{cy^{*2}}{(y^* + d)^2}$$

**Bukti.**

Dengan mengevaluasi matriks Jacobian pada  $E_4$ , diperoleh

$$J(E_4) = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}.$$

Persamaan karakteristik dari  $J(E_4)$  diberikan oleh  $\lambda^2 - (A_{11} + A_{22})\lambda + A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 0$ , dengan  $A_{11}$ ,  $A_{12}$ ,  $A_{21}$ , dan  $A_{22}$  yang diberikan sebelumnya. Yang menghasilkan nilai eigen  $\lambda_1 = \frac{(A_{11}+A_{22})+\sqrt{(-A_{11}-A_{22})^2-4(A_{11}A_{22}-A_{12}A_{21})}}{2} < 0$  dan  $\lambda_2 = \frac{(A_{11}+A_{22})-\sqrt{(-A_{11}-A_{22})^2-4(A_{11}A_{22}-A_{12}A_{21})}}{2} < 0$  jika  $(A_{11} + A_{22}) < 0$  dan  $(-A_{11} - A_{22})^2 - 4(A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}) < 0$  maka  $E_4 = (x^*, y^*)$  adalah stabil spiral

Berdasarkan teorema 1-4, kestabilan dari setiap titik kesetimbangan, terlihat di Tabel 2. Titik kesetimbangan  $E_1$  selalu tidak stabil, sementara yang lain titik kesetimbangan stabil bersyarat. Hal ini dapat diartikan bahwa kedua pemangsa tersebut tidak dapat punah pada saat yang sama, meskipun tidak ada mangsa di lingkungan.

**Tabel 2. Kestabilan dan Kondisi Stabilitas Dari Semua Titik Kesetimbangan**

Titik Kesetimbangan	kestabilan	Kondisi Stabilitas
$E_1$	Tidak stabil (Saddle-node)	-
$E_2$	Stabil Asimtotik	$dm(\beta - c_1) < r(c_1 - \beta - c)$ dan $c_1(2\beta + c - c_1) > \beta(\beta + c)$
$E_3$	Stabil Asimtotik	$(\beta - c_1)(K\alpha + 1) > Kn$
$E_4$	Stabil Asimtotik	$(A_{11} + A_{22}) < 0$ dan $(-A_{11} - A_{22})^2 - 4(A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}) < 0$

**5. Simulasi Numerik**

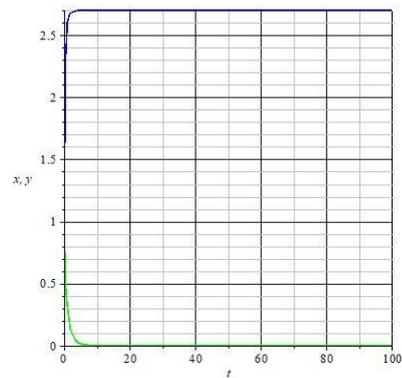
Pada bagian ini digambarkan simulasi dari sistem (6) dengan nilai parameter yang diberikan (Deng dkk, 2019) sesuai Tabel 3. Beberapa parameter dapat menyebabkan perubahan kestabilan pada titik kesetimbangan.

Berdasarkan syarat keberadaan titik kesetimbangan pada Tabel 1, maka parameter yang diindikasikan mempengaruhi perubahan pada titik kesetimbangan adalah  $c_1$ ,  $\beta$  dan  $c$ . Pemilihan nilai parameter dari referensi dan asumsi disajikan pada Tabel 3 berikut.

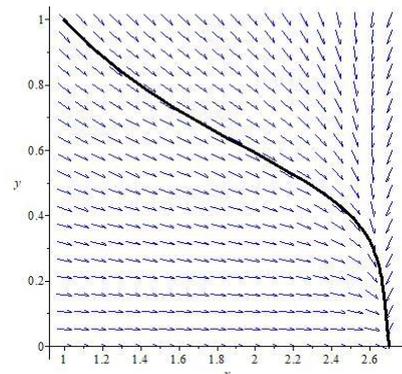
**Tabel 3. Nilai Dari Parameter**

Parameter	Keterangan	Nilai	Referensi
$r$	Laju pertumbuhan	5	Deng dkk., 2019
$K$	Kapasitas lingkungan	2.7	Asumsi
$\alpha$	Waktu yang diperlukan	0.5	Asumsi
$m$	Laju pemangsaan	0.6	Deng dkk., 2019
$n$	Konversi biomassa	1.8	Deng dkk., 2019
$c$	kanibalisme	8	Deng dkk., 2019
$d$	Waktu yang diperlukan untuk menangani mangsa kanibalisme	15	Deng dkk., 2019
$\beta$	Kematian alami	2.5	Deng dkk., 2019

Pada artikel ini, parameter  $c_1$  atau parameter laju kelahiran predator karena perilaku kanibalisme divariasikan untuk mengetahui perubahan kestabilan beberapa titik kesetimbangan. Simulasi numerik dilakukan dengan menetapkan nilai parameter  $c_1$  yang berbeda ( $c_1 = 0.4, c_1 = 2.5, c_1 = 5, c_1 = 8$ ). Simulasi yang diberikan dengan kondisi nilai awal menggunakan bantuan aplikasi MAPLE 2018.



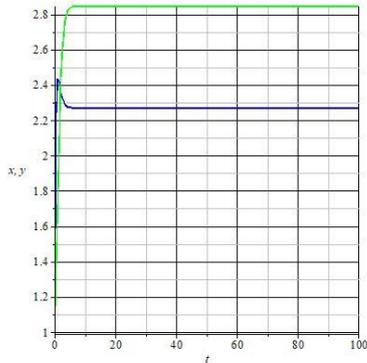
(a)



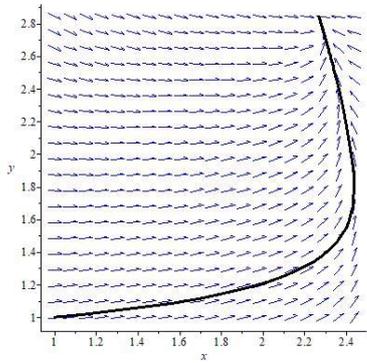
(b)

**Gambar 1.** Grafik perilaku dua populasi (a) dan (b) potret fase dari sistem (6) pada model predator-prey dengan nilai  $c_1 = 0.4$ .

Pada Gambar 1 (a) menunjukkan grafik time series ketika populasi *predator* menuju kepunahan, yaitu saat populasi hama 2.7. Grafik solusi yang ditunjukkan dalam potret fase (b) pada Gambar 1 menunjukkan titik kesetimbangan stabil. Hal ini menunjukkan kesesuaian antara hasil simulasi dan analisis. Ketika  $c_1 = 0.4$ , diperoleh  $4.935 = (\beta - c_1)(K\alpha + 1) > Kn = 4.86$ , dan karena itu menurut Teorema 3,  $E_3 = (2.7, 0)$  adalah stabil asimtotik.



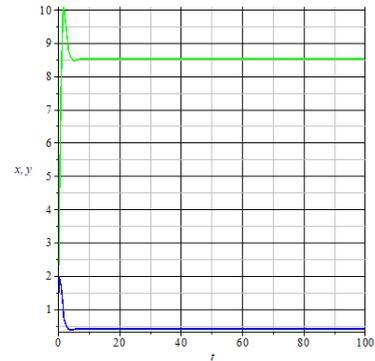
(a)



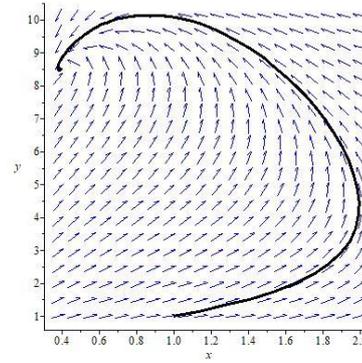
(b)

Gambar 2. (a) Grafik perilaku dua populasi dan (b) potret fase dari sistem (6) menuju  $E_4$  stabil dengan nilai  $c_1 = 2.5$ .

Jika kita meningkatkan laju kelahiran yang disebabkan perilaku kanibalisme pada *predator* sehingga  $c_1 = 2.5$  maka keadaan keseimbangan koeksistensi yaitu  $E_4 = (2.268, 2.844)$ .  $E_4$  stabil secara asimtotik karena Teorema 4 terpenuhi. Simulasi yang ditunjukkan pada Gambar 2 menegaskan sifat kestabilan  $E_4$ . grafik time series ketika kedua populasi eksis. Grafik solusi yang ditunjukkan dalam potret fase (b) pada Gambar 2 menunjukkan titik kesetimbangan  $E_4$  stabil. Hal ini menunjukkan kesesuaian antara hasil simulasi dan analisis.



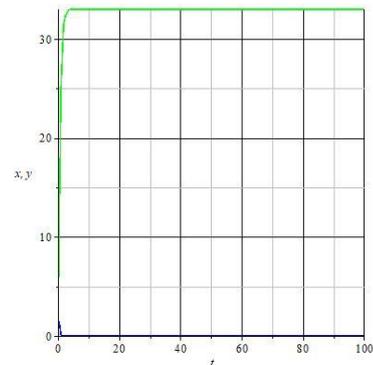
(a)



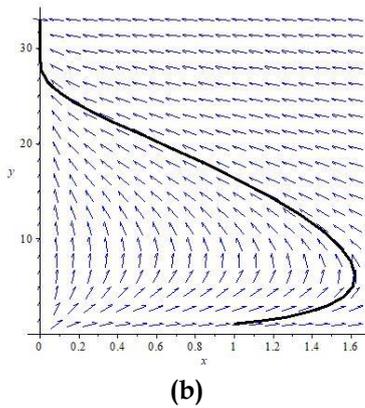
(b)

Gambar 3. (a) Grafik dinamika kedua populasi dan (b) Potret fase dari sistem (6) saat  $E_4$  stabil dengan nilai  $c_1 = 5$ .

Jika kita ambil  $c_1 = 5$ , maka kita punya keadaan keseimbangan koeksistensi yaitu  $E_4 = (0.397, 8.518)$ .  $E_4$  stabil secara asimtotik karena Teorema 4 terpenuhi. Seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 3 terdapat kesesuaian hasil analisis dan simulasi. Gambar 3 (a) menunjukkan grafik time series ketika kedua populasi eksis, dan populasi *predator* menuju 0.397, yaitu saat populasi hama meningkat menjadi 8.518. Grafik solusi yang ditunjukkan dalam potret fase (b) pada Gambar 3 menunjukkan titik kesetimbangan  $E_4$  stabil.



(a)



**Gambar 4.** Grafik perilaku dinamik kedua populasi (a) dan (b) Potret fase dari sistem (6) menuju solusi  $E_2$  stabil dengan  $c_1 = 8$ .

Terakhir, kita mengambil  $c_1 = 8$  dan menunjukkan hasil simulasi numerik pada gambar 4. Dari Gambar 4 terlihat bahwa hanya  $E_2 = (0, 33)$  yang stabil. Hal ini dapat dipahami dari kenyataan bahwa hanya kondisi kestabilan pada Teorema 2 yang terpenuhi ( $-49.5 = dm(\beta - c_1) < r(c_1 - \beta - c) = -12.5$  dan  $40 = c_1(2\beta + c - c_1) > \beta(\beta + c) = 26.25$ , sedangkan kondisi kestabilan untuk keadaan setimbang lainnya tidak terpenuhi. Berdasarkan hasil simulasi Gambar 4 menunjukkan kesesuaian dengan hasil analisis. Hal ini digambarkan pada potret fase (b) Gambar 4 yang menunjukkan bahwa solusi sistem (6) menuju ke titik kesetimbangan  $E_2$  yang stabil.

**PENUTUP**

**SIMPULAN**

Hasil pada penelitian ini berbeda dari model yang dibahas (Deng dkk, 2019). Pada penelitian ini tidak terdapat kompetisi antar prey serta penelitian ini juga menyesuaikan pada kondisi alam, dimana kumbang koxi membutuhkan waktu untuk menangani wereng sebagai *prey* (musuh alami). Oleh karena itu, fungsi respon yang digunakan pada model yaitu, fungsi respon Holling tipe II. Sedangkan model yang dibahas (Deng dkk, 2019) terdapat kompetisi antar prey dan menggunakan fungsi respon Holling tipe I

Hasil konstruksi model interaksi *prey-predator* dengan fungsi respon Holling Tipe II dan perilaku kanibalisme pada predator. Di peroleh empat titik kesetimbangan yang eksis yaitu  $E_1 = (0,0), E_3 = (K, 0), E_4 = (x^*, y^*)$  untuk setiap kondisi, dan  $E_2 = (0, -\frac{d(\beta-c_1)}{\beta+c-c_1})$  untuk  $c_1 > \beta$  dan  $c > c_1$ . Simulasi numerik dilakukan dengan mengubah nilai parameter laju kelahiran *predator* akibat perilaku

kanibalisme didapat tiga titik kesetimbangan stabil,  $E_2, E_3$  dan  $E_4$ , dengan syarat tertentu. Berdasarkan hasil simulasi menunjukkan bahwa parameter laju kelahiran *predator* akibat perilaku kanibalisme mempengaruhi perubahan solusi sistem.

**SARAN**

Pada penelitian selanjutnya, stabilitas global dari titik kesetimbangan dapat dianalisis lebih lanjut. Selain itu, agar hasil yang didapatkan lebih sesuai dengan kondisi di lapangan, maka parameter yang digunakan juga dapat diestimasi berdasarkan kondisi di lapangan.

**DAFTAR PUSTAKA**

Amri K, dan Sihombing T. 2008. Mengenal dan Mengendalikan *predator* jenis ikan. Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.

Amrullah, S. H. 2019. "Pengendalian Hayati (Biocontrol): Pemanfaatan Serangga *predator* sebagai Musuh Alami untuk Serangga Hama (Sebuah Review)". Seminar Nasional Biodiversitas Indonesia. Fakultas Sains dan Teknologi UIN Alauddin Makassar.

Agarwala, B.K. 1991. Why do ladybirds (Coleoptera: Coccinellidae) cannibalize?. Journal of Biosciences 16. pp. 103-109.

Cai, Y., dkk. 2015. Dynamics of Leslie-Gower *predator-prey* model with additive Allee effect. Appl. Math. Model 39. 2092-2106.

Chakraborty, A., Das, K., and Kar, K. 2013. Combined Harvesting of a strage structure *prey-predator* model incorporating Cannibalisme in competitive Environment. Comptes Rendus Biologies 36, pp. 34-45.

Deng, H., dkk. 2019. Dynamic behaviors of Lotka-Volterra *predator-prey* model incorporating *predator* cannibalism. Adv Differ Equ, 359. <https://doi.org/10.1186/s13662-019-2289-8>.

Haque, M dan Li, Bai Larry. 2008. A Ratio-Dependent Predator-Prey Model with Logistic Growth for the Predator Population. Tenth International Conference on Computer Modeling and Simulation.

Hu, D., & Cao, H. 2017. Stability and bifurcation analysis in a predator-prey system with Michaelis-Menten type predator harvesting. Nonlinear Analysis: Real World Applications, 33. 58-82. <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/j.nonrwa.2016.05.010>.

- Kartohardjono A. 2011. Penggunaan Musuh Alami Sebagai Komponen Pengendalian Hama Padi Berbasis Ekologi. *Jurnal Pengembangan Inovasi Pertanian* 4 (1) Hal 29-46.
- Laba, I Wayan., dkk. 2014. Peran PHT, Pertanian Organik dan Biopestisida Menuju Pertanian Berwawasan Lingkungan dan Berkelanjutan. *Prosiding Seminar Nasional Pertanian Organik. Balai Penelitian Tanaman Rempah dan Obat. Bogor.*
- Maynard Smith, J., & Slatkin, M. 1973. The stability of predator-prey systems. *Ecology*, 54(2), 384-391. <https://doi.org/10.2307/1934346>.
- Santosa, J.S., dan Sulistyono, J. 2007. Peranan Musuh Alami Hama Utama Padi Pada Ekosistem Sawah. *Innofarm*. Vol.6, No.1.
- Savitri, D., Abadi., Manuharawati., Jakfar, M. (2021). *The Dynamics of Modified Leslie-Gower the Pest-Predator System with Additional Food and Fear Effect*. *Advances in Engineering Research*, volume 209. International Joint Conference on Science and Engineering 2021 (IJSCE 2021). DOI:<https://doi.org/10.2991/aer.k.211215.088>
- Savitri, D. (2021). *Numerical Study of One Prey-Two Predator Model Considering with Food Addition and Anti-Predator Defense*. *E3S Web of Conference* 328, 06003 (2021) ICST. DOI: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202132806003>
- Subiono. 2013. *Sistem Linear dan Kontrol Optimal*, Surabaya: Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Surtikanti. 2005. Prospek Pestisida Biologis sebagai Pengendali Alami Penggerek Batang Jagung *Ostrinia furnacalis* Guenee (Lepidoptera:Pyralidae). *Prosiding Seminar Ilmiah dan Pertemuan Tahunan PBI dan PFI XVI Komda Sumsel.*
- Van den Bosh, R., P.S. Messenger, and A.P. Gutierrez. 1982. *An Introduction to Biological Control*, First ed. New York : Plenum Press, 1982.