MATH*unesa*
Jurnal Ilmiah Matematika
e-ISSN : 2716-506X | p-ISSN : 2301-9115

Volume 11 *No* 02
Tahun 2023

BILANGAN REPRODUKSI DASAR MODEL PENYEBARAN PNEUMONIA DENGAN ADANYA VAKSINASI DAN KARANTINA

Shafaa Izzata Kamiila
Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya
e-mail : Shafaa.19030@mhs.unesa.ac.id

Budi Priyo Prawoto
Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya
Penulis Korespondensi : budiprawoto@unesa.ac.id

Abstrak

Pneumonia merupakan suatu bentuk infeksi pernapasan akut yang menyerang saluran pernapasan manusia. Penyebab paling umum pneumonia adalah bakteri *Streptococcus pneumoniae*. Pencegahan penyebaran pneumonia dapat dilakukan dengan pemberian vaksin dan atau karantina bagi individu terinfeksi. Artikel ini bertujuan untuk mengkonstruksi model penyebaran pneumonia dengan adanya vaksinasi dan karantina dan mencari bilangan reproduksi dasar $\mathcal{R}_0$ dari model. Model yang dikonstruksi memuat enam subpopulasi yakni rentan (S), tervaksin (V), terpapar (E), terinfeksi (I), dikarantina (Q) dan sembuh (R). Adapun tahapan yang dilakukan adalah studi literatur, menyusun asumsi, mengkonstruksi model dan mencari $\mathcal{R}_0$. Berdasarkan asumsi yang sudah ditentukan diperoleh model matematika penyebaran penyakit pneumonia SVEIQR dengan N adalah total populasi yakni $N = S + V + E + I + Q + R$. Dari model tersebut, dengan menggunakan *Next-Generation Matrix* diperoleh bilangan reproduksi dasar $\mathcal{R}_0 = \frac{\beta(\rho\delta\upsilon+\delta\mu+\mu^2+\theta\mu^2)}{(\upsilon+\mu)(\delta+\mu)(-\gamma\sigma+\gamma+\sigma+\mu+\tau)}$.

Kata Kunci: Model, Pneumonia, Bilangan Reproduksi Dasar, Vaksinasi, Karantina.

Abstract

Pneumonia is a form of acute respiratory infection that affects the human respiratory tract. The most common cause of pneumonia is the bacterium Streptococcus pneumoniae. Prevention of the spread of pneumonia can be done by administering vaccines and or quarantine for infected individuals. This article aims to construct a pneumonia spread model in the presence of vaccination and quarantine and find the basic reproduction number $\mathcal{R}_0$ of the model. The constructed model contains six subpopulations namely susceptible (S), vaccinated (V), exposed (E), infected (I), quarantined (Q) and recovered (R). The stages carried out are literature studies, compiling assumptions, constructing models and finding $\mathcal{R}_0$. Based on the assumptions that have been determined, the mathematical model of the spread of pneumonia is SVEIQR where N is the total population, which is N = S + V + E + I + Q + R. From the model, by using Next-Generation Matrix obtained the basic reproduction number $\mathcal{R}_0 = \frac{\beta(\rho\delta\upsilon+\delta\mu+\mu^2+\theta\mu^2)}{(\upsilon+\mu)(\delta+\mu)(-\gamma\sigma+\gamma+\sigma+\mu+\tau)}$.

***Keywords:** Model, Pneumonia, Basic Reproduction Number, Vaccination, Quarantine.*

PENDAHULUAN

Pneumonia merupakan suatu infeksi pernapasan akut yang menyerang saluran pernapasan manusia. Paru-paru penderita pneumonia mengalami peradangan pada alveolus yang berisi cairan dan nanah sehingga sulit untuk bernapas. Menurut Kizito & Tumwiine, (2018) penyebab paling umum pneumonia adalah bakteri *Streptococcus pneumoniae*. Adapun gejala umum pneumonia antara lain demam, batuk, sesak napas, dan nyeri dada.

Berdasarkan *Press Release* PDPI penyakit pneumonia menyerang 450 juta orang setiap tahunnya. Menurut laporan *World Health Organization* terdapat sebanyak 740.180 kematian anak di bawah 5 tahun pada 2019. Pada tahun 2021 laporan Kementerian Kesehatan menyebutkan ada 4.432.177 kasus pneumonia pada balita di Indonesia, serta masih menjadi penyebab kematian terbanyak pada bayi, yakni 14,4% dan 9,4% pada balita. Selain itu terdapat peningkatan kasus pneumonia seiring bertambahnya usia. Data Riskesdas Indonesia menyebutkan terdapat 2,5% kasus pneumonia pada kelompok usia 55-64 tahun, 3,0% kasus pada kelompok usia 65-74 tahun dan 2,9% kasus pada kelompok usia >75 tahun (BaLitbangkes Kemenkes, 2019).

Penyebaran pneumonia terjadi melalui dua cara, yakni langsung dan tidak langsung. Penyebaran secara langsung melalui bakteri atau virus yang terdapat pada hidung atau tenggorokan yang kemudian terhirup, melalui air liur penderita dan *droplet*. Penyebaran tidak langsung terjadi ketika orang yang sehat menyentuh benda yang terdapat air liur penderita (WHO, 2022)

Penyebaran pneumonia dapat dicegah melalui vaksinasi. Kizito & Tumwiine, (2018) menyebutkan dalam penelitiannya vaksinasi adalah cara yang paling efektif untuk mencegah bakteri dan virus pneumonia tertentu pada anak-anak maupun orang dewasa. Selain vaksinasi, penyebaran penyakit menular dapat dicegah dengan melakukan karantina. Karantina merupakan upaya pemisahan dan pembatasan pergerakan orang- orang yang berpotensi terkena penyakit menular untuk memastikan apakah mereka menjadi tidak sehat, sehingga mengurangi risiko mereka menginfeksi orang lain (Brooks et al., 2020).

Seiring dengan perkembangan ilmu pengetahuan, pemodelan penyebaran penyakit pneumonia terus mengalami perkembangan. Kizito dan Tumwiine (2018) mengembangkan model matematika intervensi pengobatan dan vaksinasi dinamika infeksi pneumokokus. Selanjutnya penelitian oleh Zephaniah et al. (2020)yang mengembangkan model SVEIR untuk pneumonia *Streptococcus* dengan tingkat kejadian jenuh infeksi. Begitu juga dengan Darmawan & Tasman (2022) yang melakukan pengembangan model SVEIR dengan intervensi pengobatan dan vaksinasi serta mempertimbangkan proses infeksi cepat dan lambat.

Pada artikel ini akan dibahas pengembangan model penyebaran pneumonia dengan vaksinasi merujuk pada penelitian Darmawan & Tasman (2022) dengan menambahkan populasi orang yang dikarantina. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui cara mengkonstruksi model matematika dari penyebaran penyakit pneumonia dengan adanya vaksinasi dan karantina.

KAJIAN TEORI

PNEUMONIA

Pneumonia merupakan penyakit yang menyerang saluran pernapasan manusia. Pada penderita pneumonia paru-paru mengalami peradangan sehingga alveoli berisi cairan dan nanah. Menurut Perhimpunan Dokter Paru Indonesia (PDPI) dalam jumpa pers, pneumonia disebabkan oleh berbagai mikroorganisme, seperti bakteri, jamur, virus, parasit, pajanan bahan kimia atau kerusakan fisik paru (PDPI, 2020). Menurut Kizito & Tumwiine (2018) dalam penelitiannya penyebab paling umum pneumonia adalah bakteri *Streptococcus pneumoniae*. Kelompok yang rentan terkena penyakit pneumonia adalah bayi dan anak-anak karena respon imunitas mereka masih belum berkembang dengan baik, serta lansia yakni orang dewasa yang berusia di atas 65 tahun (WHO, 2022).

Gejala yang ditimbulkan oleh pneumonia antara lain demam, batuk yang mengeluarkan lendir, berkeringat banyak, lelah, sesak napas, gemetar, nyeri dada, kehilangan nafsu makan, warna bibir berubah, kuku menjadi biru, dan kebingungan (biasanya terjadi pada orang tua) (Muhammad et al., 2021). Pengobatan pneumonia dapat dilakukan dengan memberikan antibiotik pada penderita. Antibiotik yang dapat diberikan untuk pengobatan pertama kali adalah amoxicillin (WHO, 2022).

Pneumonia dapat dicegah melalui pemberian vaksinasi. Adapun vaksin yang dapat diberikan kepada orang dewasa adalah vaksin polisakarida pneumokokus (PPV) berdasarkan kapsul yang dimurnikan. Sedangkan vaksin yang diberikan kepada anak-anak adalah vaksin konjugat pneumokokus (PCV) yang diperoleh dengan konjugasi kimiawi kapsular (PS) ke protein pembawa (Kizito & Tumwiine, 2018). Selain itu, pencegahan penularan pneumonia lainnya dapat dengan dilakukan karantina. Karantina pneumonia pertama kali diresmikan pada 1 April 1924 di Pittsburgh sebagai metode pengurangan kasus kematian akibat pneumonia. Adapun kegiatan yang dilakukan pada saat karantina terdiri dari pemasangan plakat, isolasi pasien, larangan untuk pengunjung selain anggota keluarga (dengan memenuhi prosedur isolasi lengkap). Periode karantina pneumonia adalah sampai pasien sembuh atau meninggal (Benz, 1928).

MODEL SEIR

Model awal epidemiologi matematika adalah formulasi model sederhana SIR oleh Kermack-McKendrick (1927). Model Kermack-McKendrick adalah model kompartemen yang didasarkan pada asumsi yang relatif sederhana pada tingkat aliran antara kelas yang berbeda dari anggota populasi

(Brauer & Chavez, 2010). Namun, untuk beberapa penyakit, individu yang terinfeksi tidak langsung dapat menularkan penyakit. Waktu di mana seseorang terinfeksi tetapi belum terinfeksi disebut periode laten atau terekspos. Periode laten atau terekspos dilambangkan dengan E(t) atau L(t). Bentuk model SEIR sebagai berikut

$$S' = \Lambda - \beta SI - \mu S,$$
$$E' = \beta SI - (\eta + \mu)E,$$
$$I' = \eta E - (a + \mu)I,$$
$$R' = aI - \mu R.$$

(Martcheva, 2015)

SISTEM PERSAMAAN DIFERENSIAL

Persamaan yang melibatkan turunan dari satu atau lebih variabel dependen sehubungan dengan satu atau lebih variabel independen disebut persamaan diferensial (Ross, 1984).

Sistem persamaan diferensial terdiri dari beberapa persamaan diferensial. Diberikan persamaan diferensial orde pertama dalam beberapa variable

$$\frac{dx_1}{dt} = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n),$$
$$\frac{dx_2}{dt} = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n),$$
$$\vdots$$
$$\frac{dx_n}{dt} = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Jika setiap fungsi $f_1, \dots, f_n$ adalah fungsi linier dari variabel-variabel dependen $x_1, \dots, x_n$ maka sistem persamaan tersebut dikatakan linier (Braun, 1991).

BILANGAN REPRODUKSI DASAR

Bilangan reproduksi dasar adalah jumlah kasus sekunder yang diharapkan, dalam populasi yang benar-benar rentan, oleh individu infeksi yang khas. Bilangan reproduksi dasar dilambangkan dengan $\mathcal{R}_0$ (Driessche & Watmough, 2002)

Untuk menghitung bilangan reproduksi dasar salah satunya adalah menggunakan *Next Generation Matrix* (NGM). Dengan $\mathcal{F}_i$ adalah tingkat di mana infeksi sekunder meningkat pada kompartemen dan $\mathcal{V}_i$ adalah tingkat di mana perkembangan penyakit, kematian, dan pemulihan menurun pada kompartemen. Dimana $\mathcal{F}$ dan $\mathcal{V}$ adalah matrik $n \times n$ dengan entri

$$F = \frac{\partial \mathcal{F}_i}{\partial x_j}(0, y_0) \ dan \ V = \frac{\partial \mathcal{V}_i}{\partial x_j}(0, y_0).$$

Maka untuk matriks $K = FV^{-1}$ disebut sebagai matriks generasi berikutnya, yaitu $\mathcal{R}_0 = \rho(FV^{-1})$. Dimana ρ mewakili radius spektral dari matriks K yaitu nilai eigen dominan dari *Next Generation Matrix* (Brauer & Chavez, 2010).

METODE

Jenis penelitian berupa studi literatur yang bersifat pengkajian teori dan konsep dari sumber pustaka, yang berkaitan dengan masalah dan tujuan penelitian. Literatur dapat diperoleh dari sumber literasi yang mendukung penelitian ini, yakni berupa jurnal, buku, artikel laporan penelitian, dan situs-situs internet. Sumber data berupa penelitian terdahulu dengan model matematika penyebaran pneumonia atau yang serupa. Pada artikel ini merujuk pada penelitian yang dilakukan oleh Darmawan dan Tasman (2022).

Tahap penelitian yang dilakukan yaitu melakukan studi literatur mengenai model matematika penyebaran pneumonia atau yang semisal. Selanjutnya menyusun asumsi dan mengkonstruksi model matematika penyebaran penyakit pneumonia dengan vaksinasi dan karantina berdasarkan asumsi yang sudah disusun. Tahap terakhir adalah mencari bilangan reproduksi $\mathcal{R}_0$ menggunakan *Next-Generation Matrix* (NGM).

HASIL DAN PEMBAHASAN

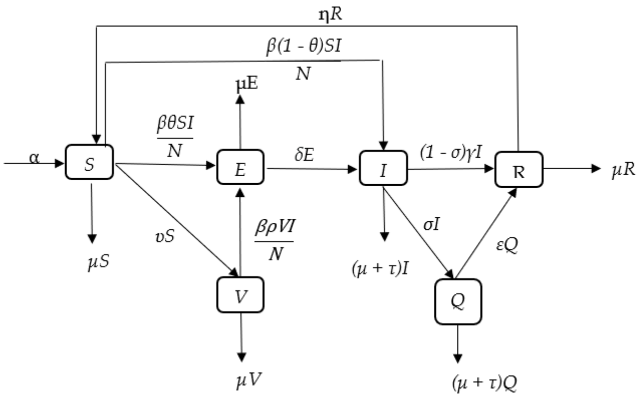
Model penyebaran penyakit pneumonia dengan adanya vaksinasi dan karantina melibatkan satu populasi yakni populasi manusia yang kemudian dibagi menjadi enam subpopulasi yaitu, subpopulasi rentan (S), subpopulasi tervaksin (V) subpopulasi terpapar (E), subpopulasi terinfeksi (I), subpopulasi karantina (Q), dan subpopulasi sembuh (R).

Berikut ditentukan beberapa asumsi model penyebaran penyakit pneumonia dengan adanya vaksinasi dan karantina, antara lain:

1. Populasi manusia bersifat tertutup.
2. Semua individu yang lahir dengan jumlah kelahiran α dalam satuan waktu tertentu masuk ke kelompok rentan.
3. Tingkat kematian alami individu tiap subpopulasi sebesar μ.
4. Penularan terjadi ketika individu rentan kontak dengan individu terinfeksi dalam dua jenis infeksi (infeksi cepat dengan proporsi $(1 - \theta)$ atau infeksi lambat dengan proporsi sebesar θ) dengan tingkat penularan sebesar β.

5. Individu yang terpapar masuk ke kelompok individu terinfeksi dengan tingkat peningkatan infeksi sebesar δ.
6. Individu yang terinfeksi dapat disembuhkan dengan pengobatan dengan tingkat kesembuhan sebesar γ.
7. Individu yang sembuh dapat menjadi rentan kembali karena menurunnya antibodi dengan tingkat kerentanan sebesar η.
8. Individu yang rentan mendapatkan vaksinasi dengan tingkat vaksinasi sebesar υ.
9. Imunitas yang didapat dari vaksin tidak bertahan seterusnya sehingga individu yang divaksin dapat terinveksi kembali dengan tingkat kerentanan sebesar ρ.
10. Jika individu yang telah tervaksin pneumonia terinfeksi, maka ia menjalani proses infeksi lambat.
11. Sebagian pasien yang terinfeksi pneumonia dengan penyebab tertentu menjalani proses karantina dengan proporsi sebesar σ.
12. Individu terinfeksi yang dikarantina dapat sembuh dari penyakit dengan tingkat kesembuhan sebesar ε.
13. Individu yang terinfeksi atau dikarantina dapat mengalami kematian karena pneumonia dengan tingkat kematian sebesar τ

Berdasarkan asumsi di atas dapat dibuat diagram kompartemen sebagai berikut:



Gambar 1 Diagram Kompartemen

Dan diperoleh sistem persamaan diferensial di bawah ini:

$$\frac{dS}{dt} = \alpha + \eta R - \frac{\beta SI}{N} - \upsilon S - \mu S,$$

$$\frac{dV}{dt} = \upsilon S - \frac{\beta\rho VI}{N} - \mu V,$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\beta\theta SI}{N} + \frac{\beta\rho VI}{N} - \delta E - \mu E,$$

$$\frac{dI}{dt} = \delta E + \frac{\beta(1-\theta)SI}{N} - (1-\sigma)\gamma I - \sigma I - (\mu+\tau)I,$$

$$\frac{dQ}{dt} = \sigma I - \varepsilon Q - (\mu+\tau)Q,$$

$$\frac{dR}{dt} = (1-\sigma)\gamma I + \varepsilon Q - \eta R - \mu R.$$

Dengan N adalah total populasi yakni $N = S + V + E + I + Q + R$.

Tabel 1. Parameter dan deskripsi

No.	Parameter	Deskripsi
1.	α	Jumlah kelahiran individu yang masuk ke kelompok rentan
2.	μ	Tingkat kematian alami per kapita
3.	υ	Tingkat vaksinasi per kapita
4.	β	Tingkat penularan penyakit dari kondisi rentan ke kondisi terekspos atau terinfeksi
5.	θ	Probabilitas terjadinya infeksi lambat
6.	σ	Tingkat individu yang dikarantina
7.	η	Tingkat individu yang sembuh menjadi rentan
8.	ρ	Faktor reduksi efektivitas vaksin
9.	δ	Tingkat peningkatan infeksi
10.	γ	Tingkat kesembuhan dengan pengobatan
11.	ε	Tingkat kesembuhan individu yang dikarantina
12.	τ	Tingkat kematian individu karena penyakit pneumonia

BILANGAN REPRODUKSI DASAR

Dalam menentukan bilangan reproduksi dasar ($\mathcal{R}_0$) dapat ditentukan dengan menggunakan NGM. Pada model penyebaran pneumonia dengan adanya vaksinasi dan karantina, infeksi berada pada populasi terpapar (E) dan terinfeksi (I). Sehingga persamaan diferensial yang digunakan adalah

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\beta\theta SI}{N} + \frac{\beta\rho VI}{N} - \delta E - \mu E$$

$$\frac{dI}{dt} = \delta E + \frac{\beta(1-\theta)SI}{N} - (1-\sigma)\gamma I - \sigma I - (\mu+\tau)I$$

Dengan matriks Fi berkaitan dengan proses penularan infeksi dan matriks Vi berkaitan dengan proses transisi, maka diperoleh

$\mathcal{F}_1 = \frac{\beta\theta SI}{N} + \frac{\beta\rho VI}{N}$ dan $\mathcal{F}_2 = \frac{\beta(1-\theta)SI}{N}$

$\mathcal{V}_1 = (\delta+\mu)E$ dan $\mathcal{V}_1 = -\delta E + (1-\sigma)\gamma I + (\sigma+\mu+\tau)I$

Sehingga diperoleh matriks Jacobian dari F dan V adalah:

$$F = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\beta\theta S}{N} + \frac{\beta\rho V}{N} \\ 0 & \frac{\beta(1-\theta)S}{N} \end{pmatrix} \text{dan}$$

$$V = \begin{pmatrix} \delta + \mu & 0 \\ -\delta & (1-\sigma)\gamma + \sigma + \mu + \tau \end{pmatrix}$$

$$V^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\delta + \mu} & 0 \\ -\frac{\delta}{(\delta+\mu)(\gamma\sigma - \gamma - \sigma - \mu - \tau)} & -\frac{1}{\gamma\sigma - \gamma - \sigma - \mu - \tau} \end{pmatrix}$$

Maka NGM yang dinotasikan dengan K adalah

$$K = FV^{-1}$$

$$K = \begin{pmatrix} -\frac{\left(\frac{\beta\theta S}{N} + \frac{\beta\rho V}{N}\right)\delta}{(\delta+\mu)(\gamma\sigma - \gamma - \sigma - \mu - \tau)} & -\frac{\frac{\beta\theta S}{N} + \frac{\beta\rho V}{N}}{\gamma\sigma - \gamma - \sigma - \mu - \tau} \\ -\frac{\frac{\beta(1-\theta)S}{N}\delta}{(\delta+\mu)(\gamma\sigma - \gamma - \sigma - \mu - \tau)} & -\frac{\frac{\beta(1-\theta)S}{N}}{\gamma\sigma - \gamma - \sigma - \mu - \tau} \end{pmatrix}$$

Selanjutnya mencari nilai eigen dari matrik *K* dan diperoleh nilai eigen sebagai berikut:

$\lambda_1 = 0,$

$$\lambda_2 = \frac{\beta(\rho\delta\upsilon + \delta\mu + \mu^2 + \theta\mu^2)}{(\upsilon + \mu)(\delta + \mu)(-\gamma\sigma + \gamma + \sigma + \mu + \tau)}.$$

Berdasarkan Brauer & Chavez (2010) $\mathcal{R}_0$ didapatkan dari nilai eigen dominan dari matriks *K* sehingga diperoleh

$$\mathcal{R}_0 = \frac{\beta(\rho\delta\upsilon + \delta\mu + \mu^2 + \theta\mu^2)}{(\upsilon + \mu)(\delta + \mu)(-\gamma\sigma + \gamma + \sigma + \mu + \tau)}.$$

PENUTUP

SIMPULAN

Berdasarkan hasil pembahasan sebelumnya, didapatkan model penyebaran penyakit pneumonia dengan adanya vaksinasi dan karantina adalah sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = \alpha + \eta R - \frac{\beta SI}{N} - \upsilon S - \mu S,$$

$$\frac{dV}{dt} = \upsilon S - \frac{\beta\rho VI}{N} - \mu V,$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\beta\theta SI}{N} + \frac{\beta\rho VI}{N} - \delta E - \mu E,$$

$$\frac{dI}{dt} = \delta E + \frac{\beta(1-\theta)SI}{N} - (1-\sigma)\gamma I - \sigma I - (\mu + \tau)I,$$

$$\frac{dQ}{dt} = \sigma I - \varepsilon Q - (\mu + \tau)Q,$$

$$\frac{dR}{dt} = (1-\sigma)\gamma I + \varepsilon Q - \eta R - \mu R.$$

Dengan N adalah total populasi yakni $N = S+V+E+I+Q+R$.

Dengan menggunakan metode *Next Generation Matrix* (NGM) didapatkan bilangan reproduksi dasar ($\mathcal{R}_0$) dari model yang sudah dikonstruksi adalah $\mathcal{R}_0 = \frac{\beta(\rho\delta\upsilon+\delta\mu+\mu^2+\theta\mu^2)}{(\upsilon+\mu)(\delta+\mu)(-\gamma\sigma+\gamma+\sigma+\mu+\tau)}$.

SARAN

Pada artikel ini model penyebaran penyakit pneumonia yang dibahas hanya terbatas pada intervensi adanya vaksinasi dan karantina. Diharapkan pada penelitian selanjutnya dapat memodifikasi subpopulasi yang ada sehingga model penyebaran pneumonia semakin berkembang. Dapat juga dilakukan analisis kestabilan dan simulasi numerik pada model.

DAFTAR PUSTAKA

BaLitbangkes Kemenkes. (2019, April 11). *Hasil utama Riset Kesehatan Dasar (Riskesdas) 2018*. Badan Litbangkes Kementerian Kesehatan Indonesia.

Benz, H. J. (1928). Pneumonia Quarantine*. *American Journal of Public Helath*, 433–438.

Brauer, Fred. , & Chavez, Carlos. C. (2010). *Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology* (Second Edition). Springer.

Braun, M. (1991). *Differential Equations and Their Applications* (Fourth Edition). Springer.

Brooks, S. K., Webster, R. K., Smith, L. E., Woodland, L., Wessely, S., Greenberg, N., & Rubin, G. J. (2020). The psychological impact of quarantine and how to reduce it: rapid review of the evidence. *The Lancet*, *395*(10227), 912–920. https://doi.org/10.1016/S0140-6736(20)30460-8

Darmawan, N. C., & Tasman, H. (2022). Model Matematika Penyebaran Penyakit Pneumonia dengan Intervensi Vaksinasi dan Pengobatan. *Jurnal Matematika Integratif*, *18*(1), 63. https://doi.org/10.24198/jmi.v18.n1.36064.63-72

Driessche, P. Van Den, & Watmough, J. (2002). Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission. *Mathematical Biosciences*, 29–84. www.elsevier.com/locate/mbs

Kemenkes. (2021). *Profil Kesehatan Indonesia 2021*. Kementrian Kesehatan Republik Indonesia.

Kizito, M., & Tumwiine, J. (2018). A Mathematical Model of Treatment and Vaccination Interventions of Pneumococcal Pneumonia Infection Dynamics. *Journal of Applied Mathematics*, *2018*. https://doi.org/10.1155/2018/2539465

Muhammad, Y., Alshehri, M. D., Alenazy, W. M., Vinh Hoang, T., & Alturki, R. (2021). Identification of Pneumonia Disease Applying an Intelligent Computational Framework Based on Deep Learning and Machine Learning Techniques. *Mobile Information*

Systems, *2021*. https://doi.org/10.1155/2021/9989237

Pengurus Pusat Perhimpunan Dokter Paru Indonesia. (2020). *PRESS RELEASE "PERHIMPUNAN DOKTER PARU INDONESIA (PDPI) OUTBREAK PNEUMONIA DI TIONGKOK*.

Ross, S. L. (1984). *Differential equations* (3rd edition). John Wiley & Sons.

World Health Organization. (2022). *Pneumonia in children*. World Health Organization.

Zephaniah, O. C., Nwaugonma, U.-I. R., Chioma, I. S., & Adrew, O. (2020). A Mathematical Model and Analysis of an SVEIR Model for Streptococcus Pneumonia with Saturated Incidence Force of Infection. *Mathematical Modelling and Applications*, *5*(1), 16. https://doi.org/10.11648/j.mma.20200501.13