

**ANALISIS SENSITIVITAS BIAYA TRANSPORTASI OPTIMAL PADA CV AJP**

**Risa Ananda**

Program Studi S1 Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya,  
email : risa.19060@mhs.unesa.ac.id

**Yuliani Puji Astuti\***

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya,  
email: yulianipuji@unesa.ac.id

**Abstrak**

Distribusi merupakan pengiriman produk atau barang dari sumber atau supplier kepada tujuan atau pelanggan. CV AJP mengalami masalah dalam biaya transportasi yang digunakan untuk pendistribusian barang, sehingga perusahaan harus mampu mengatur distribusi untuk dapat meminimalkan biaya transportasi. Oleh karena itu, dibutuhkan penyelesaian menggunakan model transportasi. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui model transportasi, meminimumkan total biaya transportasi dan mengetahui hasil analisis sensitivitas pada masalah transportasi CV AJP. Penyelesaian model transportasi ini menggunakan software Lingo. Hasil dari penelitian ini adalah model transportasi dari CV AJP dan total biaya minimum untuk mendistribusikan barang dari empat sumber ke delapan belas tujuan ialah sebesar Rp 38.804.040,-. Hasil analisis sensitivitas pada solusi optimal dengan menggunakan software Lingo ialah Interval perubahan koefisien fungsi tujuan sumber 1 ke tujuan 10 sebesar  $13078 \leq c_{1,10} \leq 13078$ ., Interval perubahan koefisien fungsi tujuan sumber 3 ke tujuan 9 sebesar  $0 \leq c_{3,9} \leq 19464$ , interval perubahan perubahan persediaan barang dari sumber 1 sebesar  $930 \leq a_1 \leq 1080$ , interval perubahan perubahan persediaan barang dari sumber 2 sebesar  $480 \leq a_2 \leq \infty$ , interval perubahan permintaan tujuan 13 sebesar  $220 \leq b_{13} \leq 370$ .

**Kata Kunci:** Model transportasi, Biaya optimal, Analisis sensitivitas, Lingo.

**Abstract**

Distribution is the delivery of a product or goods from a source or supplier to a destination or customer. CV AJP has problems in transportation costs used for the distribution of goods, so the company must be able to manage distribution to minimize transportation costs. Therefore, a solution using a transportation model is needed. This study aims to find out the transportation model, minimize the total cost of transportation and know the sensitivity analysis on CV AJP transportation problems. The completion of this transportation model was based on Lingo software. The result of this study was a transportation model of CV AJP and the total minimum cost of distributing goods from four sources to eighteen destinations was Rp 38,804,040. The results of the sensitivity analysis on the optimal solution using Lingo software are the interval at which the coefficient of the source destination function 1 changes to destination 10 is  $13078 \leq c_{1,10} \leq 13078$ , the interval of change of the coefficient of the source destination function 3 to destination 9 is  $0 \leq c_{3,9} \leq 19464$ , interval of change in inventory of goods from source 2 is  $930 \leq a_1 \leq 1080$ , interval of change in inventory of goods from source 2 is  $480 \leq a_2 \leq \infty$ , change interval destination request 13 is  $220 \leq b_{13} \leq 370$ .

**Keywords:** Transportation model, Optimal cost, sensitivity analysis, Lingo

**PENDAHULUAN**

Distribusi merupakan faktor penting bagi perusahaan dalam penyampaian produk atau barang dari sumber atau supplier kepada tujuan atau pelanggan. Distribusi diartikan sebagai pengiriman yang bertujuan untuk memudahkan penyampaian barang atau jasa dari produsen kepada konsumen (Aisyah M dan Susanty, 2022).

Di kehidupan modern ini, kepuasan pelanggan dijadikan tolak ukur sehingga perusahaan dapat

bertahan dalam persaingan yang ketat. Biaya rendah, responsif terhadap permintaan pelanggan, produk yang dikirim ke pelanggan sampai di waktu yang tepat dalam kondisi baik merupakan penentu daya saing produk di pasar (Rosihan, et al., 2022). Oleh karena itu, kemampuan untuk mengatur transportasi dan jaringan distribusi ialah faktor penting dalam perusahaan.

CV AJP merupakan distributor *thinwall* yang mendistribusikan dari empat sumber atau supplier kemudian disalurkan ke delapan belas tujuan. CV

AJP mengalami masalah dalam biaya transportasi yang digunakan untuk pendistribusian barang, sehingga perusahaan harus mampu mengatur distribusi untuk dapat meminimalkan biaya transportasi. Perusahaan harus mampu mengatur pola alokasi distribusi dalam menentukan dari sumber atau supplier mana mendistribusikan barang untuk memenuhi permintaan tujuan atau toko retail pelanggan. Berdasarkan wawancara peneliti terhadap pemilik CV AJP, perusahaan ini belum mempunyai pola alokasi yang pasti untuk distribusi produk atau barang. Oleh karena itu, untuk memecahkan masalah biaya transportasi terkait pendistribusian barang ini, dibutuhkan penyelesaian menggunakan model transportasi. Model transportasi adalah model yang secara khusus membahas masalah distribusi atau pengiriman suatu komoditas atau produk atau barang dari sejumlah sumber (*supply*) yang dialokasikan ke sejumlah tujuan (*demand*) untuk meminimalkan biaya transportasi (Murthy, 2007).

Penelitian terdahulu yang berkaitan dengan masalah transportasi yaitu penelitian (Shafardha, et al, 2019) dengan hasil penelitian bahwa menggunakan *Vogel's Approximation Method* (VAM) dan metode *Stepping Stone* dapat menghasilkan biaya distribusi yang minimum dan seluruh permintaan terpenuhi. Penelitian (Aliyu, et al, 2019) dengan hasil penelitian bahwa *Vogel's Approximation Method* ini metode yang efisien dalam menentukan solusi awal karena menghasilkan biaya transportasi yang paling minimum mendekati solusi optimal. Penelitian (Nofita & Lestari, 2018) yang melakukan analisis sensitivitas terhadap salah satu biaya transportasi atau koefisien fungsi tujuan pada permasalahan transportasi dan menunjukkan bahwa perubahan pada koefisien fungsi tujuan variabel basis menghasilkan biaya optimal berubah.

Berdasarkan penelitian terdahulu yang relevan, peneliti melakukan penelitian meminimalkan biaya transportasi dan melakukan analisis sensitivitas terhadap koefisien fungsi tujuan atau biaya transportasi dari sumber ke gudang dan fungsi batasan masalah biaya transportasi pada CV AJP. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui model matematika masalah biaya transportasi, menentukan total biaya transportasi minimum dan mengetahui hasil analisis sensitivitas pada terhadap koefisien fungsi tujuan atau biaya transportasi dari sumber ke

gudang dan fungsi batasan atau persediaan barang dan permintaan tujuan masalah transportasi pada CV AJP.

## KAJIAN TEORI

### CV AJP

CV. AJP merupakan distributor kemasan thinwall yang didirikan sejak tahun 2021. Informasi mengenai CV AJP merupakan hasil wawancara peneliti terhadap pemilik CV AJP. Kemasan thinwall ini terdiri dari empat ukuran yaitu 500 ml, 650 ml, 750 ml, dan 1000 ml. Namun, kemasan thinwall ini memiliki ukuran dus yang sama. Perusahaan ini membeli produk tersebut dari empat supplier atau pabrik di Surabaya dan memiliki enam toko retail dengan jenis muatan 50 dus, 30 dus, dan 20 dus dalam satu kali pengiriman sehingga perusahaan ini memiliki delapan belas tujuan.

### MODEL TRANSPORTASI

Dalam masalah transportasi terdapat persediaan produk dari sumber, permintaan produk dari tujuan, dan biaya transportasi produk (Patel dan Bhatwala, 2013). Misalkan  $m$  adalah banyaknya sumber tempat persediaan unit  $n$  adalah banyaknya tujuan yang membutuhkan unit. Unit yang tersedia dari sumber – sumber adalah  $a_1, a_2, \dots, a_m$  dan permintaan unit dari tujuan – tujuan adalah  $b_1, b_2, \dots, b_n$ . Biaya per unit dari sumber  $i$  ke tujuan  $j$  adalah  $c_{ij}$  dan unit yang dikirim dari sumber  $i$  ke tujuan  $j$  adalah  $x_{ij}$ . Dalam bentuk matematika, Ravindran (1987) menjelaskan bahwa masalah transportasi dapat dirumuskan menjadi model transportasi sebagai berikut :

Fungsi Tujuan :

Meminimumkan :

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}. \quad (1)$$

Fungsi Batasan :

dengan kendala :

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \leq a_i \quad ; i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \geq b_j \quad ; j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad ; \text{ untuk semua } i \text{ dan } j$$

Keterangan :

$x_{ij}$  = unit barang dikirim dari sumber  $i$  ke tujuan  $j$

$c_{ij}$  = biaya dari sumber  $i$  ke tujuan  $j$  per unit

$a_i$  = persediaan barang dari sumber (*supply*)  $i$

$b_j$  = permintaan barang dari tujuan (*demand*)  $j$

$i = 1, 2, 3, \dots, m$

$j = 1, 2, 3, \dots, n$

Fungsi tujuan dari masalah transportasi ini ialah untuk meminimalkan total biaya transportasi atau biaya pengiriman dari sumber  $i$  ke tujuan  $j$ . Fungsi batasan pertama merupakan batasan dari kapasitas persediaan sumber  $i$  yang menetapkan jumlah unit yang dikirimkan dari sumber manapun tidak melebihi kapasitasnya. Fungsi batasan kedua adalah batasan dari kapasitas permintaan dari tujuan  $j$  menetapkan jumlah yang dikirimkan ke tujuan harus memenuhi permintaannya. Semua produk atau barang atau persediaan yang akan didistribusikan harus memiliki nilai lebih besar sama dengan nol atau bernilai positif (Ndubuisi, 2021).

#### PENYELESAIAN MODEL TRANSPORTASI

Model transportasi ialah kasus khusus dari perprograman linear. Model transportasi juga merupakan program linear yang dapat diselesaikan menggunakan metode simpleks. Namun, strukturnya khusus memungkinkan pengembangan prosedur penyelesaian yang lebih efisien dalam hal perhitungan disebut teknik penyelesaian transportasi.

Terdapat dua langkah untuk menentukan solusi optimal dari teknik penyelesaian transportasi yaitu mencari solusi awal dan solusi optimal. Metode yang sering digunakan dalam mencari solusi awal adalah metode *North West Corner*, *Least Cost*, dan *Vogel's Approximation Method*. Kemudian, setelah mendapatkan solusi awal dilanjutkan dengan mencari solusi optimal yaitu *Stepping Stone* dan *Modified Distribution*.

Perkembangan teknologi komputer saat ini menghasilkan banyak *software* yang digunakan untuk menyelesaikan masalah riset operasi khususnya program linear. Perangkat lunak ini digunakan untuk membantu manusia (*user*) dalam memecahkan masalah riset operasi khususnya program linear. Untuk penyelesaian riset operasi ini tersedia beberapa *software* khusus, antara lain Lingo, Lingo, POM-QM for Windows dan Solver yang berada di bawah program *Excell*.

#### ANALISIS SENSITIVITAS

Pada masalah transportasi, koefisien fungsi tujuan merupakan biaya transportasi pengalokasian barang. Biaya transportasi ini dapat mengalami penurunan dan kenaikan. Oleh karena itu, perlu dilakukan analisis sensitivitas terhadap koefisien fungsi tujuan yaitu biaya transportasi dari sumber ke tujuan ( $c_{ij}$ ). Analisis sensitivitas digunakan untuk menentukan seberapa besar perubahan yang diperbolehkan agar biaya transportasi dari sumber ke tujuan agar tetap optimal (Krishnan & Masrom, 2022).

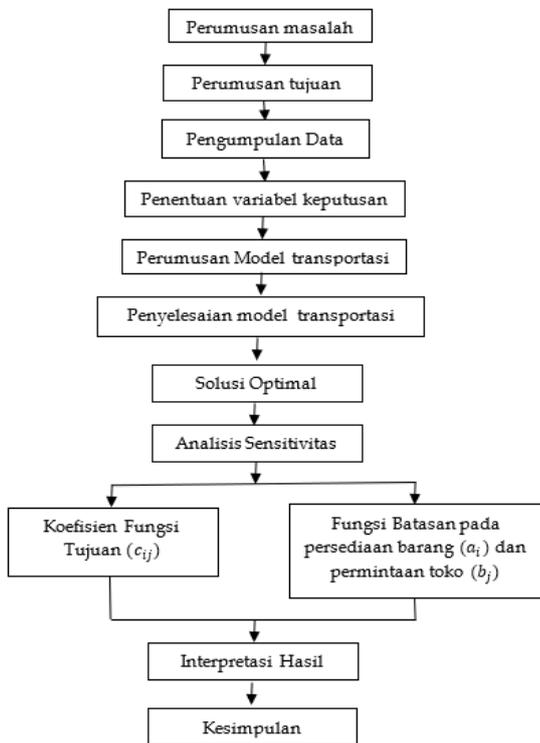
Fungsi batasan yang tersusun pada model transportasi merepresentasikan jumlah unit atau stok unit pada sumber atau supplier dan tujuan atau toko retail. Ketersediaan produk dari sumber ( $a_i$ ) dan permintaan produk dari tujuan ( $b_j$ ) ini dapat mengalami perubahan. Kapasitas persediaan produk dari sumber ini dapat mengalami penurunan dan kenaikan. Jumlah permintaan dari tujuan atau toko retail juga dapat mengalami penurunan dan kenaikan. Sehingga, diperlukan untuk melakukan analisis sensitivitas pada perubahan fungsi batasan sisi kanan yaitu pada kapasitas persediaan sumber atau permintaan tujuan. Analisis sensitivitas ini akan menghasilkan suatu interval perubahan suatu parameter. Jika parameter tersebut diubah sesuai dengan interval itu, maka solusi tersebut akan tetap optimal.

#### LINGO

Lingo adalah program perangkat lunak (*software*) untuk memecahkan masalah riset operasi khususnya pemrograman linear. Perusahaan-perusahaan banyak yang sudah menggunakan *software* Lingo untuk mengatur rencana produksi yang bertujuan untuk memaksimalkan keuntungan dan meminimalkan biaya yang dikeluarkan perusahaan. Selain itu, Lingo juga dapat digunakan untuk pengambilan keputusan di bidang perencanaan produksi, transportasi, keuangan, dan lain-lain. Penyelesaian masalah transportasi dengan menggunakan *software* Lingo juga dapat menghasilkan total biaya yang minimum, alokasi barang, dan interval analisis sensitivitas (Arumugham dan P., 2018).

**METODE**

Jenis penelitian adalah penelitian studi kasus terhadap perusahaan CV AJP. Variabel penelitian ini ialah supplier CV AJP sebagai sumber  $i$  ( $S_i$ ) dimana  $i = 1,2,3,4$  dan enam toko retail dengan jenis muatan pengiriman 50 dus, 30 dus, dan 20 dus sehingga terdapat delapan belas tujuan sebagai tujuan  $j$  ( $T_j$ ) dimana  $j = 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18$ . Pengumpulan data dilakukan dengan wawancara terhadap pemilik CV AJP. Data yang digunakan adalah data biaya pengiriman ( $c_{ij}$ ) per satuan unit dus dihitung dari biaya sopir, biaya kuli, biaya parkir, biaya solar dan biaya operasional, data permintaan tujuan, serta data persediaan sumber. Biaya operasional dihitung dari jumlah biaya sewa kendaraan, biaya sewa gudang, biaya perawatan kendaraan, biaya perawatan gudang, biaya listrik serta biaya pembelian dan perawatan alat tulis kantor. Rancangan penelitian dari penelitian ini ialah sebagai berikut.



**HASIL DAN PEMBAHASAN**

**PENYELESAIAN MODEL TRANSPORTASI**

Variabel keputusan ( $x$ ) dari masalah transportasi ini ialah jumlah unit barang atau produk yang dialokasikan dari supplier atau sumber  $i$  ke tujuan  $j$  dimana  $i = 1, 2, 3, 4$  dan  $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18$  dengan satuan unit per

dus. Maka, dirumuskan model transportasi sebagai berikut :

a. Fungsi tujuan dari masalah transportasi ini ialah :  
Meminimumkan

$$\begin{aligned}
 Z = & 12962 x_{1,1} + 16118 x_{1,2} + 19988 x_{1,3} + \\
 & 13330 x_{1,4} + 16731 x_{1,5} + 20908 x_{1,6} + \\
 & 12866 x_{1,7} + 15958 x_{1,8} + 19748 x_{1,9} + \\
 & 13078 x_{1,10} + 16311 x_{1,11} + 20278 x_{1,12} + \\
 & 13254 x_{1,13} + 16605 x_{1,14} + 20718 x_{1,15} + \\
 & 13466 x_{1,16} + 16958 x_{1,17} + 21248 x_{1,18} + \\
 & 13030 x_{2,1} + 16231 x_{2,2} + 20158 x_{2,3} + \\
 & 13398 x_{2,4} + 16845 x_{2,5} + 21078 x_{2,6} + \\
 & 12934 x_{2,7} + 16071 x_{2,8} + 19918 x_{2,9} + \\
 & 13146 x_{2,10} + 16425 x_{2,11} + 20448 x_{2,12} + \\
 & 13322 x_{2,13} + 16718 x_{2,14} + 20888 x_{2,15} + \\
 & 13534 x_{2,16} + 17071 x_{2,17} + 21418 x_{2,18} + \\
 & 12826 x_{3,1} + 15891 x_{3,2} + 19648 x_{3,3} + \\
 & 13194 x_{3,4} + 16505 x_{3,5} + 20568 x_{3,6} + \\
 & 12730 x_{3,7} + 15731 x_{3,8} + 19408 x_{3,9} + \\
 & 12942 x_{3,10} + 16085 x_{3,11} + 19938 x_{3,12} + \\
 & 13118 x_{3,13} + 16378 x_{3,14} + 20378 x_{3,15} + \\
 & 13330 x_{3,16} + 16731 x_{3,17} + 20908 x_{3,18} + \\
 & 12894 x_{4,1} + 18644 x_{4,2} + 19818 x_{4,3} + \\
 & 13262 x_{4,4} + 16618 x_{4,5} + 20738 x_{4,6} + \\
 & 12798 x_{4,7} + 15845 x_{4,8} + 19578 x_{4,9} + \\
 & 13010 x_{4,10} + 16198 x_{4,11} + 20108 x_{4,12} + \\
 & 13186 x_{4,13} + 16491 x_{4,14} + 20548 x_{4,15} + \\
 & 13398x_{4,16} + 16845x_{4,17} + 21078x_{4,18}.
 \end{aligned}$$

b. Fungsi kendala dari masalah transportasi ini adalah :

Dengan kendala

- 1)  $12962 x_{1,1} + 16118 x_{1,2} + 19988 x_{1,3} + 13330 x_{1,4} + 16731 x_{1,5} + 20908 x_{1,6} + 12866 x_{1,7} + 15958 x_{1,8} + 19748 x_{1,9} + 13078 x_{1,10} + 16311 x_{1,11} + 20278 x_{1,12} + 13254 x_{1,13} + 16605 x_{1,14} + 20718 x_{1,15} + 13466x_{1,16} + 16958x_{1,17} + 21248x_{1,18} \leq 950.$
- 2)  $13030 x_{2,1} + 16231 x_{2,2} + 20158 x_{2,3} + 13398 x_{2,4} + 16845 x_{2,5} + 21078 x_{2,6} + 12934 x_{2,7} + 16071 x_{2,8} + 19918 x_{2,9} + 13146 x_{2,10} + 16425 x_{2,11} + 20448 x_{2,12} + 13322 x_{2,13} + 16718 x_{2,14} + 20888 x_{2,15} + 13534x_{2,16} + 17071x_{2,17} + 21418x_{2,18} \leq 700.$
- 3)  $12826 x_{3,1} + 15891 x_{3,2} + 19648 x_{3,3} + 13194 x_{3,4} + 16505 x_{3,5} + 20568 x_{3,6} + 12730 x_{3,7} + 15731 x_{3,8} + 19408 x_{3,9} + 12942 x_{3,10} + 16085 x_{3,11} + 19938 x_{3,12} + 13118 x_{3,13} + 16378 x_{3,14} + 20378 x_{3,15} + 13330x_{3,16} + 16731x_{3,17} + 20908x_{3,18} \leq 550.$
- 4)  $12894 x_{4,1} + 16005 x_{4,2} + 19818 x_{4,3} + 13262 x_{4,4} + 16618 x_{4,5} + 20738 x_{4,6} + 12798 x_{4,7} + 15845 x_{4,8} + 19578 x_{4,9} +$

- $$13010 x_{4.10} + 16198 x_{4.11} + 20108 x_{4.12} + 13186 x_{4.13} + 16491 x_{4.14} + 20548 x_{4.15} + 13398 x_{4.16} + 16845 x_{4.17} + 21078 x_{4.18} \leq 600.$$
- 5)  $12962 x_{1.1} + 13030 x_{2.1} + 12826 x_{3.1} + 12984 x_{4.1} \geq 350.$
- 6)  $16118 x_{1.2} + 16231 x_{2.2} + 15891 x_{3.2} + 16005 x_{4.2} \geq 90.$
- 7)  $19988 x_{1.3} + 20158 x_{2.3} + 19648 x_{3.3} + 19818 x_{4.3} \geq 60.$
- 8)  $13330 x_{1.4} + 13398 x_{2.4} + 13194 x_{3.4} + 13262 x_{4.4} \geq 300.$
- 9)  $16731 x_{1.5} + 16845 x_{2.5} + 16505 x_{3.5} + 16618 x_{4.5} \geq 120.$
- 10)  $20908 x_{1.6} + 21078 x_{2.6} + 20568 x_{3.6} + 20738 x_{4.6} \geq 80.$
- 11)  $12866 x_{1.7} + 12934 x_{2.7} + 12730 x_{3.7} + 12798 x_{4.7} \geq 200.$
- 12)  $15958 x_{1.8} + 16071 x_{2.8} + 15731 x_{3.8} + 15845 x_{4.8} \geq 90.$
- 13)  $19748 x_{1.9} + 19918 x_{2.9} + 19408 x_{3.9} + 19578 x_{4.9} \geq 60.$
- 14)  $13078 x_{1.10} + 13146 x_{2.10} + 12942 x_{3.10} + 13010 x_{4.10} \geq 150.$
- 15)  $16311 x_{1.11} + 16425 x_{2.11} + 16085 x_{3.11} + 16198 x_{4.11} \geq 60.$
- 16)  $20278 x_{1.12} + 20448 x_{2.12} + 19938 x_{3.12} + 20108 x_{4.12} \geq 80.$
- 17)  $13254 x_{1.13} + 13322 x_{2.13} + 13118 x_{3.13} + 13186 x_{4.13} \geq 350.$
- 18)  $16605 x_{1.14} + 16718 x_{2.14} + 16378 x_{3.14} + 16491 x_{4.14} \geq 90.$
- 19)  $20718 x_{1.15} + 20888 x_{2.15} + 20378 x_{3.15} + 20548 x_{4.15} \geq 80.$
- 20)  $13466 x_{1.16} + 13534 x_{2.16} + 13330 x_{3.16} + 13398 x_{4.16} \geq 250.$
- 21)  $16958 x_{1.17} + 17071 x_{2.17} + 16731 x_{3.17} + 16845 x_{4.17} \geq 90.$
- 22)  $21248 x_{1.18} + 21418 x_{2.18} + 20908 x_{3.18} + 21078 x_{4.18} \geq 80.$

Penyelesaian model transportasi menggunakan *software* Lingo ini akan menghasilkan alokasi pendistribusian barang untuk memenuhi permintaan toko. Setelah merumuskan model transportasi, langkah selanjutnya adalah pengolahan data dengan menggunakan *Software* Lingo 20.0 *For Windows*. Berikut adalah skrip penyelesaian model transportasi pada Lingo.

MODEL:  
SETS:  
SUMBER /S1, S2, S3, S4 /: SUPPLY;

TUJUAN /T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7, T8, T9, T10, T11, T12, T13, T14, T15, T16, T17, T18/  
DEMAND;  
ALOKASI (SUMBER, TUJUAN) : COST, BARANG;  
ENDSETS

DATA:  
SUPPLY = 950 700 550 600;  
DEMAND = 350 90 60 300 120 80 200 90 60 150  
60 80 350 90 80 250 90 80;  
COST = 12962 16118 19988 13330 16731 20908  
12866 15958 19748 13078 16311 20278 13254  
16605 20718 13466 16958 21248  
13030 16231 20158 13398 16845 21078  
12934 16071 19918 13146 16425 20448 13322  
16718 20888 13534 17071 21418  
12826 15891 19648 13194 16505 20568  
12730 15731 19408 12942 16085 19938 13118  
16378 20378 13330 16731 20908  
12894 16005 19818 13262 16618 20738  
12798 15845 19578 13010 16198 20108 13186  
16491 20548 13398 16845 21078;

ENDDATA  
MIN = @SUM (ALOKASI (I, J) :  
(COST (I, J) \*BARANG (I, J)));  
@FOR (SUMBER (I) :@SUM (TUJUAN (J) :BARANG (I, J))  
<= SUPPLY (I));  
@FOR (TUJUAN (J) :@SUM (SUMBER (I) :BARANG (I, J))  
>= DEMAND (J));  
END

Dari output menggunakan *software* Lingo, menghasilkan bahwa total biaya transportasi minimum yang optimal dari masalah transportasi CV AJP adalah sebesar Rp 38.804.040,-. Output dari *software* Lingo juga menghasilkan alokasi jumlah produk dari sumber atau supplier ke tujuan sehingga dapat mengalokasikan kapasitas persediaan sumber dan memenuhi permintaan tujuan. Barang yang dialokasikan dari sumber 1 ke tujuan 4 ( $x_{1.4}$ ) sebanyak 130 dus. Barang yang dialokasikan dari sumber 1 ke tujuan 7 ( $x_{1.7}$ ) sebanyak 200 dus. Barang yang dialokasikan dari sumber 1 ke tujuan 10 ( $x_{1.10}$ ) sebanyak 20 dus. Barang yang dialokasikan dari sumber 1 ke tujuan 13 ( $x_{1.13}$ ) sebanyak 350 dus. Barang yang dialokasikan dari sumber 1 ke tujuan 16 ( $x_{1.16}$ ) sebanyak 250 dus. Barang yang dialokasikan dari sumber 2 ke tujuan 1 ( $x_{2.1}$ ) sebanyak 350 dus. Barang yang dialokasikan dari sumber 2 ke tujuan 10 ( $x_{2.10}$ ) sebanyak 130 dus. Barang yang dialokasikan dari sumber 3 ke tujuan 3 ( $x_{3.3}$ ) sebanyak 60 dus. Barang yang dialokasikan dari sumber 3 ke tujuan 6 ( $x_{3.6}$ ) sebanyak 80 dus. Barang yang dialokasikan dari sumber 3 ke tujuan 8 ( $x_{3.8}$ ) sebanyak 20 dus. Barang yang dialokasikan dari sumber 3 ke tujuan 9 ( $x_{3.9}$ ) sebanyak 60 dus. Barang yang dialokasikan dari sumber 3 ke tujuan 12 ( $x_{3.12}$ ) sebanyak 80 dus. Barang yang dialokasikan dari sumber 3 ke tujuan 14 ( $x_{3.14}$ ) sebanyak 80 dus. Barang yang dialokasikan dari sumber 3 ke tujuan 16

$(x_{3.16})$  sebanyak 90 dus. Barang yang dialokasikan dari sumber 3 ke tujuan 18  $(x_{3.18})$  sebanyak 80 dus. Barang yang dialokasikan dari sumber 4 ke tujuan 2  $(x_{4.2})$  sebanyak 90 dus. Barang yang dialokasikan dari sumber 4 ke tujuan 4  $(x_{4.4})$  sebanyak 170 dus. Barang yang dialokasikan dari sumber 4 ke tujuan 5  $(x_{4.5})$  sebanyak 120 dus. Barang yang dialokasikan dari sumber 4 ke tujuan 8  $(x_{4.8})$  sebanyak 70 dus. Barang yang dialokasikan dari sumber 4 ke tujuan 11  $(x_{4.11})$  sebanyak 60 dus. Barang yang dialokasikan dari sumber 4 ke tujuan 14  $(x_{4.14})$  sebanyak 90 dus. Berikut adalah output lingo mengenai variabel *slack* atau *surplus* pada fungsi batasan.

Row	Slack or Surplus	Dual Price
1	0.3880404E+08	-1.000000
2	0.000000	68.00000
3	220.0000	0.000000
4	0.000000	250.0000
5	0.000000	136.0000
6	0.000000	-13030.00
7	0.000000	-16141.00
8	0.000000	-19898.00
9	0.000000	-13398.00
10	0.000000	-16754.00
11	0.000000	-20818.00
12	0.000000	-12934.00
13	0.000000	-15981.00
14	0.000000	-19658.00
15	0.000000	-13146.00
16	0.000000	-16334.00
17	0.000000	-20188.00
18	0.000000	-13322.00
19	0.000000	-16627.00
20	0.000000	-20628.00
21	0.000000	-13534.00
22	0.000000	-16981.00
23	0.000000	-21158.00

Hasil output Lingo juga menunjukkan bahwa terdapat variabel *slack* atau *surplus* pada fungsi batasan model transportasi. Pendistribusian barang dari sumber ke toko pada CV AJP ini terdapat variabel *slack* or *surplus* sebesar 220 pada fungsi batasan Row 3 yaitu pada persediaan sumber 2. Penambahan variabel *slack* ini menyatakan bahwa ada persediaan barang yang tidak terpakai atau tersisa pada sumber 2 sebanyak 220 dus. Hal ini diakibatkan jumlah persediaan barang lebih besar dari pada jumlah permintaan tujuan. *Dual Prices* pada output Lingo mengartikan bahwa total biaya minimal akan berubah sebesar nilai tersebut per unit jika ada perubahan nilai ruas kanan.

#### ANALISIS SENSITIVITAS

Dalam hasil output Lingo terdapat *Allowable Increase* yang berarti pada *current* atau nilai tersebut dapat dinaikkan sebanyak nilai pada kolom *Allowable Increase* sebagai batas atas. Sedangkan pada *Allowable Decrease* yang berarti pada *current* atau nilai tersebut dapat diturunkan sebanyak nilai pada kolom *Allowable Decrease* sebagai batas bawah.

Pada fungsi tujuan, analisis sensitivitas dilakukan pada setiap koefisien fungsi tujuan atau biaya transportasi atau pengiriman  $(c_{ij})$ . Penyelesaian

model transportasi menggunakan software Lingo menghasilkan interval perubahan pada koefisien fungsi tujuan  $(c_{ij})$ . Pada koefisien fungsi tujuan Sumber 1 ke tujuan 10, interval analisis sensitivitasnya adalah  $13078 \leq c_{1.10} \leq 13078$ . Jika koefisien fungsi tujuan variabel basis diubah dalam interval, maka total biaya transportasi yang optimal berubah dan alokasi barang tidak berubah. Jika koefisien fungsi tujuan variabel basis diubah diluar interval, maka total biaya transportasi optimal berubah dan alokasi barang juga berubah. Pada koefisien fungsi tujuan Sumber 3 ke tujuan 9, interval analisis sensitivitasnya adalah  $0 \leq c_{3.9} \leq 14186$ . Jika koefisien fungsi tujuan variabel nonbasis diubah dalam interval dalam interval, maka total biaya transportasi tidak mengalami perubahan dan alokasi barang tidak berubah. Jika koefisien fungsi tujuan variable nonbasis diubah diluar interval, maka total biaya transportasi mengalami perubahan, dan alokasi barang juga berubah.

Fungsi Batasan dari model transportasi terdiri dari fungsi batasan pada persediaan sumber dan permintaan tujuan. Penyelesaian model transportasi pada software Lingo menghasilkan interval hasil analisis sensitivitas pada setiap fungsi batasan pada persediaan sumber dan permintaan tujuan. Berikut adalah interval hasil analisis sensitivitas pada fungsi batasan.

Tabel 1. Hasil Analisis Sensitivitas Fungsi Batasan

Fungsi batasan	Nilai	Batas Bawah	Batas Atas
Sumber 1 ( $a_1$ )	950	930	1080
Sumber 2 ( $a_2$ )	700	480	$\infty$
Sumber 3 ( $a_3$ )	550	530	620
Sumber 4 ( $a_4$ )	600	580	730
Tujuan 1 ( $b_1$ )	350	0	570
Tujuan 2 ( $b_2$ )	90	0	110
Tujuan 3 ( $b_3$ )	60	0	80
Tujuan 4 ( $b_4$ )	300	170	320
Tujuan 5 ( $b_5$ )	120	0	140
Tujuan 6 ( $b_6$ )	80	10	100
Tujuan 7 ( $b_7$ )	200	70	220
Tujuan 8 ( $b_8$ )	90	20	110
Tujuan 9 ( $b_9$ )	60	0	80
Tujuan 10 ( $b_{10}$ )	150	20	370
Tujuan 11 ( $b_{11}$ )	60	0	80
Tujuan 12 ( $b_{12}$ )	80	10	100
Tujuan 13 ( $b_{13}$ )	350	220	370
Tujuan 14 ( $b_{14}$ )	90	0	110
Tujuan 15 ( $b_{15}$ )	80	10	100
Tujuan 16 ( $b_{16}$ )	250	120	270
Tujuan 17 ( $b_{17}$ )	90	20	110
Tujuan 18 ( $b_{18}$ )	80	10	100

Fungsi Batasan pada sumber 1 dengan interval  $930 \leq a_1 \leq 1080$ . Jika diubah dalam interval, maka total biaya transportasi minimumnya berubah, pengalokasian barang tidak berubah. Jika diubah diluar interval, maka total biaya transportasi minimumnya berubah, pengalokasian barang juga mengalami perubahan. Fungsi Batasan pada sumber 2 dengan interval  $480 \leq a_2 \leq \infty$ . Jika diubah dalam interval, maka total biaya transportasi minimumnya tetap, pengalokasian barang tidak berubah. Jika diubah diluar interval, maka terdapat *infeasible solution* atau solusi tak layak. Hal ini karena fungsi Batasan ada yang tidak terpenuhi.

Fungsi Batasan pada permintaan tujuan 13 dengan interval  $220 \leq b_{13} \leq 370$ . Jika diubah dalam interval, maka total biaya transportasi minimumnya berubah, pengalokasian barang tidak berubah. Jika diubah diluar interval, maka total biaya transportasi minimumnya berubah, pengalokasian barang juga akan berubah.

## PENUTUP

### SIMPULAN

Penelitian ini dapat mengetahui model transportasi dari CV AJP. Total biaya transportasi minimum untuk pengiriman barang dari empat sumber ke delapan belas tujuan yaitu enam toko dengan muatan 50 dus, 30 dus, dan 20 dus dalam waktu satu bulan pada CV AJP adalah sebesar Rp 38.804.040,-.

Hasil analisis sensitivitas pada solusi optimal adalah interval perubahan koefisien fungsi tujuan sumber 1 ke tujuan 10 sebesar  $7800 \leq c_{1,10} \leq 7800$ , interval perubahan koefisien fungsi tujuan sumber 3 ke tujuan 9 sebesar  $0 \leq c_{3,9} \leq 14186$ , interval perubahan persediaan barang sumber 1 sebesar  $930 \leq a_1 \leq 1080$ , interval perubahan persediaan barang sumber 2 sebesar  $480 \leq a_2 \leq \infty$ , interval perubahan permintaan tujuan 13 sebesar  $220 \leq b_{13} \leq 370$ . Pada masalah transportasi CV AJP ini sebaiknya mengurangi persediaan sumber 2 sebanyak 220 dus. Sehingga seluruh persediaan dari sumber teralokasikan dan tidak ada sisa barang yang tidak dipakai.

## SARAN

Dalam meminimumkan total biaya transportasi CV AJP, disarankan agar pihak perusahaan menggunakan *software* Lingo. Penggunaan *software* ini dilakukan agar perusahaan bisa mengatur alokasi produk agar optimal dan mendapatkan biaya transportasi yang minimum.

## DAFTAR PUSTAKA

- Aisya M, N., & Susanty, A. (2022). Optimalisasi Rute Distribusi Produk Portland Composite Cement Dengan Menggunakan Metode Saving Matrix Untuk Meminimalkan Biaya Transportasi. *Industrial Engineering Online Journal*, Vol. 9, No. 2, 1-9.
- Aliyu, M., Usman, U., Babayaro, U., & Aminu, M. (2019). A Minimization Of The Cost Of Transportation. *American Journal Of Operational Research*, Vol. 9, No. 1, 1 - 7.
- Arumugham, A. J., & Parameswaran, R. (2018). Solving A Simple Transportation Problem Using Lingo. *International Journal of Innovative Science, Engineering & Technology*, 267 - 269.
- Krishnan, U., & Masrom, M. (2022). Optimizing Transportation Cost Using Linear Programming : A Malaysian Case Study. *Open International Journal of Informatics*, Vol 10, No. 1, 1 - 12.
- Murthy, P. R. (2007). *Operation Research (Second Edition ed.)*. New Delhi: New Age International Publisher.
- Ndubuisi, P. (2021). Application Of Transportation Model For Optimal Product Distribution Chain Management. *International Journal Of Management & Entrepreneurship Research*, Vol 3(Issue 3), 107 - 117.
- Nofita, I., & Lestari, H. (2018). Analisis Sensitivitas Masalah Transportasi dan Penerapannya Pada Pendistribusian Produk Otentik Coffe Yogyakarta. *Jurnal Kajian dan Terapan Matematika*, Vol 7, No. 1, 31 - 52.
- Patel, R., & Bhatwala, P. (2013). The Advance Method For The Optimum Solution Of A Transportation Problem . *International Journal of Science and Research*, 703 - 705 .
- Ravindran, A., Phillips, D., & Solberg, J. (1987). *Operations Research Principles and Practice (Second Edition ed.)*. New York: John Wiley & Sons.
- Rosihan, R. I., Rizki, M. F., & Paduloh, P. (2022). Optimasi Biaya Transportasi Rantai Roda Tipe - 428 dengan Metode Stepping Stone dan Modified Distribution. *Jurnal Rekayasa Sistem*

Industri, Vol. 7 No. 2, 40 - 47.

Shafardha, M., Asih, N., & Gandhiadi, G. (2019).  
Meminimumkan Biaya Distribusi Jeruk  
Menggunakan Vogel's Approximation Method  
dan Uji Optimal Metode Stepping Stone. E-  
Jurnal Matematika, Vol 8, No 2, 132-139.