

PEMODELAN MATEMATIKA OPSI SAHAM KARYAWAN YANG MEMPERTIMBANGKAN EFEK DILUSI

Nuril Hidayah Taufiqi

Program Studi S1 Matematika, Universitas Negeri Surabaya

e-mail: nuril.19009@mhs.unesa.ac.id

Rudianto Artiono

Program Studi S1 Matematika, Universitas Negeri Surabaya

e-mail: rudiantoartiono@unesa.ac.id

Abstrak

Opsi saham yang digunakan oleh para perusahaan untuk penghargaan bagi karyawannya, yang dinamakan Opsi Saham Karyawan (*Employee Stock Option*), yang selanjutnya disingkat OSK, secara definisi diartikan sebagai pilihan kompensasi yang ditawarkan perusahaan kepada karyawan berupa opsi untuk membeli saham/opsi *call* di harga tertentu dan dalam jangka waktu yang telah ditentukan. Dalam pengimplementasiannya, terdapat efek dilusi yang diakibatkan dari adanya OSK ini. Efek dilusi terjadi ketika suatu perusahaan menerbitkan saham tambahan dan melepasnya ke pasar, sehingga meningkatkan jumlah saham yang beredar. Hal ini dapat berdampak pada harga saham perusahaan, karena adanya penambahan pasokan saham yang tersedia di pasar. Perhitungan nilai opsi dapat dilakukan dengan berbagai metode. Salah satu metode untuk memodelkan nilai opsi adalah menggunakan persamaan diferensial Black-Scholes. Solusi analitik dari persamaan diferensial tersebut menjadi model untuk perhitungan harga opsi. Adapun model dari harga opsi saham karyawan terdilusi adalah:

$$V(S, t; K) = \left[b_1 K \left(\frac{S}{K} \right)^{K_1} + b_2 K \left(\frac{S}{K} \right)^{K_2} \right]$$

Berdasarkan model ini dilakukan perhitungan pada suatu close price saham x periode 30 Mei 2022 – 30 Mei 2023 dengan harga saham awal 9050 dan harga kesepakatan 4982, tingkat suku bunga 5,75%, volatilitas saham 23,84%, jumlah saham yang beredar (ω) yakni sebanyak 18.462.169.893 waktu jatuh tempo dari saham, laju karyawan meninggalkan perusahaan 1% dan banyaknya OSK yang diberikan perusahaan (θ) sebanyak 35.349.718. Simulasi dilakukan dengan metode analitik dan Phyton. Diperoleh nilai opsi saham karyawan terdilusi dari saham tersebut sebesar 2547.17. Adapun perhitungan pengaruh parameter ω dan θ dengan menggunakan Python menunjukkan bahwa peningkatan jumlah saham perusahaan yang beredar meningkatkan harga OSK tetapi peningkatan jumlah OSK yang beredar akan menurunkan harga OSK.

Kata Kunci: Black-Scholes, Efek Dilusi, Opsi Saham Karyawan, Opsi Eropa

Abstract

Stock option that is used by companies to appreciating the employee named Employee Stock Option (ESO) is defined as a competition option that is offered by company for employee as an option for buying the option/call option at certain price and in the time period that has been determined. In the implementation there is a dilution effect that is caused by the ESO. Dilution effect is happened when a company issues additional stock and releases it to the market, so that increasing number of stock that outstanding. This can impact the company's stock price due to the increased supply of shares available in the market. The calculation of the value of option can be do with some methods. One of method to modelling the ESO is using Black-Scholes's Partial Differential Equation. Analitic solution of Black-Scholes's PDE is the model of ESO. The model of ESO with dilution effect written as:

$$V(S, t; K) = \left[b_1 K \left(\frac{S}{K} \right)^{K_1} + b_2 K \left(\frac{S}{K} \right)^{K_2} \right]$$

Based on this model, a calculation was performed on the close price of stock X for the period from May 30, 2022, to May 30, 2023, with an initial stock price of 9050 and a strike price of 4982. The interest rate increase is 5.75%, stock volatility is 23.84%, and the number of outstanding shares (ω) is 18,462,169,893. The stock's time to maturity, the employee turnover rate is 1%, and the number of employee stock options (θ) granted by the company is 35,349,718. The simulation does with analytical (manually) and Phyton. The diluted value of employee stock options from those shares is obtained as 2547.17. The calculation of the effect of the parameters ω and θ using Python shows that an increase in the number of company shares outstanding increases the value of OSK but an increase in the number of OSK outstanding will decrease the price of OSK.

Keywords: Employee Stock Option, Black-Scholes, Dilution Effects.

PENDAHULUAN

Sebagaimana upaya dalam mencapai keuntungan maksimal di pasar keuangan, tujuan utama individu atau entitas dalam melakukan investasi adalah untuk mengidentifikasi peluang yang ada di pasar modal melalui analisis kinerja keuangan perusahaan. Namun, menjadi tantangan bagi investor untuk secara obyektif mengevaluasi kinerja keuangan dengan tingkat keakuratan yang tinggi, dan terkadang mereka tidak memiliki alternatif lain dalam menentukan model matematika yang tepat untuk menghitung tingkat keuntungan yang optimal dari saham. Oleh karena itu, sangat penting bagi seorang investor atau pemegang instrumen keuangan untuk memperoleh imbalan keuntungan yang adil dan seimbang di pasar modal.

Pasar modal melibatkan penawaran umum dan perdagangan efek oleh perusahaan publik dan lembaga terkait. Instrumen keuangan yang diperdagangkan termasuk saham, obligasi, waran, hak, obligasi konvertibel, dan derivatif seperti opsi. Opsi adalah kontrak antara penjual dan pembeli untuk membeli atau menjual saham pada harga dan jangka waktu yang ditentukan. Opsi populer karena risiko keuangan yang stabil dan investor dapat menetapkan batasan harga aset. Namun, menentukan harga opsi yang adil adalah tantangan. Metode seperti Model B-S digunakan untuk menentukan harga opsi, tetapi model ini memiliki kelemahan dalam menyesuaikan harga opsi dengan volatilitas yang tetap, padahal volatilitas penting dalam penentuan harga opsi (Fabozzi, 2003); (Andriansyah, 2004).

Perusahaan menggunakan OSK sebagai penghargaan kepada karyawan, yang memungkinkan mereka untuk membeli saham perusahaan pada harga dan jangka waktu yang telah ditentukan. Saat ini, perusahaan perlu memiliki pendekatan yang berbeda dalam memperlakukan karyawan, mengakui bahwa mereka merupakan sumber daya manusia berharga yang memengaruhi daya saing perusahaan. OSK yang digunakan dalam penelitian ini adalah tipe Eropa dengan jatuh tempo tertentu, memungkinkan perusahaan untuk mempertahankan karyawan terbaik dengan memberikan imbalan berupa 'kontrak masa depan'. Perusahaan saat ini berusaha memberikan penawaran jangka panjang yang lebih baik kepada

karyawan daripada hanya mengandalkan bonus insentif.

Namun, penggunaan OSK dapat menyebabkan efek dilusi, di mana penerbitan saham tambahan oleh perusahaan meningkatkan jumlah saham yang beredar. Hal ini dapat mempengaruhi harga saham perusahaan karena peningkatan pasokan saham di pasar. Dalam konteks opsi saham, efek dilusi terjadi ketika perusahaan memberikan OSK kepada karyawan, yang pada gilirannya meningkatkan jumlah saham yang dapat diterbitkan di masa depan. Dampaknya adalah penurunan nilai relatif setiap saham yang beredar, yang mempengaruhi harga saham perusahaan secara keseluruhan. Oleh karena itu, dalam menentukan nilai OSK, penting untuk mempertimbangkan efek dilusi agar pemegang opsi saham dan investor mendapatkan harga yang adil (Borell, 2014) (Hariyani, 2010)

Perusahaan memberikan OSK untuk menyelaraskan insentif karyawan dengan kepentingan pemilik saham. OSK bertujuan memberikan motivasi berlebihan kepada karyawan, meningkatkan performa, dan mempertahankan mereka yang berpotensi. Gagasan ini pertama kali muncul di Amerika Serikat pada tahun 1920-1950, dengan rekomendasi FASB untuk menghitung nilai wajar OSK menggunakan model B-S sebagai komponen biaya dalam laporan keuangan. Pada tahun 2004, FASB mewajibkan perusahaan Amerika Serikat melaporkan nilai wajar OSK karena menjadi sumber pendapatan eksekutif yang signifikan. Beberapa perusahaan Indonesia, seperti PT. Bank Rakyat Indonesia dan PT. Bhakti Investama Tbk., juga menerapkan OSK untuk mempertahankan karyawan terbaik dan mencapai tujuan strategis. Di Indonesia, regulasi terkait pelaporan nilai OSK termasuk persetujuan dari Bursa Saham dan Standar Akuntansi Keuangan No. 53 (revisi 2010), yang mencakup model penetapan harga opsi menggunakan faktor seperti harga eksekusi, masa berlaku, harga saham, volatilitas, dividen, dan suku bunga bebas risiko (Hariyani, 2010)

Model B-S menunjukkan pentingnya ilmu matematika dalam bidang keuangan dan berkontribusi pada perkembangan matematika keuangan dan ilmu teknik (Hariyani dan Purnomo, 2010; Coelen, 2002). Selain Model B-S, terdapat beberapa model/metode lain untuk menentukan

harga OSK, seperti metode binomial, metode monte-carlo, metode regresi, dan metode adjusted B-S (Sofiyati, Pratama, & Kartika, 2022)

Model B-S merupakan solusi analitik dari Persamaan Diferensial Parsial (PDP) B-S yang ditunjukkan sebagai berikut :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + rS \frac{\partial V}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} = rV \quad (1)$$

Dimana, V merupakan nilai opsi, t merupakan waktu, $\frac{\partial V}{\partial t}$ merupakan tingkat perubahan rata-rata nilai opsi terhadap waktu, $\frac{\partial V}{\partial S}$ merupakan tingkat perubahan rata-rata nilai opsi terhadap harga saham, $\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}$ merupakan tingkat perubahan delta untuk suatu nilai opsi terhadap harga saham, r merupakan tingkat suku bunga bebas risiko, dan σ merupakan volatilitas harga saham.

Dalam menyelesaikan masalah harga opsi, terdapat tiga metode yang dapat digunakan, yaitu pendekatan secara analitik, prosedur numerik, dan solusi analitik (Seleky, Nugrahani, & Purnaba, 2012). Pendekatan secara analitik menggunakan formula atau persamaan analitik untuk mencari solusi eksak dengan asumsi tertentu, seperti dalam model B-S. Prosedur numerik menggunakan perhitungan numerik dan komputasi, seperti metode binomial atau metode Monte Carlo, untuk menentukan harga opsi. Sedangkan solusi analitik adalah hasil akhir dari pendekatan secara analitik, yaitu formula eksak yang dapat digunakan untuk menghitung nilai opsi. Untuk opsi Eropa, solusi analitik dapat diperoleh dengan menggunakan model B-S, sedangkan untuk opsi Amerika, solusi analitik sulit ditemukan dan biasanya menggunakan pendekatan numerik.

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui model matematika dari OSK menggunakan B-S dengan efek dilusi. Tujuan lainnya adalah untuk membantu para karyawan dan perusahaan untuk menentukan harga opsi yang adil untuk mendapatkan keuntungan yang maksimal pada harga Opsi Saham.

Pemodelan matematika OSK dengan mempertimbangkan efek dilusi ini akan dilaksanakan menggunakan kajian teori yang berasal dari penelitian (Moore & Juh, 2006) (Fitri & Suherman, 2020), dimana menjelaskan bahwa adanya perhitungan yang berbeda dengan harga pasar, merupakan salah satu peluang untuk

mendapatkan keuntungan pada pihak yang bersengketa. Selain itu, dengan memanfaatkan metode B-S dengan memperhitungkan efek dilusi ini merupakan sebuah metode untuk menyelamatkan harga OSK kepada posisi harga yang lebih baik. Sehingga, biasanya istilah yang digunakan dalam konsep tersebut adalah model 'B-S Terdilusi'. Diharapkan dengan adanya penelitian ini bisa menjadi acuan bagi perusahaan dan investor dalam mengambil kebijakan yang akan dilakukan berhubungan dengan penentuan nilai OSK.

KAJIAN TEORI OSK

OSK merupakan jenis opsi *call* yang memiliki perbedaan dengan opsi lainnya yang diperdagangkan di pasar opsi, dimana OSK ini adalah pilihan insentif yang ditawarkan dan diberikan oleh perusahaan kepada karyawan berupa opsi untuk membeli saham dengan harga sesuai kontrak dan dalam jangka waktu terbatas. Selazimnya, Opsi Saham dan OSK memiliki definisi yang kurang lebih serupa, namun OSK ini diberikan secara khusus pada karyawan yang memiliki kontribusi atau penghargaan dari perusahaan atas kinerja atau penghargaan tertentu (Smith & Zimmerman, 1976). Menurut (Fitri & Suherman, 2020), fitur khusus atau kelebihan yang dimiliki oleh OSK dibandingkan opsi lainnya adalah sebagai berikut: a. Mempunyai waktu tunggu/*vesting time* yang pada saat tersebut tidak bisa di *exercise* (membeli ataupun menjual saham pada harga tertentu); b. Karyawan tidak bisa menjual opsi tersebut kepada pihak lain; c. Apabila karyawan *resign* saat masa tunggu, maka opsi tersebut otomatis akan batal; d. Apabila karyawan akan *resign* setelah masa tunggu, opsi tersebut akan di *exercise* jika *in the money* serta hangus jika *out of the money*.

MODEL BLACK-SCHOLES UNTUK OPSI SAHAM

Dalam menentukan harga opsi, terdapat dua cara yaitu metode binomial yang menggunakan waktu diskrit dan model B-S yang menggunakan waktu kontinu. Pergerakan harga saham merupakan pola acak yang selalu berubah, dan penggunaan waktu kontinu dapat memberikan hasil yang lebih akurat. Jika metode binomial diperluas hingga lebih dari satu periode dan saham yang menjadi subjek opsi tidak membagikan dividen, maka metode binomial akan digantikan oleh B-S. Pada tahun 1973, Black dan

Scholes menciptakan karya yang dianggap sebagai terobosan dalam penaksiran opsi, yang dikenal dengan judul "The Pricing of Options and Corporate". Bersamaan dengan karya Scholes dan Merton pada tahun yang sama, mereka menerima hadiah Nobel dalam ilmu Ekonomi tahun 1997 (Coelen, 2002). Model opsi Eropa yang diperkenalkan dalam karya tersebut dikenal sebagai model B-S atau B-S

Model yang dipakai dalam penentuan harga opsi adalah sebagai berikut ;

$$C_{B-S} = S_0N(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2) \quad (2)$$

dan

$$P_{B-S} = Ke^{-rT}N(-d_2) - S_0N(d_1) \quad (3)$$

EFEK DILUSI

Efek dilusi terjadi ketika suatu perusahaan menerbitkan saham baru, yang mengakibatkan pengurangan persentase kepemilikan pemegang saham yang sudah ada. Hal ini sering terjadi ketika perusahaan membutuhkan modal tambahan untuk pertumbuhan atau untuk membayar hutang. Penerbitan OSK dapat mengakibatkan harga saham menjadi lebih rendah karena investor lama tidak berpartisipasi dalam pembelian atau penerbitan saham baru, yang menyebabkan penambahan jumlah saham yang beredar tanpa peningkatan nilai perusahaan. Selain itu, diasumsikan bahwa tidak ada OSK yang dieksekusi secara bersamaan, karena setiap OSK hanya mewakili kepemilikan ekuitas satu lembar saham dalam perusahaan tersebut.

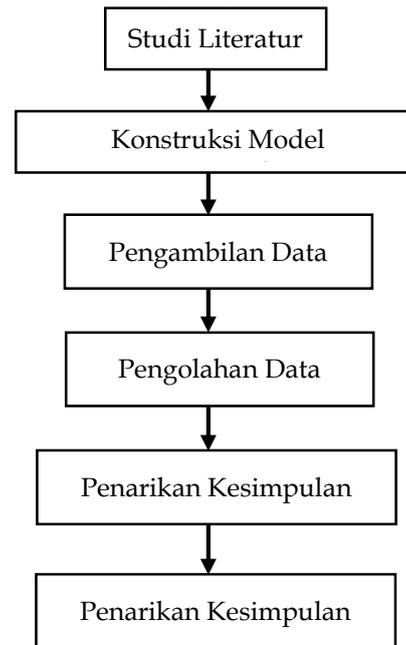
$$\frac{S_{j,i}\omega + K\theta}{\omega + \theta} \quad (4)$$

Dimana, θ merupakan jumlah OSK yang dikeluarkan, ω merupakan jumlah saham yang beredar, $S_{j,i}$ merupakan harga saham saat ke-i dan ke-j, dan K merupakan harga strike OSK (Liao & Lyuu, 2009).

METODE

Penelitian ini merupakan penelitian teoritis yang menggunakan studi kepustakaan sebagai sumber referensi. Selain itu, penelitian ini akan melibatkan simulasi perangkat lunak dalam komputasi matematika. Simulasi perangkat lunak digunakan untuk menerapkan model matematika sesuai dengan situasi nyata atau kasus tertentu. Literatur yang digunakan dalam penelitian ini mencakup sumber-sumber yang terkait dengan OSK, Model B-S, dan

efek dilusi. Sumber-sumber tersebut dapat berupa jurnal, artikel ilmiah, tesis, dan buku.



Populasi dan sampel penelitian ini dilakukan pada perusahaan PT. Bank Negara Indonesia TBK (BBNI.JK), dengan teknik pengumpulan data berupa harga saham salah satu perusahaan yang terdaftar di Bursa Efek Indonesia dan data volatilitas saham, kemudian adapun data parameter lainnya seperti tingkat bunga bebas risiko, harga pelaksanaan, Employee Exit Rate, serta Vesting Time yang diperoleh dari penelitian terdahulu.

Teknik analisis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah analitik dengan menginput nilai parameter ke dalam model matematika OSK dengan simulasi perangkat lunak pada komputasi matematika. Komputasi matematika memiliki keunggulan dalam hal perhitungan matematis kompleks dengan cepat dan akurat, serta kemampuannya dalam mengatasi perhitungan yang rumit dan memerlukan waktu yang lama apabila dikerjakan secara manual.

HASIL DAN PEMBAHASAN

MODEL OSK MENGGUNAKAN PERSAMAAN DIFERENSIAL B-S

Dalam membentuk model OSK, terdapat beberapa fitur dalam penentuan harga OSK, yakni:

1. OSK mengenal adanya masa tunggu (*vesting time*) yang bertujuan untuk menahan karyawan yang telah menerima opsi agar

tidak meninggalkan perusahaan sebelum masa tunggu berakhir.

- OSK tidak boleh diperjual belikan oleh pemilik opsi. Hal ini bertujuan agar pemilik opsi tidak menjual opsi kepada orang lain apabila ia mengundurkan diri dari perusahaan.

Persamaan diferensial yang menggambarkan harga OSK setelah *vesting period* adalah sebagai berikut.

$$\frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS \frac{\partial V}{\partial S} - (\lambda + r)V = 0 \quad (5)$$

Karena persamaan ini adalah persamaan diferensial tak homogen. Maka perlu dicari terlebih dahulu bentuk PD homogen nya sebagai berikut.

$$\begin{aligned} V &= S^\kappa \\ \frac{dV}{dS} &= \kappa S^{\kappa-1} \\ \frac{d^2V}{dS^2} &= \kappa(\kappa - 1)S^{\kappa-2} \end{aligned}$$

Substitusi ke bentuk tersebut ke persamaan (5) sehingga diperoleh:

$$S^\kappa \left[\frac{1}{2} \sigma^2 \kappa^2 + \left(-\frac{1}{2} \sigma^2 + r \right) \kappa - (\lambda + r) \right] = 0 \quad (6)$$

Bentuk $\left[\frac{1}{2} \sigma^2 \kappa^2 + \left(-\frac{1}{2} \sigma^2 + r \right) \kappa - (\lambda + r) \right] = 0$ merupakan bentuk persamaan kuadrat sehingga dapat dicari nilai parameter κ , sebagai berikut:

$$a = \frac{1}{2} \sigma^2, \quad b = -\frac{1}{2} \sigma^2 + r, \quad c = -(\lambda + r)$$

Sehingga

$$\kappa_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\kappa_{1,2} = \frac{-\left(-\frac{1}{2} \sigma^2 + r\right) \pm \sqrt{\left(-\frac{1}{2} \sigma^2 + r\right)^2 - 4\left(\frac{1}{2} \sigma^2\right)\left(-(\lambda + r)\right)}}{2\left(\frac{1}{2} \sigma^2\right)}$$

$$\kappa_{1,2} = \frac{\left(\frac{1}{2} \sigma^2 + r\right) \pm \sqrt{\left(-\frac{1}{2} \sigma^2 + r\right)^2 + (2 \sigma^2(\lambda + r))}}{\sigma^2}$$

Dimana

$$\kappa_1 = \frac{\left(\frac{1}{2} \sigma^2 + r\right) + \sqrt{\left(-\frac{1}{2} \sigma^2 + r\right)^2 - (2 \sigma^2(\lambda + r))}}{\sigma^2} \quad (7)$$

$$\kappa_2 = \frac{\left(\frac{1}{2} \sigma^2 + r\right) - \sqrt{\left(-\frac{1}{2} \sigma^2 + r\right)^2 - (2 \sigma^2(\lambda + r))}}{\sigma^2} \quad (8)$$

MODEL PERSAMAAN DIFFERENSIAL OSK

Pada saat *vesting period*, model persamaan diferensial OSK yangmana $V(S, t; K)$ memiliki

kondisi akhir adalah $C(S; K)$, maka $V(S, t; K)$ dapat dinyatakan sebagai harga OSK saat *vesting period* adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} V(S, t; K) &= 0 + \left[b_1 K \left(\frac{S}{K} \right)^{\kappa_1} + b_2 K \left(\frac{S}{K} \right)^{\kappa_2} \right] \\ V(S, t; K) &= \left[b_1 K \left(\frac{S}{K} \right)^{\kappa_1} + b_2 K \left(\frac{S}{K} \right)^{\kappa_2} \right] \end{aligned}$$

Dengan parameter κ_1, κ_2 didefinisikan sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \kappa_1 &= \frac{\frac{1}{2} \sigma^2 - r + \sqrt{\left(\frac{1}{2} \sigma^2 - r\right)^2 + 2 \sigma^2 (r + \lambda)}}{\sigma^2} \\ \kappa_2 &= \frac{\frac{1}{2} \sigma^2 - r - \sqrt{\left(\frac{1}{2} \sigma^2 - r\right)^2 + 2 \sigma^2 (r + \lambda)}}{\sigma^2} \end{aligned}$$

Pada parameter b_1 dan b_2 menurut (Artiono, 2009) dapat dirumuskan sebagai berikut.

$$b_1 = \frac{h - \rho_H D \kappa_2 + \frac{r \kappa_2}{\lambda + r} - \frac{\lambda h}{\lambda + q} - \frac{q h \kappa_2}{\lambda + q} + \frac{\lambda h^{\kappa_1}}{\lambda + q} - \frac{\lambda(r - q) \kappa_2 h^{\kappa_1}}{(\lambda + q)(\lambda + r)}}{h^{\kappa_1}(\kappa_1 - \kappa_2)}$$

$$b_2 = \frac{h - \rho_H D \kappa_1 + \frac{r \kappa_1}{\lambda + r} - \frac{\lambda h}{\lambda + q} - \frac{q h \kappa_1}{\lambda + q} + \frac{\lambda h^{\kappa_2}}{\lambda + q} - \frac{\lambda(r - q) \kappa_2 h^{\kappa_2}}{(\lambda + q)(\lambda + r)}}{h^{\kappa_2}(\kappa_2 - \kappa_1)}$$

Dimana $\rho_H D$ merupakan fitur reset dan reload yang tidak digunakan dalam penelitian ini sehingga bisa dianggap 0. Parameter h merupakan parameter exercise boundaries yang juga tidak digunakan dalam penelitian ini sehingga nilai h dapat dianggap T. Parameter q merupakan deviden yang juga tidak digunakan dalam penelitian ini sehingga nilai $q = 0$. Sehingga parameter b_2 dan b_1 dapat ditulis sebagai berikut.

$$b_2 = \frac{h - \rho_H D \kappa_1 + \frac{r \kappa_1}{\lambda + r} - \frac{\lambda h}{\lambda + q} - \frac{q h \kappa_1}{\lambda + q} + \frac{\lambda h^{\kappa_2}}{\lambda + q} - \frac{\lambda(r - q) \kappa_2 h^{\kappa_2}}{(\lambda + q)(\lambda + r)}}{h^{\kappa_2}(\kappa_2 - \kappa_1)}$$

$$b_2 = \frac{1 - 0 + \frac{r \kappa_1}{\lambda + r} - \frac{\lambda(1)}{\lambda + 0} - \frac{(0) h \kappa_1}{\lambda + 0} + \frac{\lambda(1^{\kappa_2})}{\lambda + 0} - \frac{\lambda(r - 0) \kappa_2 (1^{\kappa_2})}{(\lambda + 0)(\lambda + r)}}{1^{\kappa_2}(\kappa_2 - \kappa_1)}$$

$$b_2 = \frac{1 + \frac{r \kappa_1}{\lambda + r} - 1 + 1 - \frac{(r) \kappa_2}{(\lambda + r)}}{(\kappa_2 - \kappa_1)}$$

$$b_2 = \frac{1}{(\kappa_2 - \kappa_1)}$$

$$b_2 = -\frac{1}{\kappa_1 - \kappa_2}$$

Dan untuk parameter b_1 berlaku:

$$b_1 = \frac{h - \rho_H D \kappa_2 + \frac{r \kappa_2}{\lambda + r} - \frac{\lambda h}{\lambda + q} - \frac{q h \kappa_2}{\lambda + q} + \frac{\lambda h^{\kappa_1}}{\lambda + q} - \frac{\lambda(r - q) \kappa_2 h^{\kappa_1}}{(\lambda + q)(\lambda + r)}}{h^{\kappa_1}(\kappa_1 - \kappa_2)}$$

$$b_1 = \frac{1 - 0 + \frac{r\kappa_2}{\lambda + r} - \frac{\lambda(1)}{\lambda + 0} - \frac{0h\kappa_2}{\lambda + 0} + \frac{\lambda 1^{\kappa_1}}{\lambda + 0} - \frac{\lambda(r - 0)\kappa_2 1^{\kappa_1}}{(\lambda + 0)(\lambda + r)}}{1^{\kappa_1}(\kappa_1 - \kappa_2)}$$

$$b_1 = \frac{1 + \frac{r\kappa_2}{\lambda + r} - 1 + 1 - \frac{(r)\kappa_2}{(\lambda + r)}}{(\kappa_1 - \kappa_2)}$$

$$b_1 = \frac{1}{(\kappa_1 - \kappa_2)}$$

Karena memperhatikan efek dilusi maka harga saham yang terdilusi dimodelkan sebagai berikut.

$$S^* = \frac{S\omega + K\theta}{\omega + \theta}$$

Dengan

S^* = harga saham terdilusi

$S\omega$ = harga saham yang beredar sebelum opsi diexercise

$K\theta$ = harga saham dari OSK yang diexercise (Liao & Lyuu, 2009)

Sehingga nilai OSK pada saham terdilusi dapat dituliskan sebagai berikut.

$$V(S^*, t; K) = \left[b_1 K \left(\frac{S^*}{K} \right)^{\kappa_1} + b_2 K \left(\frac{S^*}{K} \right)^{\kappa_2} \right] \quad (8)$$

PENENTUAN HARGA OSK

Data yang digunakan bersumber dari *Yahoo! Finance* <http://finance.yahoo.com> berjumlah 248 data *close price* dengan periode waktu 30 Mei 2022 sampai dengan 30 Mei 2023. Selanjutnya dilakukan pengolahan data sehingga diperoleh parameter-parameter yang diperlukan yakni sebagai berikut.

Tabel 1. Data Nilai Parameter

No	Keterangan	Nilai
1	Harga Saham Awal (S_0)	9050
2	Harga Kesepakatan (K)	4982
3	Suku Bunga Bebas Resiko (r)	0,0575
4	Volatilitas (σ)	0,2384
5	Banyak Saham yang beredar (ω)	18.462.169.893
6	Durasi OSK (T)	3
7	Exit Rate (λ)	0,01
8	Banyak OSK dari perusahaan (θ)	35.349.718

Dari data-data tersebut akan ditentukan harga OSK dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Perhitungan nilai parameter k_1 dan k_2

Parameter k_1

$$\kappa_1 = \frac{\frac{1}{2}\sigma^2 - r + \sqrt{\left(\frac{1}{2}\sigma^2 - r\right)^2 + 2\sigma^2(r + \lambda)}}{\sigma^2}$$

$$\kappa_1 = \frac{-0.0291 + 0.0922}{0.0568}$$

$$\kappa_1 = 1.1122$$

Parameter k_2

$$\kappa_2 = \frac{\frac{1}{2}\sigma^2 - r - \sqrt{\left(\frac{1}{2}\sigma^2 - r\right)^2 + 2\sigma^2(r + \lambda)}}{\sigma^2}$$

$$\kappa_2 = \frac{-0.0291 - 0.0922}{0.0568}$$

$$\kappa_2 = -2.1356$$

2. Perhitungan nilai parameter b_1 dan b_2

Parameter b_1

$$b_1 = \frac{1}{\kappa_1 - \kappa_2} = 0.30789$$

Parameter b_2

$$b_2 = -\frac{1}{\kappa_1 - \kappa_2} = -0.30789$$

3. Mensubstitusikan persamaan-persamaan tersebut

$$V(S, t; K) = \left[b_1 K \left(\frac{S}{K} \right)^{\kappa_1} + b_2 K \left(\frac{S}{K} \right)^{\kappa_2} \right]$$

dengan meng-input kan nilai parameter diperoleh nilai OSK sebagai berikut:

$$V(S, t; K) = 2550.807$$

4. Nilai OSK ketika saham terdilusi

Nilai saham terdilusi:

$$S^* = 9042.2258$$

Maka diperoleh nilai OSK sebagai berikut:

$$V(S^*, t; K) = \left[b_1 K \left(\frac{S^*}{K} \right)^{\kappa_1} + b_2 K \left(\frac{S^*}{K} \right)^{\kappa_2} \right]$$

dengan meng-input kan nilai parameter dan nilai saham terdilusi diperoleh nilai OSK sebagai berikut:

$$V(S^*, t; K) = 2547.17$$

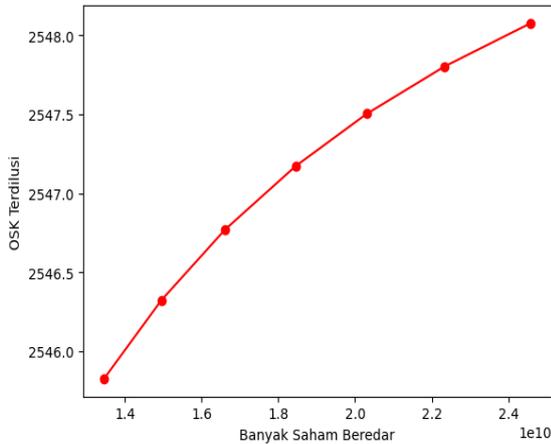
Setelah dilakukan perhitungan beberapa parameter tersebut, untuk memuaskan hasil penelitian dilakukan uji pengaruh perubahan parameter menggunakan *software python*. Hasil yang diperoleh adalah sebagai berikut.

Pengaruh Banyak Saham beredar (ω) terhadap OSK yang terdilusi:

Tabel 2. Pengaruh banyak saham beredar terhadap OSK

	S	K	r	Sigma	Omega	Tetha	Lamda	S*	OSK Terdilusi
0	9050	4982	0.0575	0.2384	13458923800	35349718	0.01	9039.343431	2545.825351
1	9050	4982	0.0575	0.2384	14954359800	35349718	0.01	9040.406575	2546.322530
2	9050	4982	0.0575	0.2384	16615955290	35349718	0.01	9041.363881	2546.770184
3	9050	4982	0.0575	0.2384	18462169893	35349718	0.01	9042.225841	2547.173228
4	9050	4982	0.0575	0.2384	20308386900	35349718	0.01	9042.931355	2547.503103
5	9050	4982	0.0575	0.2384	22339225600	35349718	0.01	9043.572944	2547.803076
6	9050	4982	0.0575	0.2384	24573148160	35349718	0.01	9044.156382	2548.075849

Berdasarkan data tersebut, diperoleh plot sebagai berikut.



Gambar 2. Pengaruh nilai banyak saham beredar terhadap OSK

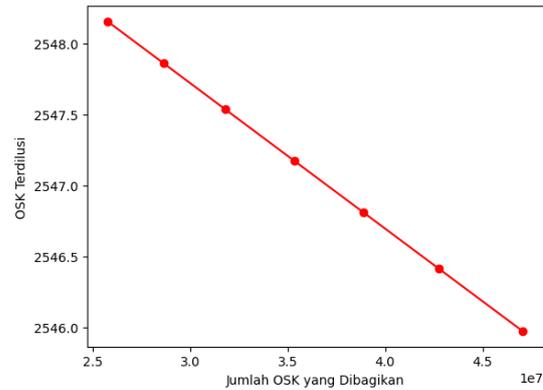
Pada Gambar 2. merepresentasikan nilai banyaknya saham yang beredar (ω) terhadap harga OSK yang terdilusi. Dari hasil grafik tersebut diperoleh bahwa semakin banyak saham yang beredar (ω) maka semakin besar pula harga OSK yang didapatkan.

Disamping itu, untuk pengaruh jumlah OSK yang dibagikan (θ) terhadap OSK terdilusi sebagai berikut.

Tabel 3. Pengaruh jumlah OSK yang dibagikan (θ) terhadap OSK

	S	K	r	Sigma	Omega	Tetha	Lamda	S*	OSK Terdilusi
0	9050	4982	0.0575	0.2384	18462169893	25769943	0.01	9044.329702	2548.156879
1	9050	4982	0.0575	0.2384	18462169893	28633271	0.01	9043.700644	2547.862780
2	9050	4982	0.0575	0.2384	18462169893	31814746	0.01	9043.001920	2547.536096
3	9050	4982	0.0575	0.2384	18462169893	35349718	0.01	9042.225841	2547.173228
4	9050	4982	0.0575	0.2384	18462169893	38884689	0.01	9041.450060	2546.810481
5	9050	4982	0.0575	0.2384	18462169893	42773157	0.01	9040.597042	2546.411598
6	9050	4982	0.0575	0.2384	18462169893	47050472	0.01	9039.659137	2545.972994

Berdasarkan data tersebut, diperoleh plot sebagai berikut.



Gambar 3. Pengaruh jumlah OSK yang dibagikan (θ) terhadap OSK

Pada Gambar 3. merepresentasikan pengaruh jumlah OSK yang dibagikan (θ) terhadap OSK terdilusi. Dari hasil grafik tersebut diperoleh bahwa semakin banyak jumlah OSK yang dibagikan (θ) maka semakin kecil harga OSK yang didapatkan.

**PENUTUP
SIMPULAN**

Kesimpulan dari penelitian ini akan menjadi jawaban dari pertanyaan penelitian. Oleh sebab itu kesimpulan akan dibagi menjadi 2 bagian sesuai dengan pertanyaan penelitian.

1. Model matematika OSK dengan persamaan diferensial Black Scholes ditentukan dengan metode Discounted Feynman Kac Theorem dengan langkah-langkah sebagai berikut.

- a. Menentukan *martingale*

Berdasarkan penelitian diketahui bahwa $e^{-(\lambda+r)t}V(d, S; K)$ adalah martingale.

- b. Melakukan diferensial yakni

$$d\left(e^{-(\lambda+r)t}V(t, S; K)\right) = e^{-(\lambda+r)t} \left[-(\lambda+r)Vdt + \left(\left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial V}{\partial S^2} rS + \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \right) \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial V}{\partial S} \sigma S dZ e^{-(\lambda+r)t} \right]$$

- c. Karena $e^{-(\lambda+r)t}V(t, S; K)$ adalah martingale maka ∂t (drift) sama dengan nol, sehingga diperoleh persamaan diferensial yang berbentuk

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS \frac{\partial V}{\partial S} - (\lambda+r)V = 0$$

2. Solusi dari persamaan diferensial model OSK adalah sebagai berikut.

$$V(S, t; K) = \left[b_1 K \left(\frac{S}{K} \right)^{\kappa_1} + b_2 K \left(\frac{S}{K} \right)^{\kappa_2} \right]$$

dengan

$$\kappa_1 = \frac{\frac{1}{2}\sigma^2 - r + \sqrt{\left(\frac{1}{2}\sigma^2 - r\right)^2 + 2\sigma^2(r + \lambda)}}{\sigma^2}$$

$$\kappa_2 = \frac{\frac{1}{2}\sigma^2 - r - \sqrt{\left(\frac{1}{2}\sigma^2 - r\right)^2 + 2\sigma^2(r + \lambda)}}{\sigma^2}$$

$$b_1 = \frac{1}{\kappa_1 - \kappa_2}$$

$$b_2 = -\frac{1}{\kappa_1 - \kappa_2}$$

Karena memperhatikan efek dilusi maka harga saham yang terdilusi dimodelkan sebagai berikut.

$$S^* = \frac{S\omega + K\theta}{\omega + \theta}$$

Sehingga nilai OSK pada saham terdilusi dapat dituliskan sebagai berikut.

$$V(S^*, t; K) = \left[b_1 K \left(\frac{S^*}{K}\right)^{\kappa_1} + b_2 K \left(\frac{S^*}{K}\right)^{\kappa_2} \right]$$

3. Pengaruh parameter ω dan θ bersifat linear pada nilai opsi. Adapun pengaruh tersebut adalah sebagai berikut.
 - (a) Semakin banyak jumlah saham yang beredar maka semakin tinggi nilai OSK terdilusi.
 - (b) Semakin banyak OSK yang beredar maka semakin rendah nilai dari opsi saham tersebut.

SARAN

Adapun penelitian ini memerlukan pengembangan. Oleh sebab itu penulis menyarankan beberapa pertimbangan untuk penelitian lebih lanjut yakni dengan menggunakan metode lain untuk menganalisis nilai saham OSK dan dapat dibandingkan hasilnya dengan hasil dari penelitian ini. Menambahkan parameter atau variabel lainnya yang mempengaruhi OSK seperti adanya kemungkinan reprice, reload, dan lain sebagainya.

DAFTAR PUSTAKA

Andriansyah, A. (2004). The analytical solutions of european options on shares. *Jurnal Akuntansi dan Keuangan Universitas Kristen Petra*, 6 (2).

Artiono, R. (2009). Penentuan harga opsi saham karyawan model verr (vesting period,).

Borell, C. (2014). *Introduction to the Black-Scholes Theory*. Jerman: Goteborgs universitet, 1st ed.

Fabozzi, F. d. (2003). *Financial Management and Analysis*. Frank J. New-York: Wiley.

Fitri, A., & Suherman, S. (2020). Penentuan nilsi opsi

saham karyawan (osk) dengan memperhitungkan efek dilusi dengan menggunakan metode black-scholes. *Journal of Mathematics UNP*.

Hariyani, I. d. (2010). *Buku Pintar Hukum Bisnis Pasar Modal*. Transmedia Pustaka.

Kwan, C. (2019). Solving the black-scholes partial differential equation via the solution method for a one dimensional hent equation : a pedagogic approach with a. *McMaster University*.

Moore, L., & Juh, S. (2006). Derivative pricing 60 years before black-scholes: Evidence from the johannesburg stock exchange. *The Journal of Finance*.

Seleky, J. S., Nugrahani, E. H., & Purnaba, I. G. (2012). Opsi barrier saham tipe up-and-out call di bursa efek indonesia. *Jurnal Matematika dan Aplikasinya*.

Smith, C. W., & Zimmerman, J. L. (1976). Valuing employee stock option plans using option pricing models. *Journal of Accounting Research*.

Sofiyati, N., Pratama, D., & Kartika, D. L. (2022). Penentuan nilai opsi saham karyawan (OSK) dengan metode binomial enhanced american. *Jurnal Sains Matematika: Jakarta*.