

ANALISIS SENSITIVITAS SOLUSI OPTIMAL PADA INTEGER LINEAR PROGRAMMING DI PERUSAHAAN ROTI LYLY BAKERY LAMONGAN

Dinah Roidah Khoirunnisa

Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya

e-mail: dinah.19029@mhs.unesa.ac.id

Yuliani Puji Astuti

Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya

Penulis Korespondensi: yulianipuji@unesa.ac.id

Abstrak

Perusahaan Lyly Bakery adalah salah satu perusahaan produksi dan pemasaran berbagai jenis roti di Kabupaten Lamongan. Adapun masalah yang dihadapi yaitu dengan tingkat persaingan yang tinggi, perusahaan belum memiliki perhitungan atau rancangan untuk jumlah produk yang harus diproduksi dengan mengestimasi ketersediaan bahan baku yang ada agar memperoleh keuntungan maksimum. Metode yang digunakan dalam penelitian ini yaitu metode *Branch And bound* yang dilanjutkan dengan melakukan analisis sensitivitas terhadap fungsi tujuan dan ruas kanan pembatas untuk mengetahui batas toleransi mengenai perubahan yang terjadi agar solusi tetap optimal. Metode *Branch and Bound* merupakan pendekatan yang paling efektif dalam menyelesaikan permasalahan *integer linear programming* dibanding dengan metode lainnya. Solusi optimal yang diperoleh yaitu perusahaan Lyly Bakery Lamongan memproduksi untuk donat 900 buah, 180 buah *pastry croissant*, 115 *puff pastry*, 125 buah tawar, 130 buah roti ban, 75 buah *cupcake*, 970 buah bolu *slice*, 130 buah *soes*, 160 buah *brownies*, 60 buah *pudding*, 80 buah *muffin*, 35 buah *tart*, 900 *bakery* kecil, dan 1259 buah *bakery* besar dengan keuntungan yang diperoleh yaitu Rp.19.558.180. Hasil analisis sensitivitas menunjukkan bahwa keuntungan akan tetap maksimum dengan jumlah produksi akan tetap optimal apabila perubahan koefisien fungsi tujuan dan ruas kanan tetap berada pada interval yang telah didapatkan melalui perhitungan dengan bantuan *software QM for Windows V5*. Salah satu hasil analisis sensitivitas produk donut memiliki batas ditolerir batas atas untuk perubahan fungsi tujuan yaitu Rp.1082 dan batas bawah Rp1.016 serta hasil analisis sensitivitas terhadap ruas kanan untuk kapasitas tepung terigu memiliki batas bawah 224.651,5 gram dan batas atas 233.370,2 gram.

Kata Kunci: *Integer Linear Programming, Branch and Bound, Analisis Sensitivitas, Optimal*

Abstract

Lyly Bakery Company is a production and marketing company various kinds of bread in Lamongan Regency. As for the problem faced, it is with a high level of competition, the company does not yet have a calculation or a design for the number of products to be produced by estimating the availability of existing raw materials in order to gain maximum profit. The method used in this study is the Branch And bound method which is used to determine the number of branches in the brain continued by analyzing the sensitivity of the destination function and the right-hand side of the constraint to determine the tolerance limits of the changes happens to keep the solution optimal. The Branch and Bound method is an approach most effective in solving integer linear programming problems compared to other methods. The optimal solution is the company Lyly Bakery Lamongan produces 900 doughnuts, 180 pastries, and a total of 100 pastries croissant, 115 puff pastry, 125 pieces of fresh, 130 pieces of tire bread, 75 cupcakes, 970 pieces bolus slice, 130 soes, 160 brownies, 60 puddings, 80 muffins, 35 pieces, there were 900 small bakeries, and 1259 large bakeries with profits That's Rp.19,558,180. The sensitivity analysis shows that the gain will remain maximum with the production amount will remain optimal if the change in the coefficient of the objective function and the right-hand side remains at the interval that has been obtained by calculation with the help of the QM for Windows V5 software. One of the results of the Donut product sensitivity analysis has a tolerable upper limit for the change in objective function which is Rp.1082 and an lower limit of Rp1.016 and a right-hand sensitivity analysis for flour capacity has a lower limit of 224,651.5 grams and an upper limit of 233,370,2grams.

Keywords: *Integer Linear Programming, Branch and Bound, Sensitivity Analysis, Optimal*

PENDAHULUAN

Pengertian perusahaan menurut UU No.3 Tahun 1982 meliputi bentuk usaha (*company*) dan sekaligus jenis usaha (*business*). Perusahaan melakukan kegiatan produksi secara terus-menerus. Untuk menunjang kegiatan produksi terdapat beberapa sarana produksi, diantaranya yaitu bahan baku, tenaga kerja, dan lain sebagainya. Pertumbuhan industri makanan khususnya industri roti semakin luas. Macam-macam roti yang menawarkan rasa yang berbeda dan bentuk yang menarik. Pengusaha dari tingkat bisnis waralaba hingga usaha mikro kecil banyak bermunculan di untuk memberikan layanan produk terbaik mereka terhadap masyarakat (Kusnedi, 2021).

Tingkat persaingan yang tinggi antar pengusaha dalam menjalankan suatu usahanya. Hal ini membuat pengusaha harus dapat merumuskan strategi yang tepat agar usaha mereka tetap beroperasi dengan baik dan lancar. Lyly Bakery adalah salah satu perusahaan yang bergerak di bidang industri makanan khususnya roti di Lamongan. Terdapat beberapa kendala yang dialami dari pihak Lyly Bakery Lamongan adalah belum adanya perhitungan atau rancangan untuk jumlah produk yang harus diproduksi setiap hari untuk memperoleh keuntungan maksimal dan jumlah bahan baku yang dapat disesuaikan. Setiap perusahaan berusaha untuk mencapai kondisi yang optimal dengan memaksimalkan keuntungan (maksimalisasi) atau meminimalkan (minimalisasi) biaya yang dikeluarkan.

Pemrograman linier adalah metode penyelesaian dalam matematika yang memiliki fungsi tujuan harus dimaksimalkan atau diminimalkan dalam batas-batas sumber daya yang tersedia (Andawei, 2014). Pemrograman linier dapat diselesaikan dengan berbagai cara, diantaranya dengan metode grafik dan metode simpleks. Untuk metode simpleks bisa digunakan apabila memiliki variabel dan kendalanya banyak (Yalçinsoy et al., 2014).

Integer linear programming adalah salah satu cara yang paling efektif untuk mengatasi masalah optimasi (Lancia & Serafini, 2017). Pada *integer linear programming* terdapat beberapa cara untuk menyelesaikan permasalahan guna memperoleh solusi *integer* yaitu metode *cutting plane* dan *branch and bound*. Metode *branch and bound* umumnya

dianggap sebagai pendekatan yang lebih efektif dibanding dengan metode *cutting plane* dalam menyelesaikan permasalahan *integer linear programming* (Sarker & Newton, 2007). Oleh karena itu, pada penelitian ini dalam menyelesaikan permasalahan optimasi, peneliti menggunakan metode *branch and bound*.

Setelah menyelesaikan permasalahan optimasi dengan metode metode *branch and bound*, untuk menghindari perhitungan ulang akibat yang kemungkinan- kemungkinan terjadi akibat perubahan koefisien fungsi tujuan dan konstanta ruas kanan pada model pemrograman linier yang telah memperoleh hasil yang optimal, maka perlu adanya analisis sensitivitas. Analisis sensitivitas merupakan analisis untuk melihat seberapa besar perubahan dapat ditolerir sebelum solusi optimal kehilangan optimalitasnya (Hidayah & Juniati, 2019).

Dalam penelitian ini bertujuan yaitu untuk mengetahui solusi optimal dan kemudian dilanjutkan dengan Analisa sensitivitas pada *integer linear programming* dalam masalah produksi di perusahaan Lyly Bakery Lamongan.

BATASAN MASALAH

Untuk menghindari pelebaran pokok masalah selama penelitian, peneliti menentukan batasan masalah yaitu:

1. Metode yang digunakan yaitu metode *branch and bound* dan perhitungan analisis sensitivitas menggunakan bantuan *software QM For Windows*.
2. Objek yang diteliti yaitu donat, *pastry croissant*, *puff pastry*, tawar, ban, *cupcake*, bolu *slice*, *soes*, *brownies*, *pudding*, *muffin*, *tart*, *koran mini cake*, *dessert box*, *bakery kecil*, *bakery besar*.
3. Bahan baku yang digunakan yaitu tepung terigu, ragi, margarin, telur, gula, susu bubuk, *cake emulsi*, garam, susu cair, bubuk agar-agar.

ASUMSI PENELITIAN

Adapun asumsi dari penelitian ini adalah:

1. Biaya tenaga kerja untuk toko roti sebesar 20-30% berdasarkan tingkat kesulitan menurut (Hegarty, 2022).
2. Harga jual donat, *pastry croissant*, *puff pastry*, tawar, ban, *cupcake*, bolu *slice*, *soes*, *brownies*, *pudding*, *muffin*, *tart*, *dessert box*, *bakery* kecil, *bakery* besar diperoleh dari rata-rata jumlah harga jenis produk pada setiap kelompoknya
3. Pelaku usaha memproduksi dengan jumlah yang sama setiap harinya pada setiap jenis roti.
4. Jumlah produk yang diproduksi sama dengan jumlah produk yang terjual

KAJIAN TEORI

PEMROGRAMAN LINIER

Pemrograman linear adalah teknik matematis yang digunakan untuk memecahkan masalah dalam kehidupan nyata guna memperoleh solusi optimal atau untuk menghitung nilai terbaik dalam konteks atau situasi tertentu (Bhattarai, 2018). Model formulasi dalam pemrograman linear memiliki beberapa unsur utama sebagai berikut (Rafflesia, 2018):

a. Variabel keputusan

Variabel keputusan adalah variabel yang dapat menentukan keputusan yang dibuat untuk sampai pada solusi optimal.

b. Fungsi tujuan

Fungsi tujuan adalah fungsi yang menjelaskan tujuan dan sasaran dalam masalah program linier yang terkait dengan menggunakan sumber daya yang optimal untuk mendapatkan keuntungan maksimal atau penggunaan biaya minimum.

c. Fungsi kendala

Fungsi kendala/pembatas adalah rumusan terhadap suatu kendala untuk mencapai tujuan yang telah dirumuskan sebelumnya.

d. Batasan variabel

Batasan variabel adalah gambaran mengenai wilayah variabel. Banyaknya sumber daya yang tidak boleh bernilai negatif.

$$x_{mn} \geq 0; \text{ untuk } m = 1, 2, \dots, m \text{ dan } n = 1, 2, \dots, n$$

Bentuk umum yang mempresentasikan permasalahan pemrograman linear atau *linear*

programming sebagai berikut (Ravindran et al., 1987):

Memaksimalkan/meminimumkan:

$$Z = c_1x_1 + \dots + c_jx_j \quad (1)$$

Dengan kendala:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1j}x_j &\leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2j}x_j &\leq b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3j}x_j &\leq b_3 \\ a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + a_{i3}x_3 + \dots + a_{ij}x_j &\leq b_j \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_i \geq 0 \\ b_1 \geq 0, b_2 \geq 0, \dots, b_j \geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Keterangan:

Z : Fungsi tujuan yang dicari nilai optimalnya.

c_j : Koefisien fungsi tujuan.

x_j : Variabel keputusan.

a_{ij} : Koefisien Fungsi Kendala.

b_i : Nilai ruas kanan.

METODE SIMPLEKS

Metode Simpleks adalah suatu prosedur yang tepat dalam memecahkan masalah program linier yang dikembangkan oleh George B. Dantzig pada tahun 1947 (Syahputra, 2015). Metode simpleks adalah suatu mode yang sistematis dimulai dari suatu penyelesaian dasar yang feasible ke penyelesaian dasarfeasible lainnya yang dilakukan berulang-ulang (iteratif) sehingga tercapai tujuan yaitu penyelesaian optimum.

Berikut langkah - langkah penyelesaian pemrograman linier dengan metode simpleks:

1. Mengkonversikan masalah pemrograman linier dengan kendala menjadi bentuk kanonik.
2. Penyusunan persamaan pada tabel.
3. Menentukan kolom kunci dengan memilih $z_j - c_j$ negative terkecil.
4. Menentukan baris kunci dengan mencari indeks setiap baris dan dipilih nilai indeks positif dengan angka terkecil.
5. Menentukan angka kunci dengan mencari nilai yang masuk dalam kolom kunci dan baris kunci.
6. Merubah nilai-nilai pada baris kunci dengan cara membagi dengan angka kunci.
7. Merubah nilai-nilai selain baris kunci.

8. Pada kasus memaksimumkan, tabel simpleks dinyatakan optimal apabila $z_j - c_j \geq 0$ untuk semua nilai j . Apabila tabel belum optimal maka dilakukan iterasi dengan mengulang langkah ke 3.

INTEGER LINEAR PROGRAMMING

Integer Linear Programming mengacu pada pengoptimalan terbatas dimana tujuan dan kendala merupakan persamaan linier dengan variabel bilangan bulat (Wang et al., 2015). *Integer Linear Programming* adalah suatu permasalahan dalam program linear yang memiliki semua atau sebagian variabel dimana batasannya sebagai bilangan cacah tak negatif. Dalam penyelesaian masalah *integer linear programming* diawali dengan memanfaatkan metode simpleks. Namun, hasil yang diperoleh dari metode ini mungkin tidak *integer*. Adanya kendala tersebut, para peneliti lebih memilih menggunakan cara-cara lain untuk menyelesaikan masalah tersebut. Cara pendekatan salah satunya dengan cara memecahkan model tersebut sebagai sebuah *Linear Programming* yang kontinu dan kemudian membulatkan pemecahan masalah optimal ke nilai *integer* terdekat yang layak.

Model dari program *integer* diformulasikan sebagai berikut (Angeline et al., 2014): Fungsi tujuan (Memaksimumkan):

$$Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j, \quad (4)$$

Dengan kendala:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i; \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i$$

$$x_j \geq 0; \quad x_j \text{ integer.} \quad (5)$$

Untuk $i = 1, 2, 3, \dots, m; j = 1, 2, 3, \dots, n$.

Keterangan:

Z : fungsi sasaran atau fungsi tujuan linear

x_j : variabel keputusan

c_j : koefisien fungsi tujuan

a_{ij} : koefisien kendala

b_i : nilai ruas kanan

METODE BRANCH AND BOUND

Metode *branch and bound* pertama kali diperkenalkan oleh Land dan Doig (1960). Untuk mempermudah dalam memperoleh jalan keluar optimal sinkron dengan persyaratan, metode *branch and bound* adalah salah satu dari *Integer Linear Programming* (Siswanto, 2007). Metode *branch and bound* merupakan metode global untuk menyelesaikan jalan keluar masalah optimal dari beragam persoalan optimasi (Jiao et al., 2014). Metode *branch and bound* ini membagi persoalan menjadi sub-masalah (*branching*) yang menuju ke jalan keluar dengan membangun sebuah pola pohon pencarian dan mengerjakan pembatasan (*bounding*) untuk menggapai jalan keluar yang optimal (Suryawan et al., 2016).

ANALISIS SENSITIVITAS

Tujuan utama dari analisis sensitivitas selain digunakan untuk pengecekan adalah untuk mengurangi perhitungan-perhitungan dan menghindari penghitungan ulang bila terjadi perubahan koefisien-koefisien pada model program linear setelah dicapai tahap optimal. Menurut (Bazaraa et al., 2011) analisis sensitivitas merupakan analisis untuk melihat seberapa besar perubahan dapat ditolerir sebelum solusi optimal kehilangan optimalitasnya. Perubahan tersebut dapat dikelompokkan menjadi:

1. Perubahan koefisien fungsi tujuan (c_j)
Analisis terhadap koefisien fungsi tujuan dilakukan untuk mengetahui toleransi koefisien tersebut (c_j) guna mempertahankan nilai optimum yang telah diperoleh.
2. Perubahan konstanta nilai kanan (b_i)
Perubahan konstanta nilai kanan (b_i) akan berdampak pada perubahan pada jumlah produk yang akan diproduksi, sehingga hal ini akan berdampak pada perubahan nilai fungsi tujuan. Oleh karena itu, sebelum melakukan perubahan kapasitas sumber daya, maka perlu ditentukan sejauh mana perubahan bisa diterima agar nilai Z tetap optimum.

LYLY BAKERY LAMONGAN

Menurut Eddy Kustoni selaku manager HRD *Public Relation* perusahaan Lyly Bakery, perusahaan ini bermula dari sebuah *home industry* yang dirintis oleh Liliek Chusnaeni pada tahun 1990. Pada tahun 2011, perusahaan ini tergolong dalam skala industri menengah dan telah memiliki izin usaha dari pemerintah dengan Nomor PIRT 206352201058. Departemen Kesehatan memberikan pengesahannya pada Lyly Bakery dengan Nomor 570.10/KU II/1996 dan departemen Perindustrian dengan Nomor SP:124/13-16/99. Lyly Bakery Lamongan memiliki beberapa cabang. Dimana sistem dari masing masing cabang tersebut memperoleh produk yang disuplay oleh Lyly Bakery pusat Lamongan. Cabang Lyly Bakery Lamongan yang mendapatkan *suplay* tersebut yaitu Lyly Bakery Blimbing, Lyly Bakery Karanggeneng, Lyly Bakery Sekaran, Lyly Bakery Blawi, Lyly Bakery Duduk, Lyly Bakery Balongpanggung, Lyly Bakery Cerme, Lyly Bakery Benowo.

Di Lyly bakery terdapat cukup banyak jenis roti. Namun dari jumlah jenis roti yang ada di perusahaan Lyly Bakery Lamongan di kelompokkan menjadi 15 kelompok. Pengelompokan tersebut berdasarkan bahan-bahan base roti. Jenis roti tersebut adalah donat, *pastry croissant*, *puff pastry*, tawar, ban, *cupcake*, bolu *slice*, *soes*, *brownies*, *pudding*, *muffin*, *tart*, *koran mini cake*, *dessert box*, *bakery kecil*, *bakery besar*.

METODOLOGI PENELITIAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data primer yang diperoleh dalam proses penelitian dengan pengambilan data langsung ke perusahaan Lyly Bakery Lamongan di Jl. Sunan Drajar No.67 Sidoharjo Lamongan. Pengumpulan data dilakukan melalui wawancara dengan pihak Lyly Bakery Lamongan. Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif dengan metode deskriptif. Metode deskriptif guna membahas mengenai implementasi *integer linear programming* serta analisis sensitivitas dalam menyelesaikan permasalahan yang ada.

Tahapan pelaksanaan penelitian serta analisis data sebagai berikut:

1. Langkah pertama adalah identifikasi masalah. Melalui wawancara dengan salah satu narasumber Lyly Bakery Lamongan memiliki Kendala yaitu belum adanya perhitungan mengenai banyaknya jumlah produksi setiap hari nya untuk mendapatkan keuntungan maksimal.
2. Langkah kedua yaitu mengumpulkan data. Data yang dibutuhkan yaitu data kuantitatif diantaranya jumlah persediaan bahan baku roti selama 1 hari, jumlah maksimum dan minimum produksi roti selama 1 hari, harga jual setiap jenis roti, bahan baku yang dibutuhkan setiap jenis roti, biaya operasional, biaya packaging, jumlah tenaga kerja dan waktu jam kerja.
3. Langkah ketiga yaitu menentukan asumsi dan batasan masalah agar dalam pembahasan yang dilakukan pada penelitian ini tetap sesuai tujuan awal dan tidak melebar ke hal-hal yang tidak relevan.
4. Langkah empat yaitu membuat model matematika dari data yang diperoleh dengan menentukan variabel keputusan, variabel tujuan, dan penentuan fungsi kendala.
5. Penyelesaian menggunakan metode *branch and bound* dengan menggunakan *software QM foR Windows*.
6. Dilakukannya analisis sensitivitas dengan menggunakan bantuan *Software QM for Windows*.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini merupakan pembahasan masalah optimasi produksi roti di perusahaan Lyly Baker Lamongan. Variabel keputusan pada permasalahan padapenelitian ini dibentuk berdasarkan banyaknya pengelompokan jenis produk. Jenis produk yang diproduksi dikelompokkan menjadi 15 jenis, sehingga variabel keputusan yang digunakan adalah 15 variabel Variabel keputusan pada penelitian ini sebagai berikut:

Tabel 1. Variabel keputusan penelitian

Simbol	Keterangan
x_1	Banyaknya produk jenis donat
x_2	Banyaknya produk jenis <i>pastry croissant</i>
x_3	Banyaknya produk jenis <i>puff pastry</i>
x_4	Banyaknya produk jenis tawar
x_5	Banyaknya produk jenis ban
x_6	Banyaknya produk jenis <i>cupcake</i>
x_7	Banyaknya produk jenis bolu <i>slice</i>
x_8	Banyaknya produk jenis <i>soes</i>
x_9	Banyaknya produk jenis <i>brownies</i>
x_{10}	Banyaknya produk jenis <i>pudding</i>
x_{11}	Banyaknya produk jenis <i>muffin</i>
x_{12}	Banyaknya produk jenis <i>tart</i>
x_{13}	Banyaknya produk jenis <i>dessert box</i>
x_{14}	Banyaknya produk jenis <i>bakery kecil</i>
x_{15}	Banyaknya produk jenis <i>bakery besar</i>

Koefisien fungsi tujuan dari permasalahan penelitian ini merupakan keuntungan dari setiap jenis produk yang sudah dikelompokan. Nilai keuntungan diperoleh dari selisih dari harga jual dengan biaya tenaga kerja, biaya bahan baku, biaya *packaging*, dan biaya operasional setiap roti yang diproduksi. Berikut tabel fungsi tujuan penelitian

Tabel 2. Keuntungan Setiap Produk Lyly Bakery Lamongan

Simbol	Keuntungan (Rupiah)
x_1	1024
x_2	2628
x_3	2644
x_4	2826
x_5	9346
x_6	7820
x_7	2813
x_8	3362
x_9	2285
x_{10}	6330
x_{11}	1509
x_{12}	23681
x_{13}	15333
x_{14}	2760
x_{15}	6213

Pada penelitian ini yang merupakan kendala adalah keterbatasan sumber daya bahan baku yang tersedia dan keterbatasan produksi setiap jenis produk dalam satu hari di perusahaan Lyly Bakery Lamongan.

Tabel 3. Keterbatasan sumber daya bahan baku setiap hari

No	Jenis Produk	Tepung Terigu (gram)	Margarin (gram)	Telur (butir)	Gula (gram)	Susu Bubuk (gram)	Ragi (gram)	<i>cake emulsifier</i> (gram)	Garam (gram)	Susu Cair (ml)	Bubuk Agar-agar (gram)
1.	Donat	30	3	1	3,5	1,5	0,6	0	0,5	0	0
2.	<i>Pastry coissant</i>	60	30	0	10	0	1	0	0,1	0	0
3.	<i>puff pastry</i>	75	6,25	0	6,25	0	0	0	0,63	0	0
4.	Tawar	250	37,5	0	25	0	3,75	0	3,75	50	0
5.	Ban	150	100	4	100	0	0	3,3	0,63	0	0
6.	<i>cupcake</i>	20	37	0,2	20	0	0,5	0	0	10	0
7.	Bolu <i>slice</i>	15	15	0,4	16,5	0	0,5	0,5	0,03	0	0
8.	<i>soes</i>	6,2	3,4	0,12	3,4	0	0	0	0,15	16	0
9.	<i>brownies</i>	80	130	4	150	0	10	0	2,5	0	0
10.	<i>pudding</i>	0	0	0	8	0	0	0	0	78	0,5
11.	<i>muffin</i>	70	15	0,5	45	6,75	2,5	0	0,63	62,5	0
12.	<i>tart</i>	125	400	3	325	65	1,25	2,5	1	0	0
13.	Dessert box	60	40	2	50	5	0	2,5	1,25	0	0
14.	<i>bakery kecil</i>	31,25	2,25	0,13	1,75	0,63	0,38	0	0,3	6,1	0
15.	<i>bakery besar</i>	50	5	1	7	1	0,6	0	0,5	13,75	0
	Stock	230.000	90000	10000	100.000	7.500	5.000	10.000	3000	48.000	64

Tabel 4. Jumlah produksi setiap hari

Jenis produk	Jumlah Minimum	Jumlah produksi Maksimum
Donat	900	1200
Pastry <i>croissant</i>	180	210
Puff <i>pastry</i>	115	140
Tawar	125	150
Ban	130	150
Cupcake	55	75
Bolu <i>slice</i>	600	900
Soes	100	130
Brownies	160	175
Pudding	45	60
Muffin	80	115
Tart	35	75
Dessert box	20	35
Bakery size kecil	900	1100
Bakery size besar	850	1000

Maka model matematika dalam optimasi produksi setiap jenis produk di Lyly Bakery Lamongan untuk fungsi tujuan dan fungsi kendala sebagai berikut:

Memaksimumkan:

$$\begin{aligned}
 Z = & 1024x_1 + 2628x_2 + 2644x_3 + 2826x_4 \\
 & + 9346x_5 + 7820x_6 + 2813x_7 \\
 & + 3362x_8 + 2285x_9 + 6330x_{10} \\
 & + 1509x_{11} + 23681x_{12} + 15333x_{13} \\
 & + 2760x_{14} + 6213x_{15}
 \end{aligned} \tag{6}$$

Dengan kendala:

- 1) $30x_1 + 60x_2 + 75x_3 + 250x_4 + 150x_5 + 20x_6 + 15x_7 + 6,2x_8 + 80x_9 + 70x_{11} + 125x_{12} + 60x_{13} + 31,25x_{14} + 50x_{15} \leq 230.000$
- 2) $3x_1 + 30x_2 + 6,25x_3 + 37,5x_4 + 100x_5 +$

- 3) $37x_6 + 15x_7 + 3,4x_8 + 130x_9 + 15x_{11} + 400x_{12} + 40x_{13} + 2,25x_{14} + 5x_{15} \leq 90.000$
- 4) $x_1 + 4x_5 + 0,2x_6 + 0,4x_7 + 0,12x_8 + 4x_9 + 0,5x_{11} + 3x_{12} + 2x_{13} + 0,13x_{14} + x_{15} \leq 10.000$
- 5) $3,5x_1 + 10x_2 + 6,25x_3 + 25x_4 + 100x_5 + 20x_6 + 16,5x_7 + 3,4x_8 + 150x_9 + 8x_{10} + 45x_{11} + 325x_{12} + 50x_{13} + 1,75x_{14} + 7x_{15} \leq 100.000$
- 6) $1,5x_1 + 6,75x_{11} + 65x_{12} + 5x_{13} + 0,63x_{14} + x_{15} \leq 7.500$
- 7) $0,6x_1 + x_2 + 3,75x_4 + 0,5x_5 + 0,5x_6 + 0,5x_7 + 10x_9 + 5x_{12} + 0,38x_{14} + 0,6x_{15} \leq 5.000$
- 8) $3,3x_5 + 0,5x_7 + 2,5x_{12} + 2,5x_{13} \leq 10.000$
- 9) $0,5x_1 + 0,1x_2 + 0,63x_3 + 3,75x_4 + 0,63x_5 + 0,03x_7 + 0,15x_8 + 2,5x_9 + 0,63x_{11} + x_{12} + 1,25x_{13} + 0,3x_{14} + 0,5x_{15} \leq 3.000$
- 10) $50x_4 + 10x_6 + 16x_8 + 78x_{10} + 62,5x_{11} + 6,1x_{12} + 13,75x_{15} \leq 48.000$
- 11) $0,5x_{10} \leq 64$
- 12) $900 \leq x_1 \leq 1200$
- 13) $180 \leq x_2 \leq 210$
- 14) $115 \leq x_3 \leq 140$
- 15) $125 \leq x_4 \leq 150$
- 16) $130 \leq x_5 \leq 150$
- 17) $55 \leq x_6 \leq 75$
- 18) $600 \leq x_7 \leq 900$
- 19) $100 \leq x_8 \leq 130$
- 20) $160 \leq x_9 \leq 175$
- 21) $45 \leq x_{10} \leq 60$
- 22) $80 \leq x_{11} \leq 115$
- 23) $35 \leq x_{12} \leq 75$
- 24) $20 \leq x_{13} \leq 35$
- 25) $900 \leq x_{14} \leq 1100$
- 26) $850 \leq x_{15} \leq 1000$

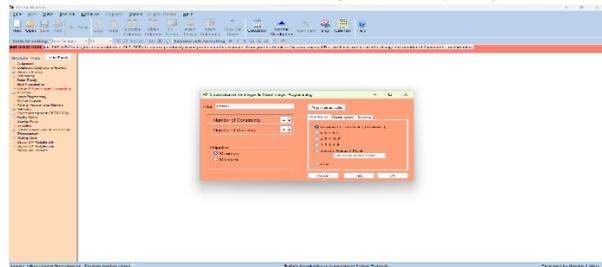
$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15} \geq 0$$

(7)

PENYEALIAN DENGAN METODE BRANCH AND BOUND

Untuk mendapatkan solusi berupa bilangan *integer*, salah satu langkah yang dapat dilakukan yaitu melakukan perhitungan dengan menggunakan metode *branch and bound*. Pada penelitian ini dalam perhitungan metode *Branch and Bound* menggunakan bantuan *software QM For Windows V5*. Berikut langkah-langkah dalam pengoperasian perhitungan menggunakan metode *Branch And Bound* menggunakan *software QM For Windows*:

1. Memilih *Module Integer Linear Programming* dan menentukan jumlah *constraints* dan variabel sesuai dengan data yang diperoleh.



Gambar 1. Tampilan windows QM For Windows

2. Setelah itu, memasukan fungsi tujuan dan pertidaksamaan fungsi kendala.

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14	X15	RHS
Maximize	1024	2626	2644	2826	9346	7820	2813	3362	2283	6330	1309	23681	15333	2740	6213	
kendala tepung terigu	30	40	75	250	150	30	15	6,2	80	0	70	125	40	31,25	50	<= 230000
kendala margarin	3	30	6,25	37,5	100	37	15	3,4	130	0	15	400	40	2,25	5	<= 90000
kendala telur	1	0	0	0	4	2	4	12	4	0	5	3	2	13	1	<= 10000
kendala gula	3,5	10	6,25	25	100	20	16,5	3,4	150	0	45	325	50	1,75	7	<= 100000
kendala susu bubuk	1,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6,75	65	5	6,8	1	<= 7142,86
kendala ragi	4	1	0	3,75	0	5	5	0	10	0	2,5	1,25	0	3,8	6	<= 5000
kendala cake emulsifier	0	0	0	0	3,3	0	5	0	0	0	0	2,5	2,5	0	0	<= 10000
kendala garam	0	1	60	3,75	60	0	60	15	2,5	0	60	1	1,25	3	5	<= 2837,14
kendala susu cair	0	0	0	30	0	10	0	16	0	78	62,5	0	0	6,1	13,75	<= 60000
kendala min bubuk agar-agar	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	<= 64
kendala min bubuk agar-agar	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<= 22,5
batas min produksi x1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	>= 900
batas min produksi x2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	>= 1200
batas min produksi x3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	>= 180
batas min produksi x4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	>= 210
batas min produksi x5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	>= 140
batas min produksi x6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	>= 125
batas min produksi x7	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	>= 150
batas min produksi x8	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	>= 130
batas min produksi x9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	>= 150
batas min produksi x10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	>= 55
batas min produksi x11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	>= 75
batas min produksi x12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	>= 400
batas min produksi x13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	>= 900
batas min produksi x14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	>= 100
batas min produksi x15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	>= 130
batas min produksi x16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	>= 100
batas min produksi x17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	>= 100
batas min produksi x18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	>= 100
batas min produksi x19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	>= 100
batas min produksi x20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	>= 175
batas min produksi x21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	>= 45
batas min produksi x22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	>= 60
batas min produksi x23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	>= 80
batas min produksi x24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	>= 115
batas min produksi x25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	>= 35
batas min produksi x26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	>= 75
batas min produksi x27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	>= 55
batas min produksi x28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	>= 20
batas min produksi x29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	>= 35
batas min produksi x30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	>= 900
batas min produksi x31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	>= 1100
batas min produksi x32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	>= 850
batas min produksi x33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	>= 1000
constraint validasi preposisi	6,86	3,69	3,33	3,27	6,86	5,54	4,8	4,7	5,73	5,71	3,69	21,82	10,91	4,8	7,78	<= 39540

Gambar 2. Penginputan Fungsi tujuan dan fungsi kendala metode branch and bound

3. Klik "Solve" untuk menampilkan solusi optimal. Pada penelitian ini diperoleh solusi sebagai berikut:

Variable	Type	Value
X1	Integer	1047
X2	Integer	180
X3	Integer	140
X4	Integer	125
X5	Integer	139
X6	Integer	75
X7	Integer	900
X8	Integer	130
X9	Integer	160
X10	Integer	60
X11	Integer	80
X12	Integer	36
X13	Integer	35
X14	Integer	1100
X15	Integer	1000
Solution value		18628560

Gambar 3. Solusi optimal metode *Branch and bound*

Jadi, solusi optimal yang diperoleh di atas dengan metode *branch and bound* menggunakan *software QM For Windows V5* didapatkan solusi dengan bilangan *integer* yaitu $x_1=1047$; $x_2=180$; $x_3=140$; $x_4=125$; $x_5=139$; $x_6=75$; $x_7=900$; $x_8=130$; $x_9=160$; $x_{10}=60$; $x_{11}=80$; $x_{12}=36$; $x_{13}=35$; $x_{14}=1100$; $x_{15}=1000$ dengan keuntungan $Z = Rp.18.628.560$.

ANALISIS SENSITIVITAS PERUBAHAN KOEFISIEN FUNGSI TUJUAN (c_j)

Dalam analisis sensitifitas perubahan koefisien fungsi tujuan (c_j) dalam penelitian ini dapat mengetahui perubahan pada koefisien tujuan yang bisa mempengaruhi hasil optimal yang telah didapatkan. Dalam penelitian ini, perhitungan analisis sensitifitas perubahan koefisien fungsi tujuan (c_j) menggunakan bantuan *software QM for Windows*.

Tabel 5. Hasil analisis sensitivitas perubahan koefisien fungsi tujuan (c_j)

Variabel Keputusan	Lower Bound (Batas Minimum)	Upper Bound (Batas Maksimum)
x_1	1.016,02	1.082,34
x_2	0	3.250,44
x_3	2.497,37	∞
x_4	0	9.159,6
x_5	0	9.378,63
x_6	2.436,22	∞
x_7	1.188,37	∞
x_8	350,91	∞
x_9	0	8.843,05
x_{10}	0	∞
x_{11}	0	2.790,15
x_{12}	23.532,26	70.313,89
x_{13}	3751,45	∞
x_{14}	1.022,83	∞
x_{15}	1.706,67,1	∞

Dari hasil analisis sensitivitas di atas dapat dilihat bahwa perubahan keuntungan *pastry croissant* yaitu solusi akan tetap optimum apabila koefisien berada pada interval $0 \leq c_2 \leq 3250,44$. Artinya batas yang dapatditolerir mengenai keuntungan produk jenis *pastry croissant* batas maksimum dapat mencapai Rp. 3250,44 atau mengalami batas kenaikan sebesar Rp.623,87 dari keuntungan awal.

ANALISIS SENSITIVITAS PERUBAHAN KONSTANTA RUAS KANAN (b_i)

Pada analisis perubahan konstantas nilai kanan pada penelitian ini adalah perubahan pada jumlah persediaan bahan baku dan jumlah produksi setiap produk jenis. Tujuan dari analisis tersebut adalah untuk mengetahui tolerir perubahan yang terjadi pada konstanta nilai kanan agar tidak mempengaruhi hasil optimal. Berikut adalah analisis perubahan konstanta nilai kanan menggunakan bantuan *software QM for windows v5*.

Tabel 6. Hasil analisis sensitivitas perubahan konstanta ruas kanan

Kendala / Pembatas	Batas Minimum	Batas atas
Persediaan tepung terigu	224.651,5	233.370,2
Persediaan margarin	888.843,9	96.576,09
Persediaan telur	4.001,59	∞
Persediaan gula	90.485,76	∞
Persediaan susu bubuk	6.502,98	∞
Persediaan ragi	4.652,15	∞
Persediaan <i>cake emulfsier</i>	1.061,46	∞
Persediaan garam	2.607,5	∞
Persediaan susu cair	39.220	∞
Persediaan bubuk agar-agar	30	∞
Produksi Donat	0	∞
Produksi <i>Pastry Croissant</i>	113,43	∞
Produksi <i>Puff Pastry</i>	0	213,22
Produksi tawar	110,86	∞
Produksi Ban	101,62	∞
Produksi <i>cupcake</i>	0	108,03
Produksi bolu <i>slice</i>	0	985,64
Produksi <i>soes</i>	0	545,86
Produksi <i>brownies</i>	115,68	∞
Produksi <i>pudding</i>	0	128
Produksi <i>muffin</i>	28,4	∞
Produksi <i>tart</i>	0	∞
Produksi <i>desset box</i>	0	69
Produksi <i>bakery</i> kecil	0	1.275,09
Produksi <i>bakery</i> besar	0	1.110,42
Waktu kerja	31067,18	∞

Dari hasil analisis sensitivitas di atas dapat dilihat bahwa Perubahan jumlah ketersediaan tepung terigu yang tidak akan merubah solusi optimal yaitu dengan interval $224.651,5 \leq b_1 \leq 233.370,2$ yang memiliki arti solusi akan tetap optimal apabila kapasitas tepung terigu lebih besar atau sama dengan 224.652,5 gram dan kurang dari sama dengan 233.370,2 gram. Perubahan batasan pada ruas kanan b_1 dapat ditolerir apabila mengalami kenaikan $b_1 \leq 3.370,20$ gram dan penurunan $b_1 \leq 5348,5$ gram.

PENUTUP

SIMPULAN

1. Model matematika *integer linear programming* dalam masalah optimasi produksi di perusahaan Lyly bakery terdapat pada persamaan (6) (7).
2. Solusi optimal *integer linear programming* menggunakan metode *branch and bound* di perusahaan roti Lyly Bakery Lamongan yaitu jumlah produksi produk jenis donat sebanyak 1047 buah, produk jenis *pastry croissant* diproduksi sebanyak 180 buah, produk jenis *puff pastry* diproduksi sebanyak 140, produk jenis tawar diproduksi sebanyak 125 produk, produk jenis ban diproduksi sebanyak 139 buah, produk jenis *cupcake* diproduksi sebanyak 75 buah, produk jenis bolu *slice* diproduksi sebanyak 900 buah, produk jenis *soes* diproduksi sebanyak 130, produk jenis *brownies* sebanyak 160 buah, produk jenis *pudding* diproduksi sebanyak 60 buah, produk jenis *muffin* diproduksi sebanyak 80 buah, produk jenis *tart* yang diproduksi sebanyak 36 buah, produk jenis *dessert box* diproduksi sebanyak 35 buah, produk jenis *bakery* kecil diproduksi sebanyak 1100 buah, produk jenis *bakery* besar sebanyak 1000 buah dengan keuntungan yang diperoleh yaitu Rp.18.628.560 per hari.
3. Hasil analisis sensitivitas terhadap perubahan fungsi tujuan yang diperoleh terdapat pada tabel 5. Hasil analisis sensitivitas terhadap ruas kanan terdapat pada tabel 6.

SARAN

Dengan adanya perhitungan yang telah dilakukan penulis, perusahaan Lyly Bakery lamongan dapat memperkirakan jumlah produk yang diproduksi untuk memperoleh untung yang maksimal. Selain itu dengan adanya analisis sensitivitas diharapkan dapat memperkirakan jumlah *stock* bahan baku yang perlu disiapkan setiap harinya. Dan untuk peneliti selanjutnya, dapat menambahkan perhitungan mengenai transportasi proses distribusi barang dari pusat Lyly Bakery Lamongan ke cabang-cabang yang ada di Lamongan.

DAFTAR PUSTAKA

- Andawei, M. (2014). Application of Linear Programming in Multi-Design Selection. *The International Journal of Engineering and Science (IJES)*, 3(1), 52–55.
- Angeline, Iryanto, & Tarigan, G. (2014). Penerapan Metode Branch and Bound Dalam Menentukan Jumlah Produksi Optimum. *Saintia Matematika*, 2(2), 137–145.
- Bhattarai, D. (2018). Linear Programming Problems: Determination of Optimal Value of Real Life Practical Problems. *NUTA Journal*, 5, 79–86. <https://doi.org/10.3126/nutaj.v5i1-2.23461>
- Hidayah, R. W., & Juniati, D. (2019). Program Linear Fuzzy. *Jurnal Ilmiah Matematika*, 7(3), 163–170.
- Kusnedi, R. (2021). Pengaruh Penambahan Pengembang Roti Terhadap Parameter Organoleptik Pada Pembuatan Roti Manis. *Jurnal British*, 1(2), 60–75.
- Lancia, G., & Serafini, P. (2017). *Compact Extended Linear Programming Models*. Springer International Publishing. <https://books.google.co.id/books?id=cbszDwAAQBAJ>
- Rafflesia, U. (2018). Analisis Sensitivitas Produksi Kopi Sambung. *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika*, 1, 840–846. <https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/prisma/article/view/19683>
- Ravindran, A., Phillips, D., & Solberg, J. (1987). *Operation Research* (second edi). New York John Wiley & Sons.
- Sarker, R. A., & Newton, C. S. (2007). *Optimization Modelling: A Practical Approach*. CRC Press. https://books.google.co.id/books?id=%5C_ZFnJ4hEZLsC
- Syahputra, E. (2015). *Program Linear*. UNIMED PRESS.
- Wang, Q., Wang, B., & Guo, L. (2015). Knowledge Base Completion Using Embeddings and Rules. *International Joint Conference on Artificial Intelligence*, 1859–1866.
- Yalçınsoy, A., Zincirkiran, M., & Tiftik, H. (2014). Approach of Capacity Planning Through Linear Programming Technique: A Practice in Textile Enterprise. *International Journal of Innovative Research in Management*, 3(3), 16–29.