

ANALISIS MODEL MANGSA PEMANGSA DENGAN PEMANENAN KONSTAN PADA POPULASI MANGSA

Windi Ika Yulfani

Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Padang, Padang, Indonesia
e-mail: windiikayulfanii@gmail.com

Rara Sandhy Winanda

Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Padang, Padang, Indonesia
e-mail: rarawinanda@fmipa.unp.ac.id

Abstrak

Pada penelitian ini kami melakukan analisis dinamik pada model interaksi antara mangsa-dan pemangsa dengan kasus pemanenan pada populasi mangsa. Interaksi antara mangsa-pemangsa digambarkan melalui fungsi respon Holling tipe II. Penelitian ini bertujuan mencari angka pemanenan maksimum agar populasi mangsa dapat dipertahankan. Penelitian ini merupakan penelitian dasar yang mengacu pada sumber-sumber ilmiah yang relevan dan dilakukan perhitungan dinamikinya menggunakan analisis kestabilan lokal di sekitar titik tetap. Berdasarkan analisis yang dilakukan, diperoleh empat titik tetap yang kemunculan maupun kestabilannya bergantung pada nilai beberapa parameter. Penelitian ini menunjukkan bahwa pemanenan maksimum adalah $\frac{1}{4}$ dari jumlah total populasi mangsa agar mempertahankan kelestarian mangsa. Kajian ini juga dilengkapi dengan simulasi numerik untuk mengkonfirmasi kebenaran hasil analitik yang diberikan.

Kata Kunci: Model mangsa pemangsa, analisis kestabilan lokal, model pemanenan, fungsi respon Holling tipe II

Abstract

This study involved dynamic research into the interaction model between prey and predator, specifically focusing on the impact of harvesting on the prey population. The objective of the research is to determine the optimal harvest rates in order to ensure the preservation of the slaughter population. This study involves conducting fundamental research by referencing pertinent scientific literature and conducting dynamic calculations through local stability analysis centered on a fixed point. Through the conducted study, four stationary points are derived, whose characteristics and stability are contingent upon the values of several parameters. This study demonstrates that in order to ensure the long-term viability of the slaughter population, the maximum harvest should not exceed one-fourth of the overall population. The study is further supported by numerical simulation to validate the precision of the provided analytical findings.

Keywords: Prey-predator model, stability analysis, harvesting model; Holling type II respon function

PENDAHULUAN

Ekologi memiliki peran penting dalam memahami bagaimana makhluk hidup berinteraksi dengan lingkungan mereka dan bagaimana lingkungan mempengaruhi keberlangsungan hidup organisme. Ekologi ialah studi yang mempunyai keterkaitan langsung antara organisme dengan lingkungannya, baik lingkungan abiotik (unsur-unsur tidak hidup) maupun lingkungan biotik (makhluk hidup) (Miswar & Nugraheni, 2019).. Tujuan utama dari ekologi adalah untuk memahami bagaimana makhluk hidup beradaptasi dan bertahan hidup dalam lingkungan mereka,

bagaimana interaksi antara organisme dan lingkungan mempengaruhi distribusi dan kelimpahan spesies, serta bagaimana perubahan lingkungan dapat mempengaruhi ekosistem dan evolusi spesies.

Terdapat banyak fenomena menarik dan penting yang terjadi dalam ekologi. Salah satunya ialah fenomena predasi. Predasi adalah hubungan timbal balik antara mangsa yang dimakan dan pemangsa yang memakan. Hubungan ini bersifat simbiosis karena pemangsa membutuhkan mangsa untuk bertahan hidup, sementara mangsa juga penting sebagai penyeimbang populasi yang dikendalikan oleh pemangsa.(Abdurrahman, 2008). Fenomena ini

dapat terjadi di berbagai aspek kehidupan, termasuk dalam sektor perikanan.

Keberlanjutan ekosistem dan manajemen sumber daya hayati menjadi isu yang sangat krusial pada industri perikanan. Seiring dengan meningkatnya permintaan akan produk perikanan, maka dibutuhkan manajemen yang efektif dan berkelanjutan untuk memastikan kelangsungan hidup dan keseimbangan populasi ikan. Salah satu manajemen yang dapat diterapkan yaitu pengontrolan interaksi mangsa pemangsa.

Interaksi antara mangsa pemangsa, dapat terjadi pada beberapa jenis ekosistem. Misalnya pada ekosistem danau, ekosistem sungai dan ekosistem laut. Pada ekosistem danau, terjadi interaksi mangsa-pemangsa salah satunya antara ikan bilih sebagai mangsa dan ikan kaca sebagai pemangsa (Kartamihardja et al., 2015). Sedangkan pada ekosistem sungai, terjadi interaksi mangsa-pemangsa antara eceng gondok sebagai mangsa dan ikan grass carp sebagai pemangsa (Ilmiawan et al., 2016). Pada ekosistem laut, terjadi interaksi antara kepiting berperan sebagai mangsa dan ikan buntal berperan sebagai pemangsa (Dawes, 2003).

Pada populasi ikan, pemanenan menjadi Satu dari berbagai faktor yang memengaruhi jumlah populasi di perairan. Pemanenan ikan merupakan aktivitas yang dilakukan setelah periode pemeliharaan ikan selesai dan ikan telah mencapai ukuran yang cocok untuk dijual. Pada penelitian ini, pemanenan konstan akan dilakukan terhadap populasi mangsa, dengan asumsi bahwa hanya mangsa yang memiliki nilai komersil yang akan dipertimbangkan. Menurut (Idels & Wang, 2008), pemanenan konstan yang dilakukan pada ikan berarti tidak mengalami kenaikan ataupun penurunan disetiap tahunnya. Pada penelitian ini diasumsikan bahwa pemanenan dilakukan agar memperoleh hasil panen yang maksimal. Prioritas dalam upaya pemanenan adalah memastikan bahwa aktivitas tersebut tidak mengarah pada kepunahan spesies ikan tersebut.

Model matematika dapat digunakan untuk menggambarkan interaksi antara mangsa-pemangsa dengan pemanenan konstan pada mangsa. Model matematika yang dapat digunakan adalah model mangsa-pemangsa(predator-prey). Dalam pemodelan matematika, interaksi antara mangsa dan pemangsa dimodelkan dalam bentuk sistem

persamaan yang dikenal sebagai sistem predator-prey, yang digunakan untuk mempelajari dinamika populasi. Salah satu model yang terkenal dalam hubungan mangsa-pemangsa adalah model Lotka-Volterra.

Model Lotka-Volterra sesuai digunakan ketika hubungan yang diamati hanya terjadi antara spesies yang berbeda, yaitu interaksi antara individu dari satu populasi dengan individu dari populasi lain, dan tidak memperhitungkan interaksi antara individu dalam satu populasi yang sama. Model ini juga tepat jika kapasitas pemangsa tidak terbatas dalam kondisi nyata. Namun, jika terdapat interaksi antara individu dalam satu populasi dengan adanya batasan kapasitas, maka model Lotka-Volterra tidak relevan (Dwaradi, 2011).

KAJIAN TEORI

MODEL MANGSA PEMANGSA

Model mangsa-pemangsa merupakan satu dari sekian banyak model interaksi antara makhluk hidup pada ekosistem, dimana mangsa sebagai populasi yang dimakan dan pemangsa sebagai populasi yang memakan. Menurut (Boyce & DiPrima, 1999) pada tahun 1926 model mangsa-pemangsa awalnya dicetuskan oleh Lotka dan Volterra.

Model mangsa-pemangsa diberikan oleh sistem persamaan

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \beta_1 x - c_1 xy \\ \frac{dy}{dt} &= -\alpha_1 y + c_2 xy\end{aligned}\quad (1)$$

dengan x dan y ialah populasi mangsa dan pemangsa, sedangkan c_1 , c_2 , β_1 , α_1 ialah laju interaksi mangsa-pemangsa, tingkat pertumbuhan mangsa, serta tingkat kematian pemangsa (Barnes & Fulford, 2002).

MODEL PEMANENAN

Pemanenan ialah aktivitas yang dilakukan manusia untuk mengatur populasi organisme agar tetap berada dalam batas daya dukungnya, sambil memanfaatkan hasil panen yang dihasilkan. (Daud et al., 2022). Sebelum dilakukan pemanenan, diasumsikan model pertumbuhan populasi mangsa mengikuti model pertumbuhan logistik.

$$\frac{dx}{dt} = rx \left(1 - \frac{x}{K}\right) \quad (2)$$

Jika dilakukan pemanenan dengan parameter h , persamaan pertumbuhan logistik menjadi

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= F(x) - h \\ \frac{dx}{dt} &= rx \left(1 - \frac{x}{K}\right) - h\end{aligned}\quad (3)$$

FUNGSI RESPON HOLLING

1. Fungsi Respon Holling Tipe I

Fungsi respon Holling Tipe I terjadi ketika laju konsumsi pemangsa bertambah seiring dengan meningkatnya kepadatan mangsa secara linear, akan tetapi tetap konstan saat pemangsa menghentikan aktivitas memangsa. Fungsi ini terjadi pada pemangsa yang bersifat pasif saat memburu mangsanya. Fungsi tipe ini diberikan oleh persamaan

$$f(x) = mx \quad (4)$$

2. Fungsi Respon Holling Tipe II

Fungsi respon Holling tipe II terjadi ketika pemangsa mencari mangsa secara aktif. Fungsi ini akan naik sejalan dengan peningkatan jumlah populasi mangsa, dan akan menjadi konstan ketika sampai pada titik jenuh (half saturation). Fungsi respon tipe ini diberikan oleh persamaan

$$f(x) = \frac{mx}{a+x} \quad (5)$$

3. Fungsi Respon Holling Tipe III

Fungsi ini berlaku untuk pemangsa yang lebih mungkin beralih ke mangsa lain ketika populasi mangsa utama menurun, menyebabkan variabel mangsa menjadi x^2 dan menghasilkan pertumbuhan populasi yang lebih cepat. Fungsi tipe ini diberikan oleh persamaan

$$f(x) = \frac{mx^2}{a^2+x^2} \quad (6)$$

PERSAMAAN DIFERENSIAL

Persamaan diferensial adalah persamaan matematika yang menyertakan fungsi-fungsi serta turunan-turunannya. Pada matematika terapan, persamaan diferensial sangat penting karena banyak aturan dan keterkaitan fisis yang muncul secara sistematis pada bentuk persamaan diferensial (Simmons & Krantz, 2007).

SISTEM PERSAMAAN DIFERENSIAL

Sistem persamaan diferensial adalah rangkaian dua atau lebih persamaan diferensial yang memiliki hubungan timbal balik dan harus diselesaikan secara bersama-sama. Bentuk umum sistem persamaan diferensial ialah sebagai berikut:

$$\dot{x} = f(x) \quad (7)$$

NILAI EIGEN DAN VEKTOR EIGEN

Nilai karakteristik dari matriks A yang berdimensi $n \times n$ untuk menganalisis kestabilan system merupakan pengertian dari nilai eigen. Nilai eigen diperlukan untuk menentukan matriks Jacobi dengan menyelesaikan persamaan $\det(\lambda I - J) = 0$.

Persamaan karakteristik matriks A

$$|\lambda I - A| = 0 \quad (8)$$

LINEARISASI

Linierisasi adalah metode untuk mengubah persamaan diferensial yang awalnya berupa nonlinier menjadi linier agar mempermudah pemahaman terhadap perilaku persamaan diferensial nonlinier tersebut. Diberikan suatu sistem persamaan

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= f(x, y) \\ \frac{dy}{dt} &= g(x, y).\end{aligned}\quad (9)$$

f dan g pada system (9) berbentuk nonlinier. Kemudian pendekatan sistem linier akan dicari disekitar (x^*, y^*) dengan melakukan perluasan menggunakan deret Taylor di sekitar (x^*, y^*) dan menghapus bentuk nonliniernya sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= f(x^*, y^*) + \frac{\partial f}{\partial x}(x^*, y^*)(x - x^*) + \frac{\partial f}{\partial y}(x^*, y^*)(y - y^*) \\ \frac{dy}{dt} &= g(x^*, y^*) + \frac{\partial g}{\partial x}(x^*, y^*)(x - x^*) + \frac{\partial g}{\partial y}(x^*, y^*)(y - y^*)\end{aligned}\quad (10)$$

Jika dilakukan substitusi $(x - x^*) = u$ dan $(y - y^*) = v$ maka $\frac{dx}{dt} = \frac{du}{dt}$ dan $\frac{dy}{dt} = \frac{dv}{dt}$ pada kondisi setimbang $f(x^*, y^*) = 0$ dan $g(x^*, y^*) = 0$ dimana seluruh turunan parsial pada matriks akan dievaluasi pada (x^*, y^*) , maka didapatkan matriks Jacobian sebagai berikut:

$$A = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (11)$$

ANALISIS KESTABILAN

Teorema

Jika disediakan matriks Jacobian $J(\bar{x})$ dari sistem (7), dengan nilai eigen λ .

1. Jika semua nilai eigen real dari matriks $J(\bar{x})$ negatif, maka titik tetap \bar{x} dari Sistem nonlinear (7) akan stabil asimtotik lokal.
2. Jika terdapat setidaknya satu nilai eigen real dari matriks $J(\bar{x})$ positif, maka titik tetap \bar{x} dari Sistem nonlinear (7) tidak stabil.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini merupakan penelitian dasar (teoritis). Metode yang diterapkan ialah metode deskriptif yaitu menelaah konsep-konsep yang berkaitan dengan topik yang diteliti dengan merangkum hasil studi pustaka. Penelitian dimulai dengan merumuskan model, termasuk identifikasi variabel, parameter, dan asumsi yang diterapkan dalam pembentukan model matematika untuk interaksi mangsa-pemangsa dengan pemanenan konstan pada populasi mangsa. Selanjutnya, dilakukan analisis terhadap model dengan menemukan titik-titik tetapnya, mengevaluasi kestabilannya, dan melakukan simulasi numerik terhadap model tersebut.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada penelitian ini akan diulas model interaksi mangsa pemangsa dengan pemanenan konstan pada populasi mangsa sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= rx \left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{cxy}{my+x} - h \\ \frac{dy}{dt} &= y \left(-D + \frac{fx}{my+x}\right) \end{aligned} \tag{12}$$

Dimana x dan y adalah jumlah populasi mangsa dan jumlah populasi pemangsa pada waktu t . r dan K adalah tingkat pertumbuhan intrinsik mangsa dan kapasitas batas lingkungan. Parameter D, c, m, f dan h adalah laju kematian alami pemangsa, laju pemangsaan maksimum pemangsa terhadap mangsa, tingkat kepuasan pemangsa, laju pertumbuhan maksimum pemangsa setelah berinteraksi dengan mangsa, dan tingkat pemanenan.

Selanjutnya dilakukan proses non dimensionalisasi agar mempermudah dalam melakukan analisis dengan variabel dan parameter penskalaan:

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{K} & y^* &= \frac{my}{K} & t &= rt^* \\ a &= \frac{c}{mr} & b &= \frac{f}{r} & d &= \frac{D}{r} \end{aligned}$$

Maka sistem persamaan dari model mangsa pemangsa dengan pemanenan konstan pada populasi mangsa menjadi:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= x(1-x) - \frac{axy}{y+x} - h \\ \frac{dy}{dt} &= y \left(-d + \frac{bx}{y+x}\right) \end{aligned} \tag{13}$$

Dimana x dan y adalah populasi mangsa dan populasi pemangsa pada waktu t . a, b, d , dan h adalah jumlah mangsa yang dimakan, jumlah pemangsa yang lahir, laju pertumbuhan pemangsa,

dan besarnya pemanenan. Variabel dan parameter bernilai positif atau x, y, a, b, d , dan $h > 0$.

TITIK TETAP

Titik tetap dari suatu sistem persamaan didapatkan pada kondisi $\frac{dx}{dt} = 0$ dan $\frac{dy}{dt} = 0$. Berdasarkan model pada sistem persamaan (2) diperoleh empat titik tetap, yaitu:

$$\begin{aligned} T_1: (x_1, y_1) &= \left(\frac{1-\sqrt{1-4h}}{2}, 0\right) \\ T_2: (x_2, y_2) &= \left(\frac{1+\sqrt{1-4h}}{2}, 0\right) \\ T_3 = (x_1^*, y_1^*) &= \left(\frac{b-a(b-d)-\sqrt{\Delta}}{2b}, \frac{b-d}{d} \frac{b-a(b-d)-\sqrt{\Delta}}{2b}\right) \\ T_4 = (x_2^*, y_2^*) &= \left(\frac{b-a(b-d)+\sqrt{\Delta}}{2b}, \frac{b-d}{d} \frac{b-a(b-d)+\sqrt{\Delta}}{2b}\right) \end{aligned}$$

dengan $\Delta = (a(b-d) - b)^2 - 4hb^2$.

EKSISTENSI TITIK TETAP

Eksistensi titik tetap dari sistem persamaan (2) dinyatakan sebagai berikut:

- Titik tetap T_1 dan T_2 real jika dan hanya jika $1 - 4h \geq 0$ dan non negatif jika dan hanya jika $1 - \sqrt{1-4h} \geq 0$. Sehingga, agar eksis maka titik tetap T_1 dan T_2 harus memenuhi $0 \leq h \leq \frac{1}{4}$.
- Titik tetap T_3 dan T_4 real jika dan hanya jika $\Delta \geq 0$ dan non negatif jika dan hanya jika $\frac{b-a(b-d)\pm\sqrt{\Delta}}{2b} \geq 0$ dan $\frac{b-d}{d} \frac{b-a(b-d)\pm\sqrt{\Delta}}{2b} \geq 0$. Sehingga, agar eksis maka titik tetap T_3 dan T_4 harus memenuhi syarat $b > d$.

KESTABILAN TITIK TETAP

Salah satu perilaku dinamik yang diamati pada penelitian ini adalah kestabilan titik tetap. Hal ini dianalisis dengan cara menghitung nilai eigen dari matriks Jacobian sistem (2) sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} 1 - 2x - \frac{ay^2}{(y+x)^2} & -\frac{ax^2}{(y+x)^2} \\ \frac{by^2}{(y+x)^2} & -d + \frac{bx^2}{(y+x)^2} \end{bmatrix} \tag{14}$$

Untuk menganalisis kestabilan titik tetap yang telah didapatkan sebelumnya, kita gunakan matriks jacobian diatas dengan mensubstitusikan titik tetap yang ada ke dalam matriks jacobian tersebut.

- Kestabilan titik tetap T_1 diperoleh dengan menstutitusikan $(x_1, y_1) = \left(\frac{1-\sqrt{1-4h}}{2}, 0\right)$ ke (14)

$$J_1 = \begin{bmatrix} \sqrt{1-4h} & -a \\ 0 & b-d \end{bmatrix}$$

Nilai eigen dari matriks J_1 yaitu, $\lambda_1 = \sqrt{1-4h}$ dan $\lambda_2 = b-d$. Karena terdapat $\lambda_i > 0$, yaitu $\lambda_1 > 0$ maka T_1 tidak stabil.

- b. Kestabilan titik tetap T_2 diperoleh dengan menstutbutusikan $(x_2, y_2) = \left(\frac{1+\sqrt{1-4h}}{2}, 0\right)$ ke (14)

$$J_2 = \begin{bmatrix} -\sqrt{1-4h} & -a \\ 0 & b-d \end{bmatrix}$$

Nilai eigen dari matriks J_2 yaitu, $\lambda_1 = -\sqrt{1-4h}$ dan $\lambda_2 = b-d$. Karena terdapat $\lambda_i > 0$, maka titik tetap T_2 stabil asimtotik jika $b < d$ dan tidak stabil jika $b > d$.

- c. Kestabilan titik tetap T_3 diperoleh dengan menstutbutusikan $(x_1^*, y_1^*) = \left(\frac{b-a(b-d)-\sqrt{\Delta}}{2b}, \frac{b-d}{d}x_1^*\right)$ ke (14)

$$J_3 = \begin{bmatrix} \frac{a(b-d)d+\sqrt{\Delta}}{b^2} & -\frac{ad^2}{b^2} \\ \frac{(b-d)^2}{b} & \frac{d(b-d)}{b} \end{bmatrix}$$

Misalkan:

$$p = \frac{a(b-d)d+\sqrt{\Delta}}{b^2}$$

$$q = -\frac{ad^2}{b^2}$$

$$r = \frac{(b-d)^2}{b}$$

$$s = \frac{d(b-d)}{b}$$

Sehingga diperoleh

$$J_3 = \begin{bmatrix} p & q \\ r & s \end{bmatrix}$$

Nilai eigen dari matriks J_3 yaitu, $\lambda^2 - (sp)\lambda + (ps - rq) = 0$.

Berdasarkan kriteria kestabilan Routh-Hurwitz dari polynomial $f(\lambda) = \lambda^2 + p_1 + p_0$ maka uji kestabilan dapat dinyatakan dengan $p_0, p_1 > 0$. Karena p_1 negatif, maka T_3 tidak stabil.

- d. Kestabilan titik tetap T_4 diperoleh dengan menstutbutusikan $(x_2^*, y_2^*) = \left(\frac{b-a(b-d)+\sqrt{\Delta}}{2b}, \frac{b-d}{d}x_2^*\right)$ ke (14)

$$J_4 = \begin{bmatrix} \frac{a(b-d)d-\sqrt{\Delta}}{b^2} & -\frac{ad^2}{b^2} \\ \frac{(b-d)^2}{b} & \frac{d(b-d)}{b} \end{bmatrix}$$

Misalkan:

$$k = \frac{a(b-d)d-\sqrt{\Delta}}{b^2}$$

$$l = -\frac{ad^2}{b^2}$$

$$m = \frac{(b-d)^2}{b}$$

$$n = \frac{d(b-d)}{b}$$

Sehingga diperoleh

$$J_4 = \begin{bmatrix} k & l \\ m & n \end{bmatrix}$$

Nilai eigen dari matriks J_4 yaitu, $\lambda^2 - (kn)\lambda + (kn - ml) = 0$.

Berdasarkan kriteria kestabilan Routh-Hurwitz dari polynomial $f(\lambda) = \lambda^2 + p_1 + p_0$ maka uji

kestabilan dapat dinyatakan dengan $p_0, p_1 > 0$. Karena p_1 negatif, maka T_4 tidak stabil.

Tabel 1. Rangkuman Kestabilan Titik Tetap pada Beragam Kondisi

Kondisi	T_1	T_2	T_3	T_4
$0 \leq h \leq \frac{1}{4}$ dan $b < d$	Tidak stabil	Stabil		
$0 \leq h \leq \frac{1}{4}$ dan $b > d$	Tidak stabil	Tidak stabil	Tidak stabil	Tidak stabil
$h > \frac{1}{4}$				

SIMULASI NUMERIK

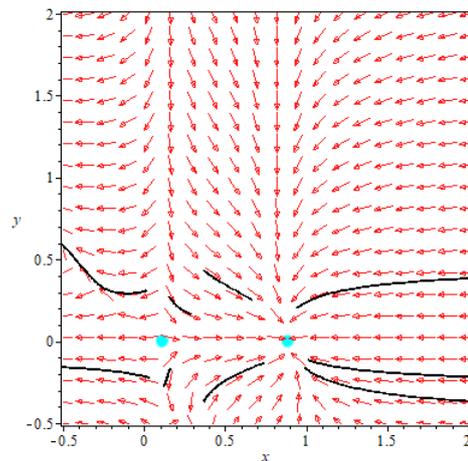
Selanjutnya dilakukan simulasi numerik dengan pengujian pada beberapa keadaan yang berdampak pada kestabilan model yaitu dengan memberikan nilai pada setiap parameter. Simulasi dilakukan dengan menggunakan *software Maple17*.

Kasus 1: ($b < d$ dan $0 < h < \frac{1}{4}$)

Tabel 2. Parameter pada Kasus 1

Parameter	Nilai
a	0,1
b	0,2
d	0,3
h	0,1

Berdasarkan Parameter di atas, maka diperoleh nilai $T_1 = (0.112702, 0)$ dan $T_2 = (0.887298, 0)$ sehingga diperoleh kurva sebagai berikut



Gambar 1. Potret Fase pada Kondisi ($b < d$ dan $0 < h < \frac{1}{4}$)

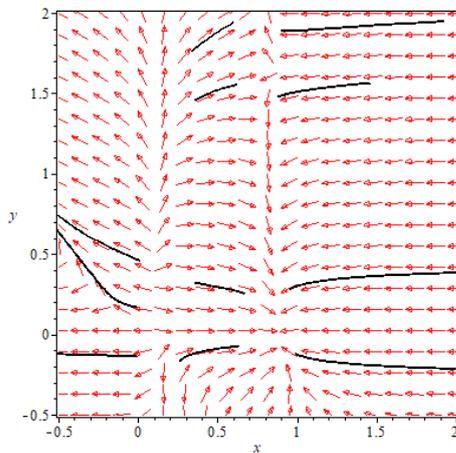
Pada gambar dapat dilihat bahwa pada kondisi ($b < d$ dan $0 < h < \frac{1}{4}$) terdapat dua titik tetap yaitu T_1 dan T_2 . Titik T_1 bersifat tidak stabil dan potret fasenya berbentuk sadel dan titik T_2 bersifat stabil asimtotik dan potret fasenya berbentuk improper node.

Kasus 2: ($b > d$ dan $0 < h < \frac{1}{4}$)

Tabel 3. Parameter pada Kasus 2

Parameter	Nilai
a	0.1
b	0.3
d	0.2
h	0.1

Berdasarkan Parameter di atas, maka diperoleh nilai $T_1 = (0.112702, 0)$, $T_2 = (0.887298, 0)$, $T_3 = (0.123479, 0.246958)$ dan $T_4 = (0.809854, 1.619709)$ sehingga diperoleh kurva sebagai berikut



Gambar 2. Potret Fase pada Kondisi ($b > d$ dan $0 < h < \frac{1}{4}$)

Pada gambar dapat dilihat bahwa pada kondisi ($b > d$ dan $0 < h < \frac{1}{4}$) terdapat empat titik tetap yaitu T_1, T_2, T_3 , dan T_4 . Titik T_1 bersifat tidak stabil dan potret fasenya berbentuk improper node. Titik T_2 bersifat tidak stabil dan potret fasenya berbentuk sadel. Titik T_3 dan T_4 bersifat tidak stabil dan potret fasenya berbentuk sadel.

Kasus 3: ($h > \frac{1}{4}$)

Tabel 7. Parameter kasus 7

Parameter	Nilai
a	1
b	0.1
d	0.25
h	0,3

Berdasarkan parameter di atas model tidak memiliki titik tetap. Hal ini berarti populasi mangsa akan menghadapi kepunahan, yang pada gilirannya akan mengakibatkan kepunahan populasi pemangsa. Oleh karena itu, agar kedua populasi tidak mengalami kepunahan, maka tingkat pemanenan mangsa tidak boleh lebih dari satu per empat.

SIMPULAN DAN SARAN

SIMPULAN

Menurut analisis yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa bentuk model matematika mangsa pemangsa dengan pemanenan konstan pada populasi mangsa adalah

$$\frac{dx}{dt} = rx \left(1 - \frac{x}{K}\right) - \frac{cxy}{my + x} - h$$

$$\frac{dy}{dt} = y \left(-D + \frac{fx}{my + x}\right).$$

Hasil dari analisis yang dilakukan pada model matematika mangsa pemangsa dengan pemanenan konstan pada populasi mangsa adalah diperoleh empat titik tetap yang kemunculan maupun kestabilannya bergantung pada nilai beberapa parameter. Intensitas interaksi antara mangsa dan pemangsa harus diatur sedemikian rupa sehingga lebih besar dari tingkat kematian alami pemangsa dan nilai pemanenan tidak boleh melebihi seperempat dari total populasi mangsa agar kedua populasi dapat hidup berdampingan dan tidak mengalami kepunahan.

SARAN

Penelitian berikutnya bisa difokuskan pada model interaksi antara mangsa dan pemangsa dengan menerapkan tindakan pemanenan konstan pada kedua populasi. Selain itu bisa juga dengan menambahkan asumsi yaitu memberikan tambahan time-delay saat memangsa untuk mengetahui bagaimana perubahan dinamika populasi.

DAFTAR PUSTAKA

Abdurrahman, D. (2008). *Biologi: Kelompok Teknologi, Pertanian dan Kesehatan*. Grafindo Media Pratama.

Barnes, B., & Fulford, G. R. (2002). *Mathematical Modelling With Case Studies (A Differential Equations Using Maple)*. Taylor & Francis.

Boyce, W. E., & DiPrima, R. c. (1999). *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. John Willey & Sons, Inc.

Daud, Y., Cahyono, E., Muhtar, N., Sani, A., & Arman. (2022). Analisis Model Matematika Mangsa-Pemangsa Holling Tipe II dengan Faktor Pemanenan dan Daya Dukung Lingkungan. *Matematika, Komputasi Dan Statistika*, 1–5.

Dawes, J. (2003). *Concise Enchylopedia of popular Freshwater Tropical Fish*. Parragon.

Dwaradi, H. (2011). *Analisis Model Mangsa-Pemangsa Michaelis-Menten dengan Pemanenan Pada Populasi Mangsa*.

Idels, L., & Wang, M. (2008). *Harvesting Fisheries*

- Management Strategies With Modified Effort Function. *IJMIC Spesial Issue on Modelling Complex System*.
- Ilmiawan, D. F., Kharis, M., & Supriyono. (2016). Analisis Dinamik Model Predator-Prey pada Populasi Eceng Gondok dengan Adanya Ikan Grass Carp dan Pemanenan. *Indonesian Journal of Mathematics and Natural Sciences*.
- Kartamihardja, E. S., Hediarto, D. A., & Chairulwan, U. (2015). Strategi Pemulihan Sumber Daya Ikan Bilih (Parambassis Siamensis) di Danau Toba, Sumatera Utara. *Jurnal Kebijakan Perikanan Indonesia*, 7, 63–69.
- Masitoh, S. (2018). Blended Learning Berwawasan Literasi Digital Suatu Upaya Meningkatkan Kualitas Pembelajaran dan Membangun Generasi Emas 2045. *Proceedings of the ICECRS*, 1(3), 13–34. <https://doi.org/10.21070/picercs.v1i3.1377>
- Miswar, D., & Nugraheni, I. L. (2019). *Ekologi Pendidikan*.
- Simmons, G. F., & Krantz, S. G. (2007). *Differential Equations: Theory, Technique, and Practice*. St. Louis: Elizabeth J. Haefele.