

PELABELAN TOTAL TITIK AJAIB PADA GRAF ANTIPRISMA

Andi D. Noho

Program Studi S1 Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Gorontalo
email: andhinoho@gmail.com

Sumarno Ismail

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Gorontalo
*email: sumarnoismai@ung.ac.id

Sri Lestari Mahmud

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Gorontalo
email: sri.lestari@ung.ac.id

Nisky Imansyah Yahya

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Gorontalo
email: nisky@ung.ac.id

Abstrak

Graf G adalah sebuah graf dengan himpunan titik $V = V(G)$ dan himpunan sisi $E = E(G)$. Pelabelan dalam graf merupakan pemetaan atau fungsi yang memasangkan setiap bagian bagian dari graf (titik, sisi, dan keduanya) dengan menggunakan suatu bilangan (bilangan bulat positif). Suatu pelabelan total titik ajaib pada graf $G(V, E)$ adalah pemetaan bijektif λ dari $V \cup E$ ke himpunan bilangan integer $\{1, 2, 3, \dots, V + E\}$ sedemikian sehingga terdapat bilangan bulat positif k yang memenuhi $\lambda(x) + \sum \lambda(xy) = k$ untuk setiap $x, y \in V$. Hasil penelitian menyatakan bahwa untuk graf antiprisma AP_n untuk n ganjil dimana $n \geq 3$ konstanta ajaibnya adalah $k = \frac{29n+5}{2}$.

Kata Kunci: Bilangan Konstanta Ajaib, Graf Antiprisma, Pelabelan Total Titik Ajaib

Abstract

G was a graph with a set of vertices $V = V(G)$ and a set of edges $E = E(G)$. Graph Labeling was a mapping or function that paired every part of the graph (vertices, edges, or both) with a positive integer. A total vertex labeling on the graph $G(V, E)$ was a bijective mapping λ from $V \cup E$ to the set of integer numbers $\{1, 2, 3, \dots, V + E\}$ in such a way that there was a positive integer k that satisfied $\lambda(x) + \sum \lambda(xy) = k$ for every $x, y \in V$. The research findings indicated that for the antiprism graph AP_n , it had a magic constant of $k = \frac{29n+5}{2}$, for odd n where $n \geq 3$.

Keywords: Magic Constant Number, Antiprism Graph, Magic Vertex Total Labeling

PENDAHULUAN

Teori Graf berawal dari teka teki sebuah jembatan yang ada di kota Konisberg. permasalahan tersebut adalah melewati ketujuh jembatan tersebut tepat satu kali. Permasalahan tersebut akhirnya menarik Leonardo Euler sebagai seorang ahli matematika untuk bisa memecahkan permasalahan tersebut menggunakan struktural yang dinamakan graf. Di dalam teori graf, banyak konsep dan algoritma yang telah dikembangkan untuk memahami dan memecahkan berbagai masalah yang kompleks, salah satunya adalah pelabelan.

Salah satu dari sekian banyak jenis pelabelan graf yang telah dibuat adalah pelabelan ajaib, yang pertama kali diusulkan oleh Sedlacek pada tahun 1963 dan kemudian dikembangkan oleh Stewart

pada tahun 1966 (Gallian, 2018). Pelabelan ajaib telah mendapatkan perhatian yang luas dalam bidang teori graf. Konsep ini telah diterapkan dalam berbagai konteks dan memiliki hubungan dengan topik-topik seperti jaringan komunikasi, dan pengkodean. Dengan menggunakan metode pelabelan ajaib, dapat mengidentifikasi pola-pola menarik, dan mengoptimalkan pengaturan sumber daya dalam berbagai aplikasi. Istilah "pelabelan ajaib" mengacu pada pelabelan sebuah graf dengan label sisi yang mencakup berbagai macam bilangan asli, di mana label-label dari setiap titik dan sisi dijumlahkan untuk membentuk sebuah konstanta (Ikopitria et al., 2015).

Beberapa masalah yang tercakup dalam evolusi pelabelan ajaib mencakup gagasan pelabelan total

titik ajaib, pelabelan total titik ajaib super, pelabelan total tepi ajaib, dan pelabelan total tepi ajaib super.. Gagasan tentang pelabelan total titik ajaib sendiri dikenalkan oleh MacDougall et al., (2002). Sebagai sebuah gagasan dalam teori graf, "pelabelan total titik ajaib" adalah studi tentang bagaimana memberi label pada simpul dan sisi dalam sebuah struktur diskrit dengan batasan-batasan tertentu (Prihandoko et al, 2006). Pemetaan satu-ke-satu dari bilangan-bilangan sedemikian rupa sehingga untuk setiap titik di G , x berlaku dikenal sebagai pelabelan titik total ajaib. Di mana adalah kumpulan semua titik yang bersebelahan dengan x untuk sebuah bilangan bulat positif k (Saputra et al, 2021).

Beberapa penelitian sebelumnya telah mengkaji pelabelan total titik ajaib pada beberapa graf. Sebagai contoh, Simangunsong (2015) menggeneralisasi pelabelan total titik ajaib dari grafik Petersen. Pasaribu (2018) Di seluruh graf K_n , pelabelan simpul total ajaib dengan N bilangan asli. Maharani & Budayasa (2021) meneliti dalam graf pohon, pelabelan total ajaib dari simpul-simpul berlabel ganjil. Selain itu, Mejia (2022) menyelidiki pelabelan titik-titik ajaib pada grafik G dan matahari. Dan Mahizl et al. (2023) Pelabelan titik ajaib pada graf sisir yang diperluas secara keseluruhan.

Dalam pengembangan topik terkait, banyak graf yang telah diteliti sebelumnya, contohnya graf antiprisma. Graf antiprisma sendiri merupakan graf sederhana dan graf terhubung yang berasal dari gabungan dua graf lingkaran. penelitian terkait graf antiprisma sendiri telah dilakukan sebelumnya oleh Ameenul & Devi (2018) berkaitan dengan Pelabelan Fuzzy Anti Magic Pada Beberapa Graf, Ashraf et al. (2022) tentang Pelabelan Ajaib Jarak Kelompok Berorientasi dari Graf Terarah, dan Humolongo et al. (2022) koneksi ke Graf Lengkak K_4 dan Bilangan Terhubung Pelangi pada Graf Antiprisma yang Dihasilkan oleh Operasi Korona AP_M

Dalam penelitian ini, konstruksi graf yang menarik yang dikenal dengan pelabelan total titik ajaib pada graf antiprisma (AP_n) dikaji. Tujuan dari penelitian ini adalah menentukan bilangan total titik ajaib pada graf antiprisma (AP_n) serta memahami bagaimana pelabelan total titik ajaib bekerja. Oleh karena itu, penelitian ini diharapkan dapat menambah pengetahuan baru dalam

pemahaman kita mengenai pelabelan total titik ajaib dan memperluas bidang kajian di bidang ini

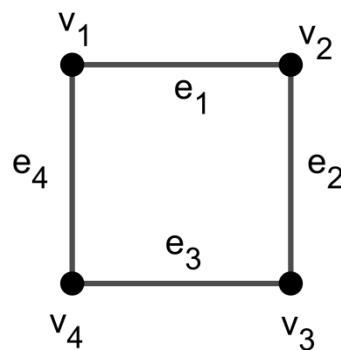
KAJIAN TEORI

GRAF

Graf adalah obyek diskrit yang terdiri dari dua himpunan, yakni himpunan titik dan himpunan sisi, bisa dilambangkan dengan $G(V, E)$. V merupakan notasi himpunan (tidak kosong) obyek yang selanjutnya dinamakan titik (*vertex*) dan E adalah notasi dari himpunan sisi (*edge*) yang menghubungkan dua titik di himpunan V (Adiwijaya, 2016).

Dalam suatu graf mungkin untuk tidak terdapat sisi satu buah pun, namun setidaknya harus terdapat satu titik. Graf yang hanya terdapat satu titik di dalamnya disebut graf trivial.

Sisi di G dituliskan dengan $e = \{u, v\}$ atau sering dituliskan dengan $e = uv$. Graf G dapat direpresentasikan seperti pada gambar 1, terdapat garaf G dengan sisi $E(G) = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ dan titik $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dimana $e_1 = v_1v_2$, $e_2 = v_2v_3$, $e_3 = v_3v_4$, $e_4 = v_4v_1$.



Gambar 1. Graf

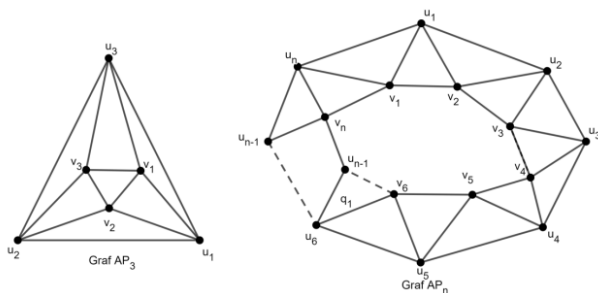
Titik dalam suatu graf bisa dilabeli dengan angka seperti $1, 2, 3, \dots$, atau dengan huruf seperti $a, b, c, \dots$, maupun gabungan kedua unsur tersebut. Untuk sisi yang terhubung dari titik u ke titik v dinotasikan dengan pasangan (u, v) atau dinotasikan juga dengan $e_1, e_2, \dots$. Dapat dikatakan bahwa jika e merupakan sisi yang terhubung dari titik u ke titik v maka e dapat ditulis juga dengan $e = (u, v)$ (Munir., 2014).

GRAF ANTIPRISMA

Definisi Graf Antiprisma (AP_n)

Graf antiprisma disimbolkan dengan AP_n memiliki himpunan titik $V(AP_n) = \{u_1, v_i \mid 1 \leq i \leq n\}$ dan himpunan sisinya $E(AP_n) = \{u_i u_{i+1} \mid 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{u_n u_1\} \cup \{v_i v_{i+1} \mid 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{v_n v_1\} \cup \{u_i v_i \mid 1 \leq i \leq n\} \cup \{u_i v_{i+1} \mid 1 \leq i \leq n\} \cup \{u_n v_1\}$ (Baca dan Miller, 2008).

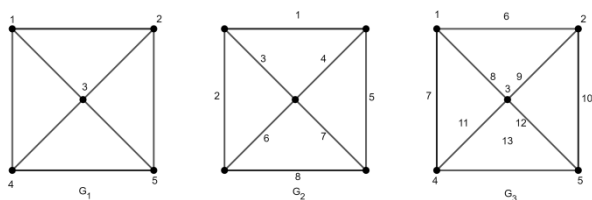
Graf antiprisma (AP_n) mempunyai jumlah titik dan sisi berturut-turut sebanyak $2n$ dan $4n$. Dibawah ini merupakan contoh graf antiprisma (AP_n).



Gambar 2. Graf Antiprisma (AP_3 dan AP_n)

PELABELAN GRAF

Pelabelan graf adalah suatu fungsi pemetaan dari himpunan sisi, himpunan titik, atau keduanya, yang diterapkan pada sebuah graf, dengan hasil pemetaan berupa himpunan bilangan bulat yang memenuhi kondisi tertentu. Jika domain pelabelan adalah himpunan titik atau himpunan sisi dalam suatu graf, maka disebut sebagai pelabelan titik atau pelabelan sisi. Jika domain pelabelan meliputi kedua himpunan sisi dan himpunan titik, maka disebut sebagai pelabelan total (Ulaganathan dkk., 2016).



Gambar 3 Pelabelan Titik (G_1), Pelabelan Sisi(G_2), Pelabelan Total(G_3)

PELABELAN TOTAL AJAIB

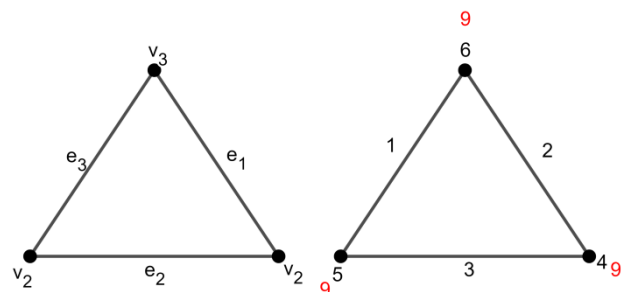
Pelabelan total ajaib adalah pelabelan titik dan sisi suatu graf, yang dibedakan menjadi dua, yaitu pelabelan total titik ajaib dan pelabelan total sisi ajaib. Perbedaan antara kedua label tersebut terletak pada perhitungan bobotnya, pelabelan total titik ajaib menghitung bobot titik, sedangkan pelabelan total sisi ajaib menghitung bobot sisi. Bobot titik dalam pelabelan total adalah jumlah dari kedua sisi pada satu titiknya dan bobot sisi dalam pelabelan total ajaib adalah jumlah label dari titik-titik yang berinsiden dengan sebuah sisi (Andayani dkk., 2022).

PELABELAN TOTAL TITIK AJAIB

DEFINISI. Suatu pelabelan total titik-ajaib pada graf G adalah pemetaan satu-satu λ dari $V(G) \cup E(G)$ pada bilangan $1, 2, \dots, p + q$ sedemikian sehingga untuk setiap titik x di G berlaku

$$\lambda(x) + \sum_{y \in N_x} \lambda(xy) = k$$

Untuk suatu bilangan bulat positif k , dimana N_x merupakan himpunan semua titik yang bertetangga dengan x (Saputra dkk, 2021).



Gambar 4. Penotasian dan Pelabelan Total Titik Ajaib Pada Graf Lingkaran (C_3).

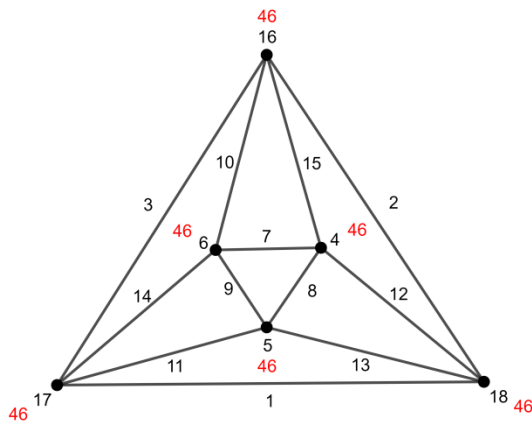
METODE

Metode yang dipakai diantaranya studi literature (*library research*), Pengkajian pada buku, jurnal, textbook dan artikel ilmiah mengenai pelabelan total titik ajaib dengan tujuan memperoleh informasi dan metode yang akan digunakan dalam pembahasan masalah ini. Tahapan yang akan dilalui oleh penelitian ini adalah:

1. Menggambar graf antiprisma (AP_n) Dengan menerapkan pelabelan total titik ajaib
2. Menentukan dan memperoleh pola bilangan pada graf antiprisma (AP_n) dengan menggunakan pelabelan total titik ajaib.
3. Membuktikan teorema pelabelan total titik ajaib pada graf antiprisma (AP_n).
4. Merumuskan kesimpulan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. **Menentukan Pelabelan Total Titik Ajaib pada Graf Antiprisma (AP_3).**
Pelabelan total titik ajaib pada graf antiprisma AP_3



Gambar 5. Pelabelan Graf Antiprisma (AP_3)

Berdasarkan contoh diatas didapatkan nilai konstanta ajaibnya yaitu $k = 46$. Sehingga jika pelabelan dari graf AP_3 adalah fungsi 1-1 dan onto dengan $f: V(AP_3 \cup E(AP_3))$ ke himpunan bilangan bulat.

Maka pada graf AP_3 fungsi f dinyatakan bahwa:

$$f(u_1) = 18 \quad f(u_1u_2) = 1$$

$$f(u_2) = 17 \quad f(u_2u_3) = 3$$

$$f(u_3) = 16 \quad f(u_3u_1) = 2$$

$$f(v_1) = 4 \quad f(u_1v_1) = 12$$

$$f(v_2) = 5 \quad f(u_1v_2) = 13$$

$$f(v_3) = 6 \quad f(u_2v_2) = 11$$

$$f(u_2v_3) = 14 \quad f(u_3v_3) = 10$$

$$f(u_3v_1) = 15 \quad f(v_1v_2) = 8$$

$$f(v_2v_3) = 9 \quad f(v_3v_1) = 7$$

Untuk indeks pada titik u_i ditemukan pola sebagai berikut:

$$f(u_2) = 17 = 6.3 - 2 - 1$$

$$f(u_1) = 18 = 6.3 - 1 + 1$$

$$f(u_3) = 16 = 6.3 - 3 + 1$$

Sehingga didapatkan fungsi titik dari u_i adalah:

$$f(u_i) = 6.n - i + 1$$

Untuk indeks pada titik v_i ditemukan pola sebagai berikut:

$$f(v_1) = 4 = 3 + 1$$

$$f(v_2) = 5 = 3 + 2$$

$$f(v_3) = 6 = 3 + 3$$

Sehingga didapatkan fungsi titik dari v_i adalah:

$$f(v_i) = n + i$$

Untuk indeks i pada sisi u_iu_{i+1} ditemukan pola sebagai berikut:

- Untuk indeks i ganjil

$$f(u_1u_2) = 1 = \frac{1+1}{2}$$

Sehingga didapatkan fungsi sisi dari $u_i u_{i+1}$ untuk indeks ganjil adalah:

$$f(u_i u_{i+1}) = \frac{i+1}{2}$$

- Untuk indeks i genap

$$f(u_2 u_3) = 3 = \frac{3+2+1}{2}$$

Sehingga didapatkan fungsi sisi dari $u_i u_{i+1}$ untuk indeks genap adalah

$$f(u_i u_{i+1}) = \frac{n+i+1}{2}$$

Untuk indeks $i = n$ pada sisi $u_n u_1$ ditemukan pola sebagai berikut:

$$f(u_3 u_1) = 2 = \frac{3+1}{2}$$

Sehingga didapatkan fungsi sisi dari $u_n u_1$ adalah:

$$f(u_3 u_1) = \frac{i+1}{2}$$

Untuk indeks pada sisi $u_i v_i$ ditemukan pola sebagai berikut:

$$f(u_1 v_1) = 12 = 4.3 - 1 + 1$$

$$f(u_2 v_2) = 11 = 4.3 - 2 + 1$$

$$f(u_3 v_3) = 10 = 4.3 - 3 + 1$$

Sehingga didapatkan fungsi sisi dari $u_i v_i$ adalah:

$$f(u_i v_i) = 4n - i + 1$$

Untuk indeks pada sisi $u_i v_{i+1}$ ditemukan pola sebagai berikut:

$$f(u_1 v_2) = 13 = 4.3 + 1$$

$$f(u_2 v_3) = 14 = 4.3 + 2$$

Sehingga didapatkan fungsi sisi dari $u_i v_{i+1}$ adalah:

$$f(u_i v_{i+1}) = 4n + i$$

Untuk indeks $i = n$ pada sisi $u_n v_1$ ditemukan pola sebagai berikut:

$$f(u_3 v_1) = 15 = 4.3 + 3$$

Sehingga didapatkan fungsi sisi dari $u_n v_1$ adalah

$$f(u_n v_1) = 4n + i$$

Untuk indeks pada sisi $v_i v_{i+1}$ ditemukan pola sebagai berikut:

- Untuk indeks i ganjil

$$f(v_1 v_2) = 8 = \frac{5.3 - 1 + 2}{2}$$

Sehingga didapatkan fungsi sisi dari $v_i v_{i+1}$ untuk indeks ganjil adalah:

$$f(v_i v_{i+1}) = \frac{5n - i + 2}{2}$$

- Untuk indeks i genap

$$f(v_2 v_3) = 9 = \frac{6.3 + 2}{2} - (2 - 1)$$

Sehingga didapatkan fungsi sisi dari $v_i v_{i+1}$ untuk indeks genap adalah:

$$f(v_i v_{i+1}) = \frac{6n + i}{2} - (2 - 1)$$

Untuk indeks $i = n$ pada sisi $v_n v_1$ ditemukan pola sebagai berikut:

$$f(v_3 v_1) = 7 = \frac{5.3 - 3 + 2}{2}$$

Sehingga didapatkan fungsi sisi dari $v_n v_1$ adalah:

$$f(v_n v_1) = \frac{5n - i + 2}{2}$$

Dari salah contoh graf AP3 diatas didapatkan kontruksi fungsi titik dan sisi graf antiprisma untuk APn adalah:

- Fungsi titik

$$f(u_i) = 6n - i + 1 \text{ untuk } 1 \leq i \leq n$$

$$f(v_i) = n + i \text{ untuk } 1 \leq i \leq n$$

- Fungsi sisi

Untuk $1 \leq i \leq n - 1$ berlaku:

$$f(u_i u_{i+1}) = \begin{cases} \frac{i+1}{2} & \text{untuk } i \text{ ganjil} \\ \frac{n+i+1}{2} & \text{untuk } i \text{ genap} \end{cases}$$

$$f(u_n u_1) = \frac{i+1}{2} \text{ untuk } i = n$$

$$f(u_i v_i) = 4n - i + 1 \text{ untuk } 1 \leq i \leq n$$

$$f(u_i v_{i+1}) = 4n + i \text{ untuk } 1 \leq i \leq n$$

$$f(u_n v_1) = 4n + i, \text{ untuk } i = n$$

Untuk $1 \leq i \leq n-1$ berlaku:

$$f(v_i v_{i+1}) = \begin{cases} \frac{5n-i+2}{2} & \text{untuk } i \text{ ganjil} \\ \frac{6n+i}{2} - (i-1) & \text{untuk } i \text{ genap} \end{cases}$$

$$f(v_n v_1) = \frac{5n-i+2}{2} \text{ untuk } i = n$$

Dari kontruksi fungsi yang telah didapatkan maka diperoleh teorema sebagai berikut.

TEOREMA 1. Setiap graf antiprisma (AP_n) dengan n bilangan ganjil dan $n \geq 3$ adalah pelabelan total titik ajaib $k = \frac{29n+5}{2}$

Bukti. Dari pengaitan fungsi yang didapat maka akan dibuktikan

- a. Untuk titik u_i di AP_n dengan $1 \leq i \leq n$ dan i ganjil diperoleh:

$$\begin{aligned} k &= f(u_i) + f(u_i u_{i+1}) + f(u_i u_{i+1})_{+1} \\ &+ f(u_i v_i) + f(u_i v_{i+1}) = (6n - i + 1) \\ &+ \left(\frac{i+1}{2}\right) + \left(\frac{n+(i-1)+1}{2}\right) + (4n - i \\ &+ 1) + (4n + i) = \frac{29n+5}{2} \end{aligned}$$

- b. Untuk titik u_i di AP_n dengan $1 \leq i \leq n$ dan i genap diperoleh

$$\begin{aligned} k &= f(u_i) + f(u_i u_{i+1}) + f(u_i u_{i+1})_{+1} \\ &+ f(u_i v_i) + f(u_i v_{i+1}) = (6n - i + 1) \\ &+ \left(\frac{n+i+1}{2}\right) + \left(\frac{(i-1)+1}{2}\right) + (4n - i + 1) \\ &+ (4n + i) = \frac{29n+5}{2} \end{aligned}$$

- c. Untuk titik v_i di AP_n dengan $1 \leq i \leq n$ dan i ganjil diperoleh

$$\begin{aligned} k &= f(v_i) + f(v_i v_{i+1}) + f(v_i v_{i+1})_{+1} \\ &+ f(u_i v_i) + f(u_i v_{i+1}) = (n + i) + \\ &\left(\frac{5n-i+2}{2}\right) + \left(\frac{6n+(i+1)}{2} - (i+1)\right) + (4n - i + 1) + (4n + i) = \\ &\frac{29n+5}{2} \end{aligned}$$

- d. Untuk titik v_i di AP_n dengan $1 \leq i \leq n$ dan i genap diperoleh

$$k = f(v_i) + f(v_i v_{i+1}) + f(v_i v_{i+1})_{+1}$$

$$\begin{aligned} &+ f(u_i v_i) + f(u_i v_{i+1}) = (n + i) + \\ &\left(\frac{6n+i}{2} - (i-1)\right) + \left(\frac{5n-(i+1)+2}{2}\right) \\ &+ (4n - i + 1) + (4n + i) = \frac{29n+5}{2} \end{aligned}$$

Jadi, terbukti untuk setiap graf antiprisma AP_n dengan n bilangan ganjil dimana $n \geq 3$ adalah total titik ajaib $k = \frac{29n+5}{2}$.

PENUTUP

SIMPULAN

Berdasarkan uraian hasil dan pembahasan diperoleh teorema bilangan total titik ajaib pada graf antiprisma untuk n ganjil dimana $n \geq 3$ diperoleh konstanta ajaib $k = \frac{29n+5}{2}$.

SARAN

Penelitian ini hanya membahas pelabelan total titik ajaib pada graf antiprisma untuk n ganjil dan untuk grafnya tidak dioperasikan, sehingga untuk peneliti selanjutnya dapat melakukan penelitian terkait pelabelan total titik ajaib dengan n genap dan dapat menggunakan operasi graf.

DAFTAR PUSTAKA

- Ameen Bibi, K. and M. D. (2018). *Fuzzy Anti-Magic Labeling On Some Graphs*. 5(1), 8-14.
- Andayani, N. N. A., Pujawan, I. G. N., & Juniantari, M. (2022). Pelabelan Total Sisi Ajaib Super pada Graf T (2, n, n + 6). 4, 46-54.
- Ashraf, W., Shaker, H., & Imran, M. (2022). *Orientable Group Distance Magic Labeling of Directed Graphs*. 2022, 2-6.
- Faizasari, A. (n.d.). Lengkap Dengan Metode Modifikasi Matrik. 5(1), 34-40.
- Gallian, J. A. (2018). *A dynamic survey of graph labeling. Electronic Journal of Combinatorics*, 1(DynamicSurveys), 1-415.
- Ikopitria, M., Kusumastuti, N., & Prihandono, B. (2015). Membentuk Pelabelan Sisi Ajaib Super Pada Graf Kembang Api. 04(1).
- Khairun Nisa Humolungo, Sumarno Ismail, Isran K.

- Hasan, N. I. Y. (2022). Bilangan Terhubung Pelangi Pada Graf Hasil Operasi Korona Graf Antiprisma (Ap M). 11(2), 112–123.
- MacDougall, J. A., Miller, M., Slamin, & Wallis, W. D. (2002). *Vertex-magic total labelings of graphs*. *Utilitas Mathematica*, 61, 3–21. <https://doi.org/10.7151/dmgt.1186>
- Maharani, M., & Budayasa, I. ketut. (2021). Pelabelan Total Ajaib Titik Berlabel Ganjil Pada Graf Pohon. *Jurnal Ilmiah Matematika*, 9(2), 437–446. <https://media.neliti.com/media/publications/249234-model-infeksi-hiv-dengan-pengaruh-percob-b7e3cd43.pdf>
- Mahizl, A. S. M., Jesintha, J. J., & Ummatt, S. (2023). *Odd vertex magic total labeling of the extended comb graph* *. 66(1), 61–66. <https://doi.org/10.48165/bpas.2023.42E.1.8>
- Mejia, M. (2022). *Vertex-Magic Total Labeling on G-sun Graphs*.
- Simangunsong, J. W. (2015). Pelabelan Total titik Ajaib pada Graf Petersen yang Diperumum. 1(3). <http://digilib.unimed.ac.id/id/eprint/12278>
- Slamin, A.C. Prihandoko, T.B. Setiawan1, F. Rosita, B. S. (2006). *Vertex-Magic Total Labelings Of Disconnected Graphs*. 2, 68121.
- Tri Saputra, Asep and Narwen, Narwen and Effendi, E. (2021). Pelabelan Total Titik Ajaib Super Pada Graf $C(7, N)$. *Jurnal Matematika UNAND*, 10(1), 54. <https://doi.org/10.25077/jmu.10.1.54-61.2021>
- Ulaganathan, P. ., Selvam, B., & kumar, P. V. (2016). *Signed Product Cordial labeling in duplicate graphs of Bistar, Double Star and Triangular Ladder Graph*. *International Journal of Mathematics Trends and Technology*, 33(1), 19–24. <https://doi.org/10.14445/22315373/ijmtt-v33p505>