

## PENERAPAN REGRESI SPATIAL AUTOREGRESSIVE (SAR) UNTUK TINGKAT PARTISIPASI ANGKATAN KERJA DI JAWA TIMUR

Raihan Puspita Aji

Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya  
e-mail : raihan.20021@mhs.unesa.ac.id

A'yunin Sofro

Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya  
e-mail : ayuninsofro@unesa.ac.id

### Abstrak

Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK) merupakan indikator ketenagakerjaan yang memberikan gambaran tentang penduduk yang aktif secara ekonomi. Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK) pada 38 kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur tahun 2023 menggunakan regresi Spatial Autoregressive (SAR). Regresi SAR merupakan salah satu model dari regresi spasial dengan pendekatan area yang menggabungkan model regresi linear dengan spasial lag pada variabel respon menggunakan data cross section. Hasil penelitian menunjukkan bahwa berdasarkan nilai uji Indeks Moran dan uji Lagrange Multiplier terdapat autokorelasi spasial dan dependensi spasial lag pada variabel respon. Model yang didapatkan dalam penelitian ini yaitu  $y_i = 38,6640 + 0,4499 \sum_{j=1}^k w_{ij}y_j + 0,1035x_{i1} - 22,2280x_{i2} - 0,9765x_{i3} - 0,0007x_{i4} - 0,3728x_{i5} + 0,2597x_{i6}$ ,  $i = 1,2,3, \dots, n$ . Kemudian variabel prediktor yang berpengaruh secara signifikan terhadap variabel respon pada model regresi SAR yaitu Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT) ( $x_3$ ) dan persentase penduduk miskin ( $x_5$ ).

Kata Kunci: tingkat partisipasi angkatan kerja, regresi Spatial Autoregressive (SAR).

### Abstract

Labor Force Participation Rate (LFPR) is a labor indicator that provides an overview of the economically active population. This study aims to model the Labor Force Participation Rate (TPAK) in 38 districts/cities in East Java Province in 2023 using Spatial Autoregressive (SAR) regression. SAR regression is one model of spatial regression with an area approach that combines a linear regression model with a spatial lag on the response variable using cross section data. The results showed that based on the value of the Moran Index test and the Lagrange Multiplier test there is spatial autocorrelation and spatial lag dependence on the response variable. The model obtained in this study is  $y_i = 38,6640 + 0,4499 \sum_{j=1}^k w_{ij}y_j + 0,1035x_{i1} - 22,2280x_{i2} - 0,9765x_{i3} - 0,0007x_{i4} - 0,3728x_{i5} + 0,2597x_{i6}$ ,  $i = 1,2,3, \dots, n$ . Then the predictor variables that significantly affect the response variable in the SAR regression model are the Open Unemployment Rate (OUR) ( $x_3$ ) and the percentage of poor people ( $x_5$ ).

Keywords: labor force participation rate, Spatial Autoregressive (SAR) regression.

### PENDAHULUAN

Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK) merupakan indikator ketenagakerjaan yang memberikan gambaran tentang penduduk yang aktif secara ekonomi dalam kegiatan sehari-hari merujuk pada suatu waktu dalam periode survei (Mala et al., 2017). Pada tahun 2023 jumlah angkatan kerja di Provinsi Jawa Timur mengalami kenaikan sebesar 999,75 ribu orang yang menyebabkan naiknya

Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK) sebesar 1,33 persen dibandingkan TPAK tahun sebelumnya (BPS, 2023). Peningkatan ini menarik perhatian karena terjadi bersamaan dengan penurunan Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT). Kondisi ini menunjukkan bahwa semakin banyak penduduk usia kerja yang bekerja baik secara formal maupun informal, sehingga mengurangi jumlah pengangguran (Ikhsan, 2016). Hal ini dapat menjadi indikasi positif mengenai pertumbuhan ekonomi dan

efektivitas kebijakan tenaga kerja yang diterapkan di Provinsi Jawa Timur. Oleh karena itu, akan dilakukan pemodelan pada data TPAK agar dapat diketahui faktor-faktor yang mempengaruhi TPAK di Jawa Timur menggunakan analisis regresi.

Analisis regresi digunakan untuk mengetahui hubungan antara variabel prediktor dan variabel respon (Nurdin et al., 2018). Analisis ini mengasumsikan bahwa variabel respon tidak dipengaruhi oleh lokasi (Sanusi et al., 2018). Pada beberapa kasus, variabel respon memiliki keterkaitan dengan hasil pengamatan di lokasi berbeda, terutama di lokasi yang berdekatan dengan daerah yang diamati (Sanusi et al., 2018). Hal ini sesuai dengan hukum geografi pertama yang dikemukakan oleh Tobler, bahwa segala sesuatu berhubungan satu sama lain, tetapi sesuatu yang dekat lebih berpengaruh daripada yang jauh (Anselin, 1988). Adanya pengaruh spasial dapat menimbulkan autokorelasi spasial, sehingga menyebabkan perkiraan parameter yang dihasilkan menjadi bias dan tidak konsisten karena asumsi keacakan suatu galat dilanggar (McMillen, 1992). Oleh karena itu, untuk mengatasi hal tersebut digunakan analisis regresi spasial.

Analisis regresi spasial merupakan analisis yang digunakan untuk menunjukkan hubungan antara variabel respon dan satu atau lebih variabel prediktor dengan memperhatikan efek lokasi atau spasial (Yasin et al., 2020). Dalam kasus TPAK, efek spasial dapat berupa ketergantungan spasial atau dependensi spasial. Salah satu model dari regresi spasial dengan pendekatan area yaitu regresi *Spatial Autoregressive* (SAR) (LeSage, 1999). Model ini menggabungkan model regresi linear dengan spasial *lag* pada variabel respon menggunakan data *cross section* (Anselin, 1988). Pada model regresi spasial, ketidaktepatan dalam memprediksi model dapat terjadi karena adanya *spatial outlier* pada galat model SAR (Tho et al., 2023). Komponen dasar dalam pembentukan model regresi spasial yaitu matriks pembobot spasial yang mencerminkan hubungan antara satu lokasi dengan lokasi lainnya (Wuryandari et al., 2014). Pada penelitian ini menggunakan matriks pembobot spasial *Queen Contiguity* dalam menentukan model regresi spasial pada data Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK) di Provinsi Jawa Timur tahun 2023.

Adapun beberapa penelitian terdahulu yang telah dilakukan untuk memodelkan data efek spasial diantaranya yaitu penelitian yang dilakukan oleh Juniar dan Ulinnuha (2020) menggunakan regresi *Spatial Autoregressive* (SAR) dan regresi *Spatial Error Model* (SEM) untuk memodelkan data dengan efek spasial pada persentase penduduk miskin di Jawa Barat. Namun, menurut Juniar dan Ulinnuha (2020) model *Spatial Autoregressive* (SAR) lebih baik digunakan dibandingkan regresi *Spatial Error Model* (SEM) dikarenakan model regresi tersebut memiliki nilai AIC lebih kecil. Kemudian penelitian Novatiara R (2015) memodelkan Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja Wanita di Provinsi Jawa Timur menggunakan pendekatan *Geographically Weighted Regression* (GWR) dan penelitian Putri dan Abapihi (2022) menggunakan *Geographically Weighted Regression* (GWR) untuk memodelkan data dengan efek spasial pada indeks pembangunan manusia di Indonesia. Kekurangan dari metode GWR yaitu memiliki potensi *overfitting* apabila ukuran sampel relatif kecil pada data spasial. Selain itu, penelitian yang dilakukan oleh Akolo (2022) yang menjelaskan *Queen Contiguity* merupakan matriks pembobot spasial yang terbaik dibandingkan *Rook Conguity*.

Berdasarkan uraian diatas ujuan dari penelitian ini adalah untuk memodelkan data TPAK yang mengandung efek spasial menggunakan regresi *Spatial Autoregressive* (SAR) dan matriks pembobot spasial *Queen Contiguity*, serta mengidentifikasi faktor-faktor signifikan terhadap data.

## KAJIAN TEORI

### REGRESI SPASIAL

Regresi spasial merupakan metode yang digunakan untuk menunjukkan hubungan antara variabel respon dan variabel predictor dengan memperhatikan efek lokasi atau spasial (Yasin et al., 2020). Regresi ini memiliki model umum yaitu *General Spatial Model* dengan persamaan (LeSage, 1999:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \rho \mathbf{W}\mathbf{y} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u} \\ \mathbf{u} &= \lambda \mathbf{W}\mathbf{u} + \boldsymbol{\epsilon} \\ \boldsymbol{\epsilon} &\sim \mathbf{N}(0, \sigma^2 \mathbf{I}) \end{aligned} \quad (1)$$

dimana:

- $\mathbf{y}$  : vektor variabel respon berukuran  $n \times n$
- $\rho$  : koefisien parameter spasial *lag* dari variabel respon
- $\mathbf{W}$  : matriks pembobot spasial berukuran  $n \times n$

- $X$  : matriks variabel prediktor berukuran  $n \times (k + 1)$
- $\beta$  : vektor koefisien parameter regresi berukuran  $(k + 1) \times 1$
- $u$  : vektor galat yang memiliki efek spasial berukuran  $n \times 1$
- $\lambda$  : koefisien parameter spasial galat
- $\epsilon$  : vektor galat berukuran  $n \times 1$
- $I$  : matriks identitas berukuran  $n \times n$

**MATRIKS PEMBOBOT SPASIAL**

Dalam analisis regresi spasial matriks pembobot spasial menjadi hal yang penting. Matriks pembobot spasial digunakan untuk mencerminkan hubungan antara satu lokasi dengan lokasi lainnya.

Matriks *contiguity* merupakan matriks yang menggambarkan hubungan antara lokasi berdasarkan informasi ketetanggaan, bernotasi  $C$  yang berukuran  $n \times n$  dengan  $c_{ij}$  adalah nilai elemen matriks baris ke-  $i$  dan kolom ke-  $j$ . Nilai  $c_{ij} = 0$  apabila lokasi ke-  $i$  dan ke-  $j$  tidak bertetangga dan nilai  $c_{ij} = 1$  apabila lokasi ke-  $i$  dan ke-  $j$  bertetangga.

Terdapat tiga ketetanggaan yang dapat didefinisikan yaitu:

1. *Rook Contiguity*  
Lokasi observasinya ditentukan berdasarkan sisi-sisi yang saling bersinggungan dan sudut tidak diperhitungkan.
2. *Bishop Contiguity*  
Lokasi observasinya ditentukan berdasarkan sudut-sudut yang saling bersinggungan dan sisi tidak diperhitungkan.
3. *Queen Contiguity*  
Lokasi observasinya ditentukan berdasarkan sisi-sisi dan sudut-sudut yang saling bersinggungan.

Matriks pembobot spasial ( $W$ ) adalah matriks *contiguity* yang distandarisasi berukuran  $n \times n$  berisikan  $w_{ij}$  dengan rumus (LeSage, 1999):

$$w_{ij} = \frac{c_{ij}}{\sum_{j=1}^n c_{ij}} \tag{2}$$

**EFEK SPASIAL**

Pada regresi spasial terdapat 2 efek spasial yaitu dependensi spasial dan heterogenitas spasial (Anselin, 1988). Berdasarkan tipe data pemodelan spasial dapat dibedakan menjadi dua bagian yaitu pemodelan dengan pendekatan titik dan area. Untuk pemodelan dengan pendekatan titik dilakukan

dengan menggunakan uji heterogenitas spasial sedangkan pemodelan dengan pendekatan area dilakukan dengan menggunakan uji dependensi spasial (Pratiwi et al., 2020). Pada penelitian ini digunakan pemodelan spasial dengan pendekatan area sehingga hanya dilakukan pengujian dependensi spasial.

Untuk menguji dependensi spasial dilakukan dua pengujian yaitu uji Indeks Moran dan uji *Lagrange Multiplier*.

**UJI INDEKS MORAN**

Uji Indeks Moran digunakan untuk mendeteksi ada atau tidaknya autokorelasi spasial. Rumus Indeks Moran adalah sebagai berikut (Lee dan Wong, 2001):

$$I = \frac{n \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (y_i - \bar{y})(y_j - \bar{y})}{S_0 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \tag{3}$$

dimana:

- $S_0$  :  $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}$
- $I$  : Indeks Moran
- $n$  : banyaknya pengamatan yang diteliti
- $y_i$  : nilai pada lokasi ke-  $i$
- $y_j$  : nilai pada lokasi ke-  $j$
- $\bar{y}$  : nilai rata-rata  $y_i$  dari lokasi ke- $n$
- $w_{ij}$  : elemen matriks pembobot spasial yang telah distandarisasi antara lokasi  $i$  dan

Nilai  $I$  berkisar antara -1 dan 1. Nilai  $I$  bernilai negatif menunjukkan bahwa terdapat korelasi spasial antar lokasi yang negatif, nilai  $I$  bernilai nol menunjukkan tidak terdapat korelasi spasial antar lokasi, dan nilai  $I$  bernilai positif menunjukkan bahwa terdapat korelasi spasial antar lokasi yang positif. Selain itu, jika  $I > E(I)$  menunjukkan bahwa autokorelasi spasial positif, sedangkan apabila  $I < E(I)$  menunjukkan bahwa autokorelasi spasial negatif. Hipotesis yang digunakan dalam uji adalah sebagai berikut:

- $H_0$  :  $I = 0$  (tidak terdapat autokorelasi spasial antar lokasi)
- $H_1$  :  $I \neq 0$  (terdapat autokorelasi spasial antar lokasi)

Rumus statistik uji dengan taraf signifikan  $\alpha = 0,1$  adalah

$$Z_{hitung} = \frac{I - E(I)}{\sqrt{Var(I)}} \tag{4}$$

dimana:

$E(I)$  : nilai harapan dengan rumus  

$$E(I) = -\frac{1}{n-1}$$

$Var(I)$  : Nilai ragam dengan rumus  

$$Var(I) = \frac{n^2s_1 - ns_2 + 3s_0^2}{(n^2 - 1)s_0^2} - [E(I)]^2$$

$S_0$  :  $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}$

$S_1$  :  $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (w_{ij} + w_{ji})^2$

$S_2$  :  $\sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^n w_{ij} + \sum_{j=1}^n w_{ji})^2$

Kriteria keputusan tolak

$H_0$  apabila  $Z_{hitung} > Z_{\frac{\alpha}{2}}$  atau jika p-value  $< \alpha$  yang berarti terdapat autokorelasi spasial antar lokasi.

**UJI LAGRANGE MULTIPLIER**

Uji *Lagrange Multiplier* merupakan uji ketergantungan spasial yang digunakan untuk mengetahui ada tidaknya pengaruh spasial antar pengamatan yang satu dengan yang (Anselin, 1988). Uji ini dilakukan untuk mengidentifikasi suatu model mempunyai dependensi spasial pada variabel respon atau tidak. Hipotesis yang digunakan dalam uji adalah sebagai berikut:

$H_0$  :  $\rho = 0$  (tidak terdapat terdapat dependensi spasial pada variabel respon)

$H_1$  :  $\rho \neq 0$  (terdapat terdapat dependensi spasial pada variabel respon)

Rumus statistik uji dengan taraf signifikan  $\alpha = 0,1$  adalah

$$LM_{lag} = \frac{\left(\frac{\epsilon^T \mathbf{W} \mathbf{y}}{s^2}\right)^2}{T + \frac{(\mathbf{W} \mathbf{X} \boldsymbol{\beta})^T \mathbf{M} (\mathbf{X} \mathbf{W} \boldsymbol{\beta})}{s^2}} \tag{5}$$

dimana:

$s^2$  :  $\frac{\epsilon^T \epsilon}{n}$

$T$  :  $\text{trace}((\mathbf{W} + \mathbf{W}^T)\mathbf{W})$

$M$  :  $\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X}^{-1})\mathbf{X}^T$

$\mathbf{y}$  : vektor variabel respon berukuran  $n \times n$

$\mathbf{W}$  : matriks pembobot spasial berukuran  $n \times n$

$\mathbf{X}$  : matriks variabel prediktor berukuran  $n \times (k + 1)$

$\boldsymbol{\beta}$  : vektor koefisien parameter regresi berukuran  $(k + 1) \times 1$

$\epsilon$  : vektor galat berukuran  $n \times 1$

$I$  : matriks identitas berukuran  $n \times n$

$n$  : Banyak pengamatan yang diteliti

Kriteria keputusan tolak

$H_0$  apabila  $LM_{lag} > X_{\alpha,df}^2$  atau jika p-value  $< \alpha$  yang

berarti terdapat dependensi spasial pada variabel respon.

**REGRESI SPATIAL AUTOREGRESSIVE (SAR)**

Regresi *Spatial Autoregressive* (SAR) adalah salah satu model regresi spasial dengan pendekatan area (LeSage, 1999). Model ini menggabungkan model regresi linear dengan spasial lag pada variabel respon menggunakan data *cross section* (Anselin, 1988). Model regresi *Spatial Autoregressive* (SAR) adalah sebagai berikut:

$$y_i = \beta_0 + \rho \sum_{j=1}^k w_{ij} y_j + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij} + \tag{6}$$

$\epsilon_i, i = 1, 2, 3, \dots, n$

Jika dituliskan kembali dalam bentuk persamaan adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{y} = \rho \mathbf{W} \mathbf{y} + \mathbf{X} \boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\epsilon} \tag{7}$$

$$\boldsymbol{\epsilon} \sim \mathbf{N}(0, \sigma^2 I)$$

dimana:

$\mathbf{y}$  : vektor variabel respon berukuran  $n \times n$

$\rho$  : koefisien parameter spasial lag dari variabel respon

$\mathbf{W}$  : matriks pembobot spasial berukuran  $n \times n$

$\mathbf{X}$  : matriks variabel prediktor berukuran  $n \times (k + 1)$

$\boldsymbol{\beta}$  : vektor koefisien parameter regresi berukuran  $(k + 1) \times 1$

$\epsilon$  : vektor galat berukuran  $n \times 1$

$I$  : matriks identitas berukuran  $n \times n$

Metode estimasi parameter model regresi SAR pada persamaan (7) menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE).

Nilai dari fungsi likelihood dari  $\epsilon$  adalah

$$L(\sigma^2; \epsilon) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} (\epsilon^T \epsilon)\right) \tag{8}$$

Kemudian diferensialkan persamaan  $\epsilon = (\mathbf{I} - \rho \mathbf{W})\mathbf{y} - \mathbf{X} \boldsymbol{\beta}$  terhadap  $\mathbf{y}$  sehingga diperoleh nilai Jacobian:

$$J = \left| \frac{\partial \epsilon}{\partial \mathbf{y}} \right| = |\mathbf{I} - \rho \mathbf{W}| \tag{9}$$

Setelah itu substitusi persamaan  $\epsilon = \mathbf{y} - \rho \mathbf{W} \mathbf{y} - \mathbf{X} \boldsymbol{\beta}$  dan (9) ke persamaan (8) sehingga didapatkan fungsi *likelihood* dari variabel  $\mathbf{y}$  :

$$L(\boldsymbol{\beta}, \rho, \sigma^2; \mathbf{y}) = \frac{|\mathbf{I} - \rho \mathbf{W}|}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} (\mathbf{y} - \rho \mathbf{W} \mathbf{y} - \mathbf{X} \boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{y} - \rho \mathbf{W} \mathbf{y} - \mathbf{X} \boldsymbol{\beta})\right) \tag{10}$$

Berdasarkan persamaan diatas didapatkan fungsi logaritma natural atau *ln likelihood* adalah sebagai berikut :

$$\ln\{L\} = \ln \left\{ \frac{|1-\rho\mathbf{W}|}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} \exp \left( -\frac{1}{2\sigma^2} (\mathbf{y} - \rho\mathbf{W}\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{y} - \rho\mathbf{W}\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \right) \right\}$$

$$\ln\{L\} = -\frac{n}{2} \ln\{2\pi\} - \frac{n}{2} \ln\{\sigma^2\} + \ln\{|\mathbf{I} - \rho\mathbf{W}|\} - \frac{(\mathbf{y} - \rho\mathbf{W}\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{y} - \rho\mathbf{W}\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})}{2\sigma^2} \quad (11)$$

Estimasi dari parameter  $\boldsymbol{\beta}$  dengan menurunkan fungsi logaritma natural atau *ln likelihood* pada persamaan (11) terhadap  $\boldsymbol{\beta}$ . Sehingga didapatkan bentuk estimasi MLE dari parameter  $\boldsymbol{\beta}$  sebagai berikut (Yasin et al., 2020):

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T (\mathbf{I} - \rho\mathbf{W}) \mathbf{y} \quad (12)$$

Selanjutnya diperoleh estimasi parameter  $\rho$  dengan optimalisasi fungsi persamaan (11) sehingga dihasilkan:

$$\hat{\rho} = (\mathbf{y}^T \mathbf{W}^T \mathbf{W} \mathbf{y})^{-1} \mathbf{y}^T \mathbf{W}^T \mathbf{y} \quad (13)$$

**UJI SIGNIFIKANSI PARAMETER SECARA SIMULTAN**

Uji signifikansi parameter secara simultan dilakukan dengan menggunakan uji F, uji ini dilakukan secara Bersama-sama untuk menentukan pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon dan pengaruh spasial *lag* pada variabel respon sehingga model regresi cocok digunakan dalam penelitian tersebut (Yasin et al., 2020). Hipotesis yang digunakan dalam uji ini adalah sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = \rho = 0$$

$$H_1 : \rho \neq 0 \text{ dan minimal ada satu } \beta_k \neq 0 \text{ dengan } k=1,2,3, \dots, p$$

Rumus statistik uji dengan taraf signifikan  $\alpha = 0,1$  adalah

$$F_{hitung} = \frac{\frac{SSR}{p}}{\frac{SSE}{n-p-1}} \quad (14)$$

Kriteria keputusan tolak  $H_0$  apabila  $F_{hitung} > F_{\alpha;p;n-p-1}$  atau jika *p-value*  $< \alpha$  yang berarti minimal ada satu variabel prediktor yang berpengaruh secara signifikan terhadap variabel respon dan terdapat spasial *lag* pada variabel respon sehingga model regresi cocok digunakan pada penelitian.

**UJI SIGNIFIKANSI PARAMETER SECARA PARSIAL**

Uji yang paling cocok diterapkan pada data spasial adalah uji *Wald*. Uji ini dilakukan secara individu untuk menguji signifikansi variabel prediktor terhadap variabel respon (Anselin, 1988). Hipotesis yang digunakan dalam uji ini adalah sebagai berikut:

1.  $H_0: \beta_k = 0$  (variabel prediktor tidak signifikan terhadap variabel respon)  
 $H_0: \beta_k \neq 0$  (variabel prediktor signifikan terhadap variabel respon)

Rumus statistik uji dengan taraf signifikan  $\alpha = 0,1$  adalah

$$W_k = \left( \frac{\beta_k}{SE(\hat{\beta}_k)} \right)^2 \quad (15)$$

$$SE(\hat{\beta}_k) = \sqrt{\sigma^2(\hat{\beta}_k)}$$

Kriteria keputusan tolak  $H_0$  apabila  $|W_k| > Z_{\frac{\alpha}{2}}$  jika *p-value*  $< \alpha$  yang berarti variabel prediktor signifikan terhadap variabel respon.

2.  $H_0: \rho = 0$  (parameter spasial *lag* tidak signifikan pada variabel respon)  
 $H_0: \rho \neq 0$  (parameter spasial *lag* signifikan pada variabel respon)

Rumus statistik uji dengan taraf signifikan  $\alpha = 0,1$  adalah

$$W = \left( \frac{\rho}{SE(\hat{\rho})} \right)^2 \quad (16)$$

$$SE(\hat{\rho}) = \sqrt{\sigma^2(\hat{\rho})}$$

Kriteria keputusan tolak  $H_0$  apabila  $|W| > Z_{\frac{\alpha}{2}}$  jika *p-value*  $< \alpha$  yang berarti parameter spasial *lag* signifikan pada variabel respon.

**METODE**

**DATA PENELITIAN**

Jenis penelitian yang digunakan merupakan penelitian kuantitatif. Data penelitian diperoleh melalui publikasi yang dikeluarkan oleh Badan Pusat Statistik Provinsi Jawa Timur yaitu Provinsi Jawa Timur dalam Angka Tahun 2023 mengenai Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK) tahun 2023 beserta faktor-faktor yang mempengaruhi TPAK tersebut secara signifikan. Jumlah lokasi penelitian yang digunakan sebanyak 38 kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur. Variabel yang digunakan

dalam penelitian ini yaitu variabel respon ( $y$ ) dan variabel prediktor ( $x$ ). Variabel respon ( $y$ ) yaitu Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK), sedangkan variabel prediktor ( $x$ ) yaitu Indeks Pembangunan Manusia (IPM), gini ratio, Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT), pengeluaran per kapita riil disesuaikan, persentase penduduk miskin, Angka Harapan Hidup (AHH).

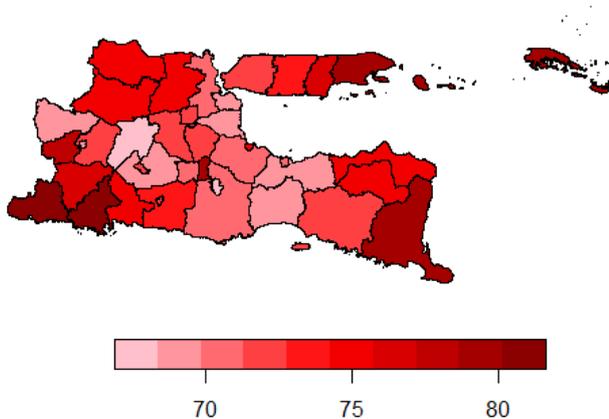
**RANCANGAN PENELITIAN**

Rancangan penelitian yang digunakan untuk mencapai tujuan dari penelitian yaitu menentukan matriks pembobot spasial menggunakan *Queen Contiguity*, kemudian melakukan pengujian efek spasial pada data menggunakan uji Indeks Moran dan uji *Lagrange Multiplier*. Setelah itu, melakukan penaksiran estimasi parameter pada model regresi *Spatial Autoregressive (SAR)* menggunakan *Maximum Likelihood Estimation (MLE)* agar diperoleh model regresi. Langkah selanjutnya yaitu melakukan pengujian signifikansi parameter model regresi *Spatial Autoregressive (SAR)* yang dilakukan secara simultan menggunakan uji F dan secara parsial menggunakan uji *Wald*. Selanjutnya melakukan interpretasi hasil pada model regresi *Spatial Autoregressive (SAR)*.

**HASIL DAN PEMBAHASAN**

**PETA SEBARAN**

Gambar 1 merupakan peta sebaran Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK) di 38 kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur. Peta ini memberikan gambaran visual mengenai nilai TPAK.



Gambar 1 Peta Sebaran Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK) Provinsi Jawa Timur tahun 2023

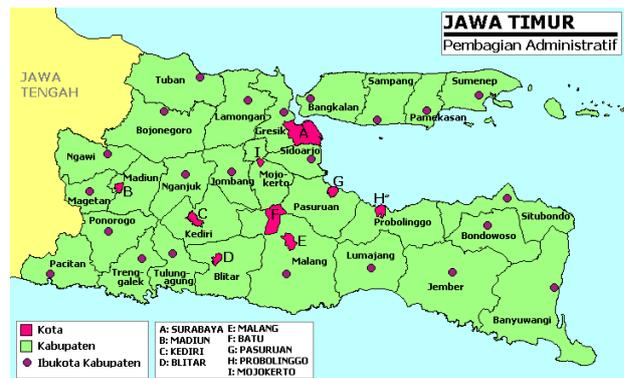
Berdasarkan Gambar 1 diketahui bahwa degradasi warna yang digunakan pada peta serta

skala pada peta menunjukkan besarnya nilai TPAK. Semakin gelap warna merah maka kabupaten/kota memiliki nilai TPAK yang tinggi, sebaliknya semakin terang warna merah maka kabupaten/kota memiliki nilai TPAK yang rendah. Selain itu, dapat dilihat bahwa kabupaten/kota cenderung memiliki nilai TPAK yang relatif serupa apabila lokasinya berdekatan. Hal ini dapat dijadikan identifikasi awal untuk mengindikasikan adanya ketergantungan spasial, dimana kondisi partisipasi kerja di suatu wilayah dapat dipengaruhi oleh kondisi partisipasi kerja di wilayah sekitarnya.

Langkah selanjutnya adalah penentuan matriks pembobot spasial dalam proses analisis regresi spasial, karena matriks ini merupakan elemen penting yang mewakili hubungan antara suatu lokasi dengan lokasi lainnya.

**MATRIKS PEMBOBOT SPASIAL**

Pada proses ini diperlukan peta yang berisikan pembagian administratif 38 kota/kabupaten di Provinsi Jawa Timur yang menjadi dasar untuk menghitung bobot antar lokasi yang diamati.



Gambar 2 Peta Administratif Kabupaten/Kota Provinsi Jawa Timur

Pada penelitian ini digunakan matriks pembobot spasial tipe *Queen Contiguity*, dimana lokasi yang saling bertetangga ditentukan berdasarkan persinggungan antara sisi dan sudut. Berdasarkan Gambar 2 didapatkan matriks *Queen Contiguity* dan matriks pembobot spasial yang berukuran 38 x 38 sebagai berikut:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0,25 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0,33 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,2 & \dots & 0,2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Langkah yang dilakukan setelah menentukan matriks pembobot spasial dan sebelum melakukan pemodelan spasial yaitu uji efek spasial pada data.

**PENGUJIAN EFEK SPASIAL**

Adanya hubungan dalam data spasial menyebabkan dependensi spasial (LeSage, 1999). Untuk menguji dependensi spasial dilakukan uji Indeks Moran dan uji *Lagrange Multiplier*.

**UJI INDEKS MORAN**

Uji Indeks Moran digunakan untuk mendeteksi ada atau tidaknya autokorelasi spasial antar lokasi. Dibawah ini merupakan hasil uji Indeks Moran:

Tabel 1 Hasil Uji Indeks Moran

<i>I</i>	<i>E(I)</i>	<i>Var(I)</i>	<i>p-value</i>	<i>Z<sub>hitung</sub></i>
0,337443	-0,027027	0,016970	0,002571	2,797830

Berdasarkan Tabel 1 dapat ditunjukkan bahwa terdapat korelasi spasial antar lokasi yang positif, sebagaimana tercermin dari nilai Indeks Moran *I* sebesar 0,337443 . Selain itu, diperoleh nilai *E(I)* sebesar -0,027027 yang berarti nilai *I* > *E(I)*. Pada taraf signifikan  $\alpha = 0,1$  diperoleh nilai  $Z_{hitung} = 2,797830 > Z_{\frac{0,1}{2}} = 1,645$  dan  $p - value = 0,002571 < \alpha = 0,1$  sehingga diambil keputusan tolak  $H_0$  yang berarti terdapat autokorelasi spasial antar lokasi.

**UJI LAGRANGE MULTIPLIER**

Uji ini dilakukan untuk mengidentifikasi suatu model mempunyai dependensi spasial pada variabel respon atau tidak. Dibawah ini merupakan hasil uji Indeks Moran:

Tabel 2 Hasil Uji Lagrange Multiplier

<i>LM<sub>Iag</sub></i>	<i>p-value</i>
3,5291	0,0603

Berdasarkan Tabel 2 dapat ditunjukkan bahwa pada taraf signifikan  $\alpha = 0,1$  diperoleh nilai  $LM_{Iag} = 3,5291$  dan  $p - value = 0,0603 < \alpha = 0,1$  sehingga diambil keputusan tolak  $H_0$  yang berarti terdapat dependensi spasial pada variabel respon.

**PEMODELAN REGRESI SPATIAL AUTOREGRESSIVE (SAR)**

Sebelum dilakukan pemodelan, langkah awal yang harus dilakukan adalah melakukan penaksiran estimasi parameter. Estimasi parameter model regresi SAR diselesaikan dengan menggunakan *Maximum Likelihood* (MLE) yang disajikan pada tabel dibawah ini:

Tabel 3 Hasil Estimasi Parameter Regresi SAR

Paramete r	Estimasi	Standar Error	<i>z-value</i>	<i>p-value</i>
$\rho$	0,4499	0,1454	3,0951	0,0019
$\beta_0$	38,6640	23,5230	1,6427	0,1002
$\beta_1$	0,1035	0,4188	0,2472	0,8047
$\beta_2$	-22,2280	18,0310	-1,2328	0,2176
$\beta_3$	-0,9765	0,4430	-2,2042	0,0275
$\beta_4$	-0,0007	0,0070	-1,0034	0,3156
$\beta_5$	-0,3728	0,2123	-1,7559	0,0791
$\beta_6$	0,2597	0,4417	0,5880	0,5565

uji F = 4,6578

\*taraf signifikan 0,1

Berdasarkan Tabel 3 dan persamaan (6) didapatkan persamaan model regresi SAR yaitu  $y_i = 38,6640 + 0,4499 \sum_{j=1}^k w_{ij}y_j + 0,1035x_{i1} - 22,2280x_{i2} - 0,9765x_{i3} - 0,0007x_{i4} - 0,3728x_{i5} + 0,2597x_{i6}, i = 1,2,3, \dots, n$

Selanjutnya akan dilakukan uji F yang merupakan uji parameter secara simultan menggunakan

persamaan (14) yang bertujuan untuk mengevaluasi kecukupan model regresi yang telah dihasilkan. Hal ini dilakukan untuk mengetahui bagaimana variabel prediktor memengaruhi variabel respon dan bagaimana spasial *lag* berpengaruh pada variabel respon.

Berdasarkan Tabel 3 pada taraf signifikan  $\alpha = 0,1$  diperoleh nilai  $F_{hitung} = 4,6578 > F_{0,1;6;31} = 1,9734$  sehingga diambil keputusan tolak  $H_0$  yang berarti minimal ada satu variabel prediktor yang berpengaruh secara signifikan terhadap variabel respon dan terdapat spasial *lag* pada variabel respon sehingga model regresi SAR cocok digunakan untuk data penelitian ini.

Langkah berikutnya akan dilakukan uji *Wald* pada model regresi SAR menggunakan persamaan (15) dan (16) yang merupakan uji signifikan parameter secara parsial.

Tabel 3 menunjukkan hasil uji *Wald* pada model regresi SAR. Nilai uji *Wald* parameter  $\beta$  diperoleh melalui persamaan (15) yang nilainya setara dengan *z-value*. Berdasarkan Tabel 3 pada taraf signifikan  $\alpha = 0,1$ , nilai *p-value* dari variabel Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT) ( $x_3$ ) dan persentase penduduk miskin ( $x_5$ ) sebesar 0,0275 dan 0,0791. Hasil tersebut menunjukkan *p-value*  $< \alpha = 0,1$  sehingga diambil keputusan tolak  $H_0$ , dapat disimpulkan bahwa pada model regresi SAR variabel prediktor Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT) ( $x_3$ ) dan persentase penduduk miskin ( $x_5$ ) berpengaruh terhadap variabel respon secara signifikan.

Selanjutnya Tabel 3 juga menunjukkan hasil uji *Wald* pada model regresi SAR. Nilai uji *Wald* parameter  $\rho$  diperoleh melalui persamaan (16) yang nilainya setara dengan *z-value*. Berdasarkan Tabel 3 pada taraf signifikan  $\alpha = 0,1$ , nilai *p-value*  $= 0,0019 < \alpha = 0,1$  sehingga diambil keputusan tolak  $H_0$  yang berarti parameter spasial *lag* signifikan pada variabel respon.

#### INTERPRETASI HASIL

Interpretasi dari model didasarkan pada *odd ratio* dari masing-masing koefisien variabel prediktor yang signifikan dengan nilai  $e^{koeff}$ .

Nilai koefisien  $x_3$  adalah  $-0,9765$ , sehingga dapat diinterpretasikan bahwa apabila terjadi penurunan Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT) ( $x_3$ ) sebesar 1% maka dapat menyebabkan terjadinya

kenaikan Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK) sebesar 0,3766 kali.

Nilai koefisien  $x_5$  adalah  $-0,3728$ , sehingga dapat diinterpretasikan bahwa apabila terjadi penurunan persentase penduduk miskin ( $x_5$ ) sebesar 1% maka dapat menyebabkan terjadinya kenaikan Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK) sebesar 0,6888 kali.

#### PENUTUP

#### SIMPULAN

Dari uraian hasil penelitian dan pembahasan diperoleh kesimpulan yaitu:

1. Model dari regresi SAR pada data Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK) yaitu
 
$$y_i = 38,6640 + 0,4499 \sum_{j=1}^k w_{ij} y_j + 0,1035 x_{i1} - 22,2280 x_{i2} - 0,9765 x_{i3} - 0,0007 x_{i4} - 0,3728 x_{i5} + 0,2597 x_{i6}, i = 1, 2, 3, \dots, n$$
2. Berdasarkan hasil pengujian signifikansi parameter secara simultan diperoleh hasil bahwa variabel prediktor berpengaruh secara simultan terhadap variabel respon dan terdapat spasial *lag* pada variabel respon sehingga model regresi SAR cocok digunakan untuk data penelitian ini, serta dengan uji signifikansi parameter secara parsial diperoleh hasil variabel prediktor yang berpengaruh secara signifikan terhadap variabel respon adalah variabel Tingkat Pengangguran Terbuka (TPT) ( $x_3$ ) dan persentase penduduk miskin ( $x_5$ )

#### SARAN

Saran untuk peneliti selanjutnya yaitu dapat melakukan komparasi menggunakan metode lain untuk memodelkan data yang mengandung efek spasial serta menambahkan atau merubah variabel prediktor agar dapat menghasilkan model yang lebih baik.

#### DAFTAR PUSTAKA.

- Anselin, L. (1988). *Spatial econometrics: methods and models* (Vol. 4). Springer Science & Business Media.
- Akolo, I. R. (2022). Perbandingan matriks pembobot rook dan queen contiguity dalam analisis spatial autoregressive model (sar) dan spatial error model (sem). *Jambura Journal of Probability*

- and Statistics*, 3(1), 11-18.
- BPS, (2023). Provinsi Jawa Timur dalam Angka 2023. Accessed: 26 Oktober 2023. URL <https://jatim.bps.go.id/publication/2023/02/28/446036fbb58d36b009212dbc/provinsi-jawa-timur-dalam-angka-2023.html>.
- Ikhsan, M. (2016). Analisis Pengaruh Penduduk Usia Kerja, Rata-rata Lama Sekolah dan Upah Minimum Terhadap Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja Kabupaten/Kota Di Jawa Timur. *Jurnal Ilmiah Mahasiswa FEB*, 4(2).
- Juniar, D. H., & Ulinnuha, M. (2020). Pemodelan Spatial Autoregressive (SAR) untuk Presentase Penduduk Miskin Di Jawa Barat Tahun 2018. In *Seminar Nasional Variansi* (Vol. 2, pp. 67-76).
- Lee, J., & Wong, D. W. (2001). *Statistical analysis with ArcView GIS*. John Wiley & Sons.
- LeSage, J. P. (1999). The theory and practice of spatial econometrics. *University of Toledo. Toledo, Ohio*, 28(11), 1-39.
- Mala, V. S. N., Suyadi, B., & Sedyati, R. N. (2017). Analisis Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja Berdasarkan Kegiatan Ekonomi Masyarakat Desa Tegalsari Kecamatan Tegalsari Kabupaten Banyuwangi Tahun 2015. *JURNAL PENDIDIKAN EKONOMI: Jurnal Ilmiah Ilmu Pendidikan, Ilmu Ekonomi dan Ilmu Sosial*, 11(1), 130-139.
- McMillen, D. P. (1992). Probit with spatial autocorrelation. *Journal of Regional Science*, 32(3), 335-348.
- Nurdin, I., Sugiman, S., & Sunarmi, S. (2018). Penerapan Kombinasi Metode Ridge Regression (RR) dan Metode Generalized Least Square (GLS) untuk Mengatasi Masalah Multikolinearitas dan Autokorelasi. *Indonesian Journal of Mathematics and Natural Sciences*, 41(1), 58-68.
- Novatiara, R. (2015). *Pemodelan Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja Wanita Di Provinsi Jawa Timur Berdasarkan Pendekatan Geographically Weighted Regression* (Doctoral dissertation, UNIVERSITAS AIRLANGGA).
- Pratiwi, L. P. S., Hendayanti, N. P. N., & Suniantara, I. K. P. (2020). Perbandingan pembobotan seemingly unrelated regression-spatial durbin model untuk faktor kemiskinan dan pengangguran. *Jurnal Varian*, 3(2), 51-64.
- Putri, F. E., & Abapihi, B. (2022). Pemodelan Indeks Pembangunan Manusia Di Indonesia Dengan Pendekatan *Geographically Weighted Regression*. In *Seminar Nasional Sains Dan Terapan VI* (Vol. 6, pp. 34-49).
- Ryan, T. P. (1997). *Modern Regression Method*, John Willey & Sons. Inc. New York.
- Sanusi, W., Ihsan, H., & Syam, N. H. (2018). Model Regresi Spasial dan Aplikasinya dalam Menganalisis Angka Putus Sekolah Usia Wajib Belajar di Provinsi Sulawesi Selatan. *Journal of Mathematics, Computations, and Statistics*.
- Tho, Z. Y., Ding, D., Hui, F. K., Welsh, A., dan Zou, T. (2023). On the robust estimation of spatial autoregressive models. *Econometrics and Statistics*.
- Wuryandari, T., Hoyyi, A., Kusumawardani, D. S., & Rahmawati, D. (2014). Identifikasi autokorelasi spasial pada jumlah pengangguran di jawa tengah menggunakan indeks moran. *Media Statistika*, 7(1), 1-10.
- Yasin, H., Hakim, A. R., & Warsito, B. (2020). Regresi Spasial. *Pekalongan: WADE group*.