MATHunesa
Jurnal Ilmiah Matematika *Volume 12 No 03*
e-ISSN : 2716-506X | p-ISSN : 2301-9115 *Tahun 2024*

PREDIKSI KELEMBABAN DAN CURAH HUJAN MAKSIMUM DI KABUPATEN MALANG MENGGUNAKAN *BIVARIATE EXTREME VALUE LOGISTIC*

Astika Eka Kirana
Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya
e-mail : astika.20020@mhs.unesa.ac.id

A'yunin Sofro
Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya
e-mail : ayuninsofro@unesa.ac.id

Abstrak

Demam Berdarah Dengue (DBD) merupakan penyakit akibat virus dengue yang ditularkan melalui vector nyamuk dengan gigitan. Penyebaran penyakit DBD sangat dipengaruhi oleh faktor lingkungan, terutama kondisi iklim seperti kelembaban dan curah hujan. Penelitian ini bertujuan untuk memprediksi nilai periode pengembalian kejadian ekstrem kelembaban dan curah hujan di Kabupaten Malang, Jawa Timur, Indonesia, yang merupakan kabupaten dengan kasus DBD tertinggi di Jawa Timur. Data historis kelembaban dan curah hujan dari periode 2022-2023 digunakan dalam analisis. Pendekatan yang digunakan adalah *bivariate extreme value logistic*. Hal ini memungkinkan untuk mendapatkan *joint return period* atau periode pengembalian bersama dari kelembaban dan curah hujan, dengan memperhatikan dependensi antar variabelnya. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kejadian ekstrem dengan kelembaban dan curah hujan yang sangat tinggi bersamaan memiliki periode pengembalian yang jarang, dengan skenario "dan" menunjukkan nilai periode pengembalian meningkat dari 2,7180 bulan hingga 19,8521 bulan, sedangkan untuk skenario "atau" menunjukkan nilai periode pengembalian dari 1,0092 bulan hingga 1,6146 bulan. Temuan ini dapat digunakan sebagai dasar untuk pengambilan keputusan dalam upaya mitigasi dan adaptasi terhadap wabah DBD yang dapat dipengaruhi oleh kelembaban dan curah hujan ekstrem di Kabupaten Malang.
Kata Kunci: kelembaban, curah hujan, nilai ekstrem, *bivariate extreme velua logistic,* periode pengembalian bersama

Abstract

Dengue Fever (DHF) is a disease caused by the caused by the dengue virus that is transmitted through mosquito vectors with a bite. The spread of of DHF is strongly influenced by environmental factors, especially climatic conditions such as humidity and rainfall. such as humidity and rainfall. This study aims to predict the value of the return period of extreme events of humidity and rainfall in Malang District, East Java, Indonesia, which is the district with the highest dengue cases in East Java. DHF cases in East Java. Historical humidity and rainfall data from period 2022-2023 were used in the analysis. The approach used was bivariate extreme value logistic. This allows to obtain the joint return period of humidity and rainfall, taking into account the dependencies between the variables. The results of the study results show that extreme events with very high humidity and precipitation have a sparse return period, with the "and" scenario shows the return period value increases from 2,7180 months to 19,8521 months, while for the "or" scenario shows return period values from 1,0092 months to 1,6146 months. These finding can be used as a basis for decision-making in mitigation efforts and adaptation to dengue outbreaks and adaptation efforts against dengue outbreaks that can be influenced by humidity and extreme rainfall in Malang District.
Keywords: *humidity, rainfall, extreme value, bivariate extreme value logistic, joint return period*

PENDAHULUAN

Demam Berdarah Dengue (DBD) merupakan penyakit akibat virus dengue yang ditularkan melalui vector nyamuk dengan gigitan. DBD banyak dijumpai di daerah tropis dan subtropics seperti di Asia. WHO menunjukkan bahwa Asia menempati urutan pertama dalam jumlah kasus DBD (WHO 2016).

Menurut data dari Badan Pusat Statistik, Malang merupakan kabupaten dengan kasus DBD tertinggi di Provinsi Jawa Timur, dengan jumlah kasus DBD sebanyak 1.255 pada tahun 2022. Disusul dengan Kabupaten Jember dengan 781 kasus DBD, dan Kabupaten Ngawi dengan 673 kasus DBD pada tahun 2022. Untuk itu, penelitian akan dilakukan di Kabupaten Malang.

Penyebaran penyakit DBD sangat dipengaruhi oleh faktor lingkungan, terutama kondisi iklim seperti kelembaban dan curah hujan (Paramita and Mukono 2017). Kelembaban yang tinggi menciptakan lingkungan yang kondusif bagi perkembangbiakan nyamuk, sementara curah hujan yang tinggi menyediakan tempat berkembang biak yang ideal seperti genangan air (Kosnayani and Hidayat 2018). Oleh karena itu, memahami hubungan antara kondisi iklim ekstrem ini dan kejadian DBD sangat penting dalam upaya mitigasi dan penanggulangan wabah.

Penelitian sebelumnya terlah dilakukan oleh (Sutriyawan dkk 2024) yang membahas hubungan antara demam berdarah dengan kelembaban, curah hujan, kecepatan angin dan suhu dengan menggunakan analisis deskriptif dan korelasi, yang menunjukkan adanya hubungan yang signifikan anatara kelembaban dengan banyak kasus demam berdarah. Penelitian lain meneliti hubungan jumlah kasus demam berdarah dengan curah hujan dan jumlah hari hujan, yang menghasilkan curah hujan berpengaruh signifikan terhadap banyak kasus demam berdarah (Monintja et al. 2022). Salah satu analisis yang dapat digunakan untuk data iklim ekstrem yang dapat memperngaruhi jumlah kasus DBD adalah dengan menggunakan analisis *extreme values theory* (EVT) (Prayoga 2020). Dalam penelitian yang dilakukan oleh (Tabari 2021) mengenai kasus curah hujan ekstrem, pada penelitian tersebut menganalisis curah hujan ekstrem menggunakan *Block Maxima* (BM) dan *Peak-Over-Threshold* (POT). Selain itu, (LRdS, FFd, and Pereira 2024) memodelkan kelembaban ekstrim dengan mengaplikasikan generalized extreme value distribution. Penelitian-penelitian ini menunjukkan bahwa distribusi GEV menunjukkan kesesuaian yang baik dalam memodelkan kejadian iklim ekstrim. Kedua penelitian ini masih menggunakan teori nilai ekstrim untuk kasus univariat. Pada kasus bivariat, terdapat penelitian (Oktaviarina and Sofro 2019) yang membahas tentang analisis suhu dan kecepatan angin menggunakan teori nilai ekstrim bivariat dengan pendekatan *block maxima* dan *peak over treeshold*. Pada penelitian (Oktaviarina and Sofro 2019) memiliki kelemahan yaitu tidak memperhatikan dependensi antar variabel dalam menganalisis *bivariate extreme value*. Ketika ketergantungan antar variabel dipertimbangkan, *bivariate extreme value logistic* dapat digunakan untuk data bivariat (Raynal-Villasenor and Salas 2008).

Dalam upaya memahami dan memprediksi hubungan antara kondisi iklim ekstrem dan kejadian DBD di Kabupaten Malang, penelitian ini menggunakan metode *bivariate extreme value logistic*. Metode ini memungkinkan untuk memodelkan distribusi bersama dari dua variabel ekstrem, yaitu kelembaban maksimum dan curah hujan maksimum, dan untuk memprediksi periode pengembalian bersama (*joint return period*) dari kondisi iklim ekstrem tersebut yang berpotensi memicu wabah DBD.

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui pola perilaku kejadian kelembaban dan curah hujan maksimum dengan *bivariate extreme value logistic* untuk mencari prediksi *joint return period* dari nilai maksimum yang berpeluang terjadi di masa yang akan datang yang dapat digunakan sebagai langkah awal untuk mengantisipasi Demam Berdarah Dengue (DBD) di Kabupaten Malang. Dengan pemahaman yang lebih baik tentang hubungan antara kondisi iklim ekstrem dan kejadian DBD, serta prediksi yang lebih akurat tentang periode pengembalian bersama dari kondisi iklim tersebut.

KAJIAN TEORI

EXTREME VALUE THEORY

Extreme value theory (EVT) adalah teori yang digunakan untuk mempelajari pemodelan dan pengukuran nilai ekstrim dari suatu kejadian. EVT juga merupakan salah satu metode statistik yang dikembangkan untuk mengidentifikasi kejadian ekstrem dengan melihat pola dan karakteristik kejadian ekstrem (Coles 2001).

Menentukan nilai ekstrem adalah langkah pertama dalam penelitian kejadian ekstrem, yang didasarkan pada EVT untuk analisis selanjutnya.

Secara garis besar, ada dua metode utama untuk mengidentifikasi nilai ekstrim, yaitu *block maxima* dan *Peaks Over Threshold* (POT). Metode pertama adalah metode *block maxima*, yang dapat digunakan untuk pengamatan besar yang dikumpulkan dari sampel besar pengamatan yang terdistribusi secara identik. Metode *block maxima* mengambil nilai maksimum dalam satu periode blok. Metode kedua adalah metode Peaks Over Threshold (POT), metode ini mengambil nilai yang melebihi ambang batas yang tinggi (McNeil 1999).

BLOCK MAXIMA

Block maxima adalah sebuah metode yang digunakan dalam teori nilai ekstrim untuk mengekstrak nilai ekstrim dari sebuah deret waktu dengan membaginya menjadi beberapa blok atau segmen dengan durasi yang sama, seperti tahunan, semi-tahunan, kuartalan, dan bulanan. Selanjutnya, nilai ekstrim diekstraksi dari nilai maksimum pada setiap blok (Ferreira and De Haan 2015).

Dalam menggunakan metode *block maxima*, terdapat beberapa langkah awal yang perlu dilakukan, yaitu membagi data yang diamati ke dalam blok-blok yang tidak saling tumpang tindih dengan panjang tertentu. Selanjutnya, mengidentifikasi nilai maksimum pada setiap blok yang telah ditentukan. Nilai maksimum yang diperoleh ini merupakan nilai ekstrim pada blok tersebut.. $M_{x,n} = \max_{i=1,\dots,n}\{x_i\}$ dan $M_{y,n} = \max_{i=1,\dots,n}\{y_i\}$ with $M_n = (M_{x,n}, M_{y,n})$ adalah vektor dari nilai maksimum dari komponen-komponennya, di mana nilai indeks dari nilai maksimum pada variabel x yaitu x_i tidak harus sama dengan korespondennya, y_i. Nilai maksimum dari setiap blok digunakan untuk membentuk sebuah data deret waktu baru yang berisi nilai maksimum dari setiap blok. Data baru yang berisi nilai maksimum ini kemudian digunakan untuk melakukan analisis statistik, seperti memodelkan distribusi nilai ekstrem yang mungkin mengikuti data.

GENERALIZED EXTREME VALUE DISTRIBUTION

Menurut (Prang 2006) metode *block maxima* menerapkan teorema Fisher-Tippet (1928). Jika terdapat konstanta-konstanta $a_n > 0$ dan b_n sehingga:

$$P\left\{\frac{M_n - b_n}{a_n} \le x\right\} \to \mathrm{F(x)}$$

dimana n → ∞ dan F adalah fungsi distribusi non-degenerasi, maka terdapat tiga kemungkinan distribusi untuk F, yaitu Gumbel, Frechet, atau Weibull. Data sampel nilai ekstrim yang diperoleh dari metode *block maxima* akan mengikuti *Generelized Extreme Value* (GEV). *Cummulative Distribution Function* (cdf) dari distribusi GEV adalah sebagai berikut (Coles 2001):

$$F(x; \mu; \sigma; \xi) = \begin{cases} \exp\left\{-\left[1+\xi\left(\frac{(x-\mu)}{\sigma}\right)\right]^{\frac{-1}{\xi}}\right\}, \xi \neq 0 \\ exp\left\{-exp\left\{\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right\}\right\}, \quad \xi = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Dengan, x = nilai ekstrim yang diperoleh dari metode *block maxima*; μ = parameter lokasi; σ = parameter skala dengan $\sigma > 0$; ξ = parameter bentuk dan memiliki *probability density function* (pdf) seperti persamaan berikut:

$$f(x; \mu; \sigma; \xi) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma}\left[1+\xi\left(\frac{(x-\mu)}{\sigma}\right)\right]^{\frac{-1}{\xi}-1} \exp\left\{-\left[1+\xi\left(\frac{(x-\mu)}{\sigma}\right)\right]^{\frac{-1}{\xi}}\right\}, \xi \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} exp\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right) exp\left\{-exp\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right\}, \xi = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Terdapat tiga bentuk khusus dari distribusi GEV berdasarkan nilai ξ, yaitu ketika $\xi = 0$ mengikuti distribusi Gumbel, $\xi > 0$ mengikuti distribusi Frechet, $\xi < 0$ mengikuti distribusi Weilbull (Tawn 1988).

ESTIMASI PARAMETER DISTRIBUSI GEV

Parameter distribuisi GEV μ, σ, dan ξ akan diestimasi dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Tujuan utama dari metode ini adalah memaksimalkan fungsi likelihood PDF dari distribusi, dimana fungsi likelihood tersebut adalah fungsi probabilitas gabungan $x_1, x_2, \dots, x_n$. Distribusi GEV memiliki PDF pada persamaan 2 dengan menggunakan metode MLE, dengan langkah pertama membangun fungsi *likelihood* dari pdf distribusi GEV untuk $\xi \neq 0$:

$$L(\mu,\sigma,\xi) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i;\mu,\sigma,\xi) \quad (3)$$

$$= \prod_{i=1}^{n} \left\{ \frac{1}{\sigma}\left[1+\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right]^{\frac{-1}{\xi}-1} \exp\left\{-\left[1 + \xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right]^{\frac{-1}{\xi}}\right\}\right\}$$

$$= \left(\frac{1}{\sigma}\right)^{n} \prod_{i=1}^{n} \left(\left[1+\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right]^{\frac{-1}{\xi}-1} \exp\left\{-\left[1 + \xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right]^{\frac{-1}{\xi}}\right\}\right)$$

langkah selanjutnya adalah membuat logaritma natural dari persamaan di atas menjadi persamaan berikut:

$$\ln L(\mu,\sigma,\xi) = \ln\left\{\left(\frac{1}{\sigma}\right)^{n} \prod_{i=1}^{n} \left(\left[1 + \xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right]^{\frac{-1}{\xi}-1} \exp\left\{-\left[1 + \xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right]^{\frac{-1}{\xi}}\right\}\right)\right\}$$

$$\ln L(\mu,\sigma,\xi) = -n\,\ln\sigma + \sum_{i=1}^{n} \ln\left[1+\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right]^{\frac{-1}{\xi}-1} - \sum_{i=1}^{n}\left\{\left[1+\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right]^{\frac{-1}{\xi}}\right\}$$

$$\ln L(\mu,\sigma,\xi) = -n\,\ln\sigma - \left(\frac{1}{\xi}+1\right)\sum_{i=1}^{n} \ln\left[1+\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right] - \sum_{i=1}^{n}\left\{\left[1+\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right]^{\frac{-1}{\xi}}\right\} \quad (4)$$

Selanjutnya, membuat turunan pertama dari persamaan ln *likelihood* untuk parameter-parameter μ, σ, dan ξ:

1. Turunan terhadap parameter μ

$$\frac{\partial \ln L(\mu,\sigma,\xi)}{\partial \mu} = -\left(\frac{1+\xi}{\sigma}\right)\sum_{i=1}^{n}\left[1 + \xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right]^{-1} - \frac{1}{\sigma}\sum_{i=1}^{n}\left\{\left[1 + \xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right]^{-\left(\frac{1}{\xi}+1\right)}\right\} = 0$$

2. Turunan terhadap parameter σ

$$\frac{\partial \ln L(\mu,\sigma,\xi)}{\partial \sigma} = -n\left(\frac{1}{\sigma}\right) - \left(1+\frac{1}{\xi}\right)\left(\sum_{i=1}^{n}\left(-\frac{\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma^2}\right)}{1+\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)}\right)\right) - \left(\sum_{i=1}^{n}\left(-\frac{\left(1+\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right)^{\frac{1}{\xi}}\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma^2}\right)}{\xi\left\{1+\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right\}}\right)\right) = 0$$

3. Turunan terhadap parameter ξ

$$\frac{\partial \ln L(\mu,\sigma,\xi)}{\partial \xi} = \left(\frac{1}{\xi^2}\right)\left(\sum_{i=1}^{n}\left(1+\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right)\right) - \left(1+\frac{1}{\xi}\right)\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{(x_i-\mu)}{\sigma+\left(1+\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right)}\right) - \sum_{i=1}^{n}\left(1+\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right)^{\frac{1}{\xi}}\left(-\frac{\ln\left(1+\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right)}{\xi^2} + \frac{(x_i-\mu)}{\sigma\xi\left(1+\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right)}\right) = 0$$

Maka didapatkan hasil turunan terhadap parameter μ, σ, dan ξ sebagai berikut:

1. Turunan terhadap parameter μ pada persamaan 2.8

$$\hat{\mu} = \frac{n - n\frac{\xi x_i}{\sigma}\dfrac{\frac{\xi}{\sigma}+\frac{1}{\sigma}}{-\frac{1}{\sigma}\sum_{i=1}^{n}\left[1+\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right]^{-\left(1+\frac{1}{\xi}\right)}}}{-n\xi}$$

2. Turunan terhadap parameter σ pada persamaan 2.9

$$\hat{\sigma} = \frac{n}{-\left(1+\frac{1}{\xi}\right)\left[\sum_{i=1}^{n}\left(-\frac{\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma^2}\right)}{\left(1+\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right)}\right)\right] - \left[\sum_{i=1}^{n}\left(-\frac{1+\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)^{\frac{1}{\xi}}\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma^2}\right)}{\xi\left(1+\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right)}\right)\right]}$$

3. Turunan terhadap parameter ξ pada persamaan 2.10

$$\hat{\xi} = \frac{\left[\sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \mu)}{\sigma\left(1+\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right)}\right]}{\left(\frac{1}{\xi^2}\right)\left[\sum_{i=1}^{n} \ln\left(1+\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right)\right] - \sum_{i=1}^{n}\left(1+\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right)^{\frac{1}{\xi}}\left(-\frac{\ln\left(1+\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right)}{\xi^2} + \frac{x_i-\mu}{\sigma\xi\left(1+\xi\left(\frac{(x_i-\mu)}{\sigma}\right)\right)}\right)}$$

Dari turunan pertama, metode numerik Newton Raphson diperlukan untuk menyelesaikan bentuk fungsi *likelihood* yang tidak eksplisit.

DEPENDENSI

Dependensi atau disebut juga dengan ketergantungan adalah suatu pendekatan untuk mengetahui apakah variabel-variabel yang digunakan dalam penelitian memiliki pengaruh, hubungan, atau korelasi satu sama lain. Korelasi Kendall tau dapat digunakan sebagai alternatif ukuran ketergantungan pada kasus-kasus dimana hubungan antar variabel tidak linier (De Matteis 2001).

BIVARIATE EXTREME VALUE LOGISTIC

Berdasarkan (Coles 2001), distribusi nilai ekstrim bivariat muncul ketika terdapat bentuk $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots$ merupakan urutan vektor yang tidak bergantung pada vektor-vektor yang memiliki fungsi distribusi bersama $F(x, y)$. Dengan nilai maksimum yang diperoleh dari *block maxima* sebagai berikut $M_{x,n} = \max_{i=1,\ldots,n}\{x_i\}$ dan $M_{y,n} = \max_{i=1,\ldots,n}\{y_i\}$ with $\boldsymbol{M_n} = (M_{x,n}, M_{y,n})$.

$\boldsymbol{M_n}$ adalah himpunan nilai maksimum untuk setiap blok. Dalam (Zheng and Sayed 2019), $\{x_i\}$ dan $\{y_i\}$ adalah variabel acak univariat dengan distribusi UGEV dengan parameter (μ_x, σ_x, ξ_x) dan (μ_y, σ_y, ξ_y). Dengan transformasi sebagai berikut::

$$\tilde{x} = \left[1 + \xi_x\left(\frac{(x-\mu_x)}{\sigma_x}\right)\right]^{-\frac{1}{\xi_x}} \qquad (5)$$

$$\text{dan } \tilde{y} = \left[1 + \xi_y\left(\frac{(y-\mu_y)}{\sigma_y}\right)\right]^{-\frac{1}{\xi_y}} \qquad (6)$$

menghasilkan vektor $(\tilde{x}, \tilde{y})$ dengan distribusi marjinal Frechet standar. Distribusi gabungan dari kedua univariat tersebut adalah distribusi bivariat generalized extreme value (BGEV):

$$F(x, y) = \exp\{-V(\tilde{x}, \tilde{y})\}, \tilde{x} > 0, \tilde{y} > 0 (7)$$

dimana

$$V(\tilde{x}, \tilde{y}) = 2\int_0^1 max\left(\frac{w}{\tilde{x}}, \frac{1-w}{\tilde{y}}\right) dH(w), \quad (7)$$

dan H adalah fungsi distribusi pada interval $w \in [0,1]$ yang memenuhi batasan rata-rata:

$$\int_0^1 wdH(w) = \frac{1}{2} \qquad (8)$$

Untuk variabel yang memiliki dependensi terdapat beberapa model yang memiliki variasi dalam parameternya yang bisa digunakan, seperti model *logistic*, *asymmetric logistic*, *bilogistic*, dan *negative bilogistic* (Coles 2001). Dalam penelitian (Zheng et al. 2018) menguji beberapa distribusi *bivariate extreme value* dan menyimpulkan bahwa *bivariate extreme value logistic* merupakan yang terbaik karena dalam sebagian besar kasus, fungsi ini menghasilkan nilai AIC terendah. Bentuk *bivariate extreme value* dengan *logistic family* yaitu:

$$F(x, y) = \exp\left[-\left(\tilde{x}^{\frac{1}{\alpha}} + \tilde{y}^{\frac{1}{\alpha}}\right)^{\alpha}\right] \qquad (9)$$

dengan $0 < \alpha < 1$ adalah parameter yang mengukur ketergantungan. Jika $\alpha \to 1$ mengindikasikan bahwa kedua variabel independen, dan $\alpha \to 0$ mengindikasikan bahwa kedua variabel dependen penuh.

ESTIMASI PARAMETER BIVARIATE EXTREME VALUE LOGISTIC

Menurut Tawn (1988), estimasi parameter *bivariate extreme value logistic* dapat dilakukan dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Jika $(x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)$ dengan banyak n variabel. Turunan dari persamaan 9 disimbolkan sebagai

$$f(x, y; \mu_x, \sigma_x, \xi_x, \mu_y, \sigma_y, \xi_y, \alpha) = \frac{\partial^2 F(x,y)}{\partial x\, \partial y} \qquad (10)$$

Menyusun fungsi *likelihood* dari pdf *bivariate extreme value logistic*:

$$L(\mu_x, \sigma_x, \xi_x, \mu_y, \sigma_y, \xi_y, \alpha) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i, y_i; \mu_x, \sigma_x, \xi_x, \mu_y, \sigma_y, \xi_y, \alpha) \ (11)$$

Selanjutnya membuat logaritma dari persamaan diatas menjadi persamaan berikut:

$$\ln L(\mu_x, \sigma_x, \xi_x, \mu_y, \sigma_y, \xi_y, \alpha) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i, y_i; \mu_x, \sigma_x, \xi_x, \mu_y, \sigma_y, \xi_y, \alpha) \ (12)$$

Selanjutnya membuat turunan persamaan ln *likelihood* terhadap masing-masing parameter $\mu_x, \sigma_x, \xi_x, \mu_y, \sigma_y, \xi_y, \alpha$, kemudian menyamadengankan nol hasil turunan persamaan ln *likelihood.* Berikut merupakan salah satu turunan untuk parameter α

$$\frac{\partial \ln L(\alpha)}{\partial \alpha} = 0 \text{ dan } \frac{\partial^2 \ln L(\alpha)}{\partial^2 \alpha} > 0$$

Dari turunan pertama, metode numerik Newton Raphson diperlukan untuk menyelesaikan bentuk fungsi likelihood yang tidak eksplisit.

JOINT RETURN PERIOD

(Li et al. 2013) mempelajari periode pengembalian dari variabel bivariat dengan menggunakan *bivariate extreme value* dan copula. Penelitian ini membahas konsep dan pentingnya periode pengembalian yang ditentukan oleh perilaku gabungan variabel bivariat. Dalam kasus ini kejadian ekstrem gabungan yang dipertimbangkan adalah:

$\{x > a\} \vee\ y > b$ dan $\{x > a\} \wedge\ y > b$

Dimana $\wedge$ menyimbolkan "dan", dan $\vee$ menyimbolkan "atau", dengan ambang batas tertentu a dan b. Dalam konteks analisis joint return period, "dan" digunakan untuk menunjukkan bahwa dua variabel harus memenuhi kondisi tertentu secara bersamaan. Sedangkan, "atau" mempertimbangkan kondisi di mana salah satu dari kedua variabel melebihi ambang batas yang ditentukan. Joint return period terkait kedua peristiwa ini dapat dihitung sebagai berikut:

$$T_{x>a \vee y>b} = \frac{p}{P(x>a \vee y>b)} = \frac{p}{1-F(x,y)} \tag{13}$$

$$T_{x>a \vee y>b} = \frac{p}{P(x>a \vee y>b)} = \frac{p}{1-F(x)-F(y)+F(x,y)} \tag{14}$$

Dengan $T_{x>a,y>b}$ didefinisikan sebagai periode pengembalian bersama ketika kedua variabel yang ditunjukkan dengan variabel x dan y melebihi ambang batas tertentu a and b, $F(x,y)$ merupakan fungsi distribusi gabungan, $p = 1$ untuk data dengan blok bulanan.

KELEMBABAN

Kelembaban udara relatif, adalah rasio antara tekanan uap air aktual pada temperatur tertentu dengan tekanan uap air jenuh pada temperatur tersebut. Pengertian lain dari Kelembapan adalah perbandingan antara jumlah uap air yang terkandung dalam udara pada suatu waktu tertentu dengan jumlah uap air maksimal yang dapat ditampung oleh udara tersebut pada tekanan dan temperatur yang sama (Fathulrohman, Y. N. I. Saepulloh 2019).

CURAH HUJAN

Curah hujan (mm) mengacu pada jumlah air hujan yang terkumpul dalam penakar hujan di permukaan datar, yang tidak menyerap, tidak meresap, dan tidak mengalir. Curah hujan 1 milimeter berarti bahwa dalam setiap meter persegi area datar, 1 milimeter air hujan terkumpul, atau setara dengan satu liter air hujan yang terkumpul (Smith 1990). Pengukuran curah hujan dilakukan dengan alat penakar hujan (ombrometer). Menurut (BMKG 2009) sifat curah hujan dibagi menjadi 3 kategori, yaitu saat Atas Normal (AN): ketika curah hujan melebihi rata-rata sebanyak 115 persen. Normal (N): keadaan di mana curah hujan berkisar antara 85 hingga 115 persen dari rata-rata. Bawah Normal (BN): ketika curah hujan kurang dari 85 persen dari rata-rata.

METODE

DATA PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan secara kuantitatif dan menggunakan data historis untuk membuat prediksi dengan menganalisis kelembaban dan curah hujan. Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data kuantitatif sekunder yang diperoleh dari *website* Badan Meteorologi, Klimatologi, dan Geofisika (BMKG). Data yang digunakan adalah data kelembaban dan curah hujan di Kabupaten Malang di stasiun pengamatan BMKG yaitu Stasiun Geofisika Malang mulai dari tahun 2022 sampai dengan tahun 2023. Variabel yang digunakan dalam penelitian ini ada dua yaiu varibael x untuk kelembaban dan variabel y untuk curah hujan.

RANCANGAN PENELITIAN

Rancangan penelitian digunakan untuk mencapai tujuan dari penelitian yang dilakukan. Langkah pertama yang dilakukan yaitu melakukan identifikasi dan analisis statistik deskriptif untuk data kelembaban dan curah hujan. Kemudian menentukan nilai ekstrem dari data dengan menggunakan metode *block maxima*. Setelah mendapatkan nilai ekstrem dilakukan estimasi parameter GEV secara *univariate* menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Selanjutnya melakukan estimasi parameter untuk metode *bivariate extreme value logistic* dengan menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Setelah mendapatkan nilai estimasi parameter, nilai dari estimasi parameter dapat disubtitusikan kedalam fungsi distribusi gabungan dari *bivariate extreme value logistic*, yang nantinya digunakan untuk memprediksi *joint return period* curah hujan dan kecepatan angin.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Statistik deskriptif adalah suatu analisis statistik yang digunakan untuk mengumpulkan, menggolongkan, dan menganalisis data dengan tujuan meningkatkan pemahaman terhadap data. Hasil analisis statistik deskriptif dapat ditemukan pada tabel dibawah.

Tabel 2. Statistika Deskriptif Data

Keterangan	Variabel	
	Kelembaban (x)	**Curah Hujan (y)**
Rata-Rata	89,625	47,075
Min.	77	0
Max.	95	130
Std. Dev.	4,566	30,474

Pada Tabel 1 dapat diketahui nilai statistika deskriptif untuk variabel kelembaban dan curah hujan, rata-rata kelembaban selama tahun 2022-2023 sebesar 89,625% sedangkan rata-rata curah hujan sebesar 47,075 mm.

Setelah menganalisis karakteristik data dengan statistik deskriptif selanjutnya akan dilakukan pengambilan nilai ekstrem dengan menggunakan *block maxima.*

Data penelitian selama satu tahun dibagi menjadi dua belas periode bulanan (blok) dalam satu tahun, sehingga akan terbentuk 24 blok bulanan. Tabel 2 merupakan nilai ekstrem yang didapatkan dari metode *block maxima*.

Setelah mendapatkan nilai ekstrem langkah selanjutnya yaitu mengestimasi parameter distribusi *Generalized Extreme Value* (GEV) menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan memaksimumkan fungsi *likelihood* pdf distribusi GEV pada persamaan 3. Tabel 3 merupakan hasil estimasi parameter distribusi GEV untuk varibel curah hujan dan kecepatan angin.

Tabel 1. Data nilai ekstrem hasil block maxima

Blok	Variabel	
	Kelembaban (x)	**Curah Hujan (y)**
1	92	26,5
2	90	57
3	91	50,5
4	92	49,6
5	91	71,7
6	90	55,5
7	86	5,2
8	88	41,4
9	90	81,8
10	95	130
11	93	65
12	94	41
13	95	36,2
14	94	52,8
15	91	69
16	94	72
17	91	71,7
18	93	45,7
19	86	5,2
20	89	0
21	77	0
22	82	13,5
23	83	25,2
24	84	63,3

Tabel 3. Nilai estimasi parameter distribusi GEV

Parameter	Kelembaban (x)	Curah Hujan (y)
Lokasi (μ)	89,7825	34,9508
Skala (σ)	5,5198	27,6799
Bentuk (ξ)	-1,0579	-0,1550

Dengan mensubtitusikan nilai estimasi parameter kedalam *cummulative distribution function* dari distribusi GEV pada persamaan 1 didapatkan cdf distribusi GEV untuk curah hujan dan kecepatan angin sebagai berikut:

$$F(x;\mu;\sigma;\xi) = \exp\left\{-\left[1-1{,}0579\left(\frac{(x-89{,}7825)}{5{,}5198}\right)\right]^{\frac{1}{1{,}0579}}\right\}$$

x= nilai kelembaban (%)

$$F(y;\mu;\sigma;\xi) = \exp\left\{-\left[1-0{,}1550\left(\frac{(y-34{,}9508)}{27{,}6799}\right)\right]^{\frac{1}{0{,}1550}}\right\}$$

y = nilai curah hujan (mm)

Setelah didapatkan estimasi parameter distribusi GEV, akan dilakukan estimasi parameter untuk fungsi distribusi gabungan *bivariate extreme value logistic*. Estimasi parameter dilakukan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), dengan parameter yang di estimasi yaitu μ_x, σ_x, ξ_x, μ_y, σ_y, ξ_y, dan α. Hasil estimasi parameter dapat dilihat pada tabel dibawah.

Seletah mendapatkan nilai estimasi parameter *bivariate extreme value logistic,* nilai tersebut disubtitusikan kedalam persamaan fungsi distribusi gabungan:

$$F(x,y) = \exp\left[-\left(\tilde{x}^{\frac{1}{0,7500}} + \tilde{y}^{\frac{1}{0,7500}}\right)^{0,7500}\right]$$

Dengan

$$\tilde{x} = \left[1 - 1,0296\left(\frac{(x-89,7313)}{5,4251}\right)\right]^{\frac{1}{1,0296}}$$

dan $\tilde{y} = \left[1 - 0,1545\left(\frac{(y-34,8717}{27,6784}\right)\right]^{\frac{1}{0,1545}}$

Dalam fungsi distribusi *bivariate extreme value logistic*, terdapat beberapa parameter yang memiliki peranan penting dalam menggambarkan hubungan antara kelembaban dan curah hujan. Parameter-parameter ini memberikan gambaran tentang bagaimana kedua variabel ini saling berinteraksi dalam distribusi gabungan *bivariate extreme value logistic*.

Pertama, terdapat parameter lokasi (μ) dengan nilai estimasi untuk kelembaban (x) sebesar 89,7313 dan curah hujan (y) 34,8717 mencerminkan titik tengah dari distribusi masing-masing variabel. Titik-titik ini merupakan pusat di sekitar mana data cenderung berkumpul, memberikan pandangan tentang kecenderungan distribusi.

Selanjutnya ada parameter skala (σ), dengan nilai 5,4251 untuk kelembaban (x) dan 27,6784 untuk curah hujan (y), mengindikasikan seberapa jauh data tersebar dari nilai rata-rata. Semakin besar nilai parameter skala, semakin besar variabilitas dalam data, yang dapat memberikan gambaran tentang ragam perubahan yang mungkin terjadi dalam kondisi cuaca.

Kemudian, parameter bentuk (ξ) dengan nilai estimasi untuk kelembaban (x) sebesar -1,0296 dan untuk curah hujan (y) -0,1545, yang mengontrol sensitivitas distribusi terhadap perubahan pada kelembaban dan curah hujan. Semakin besar nilai parameter ini, semakin besar pengaruhnya terhadap bentuk dan skala distribusi.

Dalam fungsi distribusi *bivariate extreme value logistic*, terdapat parameter dependensi (α) antara kelembaban (x) dan curah hujan (y). Nilai parameter α berada dalam rentang $0 < \alpha < 1$, menggambarkan seberapa kuat dependensi antara kedua variabel tersebut. Saat nilai $\alpha \to 1$ menandakan bahwa curah hujan dan kecepatan angin cenderung menjadi independen satu sama lain, sedangkan saat $\alpha \to 0$ memandakan bahwa curah hujan dan kecepatan angin memiliki dependensi penuh. Parameter dependensi (α) memiliki nilai 0,7500, mengindikasikan adanya pengaruh antara kedua variabel tersebut yang relatif kecil.

Tabel 4. Nilai estimasi parameter bivariate extreme value logistic

Parameter	Kelembaban (x)	Curah Hujan (y)
Lokasi (μ)	89,7313	34,8717
Skala (σ)	5,4251	27,6784
Bentuk (ξ)	-1,0296	-0,1545
Dependensi (α)	Nilai Estimasi	
	0,7500	

Setelah mendapatkan fungsi distribusi gabungan dengan pendekatan *bivariate extreme value logistic*, langkah selanjutnya yaitu mencari *joint return period* untuk mendapatkan prediksi periode pengembalian bersama curah hujan dan kecepatan angin.

Joint return period atau periode pengembalian bersama dalam kasus curah hujan dan kecepatan angin dapat dicari dengan persamaan 13 dan 14. Proses perhitungan ini melibatkan fungsi distribusi gabungan yang diperoleh dari metode *bivariate extreme value logistic* dan distribusi marginal *generalized extreme value* untuk masing-masing distribusi univariat nya. *Joint return period* dibagi menjadi dua kasus yaitu kasus "atau" (⋁) dan kasus "dan" (⋀), dimana kasus "atau" (⋁) untuk mencari periode pengembalian bersama saat nilai ekstrem x melebihi ambang batas tertentu a atau nilai ekstrem y melebihi ambang batas tertentu b, yang kedua kasus "dan" (⋀) saat nilai ekstrem x melebihi ambang batas tertentu a dan nilai ekstrem y melebihi ambang batas tertentu b. Dengan menganalisis *joint return period* menggunakan baik kasus "atau" maupun kasus "dan", dapat mengidentifikasi kemungkinan terjadinya curah hujan ekstrem dan kecepatan angin ekstrem secara bersamaan maupun untuk mengidentifikasi kemungkinan salah satu kejadian ekstrem tersebut dapat terjadi.

Dalam penelitian ini ambang batas a = 70%, 80%, 90%, dan b =55 mm, 80 mm, 100 mm. Pemilihan ambang batas untuk mencari *joint return period* didasarkan pada (AIRTHINGS 2022) yang menyatakan kelembaban udara diatas 70% termasuk kedalam kelembaban udara yang tinggi, dan berdasarkan (BMKG 2009) yang menyatakan curah hujan dikatakan diatas normal saat diatas 115% dari rata-rata, dimana rata rata curah hujan maksimum pada tahun 2022-2023 sebesar 47,075. Maka dalam kasus ini curah hujan diatas normal saat melebihi 54,136 mm. Pada Tabel 5 merupakan hasil prediksi *joint return period* untuk beberapa ambang batas yang ditentukan.

Tabel 5. joint return period bivariate extreme value logistic

Kelembaban (%)	Curah Hujan (mm)	Joint Return Period (bulan)	
		"atau" (∨)	"dan" (∧)
70	55	1,0092	2,7180
70	80	1,0104	7,1369
70	100	1,0107	19,7296
80	55	1,0551	2,8006
80	80	1,0643	7,3401
80	100	1,0666	20,6072
90	55	1,4537	3,4955
90	80	1,5709	8,1376
90	100	1,6146	19,8521

Pada ambang batas kelembaban 70% dan curah hujan 55 mm, menunjukkan bahwa kemungkinan terjadinya kondisi di mana kelembaban melebihi 70% atau curah hujan melebihi 55 mm adalah sebesar 1,0092 bulan. Dalam konteks ini, "atau" menunjukkan bahwa salah satu dari kondisi tersebut bisa terjadi. Sedangkan untuk kasus "dan", Menunjukkan bahwa kemungkinan terjadinya kondisi di mana kelembaban melebihi 70% dan curah hujan melebihi 55 mm secara bersama-sama adalah sebesar 2,7189 bulan. Dalam hal ini, "dan" menunjukkan bahwa kedua kondisi tersebut harus terpenuhi secara bersamaan untuk terjadi.

Secara umum, nilai periode pengembalian bersama untuk skenario "atau" cenderung lebih rendah dibandingkan dengan skenario "dan" pada kondisi curah hujan dan kecepatan angin yang sama. Hal ini menunjukkan bahwa terjadinya salah satu kondisi (curah hujan tinggi atau kecepatan angin tinggi) lebih sering terjadi dibandingkan dengan terjadinya kedua kondisi tersebut secara bersamaan.

PENUTUP

SIMPULAN

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan pada bab hasil dan pembahasan, penelitian ini memprediksi *joint return period* menggunakan dua skenario, "atau" dan "dan", dengan ambang batas yang berbeda, yaitu saat kelembaban melebihi ambang batas a = 70%, 80%, 90%, dan saat curah hujan melebihi ambang batas b =55 mm, 80 mm, 100 mm. Menggunakan pendekatan *bivariate extreme value logistic*, menunjukkan hasil bahwa untuk skenario "dan", periode pengembalian meningkat dari 2,7180 bulan hingga 19,8521 bulan pada ambang batas tertinggi, mengindikasikan bahwa kejadian ekstrem dengan curah hujan dan kecepatan angin yang sangat tinggi bersamaan sangat jarang terjadi. Sementara itu, skenario "atau" menunjukkan periode pengembalian yang lebih rendah yaitu dari 1,0092 bulan hingga 1,6146 bulan.

SARAN

Dari kesimpulan yang diperoleh, prediksi *joint return period* dapat dilakukan dengan pengembangan model prediktif yang lebih komprehensif dengan memperpanjang rentang waktu data yang digunakan dan mengintegrasikan lebih banyak variabel. Integrasi lebih banyak variabel memungkinkan model untuk lebih akurat menggambarkan dan memprediksi kondisi yang berbeda-beda. Selain itu, dapat mengembangkan untuk analisis spatial, mengingat variabilitas geografis dan klimatologis, melakukan penelitian serupa di berbagai lokasi dapat memberikan pengetahuan yang lebih luas mengenai perilaku ekstrem cuaca.

DAFTAR PUSTAKA

AIRTHINGS. 2022. "WHAT IS HUMIDITY." Retrieved (https://www.airthings.com/en/contaminants/what-is-humidity).

BMKG. 2009. "Daftar Istilah Klimatologi." Retrieved (https://bbmkg3.bmkg.go.id/daftar-istilah-musim).

Coles, Stuart. 2001. *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*. London: Springer London.

Fathulrohman, Y. N. I. Saepulloh, A. 2019. "Alat

Monitoring Suhu Dan Kelembaban Menggunakan Arduino Uno." *Jurnal Manajemen Dan Teknik Informatika (JUMANTAKA)* 2(1).

Ferreira, A., and L. De Haan. 2015. "On the Block Maxima Method in Extreme Value Theory: Pwm Estimators." *The Annals of Statistics* 276–298.

Kosnayani, A. S., and A. K. Hidayat. 2018. "Hubungan Antara Pola Curah Hujan Dengan Kejadian DBD Di Kota Tasikmalaya Tahun 2006-2015 (Kajian Jumlah Curah Hujan Dan Hari Hujan)." *Jurnal Siliwangi Seri Sains Dan Teknologi* 4(1).

Li, N., X. Liu, W. Xie, J. Wu, and P. Zhang. 2013. "The Return Period Analysis of Natural Disasters with Statistical Modeling of Bivariate Joint Probability Distribution." *Risk Analysis: An International Journal* 33(1):134–145.

LRdS, C., N. FFd, and M. B. Pereira. 2024. "Mean and Dispersion Regression Model for Extremes with Application in Humidity."

De Matteis, R. 2001. "Fitting Copulas to Data." *Insti- Tute of Mathematics of the University of Z ̈urich*.

McNeil, A. J. 1999. "Extreme Value Theory for Risk Managers." *Departement Mathematik ETH Zentrum* 12(5):217–37.

Monintja, T. C., A. A. Arsin, M. Syafar, and R. Amiruddin. 2022. "Relationship between Rainfall and Rainy Days with Dengue Hemorrhagic Fever Incidence in Manado City, North Sulawesi, Indonesia." *Journal of Medical Sciences* 10(E):840–43.

Oktaviarina, A., and A. Sofro. 2019. "Analysis between Temperature and Wind Speed in East Java Using Bivariate Extreme Value Theory." *Journal of Physics: Conference Series* 1417:012019.

Paramita, R. M., and J. Mukono. 2017. "Hubungan Kelembapan Udara Dan Curah Hujan Dengan Kejadian Demam Berdarah Dengue Di Puskesmas Gunung Anyar 2010-2016." *The Indonesian Journal of Public Health* 12(2):202-212.

Prang, J. D. 2006. "Sebaran Nilai Ekstrim Terampat Dalam Fenomena Curah Hujan."

Prayoga, Ian Surya. 2020. "Pemodelan Kerugian Bencana Banjir Akibat Curah Hujan Ekstrem Menggunakan Extreme Value Theory Dan Copula."

Raynal-Villasenor, J. A., and J. D. Salas. 2008. "Using Bivariate Distributions for Flood Frequency Analysis Based on Incomplete Data." *In World Environmental and Water Resources Congress 2008: Ahupua'A* 1–9.

Smith, R. L. 1990. "Extreme Value Theory." *Handbook of Applicable Mathematics* 7:437–71.

Sutriyawan, A., N. Kurniati, U. Novianti, N., Farida, S. N. Yusanti, L., Destriani, and M. K. F. Saputra. 2024. "Analysis of Temperature, Humidity, Rainfall, and Wind Velocity on Dengue Hemorrhagic Fever in Bandung Municipality." *Russian Journal of Infection and Immunity* 14(1),:155–62.

Tabari, H. 2021. "Extreme Value Analysis Dilemma for Climate Change Impact Assessment on Global Flood and Extreme Precipitation." *Journal of Hydrology* 593:125932.

Tawn, J. A. 1988. "Bivariate Extreme Value Theory: Models and Estimation." *Biometrika* 75(3):397–415.

WHO. 2016. "Dengue And Severe Dengue."

Zheng, L., K. Ismail, T. Sayed, and T. Fatema. 2018. "Bivariate Extreme Value Modeling for Road Safety Estimation." *Accident Analysis & Prevention* 120:83–91.

Zheng, L., and T. Sayed. 2019. "From Univariate to Bivariate Extreme Value Models: Approaches to Integrate Traffic Conflict Indicators for Crash Estimation." *Transporta- Tion Research Part C: Emerging Technologies* 103:211–225.