

PERAMALAN HARGA MINYAK MENTAH JENIS WEST TEXAS INTERMEDIATE MENGGUNAKAN GEOMETRIC BROWNIAN MOTION TERMODIFIKASI KALMAN FILTER

Rafi Rachmad Ramadhan

Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya, Surabaya, Indonesia

e-mail : rafi.20023@mhs.unesa.ac.id

Dimas Avian Maulana

Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya, Surabaya, Indonesia

e-mail : dimasmaulana@unesa.ac.id

Abstrak

Harga minyak mentah memiliki pengaruh yang signifikan terhadap perekonomian global. Hal ini dikarenakan kenaikan harga minyak akan meningkatkan biaya produksi, sehingga harga produk meningkat. Harga produk yang tinggi dapat menyebabkan stagnansi pasar. Oleh karena itu, pemahaman berkelanjutan tentang pergerakan harga minyak mentah dunia penting untuk pengembangan dan pertumbuhan ekonomi. Beberapa model matematika dapat digunakan dalam memprediksi pergerakan harga minyak, salah satunya adalah *Geometric Brown Motion* termodifikasi *Kalman Filter*. Dalam penelitian ini metode yang digunakan adalah *Geometric Brown Motion* (GBM) dan *Geometric Brown Motion* termodifikasi *Kalman Filter* (GBM-KF). Metode tersebut digunakan untuk memprediksi data harga minyak mentah per barel jenis *West Texas Intermediate*. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa metode GBM-KF menghasilkan MAPE sebesar 2,586460%. MAPE tersebut lebih kecil dari lintasan terbaik GBM yang menghasilkan MAPE sebesar 2,621398%. Kedua metode tersebut menghasilkan MAPE < 10% yang mengindikasikan bahwa kedua metode tersebut mempunyai tingkat akurasi peramalan yang tinggi untuk kasus ini.

Kata Kunci: Minyak mentah, *Geometric Brownian Motion*, *Kalman Filter*.

Abstract

Crude oil prices significantly impact the global economy. This is because rising oil prices escalate production costs, leading to higher product prices. Elevated product prices can cause market stagnation. Therefore, a continuous understanding of global crude oil price movements is essential for economic development and growth. Various mathematical models can be employed to predict crude oil price movements, one of them is the Geometric Brownian Motion modified by Kalman filter. This study utilizes both the standard Geometric Brown Motion and the Geometric Brown Motion modified Kalman filter. These methods are applied to predict the price data of West Texas Intermediate (WTI) crude oil. The results of this research demonstrate that the GBM-KF method yields a Mean Absolute Percentage Error (MAPE) of 2,586460%. These MAPE values are lower than those obtained from the standard GBM, which produces a MAPE of 2,621398%. Nonetheless, both methods achieve a MAPE less than 10%, indicating that they possess high accuracy in forecasting for this particular case.

Keywords: Crude oil, *Geometric Brownian Motion*, *Kalman Filter*.

PENDAHULUAN

Pada dasarnya perekonomian merupakan suatu bidang yang perlu mendapat perhatian di semua negara, baik negara maju maupun berkembang. Berbagai tantangan dan risiko masih membayangi perkembangan ekonomi global sepanjang tahun, terutama berasal dari inflasi yang terjadi di mayoritas negara-negara dunia (Romzi et al., 2023). Hal ini dapat berdampak negatif terhadap perekonomian, di antaranya menurunkan daya beli masyarakat, meningkatkan biaya produksi, dan menimbulkan

ketidakpastian di pasar, yang dapat menghambat investasi dan pertumbuhan ekonomi (Munandar et al., 2022). Menurut survei yang dilakukan oleh Lembaga Demografi Fakultas Ekonomi dan Bisnis Universitas Indonesia (LD FEB UI) pada November 2023 menunjukkan bahwa 67,5% responden merasa pengeluarannya meningkat, sedangkan hanya 12,5% yang merasa pengeluarannya menurun. Hal ini menunjukkan bahwa inflasi telah berdampak pada peningkatan pengeluaran masyarakat.

Pada proses perkembangan ekonomi tersebut, inflasi dapat terjadi salah satunya karena pergerakan

harga minyak mentah. Harga minyak mentah memiliki pengaruh yang signifikan terhadap perekonomian global. Harga minyak mentah yang tinggi dapat menyebabkan inflasi dan menghambat pertumbuhan ekonomi. Sebaliknya, harga minyak mentah yang rendah dapat menyebabkan deflasi dan mendorong pertumbuhan ekonomi (Arezki, 2017). Penentuan harga minyak mentah didasarkan salah satunya pada minyak mentah jenis *West Texas Intermediate* (WTI). WTI adalah minyak yang diproduksi di Texas (Amerika Serikat). WTI merupakan minyak mentah dengan kualitas tinggi. Memiliki kepadatan dan kandungan sulfur yang rendah, yang menunjukkan bahwa WTI merupakan minyak mentah yang ringan dan mudah dimurnikan (Suradi dan Marisa, 2020).

Peran minyak mentah sangat penting sebagai bahan bakar untuk menggerakkan perekonomian. Pasokan minyak mentah merupakan *input* penting dalam proses produksi industri, termasuk pengangkutan hasil produksi ke pasar, pembangkitan listrik dan pengoperasian mesin produksi. Dengan perannya yang penting, dampak yang ditimbulkan dari fluktuasi harga minyak juga akan sangat beragam. Kenaikan harga minyak merupakan salah satu faktor yang dapat menghambat pertumbuhan ekonomi. Hal ini dikarenakan kenaikan harga minyak akan meningkatkan biaya produksi, sehingga produktivitas perusahaan menurun. Penurunan produktivitas ini dapat berdampak pada berkurangnya output yang dihasilkan, yang pada akhirnya menurunkan pendapatan suatu wilayah atau negara (Septiawan et al., 2016). Kenaikan harga minyak juga dapat menyebabkan inflasi. Terjadinya inflasi tidak dapat dihindari karena bahan bakar minyak merupakan kebutuhan esensial masyarakat dan merupakan komoditas pelengkap. Ketika harga minyak dalam negeri naik, harga produk dalam negeri terus meningkat sehingga menyebabkan inflasi. Inflasi yang tinggi tentunya akan berdampak pada stagnasi pasar dan berdampak buruk pada stabilitas perekonomian nasional. (Arifah et al., 2020).

Pada penelitian di bidang ekonomi, minyak mentah menjadi salah satu topik yang penting dan menarik untuk dikaji. Dalam salah satu penelitian yang berjudul "Implikasi Kenaikan Harga Minyak Dunia Bagi Perekonomian Indonesia" yang diterbitkan pada jurnal *Institute for Development of*

Economics and Finance oleh Taufikurahman dan Listiyanto (2022). Taufikurahman dan Listiyanto menganalisis pengaruh harga minyak mentah dunia terhadap pertumbuhan ekonomi Indonesia. Hasil analisis menunjukkan bahwa harga minyak dunia memiliki pengaruh negatif dan signifikan terhadap pertumbuhan ekonomi Indonesia sebesar -0,014 persen. Di dalam tulisannya, Taufikurahman dan Listiyanto juga menyarankan dari sisi fiskal perlu ada peningkatan belanja sosial untuk menjaga daya beli masyarakat yang menurun akibat kenaikan inflasi (Taufikurahman dan Listiyanto, 2022).

Pemahaman berkelanjutan tentang harga minyak mentah dunia penting untuk pengembangan industri dan pertumbuhan ekonomi. Hal ini karena minyak mentah merupakan komoditas strategis yang digunakan sebagai bahan baku berbagai industri, seperti transportasi, energi, dan manufaktur. Dengan memahami pergerakan harga minyak mentah dunia, para pelaku industri maupun pemerintah dapat membuat perencanaan yang tepat untuk jangka pendek dan jangka panjang. Misalnya, jika harga minyak mentah dunia diperkirakan akan naik, pemerintah dapat merencanakan kebijakan perekonomian yang tepat untuk mendorong pertumbuhan ekonomi dan pelaku industri dapat merencanakan untuk diversifikasi sumber energi untuk mengurangi ketergantungan pada minyak mentah (Yunita dan Yeniwati, 2021).

Metode peramalan yang dapat digunakan untuk memprediksi harga minyak mentah di masa depan adalah metode dengan tingkat kesalahan yang rendah. Salah satu model yang dapat digunakan adalah model *Geometric Brown Motion*. Model *Geometric Brown Motion* merupakan model stokastik waktu kontinu yang variabel acaknya mengikuti gerak Brown. Model *Geometric Brown Motion* dapat digunakan untuk memprediksi harga minyak mentah jangka pendek di masa depan (Zakia, 2017). Ketika *Geometric Brown Motion* digunakan untuk memprediksi waktu yang lebih panjang akan menghasilkan error yang cukup besar dikarenakan parameter dari model *Geometric Brown Motion* yang konstan, sehingga berpengaruh dalam keakuratan model. Karena itu dalam penelitian ini ditambahkan metode *filtering* yaitu menggunakan metode *kalman-filter* (Mustika, 2019).

Peneliti yang membahas tentang metode *Geometric Brown Motion* termodifikasi kalman filter

sebelumnya adalah Mustika. Mustika menulis hasil penelitiannya pada tahun 2019 dalam Tesis berjudul "Prediksi Harga Saham dengan *Geometric Brown Motion* dan ARIMA - Termodifikasi Kalman Filter". Hasil penelitian tersebut menunjukkan MAPE model *Geometric Brown Motion* dengan Kalman Filter atau GBM-KF lebih baik dibandingkan hasil MAPE model ARIMA dengan Kalman Filter atau ARIMA-KF. Namun, kedua model memenuhi kriteria "akurasi sangat baik" berdasarkan kriteria MAPE (Lewis, 1982).

Pada penelitian lain sebelumnya yang pernah membahas tentang peramalan minyak mentah dunia dengan metode *Geometric Brown Motion* dengan judul "Prediksi Harga Komoditas Minyak Mentah Menggunakan Model *Geometric Brownian Motion*" oleh Hilma Intan Zakia. Pada penelitian tersebut, peneliti menggunakan data minyak mentah jenis *West Texas Intermediate* periode April 2016 sampai dengan November 2016. Hasil Keakuratan dari model GBM untuk perhitungan terhadap data training berada pada Hasil prediksi harga minyak mentah dengan 100, 1000, dan 10000 iterasi dari model GBM menghasilkan nilai MAPE masing-masing sebesar 3,49%, 2,33%, dan 2,17%. Hasil tersebut memenuhi kriteria "akurasi sangat baik" berdasarkan kriteria MAPE (Lewis, 1982).

Demi mewujudkan pertumbuhan ekonomi yang lebih baik dan stabilitas tetap terjaga ke depan, penulis tertarik untuk melakukan peramalan salah satu aspek kondisi perekonomian di masa depan, yaitu minyak mentah. Peramalan akan dilakukan dengan menggunakan metode *Geometric Brown Motion* termodifikasi kalman filter agar mendapatkan tingkat kesalahan yang rendah. Berdasarkan latar belakang tersebut, penelitian ini mengambil judul "Peramalan Harga Minyak Mentah Jenis *West Texas Intermediate* Menggunakan *Geometric Brownian Motion* Termodifikasi Kalman Filter "

KAJIAN TEORI

MINYAK MENTAH

Minyak mentah adalah cairan kental yang berasal dari sisa-sisa makhluk hidup yang telah mati dan terkubur di bawah tanah selama jutaan tahun. Minyak mentah merupakan bahan baku penting untuk berbagai produk, seperti bensin, solar, *jet fuel*, bahan bakar diesel, aspal, dan plastik. Minyak

mentah dapat ditemukan di cekungan sedimen, yaitu area di mana lapisan batuan sedimen menumpuk. Minyak mentah dapat diklasifikasikan berdasarkan kandungan sulfur, kepadatan, titik didih (Devold 2013).

Minyak mentah *West Texas Intermediate* (WTI) adalah jenis minyak mentah yang paling banyak diperdagangkan di dunia. Minyak mentah WTI diproduksi di Amerika Serikat, dan diangkut melalui pipa ke Cushing, Oklahoma. Harga minyak mentah WTI sering digunakan sebagai acuan untuk harga minyak mentah lainnya di seluruh dunia (Devold 2013).

RETURN HARGA MINYAK MENTAH

Return adalah nilai keuntungan atau kerugian pada investasi dalam periode waktu tertentu. Return penting untuk mengetahui nilai pengembalian dari harga komoditas minyak mentah karena Harga komoditas minyak mentah yang sering mengalami perubahan signifikan, baik naik maupun turun. Rumus *return* harga minyak mentah didefinisikan sebagai berikut (Triningsih, 2017).

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right). \quad (1)$$

Pada persamaan di atas, R_t merupakan *return* harga minyak mentah pada waktu t dan P_t merupakan harga minyak mentah pada waktu t .

UJI NORMALITAS

Uji distribusi normal adalah uji statistik yang digunakan untuk menguji apakah data yang diamati memiliki distribusi normal atau tidak. Uji *Kolmogorov-Smirnov* adalah salah satu cara yang dapat digunakan untuk menguji data apakah berdistribusi normal (Zakia, 2017).

Hipotesis Uji *Kolmogorov-Smirnov* sebagai berikut.

H_0 : Data sampel berdistribusi normal.

H_1 : Data sampel tidak berdistribusi normal.

Rumus Uji *Kolmogorov-Smirnov* sebagai berikut.

$$D_{hitung} = \max|F_t - F_s|. \quad (2)$$

Pada persamaan di atas, D_{hitung} merupakan deviasi minimum, F_t merupakan fungsi berdistribusi yang dihipotesiskan berdistribusi normal, dan F_s merupakan fungsi distribusi kumulatif dari data. H_0

diterima atau data berdistribusi normal ketika $D_{hitung} < D_{\alpha,n}$ (nilai $\alpha = 0,05$) atau nilai $p\text{-value} > 0,05$.

VOLATILITAS

Volatilitas harga minyak mentah adalah ukuran seberapa besar harga minyak mentah berfluktuasi dari waktu ke waktu. Rumus dari nilai volatilitas adalah sebagai berikut (Zakia, 2017).

$$\sigma = \frac{s_r}{\Delta t} \tag{3}$$

dimana rumus dari s_r adalah sebagai berikut.

$$s_r = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (R_t - \bar{R})^2}{n - 1}} \tag{4}$$

dimana rumus dari \bar{R} adalah sebagai berikut.

$$\bar{R} = \frac{\sum_{t=1}^n (R_t)}{n} \tag{5}$$

Pada persamaan di atas, σ merupakan nilai volatilitas, s_r merupakan standar deviasi, Δt merupakan selang waktu dalam penghitungan nilai *return*, dan \bar{R} merupakan rata-rata *return*.

DRIFT

Drift adalah laju pergerakan harga minyak mentah yang diharapkan. Rumus dari *drift* adalah sebagai berikut (Pangestika et al., 2023).

$$\mu = \frac{\bar{R}}{\Delta t} + \frac{\sigma^2}{2} \tag{6}$$

Pada persamaan di atas, μ merupakan nilai *drift*.

GEOMETRIC BROWNIAN MOTION

Geometric Brownian motion (GBM) adalah proses stokastik dengan waktu kontinu. Secara umum model *Geometric Brownian Motion* dinyatakan sebagai berikut (Mustika, 2019).

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dW(t), \tag{7}$$

atau dapat ditulis sebagai berikut.

$$\frac{dS(t)}{S(t)} = \mu dt + \sigma dW(t). \tag{8}$$

Pada persamaan di atas, $S(t)$ merupakan harga minyak mentah pada waktu t dan $W(t)$ merupakan gerak *Brown*. Selain itu, dapat ditulis untuk setiap interval panjang dt antara dua nilai berturut-turut.

$$\begin{aligned} dS(t)/S(t) &= d(\ln S(t)) \\ &= \ln S(t + 1) - \ln S(t) \\ &= \ln(S(t + 1)/S(t)), \end{aligned} \tag{9}$$

sehingga,

$$\ln\left(\frac{S(t + 1)}{S(t)}\right) = \mu dt + \sigma dW(t). \tag{10}$$

Solusi untuk persamaan (10) dapat didapatkan dengan menerapkan rumus Ito. Sebelum menerapkan rumus Ito, akan dijelaskan bentuk umum. Untuk setiap fungsi $G(S, t)$ dari dua variabel S dan t di mana X memenuhi persamaan diferensial stokastik berikut.

$$dX = a dt + b dW(t), \tag{11}$$

untuk beberapa konstanta a dan b . $dW(t)$ adalah gerakan Brown. Bentuk umum rumus Ito adalah sebagai berikut.

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial S} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial S^2} b^2\right) dt + \frac{\partial G}{\partial S} b dW, \tag{12}$$

berikutnya diberikan fungsi $G(S, t) = \ln(S(t))$ di mana $S(t)$ memenuhi persamaan 2.9, maka turunan yang diperoleh yaitu $\frac{\partial G}{\partial t} = 0, \frac{\partial G}{\partial S} = \frac{1}{S(t)}, \text{ dan } \frac{\partial^2 G}{\partial S^2} = -\frac{1}{S(t)^2}$. Proses selanjutnya memasukkan hasil penurunan tersebut ke dalam rumus Ito maka diperoleh solusi model *Geometric Brownian Motion* adalah sebagai berikut.

$$S(t + 1) = S(t)e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)dt + \sigma dW(t)}. \tag{13}$$

KALMAN-FILTER

Kalman-Filter adalah suatu metode estimasi variabel keadaan dari sistem dinamik stokastik linear diskrit yang meminimumkan kovariansi *error* estimasi. *Kalman-Filter* adalah metode teknis untuk menaksir fungsi parameter dalam peramalan deret berkala. Algoritma *Kalman-Filter* bergantung pada data pengukuran terbaru karena mereka dapat mengoreksi hasil prediksi sehingga hasil estimasinya selalu sesuai dengan kondisi yang sebenarnya (Oktaviana, 2018).

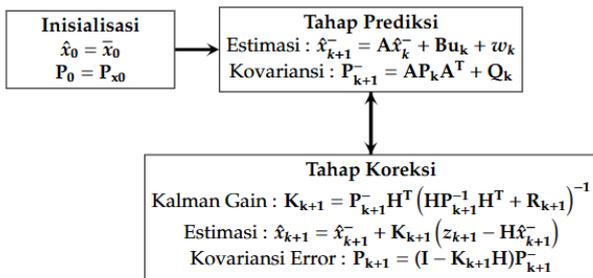
Bentuk umum sistem dinamik stokastik adalah sebagai berikut.

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k, \tag{14}$$

dengan pengukuran

$$z_k = Hx_k + v_k. \tag{15}$$

Pada persamaan di atas, x merupakan vektor keadaan, A merupakan matriks transisi keadaan, B merupakan matriks input kontrol, u_k merupakan vektor input kontrol, z_k merupakan vektor pengukuran, H merupakan matriks pengukuran, Q merupakan variansi dari *noise* sistem, dan R merupakan variansi dari *noise* pengukuran. Variabel $w_k \sim N(0, Q_k)$ dan $v_k \sim N(0, R_k)$ ini diasumsikan white.



Gambar 1. Alur Kalman-Filter

Proses estimasi Kalman-Filter adalah proses untuk memperkirakan nilai variabel keadaan dari suatu sistem dinamik. Proses ini dilakukan dengan dua tahapan (Oktaviana, 2018).

1. Tahap prediksi (*time update*): Pada tahap ini, nilai variabel keadaan diprediksi berdasarkan sistem dinamik. Sistem dinamik adalah model yang menggambarkan perilaku variabel keadaan dari waktu ke waktu.
2. Tahap koreksi (*measurement update*): Pada tahap ini, nilai variabel keadaan yang telah diprediksi dikoreksi berdasarkan data-data pengukuran. Data-data pengukuran adalah data yang diperoleh dari observasi terhadap sistem dinamik.

Dengan kata lain, proses estimasi Kalman-Filter dilakukan dengan cara memperkirakan nilai variabel keadaan di masa depan berdasarkan nilai variabel keadaan di masa lalu dan data-data pengukuran. Tahap prediksi dan koreksi dilakukan secara rekursif dengan cara meminimumkan kovariansi *error* estimasi (Mustika, 2019).

LINEARISASI

Mean Absolute Percentage Error (MAPE) adalah ukuran akurasi prediksi metode peramalan dalam statistika. MAPE dihitung sebagai rata-rata dari kesalahan absolut persentase dari nilai prediksi terhadap nilai aktual (Lewis, 1982).

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{|S_t - Pr_t|}{S_t} \cdot 100\%, \tag{16}$$

Pada persamaan di atas, S_t merupakan nilai Aktual, Pr_t merupakan nilai prediksi, dan N merupakan jumlah data. Berikut tabel tingkat keakuratan peramalan dengan MAPE (Lewis, 1982).

Tabel 1. skala MAPE untuk tingkat akurasi peramalan

Presentase MAPE	Tingkat Akurasi
< 10%	Akurasi peramalan tinggi
10% – 20%	Akurasi peramalan baik
21% – 50%	Akurasi peramalan biasa
> 50%	Peramalan tidak akurat

METODE

JENIS DAN SUMBER DATA

Penelitian menggunakan data sekunder berupa data harga minyak mentah per barel jenis *West Texas Intermediate* periode 1 September 2023 - 31 Desember 2023. Data harga minyak mentah tersebut didapatkan dari <https://investing.com/>.

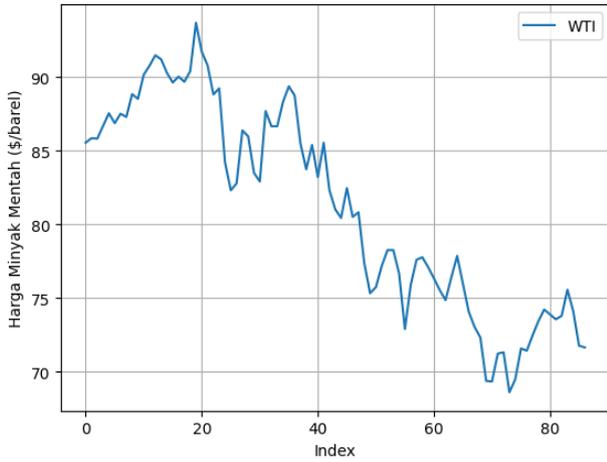
TAHAPAN PENELITIAN

Tahapan analisis data pada penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Tahap Penerapan model GBM
 - a. Menentukan nilai return dari data
 - b. Uji Kolmogorov-Smirnov pada nilai return data
 - c. Estimasi nilai Drift (μ) dan nilai Volatility (σ) data
 - d. Konstruksi model GBM
 - e. Menghitung keakuratan dengan metode MAPE
2. Tahap Penerapan Kalman-filter pada model GBM
 - a. Konstruksi model GBM-Kalman Filter
 - b. Melakukan simulasi model GBM-Kalman Filter
 - c. Menghitung keakuratannya dengan metode MAPE
3. Melakukan tahap prediksi harga minyak mentah menggunakan model GBM-Kalman Filter

HASIL DAN PEMBAHASAN

DATA PENELITIAN



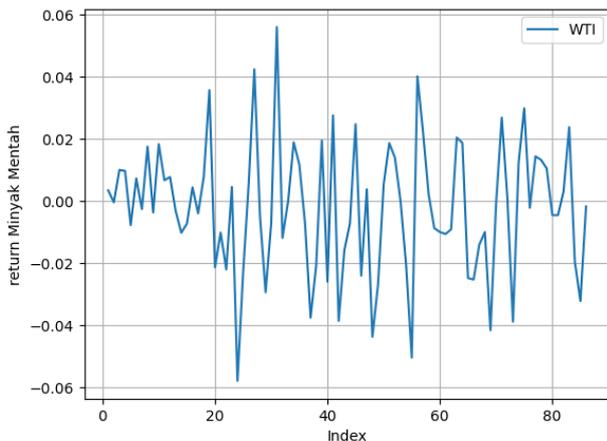
Gambar 2. Plot Harga Minyak Mentah

Data harga minyak mentah per barel jenis *West Texas Intermediate* berjumlah 87 data. Harga tertinggi minyak mentah jenis *West Texas Intermediate* berada pada \$93,68 per barel, sedangkan harga terendah minyak mentah per barel jenis *West Texas Intermediate* berada pada \$68,61 per barel. Data harga minyak mentah per barel jenis *West Texas Intermediate* memiliki rata-rata sebesar \$81,127126 per barel.

TAHAP PENERAPAN MODEL GEOMETRIC BROWNIAN MOTION

NILAI RETURN

Langkah awal pada metode ini yaitu menghitung nilai *return* minyak mentah. Hasil perhitungan nilai *return* disajikan plot pada gambar berikut.



Gambar 3. Plot Return Harga Minyak Mentah

UJI NORMALITAS RETURN MINYAK MENTAH

Uji Normalitas menjadi langkah selanjutnya untuk mengetahui apakah *return* harga minyak mentah per barel jenis *West Texas Intermediate* periode 1 September 2023 - 31 Desember 2023 berdistribusi normal atau tidak. Uji normalitas pada data *return* tersebut dilakukan dengan uji *Kolmogorov-Smirnov*.

Hipotesis yang digunakan sebagai berikut.

- H_0 : Data sampel berdistribusi normal.
- H_1 : Data sampel tidak berdistribusi normal.

Dengan statistik uji berikut pada data *return* harga minyak mentah per barel jenis *West Texas Intermediate*.

$$D_{hitung} = \text{maks}|F_t - F_s| = 0,068199.$$

Hasil menunjukkan $D_{hitung} < D_{0.05,87}$, yang berarti *return* harga minyak mentah berdistribusi normal.

ESTIMASI NILAI VOLATILITAS (σ) DAN DRIFT (μ)

Setelah diketahui bahwa *return* berdistribusi normal, tahap selanjutnya adalah estimasi nilai volatilitas dan *drift*. Untuk estimasi nilai volatilitas, langkah pertama yang dilakukan mencari rata-rata dan standar deviasi *return*. Hasil perhitungan menunjukkan nilai rata-rata *return* sebesar $-0,002061$ dan standar deviasi *return* sebesar $0,021263$. Langkah selanjutnya adalah memasukkan nilai standar deviasi *return* pada persamaan nilai volatilitas. Berikut perhitungan nilai volatilitas pada data harga minyak mentah per barel jenis *West Texas Intermediate*.

$$\sigma = \frac{s_r}{\Delta t} = \frac{0,021263}{1} = 0,021263.$$

Langkah selanjutnya adalah estimasi nilai *drift*. Berikut perhitungan nilai *drift* pada data harga minyak mentah per barel jenis *West Texas Intermediate*.

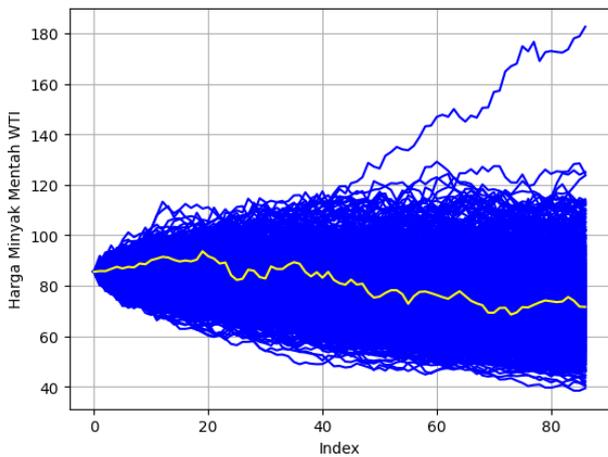
$$\mu = \frac{\bar{R}}{\Delta t} + \frac{\sigma^2}{2} = \frac{-0,002061}{1} + \frac{0,000452}{2} = -0,001835.$$

KONSTRUKSI DAN SIMULASI MODEL GBM

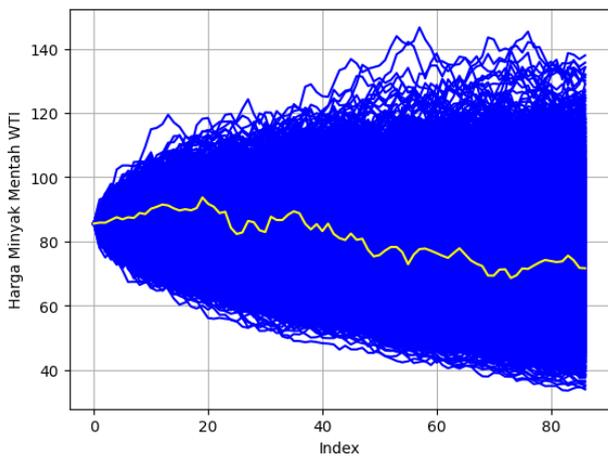
Pada tahap ini, volatilitas dan *drift* yang telah didapat dimasukkan kedalam model GBM. Berikut model GBM untuk pada data harga minyak mentah per barel jenis *West Texas Intermediate*.

$$\begin{aligned}
 S(t + 1) &= S(t)e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)dt + \sigma dW(t)} \\
 &= S(t)e^{(-0,001835 - \frac{1}{2}0,021263^2)\sqrt{1} + 0,021263\epsilon\sqrt{1}} \\
 &= S(t)e^{-0,00206106 + 0,021263\epsilon}
 \end{aligned}$$

Dari model GBM yang didapatkan akan dilakukan simulasi dengan 1000 dan 10000 iterasi untuk mendapatkan realisasi lintasan menggunakan bahasa pemrograman *python*. Hasil simulasi untuk data harga minyak mentah per barel jenis *West Texas Intermediate* disajikan pada plot grafik berikut.



Gambar 4. Hasil Simulasi GBM dengan 1000 iterasi



Gambar 5. Hasil Simulasi GBM dengan 10000 iterasi

Pada gambar di atas, lintasan berwarna biru menunjukkan hasil prediksi dari model GBM dan lintasan berwarna kuning menunjukkan data aktual. Plot tersebut menghasilkan lintasan yang beragam. dikarenakan variabel acak yang berdistribusi normal.

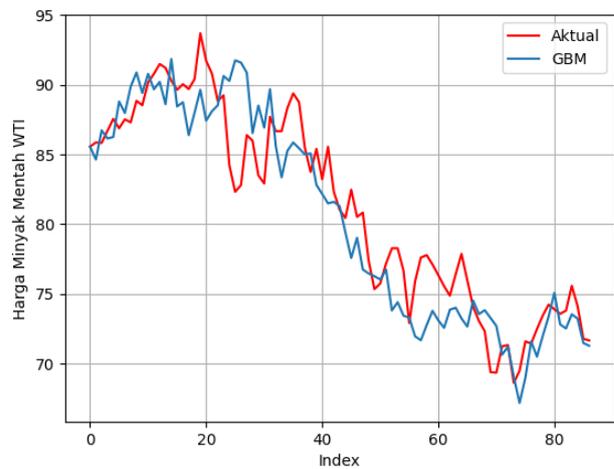
EVALUASI MODEL GBM

Pada tahap ini lintasan-lintasan pada tahap simulasi dicari hasil prediksi yang paling mendekati

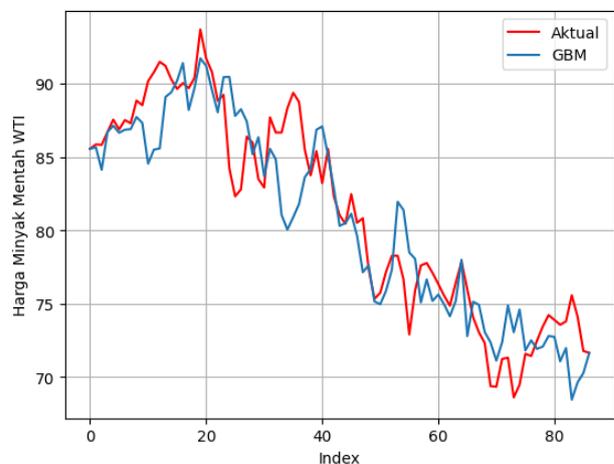
data aktual dengan menggunakan nilai MAPE. Lintasan dengan hasil prediksi terbaik adalah lintasan dengan nilai MAPE yang paling rendah. Berikut tabel nilai MAPE pada harga minyak mentah per barel jenis *West Texas Intermediate*.

	Iterasi	
	1000	10000
Min MAPE	2,740411%	2,621398%
Lintasan min MAPE	881	2112

Pada kedua iterasi, nilai MAPE tersebut memenuhi kriteria akurasi sangat baik karena Nilai MAPE < 10%. Hasil prediksi terbaik dengan data aktual disajikan pada plot grafik berikut.



Gambar 6. Hasil Prediksi Terbaik dengan 1000 iterasi



Gambar 7. Hasil Prediksi Terbaik dengan 10000 iterasi

TAHAP PENERAPAN MODEL GEOMETRIC BROWNIAN MOTION - KALMAN FILTER

KONSTRUKSI MODEL GBM-KALMAN FILTER

Pada tahapan awal model GBM dikonstruksi dalam bentuk model sistem. Kontruksi dimulai dari persamaan (14). Berikut perhitungannya.

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{S(t+1)}{S(t)}\right) &= \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \sigma dW(t), \\ \ln S(t+1) - \ln S(t) &= \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \sigma dW(t), \\ \ln S(t+1) &= \ln S(t) + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \sigma dW(t), \\ X(t+1) &= X(t) + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \sigma\epsilon\sqrt{dt}. \end{aligned}$$

Nilai volatilitas (σ) dan *drift* (μ) merupakan parameter yang diasumsikan konstan. X merupakan merupakan logaritma natural (Ln) dari harga minyak per barel yang berubah setiap waktu. Sehingga model sistem Kalman Filter dengan asumsi \mathbf{B}_k konstan dapat dibentuk sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} \mu_{t+1} \\ \sigma_{t+1} \\ X_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_t & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_t & 0 \\ 0 & 0 & X_t + \left(\mu_t - \frac{1}{2}\sigma_t^2\right)dt \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sigma_t \end{bmatrix} [\epsilon\sqrt{dt}].$$

Model sistem Model GBM merupakan model non linear sehingga perlu dilinearisasikan untuk mendapatkan matriks \mathbf{A} pada model sistem. Pelinearisasiannya menggunakan matriks *Jacobian*. Perhitungan matriks \mathbf{A} ditunjukkan sebagai berikut.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial\mu}{\partial\mu} & \frac{\partial\mu}{\partial\sigma} & \frac{\partial\mu}{\partial X} \\ \frac{\partial\sigma}{\partial\mu} & \frac{\partial\sigma}{\partial\sigma} & \frac{\partial\sigma}{\partial X} \\ \frac{\partial X}{\partial\mu} & \frac{\partial X}{\partial\sigma} & \frac{\partial X}{\partial X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ dt & \sigma dt & 1 \end{bmatrix},$$

Tahapan selanjutnya adalah mengkontruksi model pengukurannya. Berikut perhitungannya.

$$\mathbf{z}_k = [dt \quad \sigma dt \quad 1] \begin{bmatrix} \mu_{t+1} \\ \sigma_{t+1} \\ X_{t+1} \end{bmatrix} + v_k.$$

SIMULASI DAN EVALUASI MODEL GBM-KALMAN FILTER

Tahapan selanjutnya adalah melakukan simulasi Model GBM-*kalman-filter*. Pada tahapan ini dilakukan proses inisialisasi, prediksi, dan koreksi. Pada tahap inisialisasi, ditentukan estimasi awal yaitu $\hat{\mathbf{x}}_0$.

Matriks estimasi awal untuk data harga minyak mentah per barel jenis *West Texas Intermediate* ditunjukkan sebagai berikut.

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = \begin{bmatrix} \mu_0 \\ \sigma_0 \\ X_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.001835 \\ 0.021263 \\ 4.449101 \end{bmatrix}.$$

Tahapan selanjutnya adalah mengasumsikan nilai dari matriks kovarian, *noise* sistem (\mathbf{Q}) dan *noise* pengukuran (\mathbf{R}). Matriks kovarian, *noise* sistem (\mathbf{Q}) dan *noise* pengukuran (\mathbf{R}) ditunjukkan sebagai berikut.

- Matriks kovarian

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-5} \end{bmatrix},$$

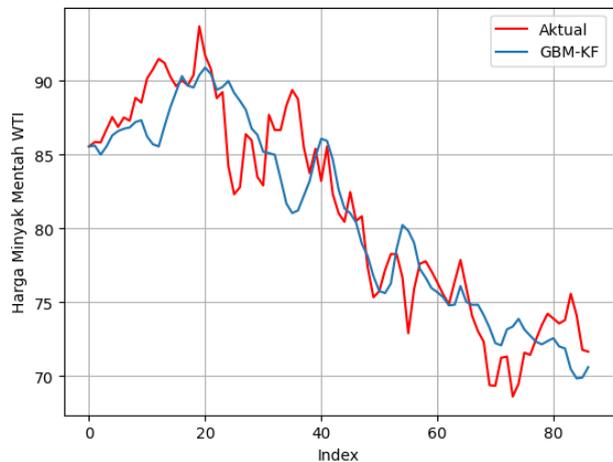
- *noise* sistem (\mathbf{Q})

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 10^{-5} & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-5} & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-5} \end{bmatrix},$$

- *noise* pengukuran (\mathbf{R})

$$\mathbf{R} = 10^{-5}.$$

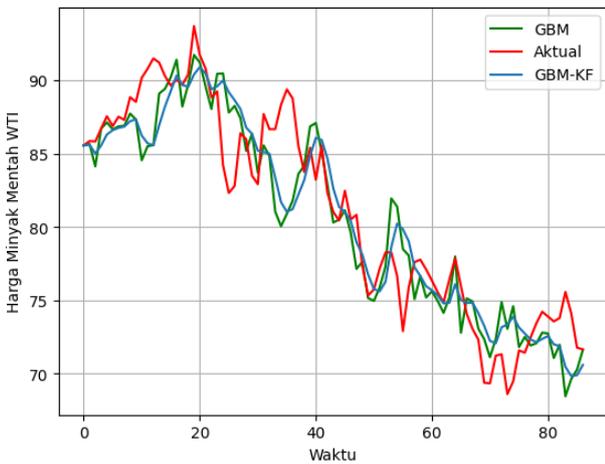
Setelah tahapan inisialisasi matriks kovarian, *noise* sistem (\mathbf{Q}) dan *noise* pengukuran (\mathbf{R}) selesai, dilanjutkan dengan dilakukan simulasi model GBM-*Kalman Filter*. Pada taapan ini dilakukan proses prediksi dan koreksi yang diestimasi secara rekursif. Dengan menggunakan bahasa pemograman python, berikut hasil plot simulasi dari model GBM-*Kalman Filter* pada data harga minyak mentah per barel jenis *West Texas Intermediate*.



Gambar 8. Hasil Simulasi GBM-Kalman Filter

Tahapan selanjutnya adalah menghitung nilai MAPE dari lintasan hasil simulasi dari model GBM-

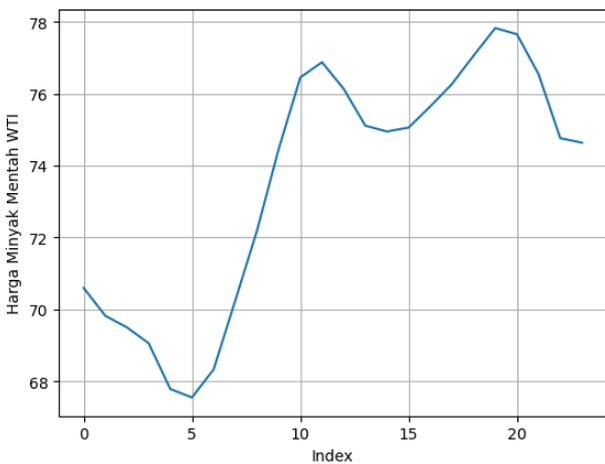
Kalman Filter. Hasil simulasi tersebut menghasilkan nilai MAPE sebesar 2,586460%. Hasil tersebut memenuhi kriteria akurasi yang sangat baik karena Nilai MAPE < 10%. Hal tersebut menunjukkan bahwa pada data harga minyak mentah per barel jenis *West Texas Intermediate* periode 1 September 2023 - 31 Desember 2023, metode *GBM-Kalman Filter* lebih baik dibandingkan dengan metode *GBM*. Untuk melihat lebih jelas perbandingan hasil prediksi *GBM* dan *GBM-Kalman Filter* dengan data aktual disajikan pada plot grafik berikut.



Gambar 9. Perbandingan Hasil Simulasi *GBM* dan *GBM-Kalman Filter*

PERAMALAN MENGGUNAKAN MODEL *GBM-KALMAN FILTER*

Pada tahapan terakhir ini akan dilakukan peramalan harga minyak mentah *West Texas Intermediate* periode 1 Januari 2024 - 31 Januari 2024. Berdasarkan hasil penelitian, Peramalan akan dilakukan menggunakan metode *GBM-Kalman Filter*. Berikut plot hasil peramalan periode.



Gambar 10. Hasil Peramalan *GBM-Kalman Filter*

Hasil peramalan menunjukkan kenaikan. Prediksi harga tertinggi minyak mentah berada pada \$77,82 per barel, sedangkan prediksi harga terendah minyak mentah per barel berada pada \$67,55 per barel. Prediksi harga minyak mentah per barel jenis memiliki rata-rata sebesar \$73,65 per. Hasil tersebut dapat menjadi gambaran untuk membuat kebijakan ekonomi yang lebih tepat dan mengurangi dampak negatif dari fluktuasi harga minyak mentah.

PENUTUP

SIMPULAN

Metode *Geometric Brown Motion* termodifikasi *Kalman Filter* terbukti mampu menunjukkan hasil prediksi harga minyak mentah per barel jenis *West Texas Intermediate* periode 1 September 2023 - 31 Desember 2023 yang lebih akurat dibandingkan dengan metode *Geometric Brown Motion*. Hal tersebut berdasar pada bahwa metode *Geometric Brown Motion* termodifikasi *Kalman Filter* menghasilkan MAPE yang lebih kecil dari metode *Geometric Brown Motion*. Pada metode *Geometric Brown Motion* pada data harga minyak mentah per barel jenis *West Texas Intermediate* dengan iterasi 1000 dan 10000 menghasilkan MAPE minimum 2,740411% dan 2,621398. Pada metode *Geometric Brown Motion* termodifikasi *Kalman Filter* pada data harga minyak mentah per barel menghasilkan MAPE sebesar 2,586460%. Kedua metode tersebut menghasilkan MAPE < 10% yang mengindikasikan bahwa kedua metode tersebut mempunyai tingkat akurasi peramalan yang tinggi pada kasus ini.

SARAN

Selain *Geometric Brown Motion* termodifikasi *Kalman Filter*, metode lain seperti jaringan saraf tiruan dapat diuji dan dibandingkan untuk mengidentifikasi pendekatan peramalan yang paling unggul. Penambahan dan pembaruan data juga diperlukan agar model lebih bisa menarik kesimpulan yang lebih tepat berdasarkan pola data.

DAFTAR PUSTAKA

Abidin, S. N. Z., & Jaffar, M. M. (2014). Forecasting Share Prices of Small Size Companies in Bursa Malaysia Using Geometric Brownian Motion. *Applied Mathematics & Information Sciences*, 8(1), 107-112. doi:10.12785/amis/080112
 Arezki, R., Mr. (2017). Oil Prices and the Global

- Economy. Washington, D.C., UNITED STATES: INTERNATIONAL MONETARY FUND.
- Arifah, L. F., Basorudin, M., Majid, M. A., Choirunnisa, M., & Eltheofany S, P. L. (2020). STUDI EMPIRIS PENGARUH HARGA MINYAK MENTAH DUNIA DAN VARIABEL MONETER TERHADAP PEREKONOMIAN INDONESIA PERIODE 1996-2018. *Jurnal Ekonomi-Qu*, 10(1), 23. doi:10.35448/jequ.v10i1.8577
- Arifin, Y. (2018). Pengaruh Harga Minyak Dunia, Nilai Tukar dan Inflasi terhadap Pertumbuhan Ekonomi Indonesia. *Economics Development Analysis Journal*, 5(4), 474-483. doi:10.15294/edaj.v5i4.22184
- Chen, R., Deng, T., Huang, S., & Qin, R. (2015). Optimal crude oil procurement under fluctuating price in an oil refinery. *European Journal of Operational Research*, 245(2), 438-445. doi:10.1016/j.ejor.2015.03.002
- Devold, H. (2013). *Oil and gas production handbook An introduction to oil and gas production, transport, refining and petrochemical industry*. ABB.
- Dong, G., Yang, F., Wei, Z., Wei, J., & Tsui, K.-L. (2020). Data-Driven Battery Health Prognosis Using Adaptive Brownian Motion Model. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 16(7), 4736-4746. doi:10.1109/TII.2019.2948018
- Hesniati, H., Kalimah, Z. N., Nanto, H., Yulianti, Y., & Harsono, H. (2022). PENGARUH HARGA MINYAK DUNIA, KESTABILAN POLITIK DAN SUKU BUNGA TERHADAP NILAI TUKAR DI INDONESIA. *Makro: Jurnal Manajemen Dan Kewirausahaan*, 7(2), 116. doi:10.53712/jmm.v7i2.1501
- Huang, S.-C., Wang, N.-Y., Li, T.-Y., Lee, Y.-C., Chang, L.-F., & Pan, T.-H. (2013). Financial Forecasting by Modified Kalman Filters and Kernel Machines. *Journal of Statistics and Management Systems*, 16(2-03), 163-176. doi:10.1080/09720510.2013.777575
- Ibrahim, S. N. I., Misiran, M., & Laham, M. F. (2021). Geometric fractional Brownian motion model for commodity market simulation. *Alexandria Engineering Journal*, 60(1), 955-962. doi:10.1016/j.aej.2020.10.023
- Lahmuddin, M. F., & Shabri, A. (2022). Forecasting The Crude Oil Price in Malaysia Using Geometric Brownian Motion.
- Lewis, C. (1982). *Industrial and business forecasting methods*. Oxford, England: Butterworth-Heinemann.
- Maulidya, V., Apriliani, E., & Putri, E. R. M. (2020). Prediksi Harga Saham Menggunakan Geometric Brownian Motion Termodifikasi Kalman Filter dengan Konstrain. 1.
- Mohd Noh, N., Bahar, A., & Zainuddin, Z. M. (2017). Forecasting model for crude oil price with structural break. *Malaysian Journal of Fundamental and Applied Sciences*, 13(4-1), 421-424. doi:10.11113/mjfas.v13n4-1.861
- Munandar, H., Indira, D., H.m., A. S., & Dkk. (2022). PERKEMBANGAN EKONOMI KEUANGAN DAN KERJA SAMA INTERNASIONAL (PEKKI) EDISI 2022. Indonesia: Bank Indonesia.
- Mustika, T. N. (2019). PREDIKSI HARGA SAHAM DENGAN GEOMETRIC BROWNIAN MOTION DAN ARIMA - TERMODIFIKASI KALMAN FILTER. TESIS, Departemen Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Oktaviana, Y. V. (2018). PERBANDINGAN ANTARA KALMAN FILTER DAN FRAKSIONAL KALMAN FILTER UNTUK ESTIMASI KONSENTRASI POLUTAN PADA MASALAH POLUSI UDARA. TESIS, Departemen Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Pangestika, V. D., Farikhin, F., & Udjiani, T. (2023). Application of the Geometric Brownian Motion Model in West Texas Intermediate Crude Oil Price Prediction. *GEMA WIRALODRA*.
- Reddy, K., & Clinton, V. (2016). Simulating Stock Prices Using Geometric Brownian Motion: Evidence from Australian Companies. *Australasian Accounting, Business and Finance Journal*, 10(3). doi:10.14453/aabfj.v10i3.3
- Romzi, M., Sofian, A., Ayuni, S., Ihsan, M., & Dkk. (2023). LAPORAN PEREKONOMIAN INDONESIA 2023. Indonesia: Badan Pusat Statistik Indonesia.
- Septiawan, D. A., Hidayat, R. R., & Sulasmiyati, S. (11 2016). Pengaruh Harga Minyak Dunia, Inflasi, Dan Nilai Tukar Terhadap Pertumbuhan Ekonomi Indonesia (Studi Pada Tahun 2007 - 2014). *Jurnal Administrasi Bisnis S1 Universitas Brawijaya*, 40(2), 130-138.
- Seru, F., Suhendra, C. D., Saputro, A. D., Makwana, G., & Elizabeth, H. (2022). Implementation of Geometric Brownian Motion to Predict Crude Oil Prices. *Numerical*.
- Suradi, J. P., & Marisa, S. E. (2020). ANALISIS DAMPAK HARGA MINYAK MENTAH DUNIA, TINGKAT SUKU BUNGA DAN KURS VALUTA ASING TERHADAP INDEKS HARGA SAHAM PERTAMBANGAN PERIODE 2014 - 2016. *Jurnal Bina Manajemen*, 8(2), 1-17. doi:10.52859/jbm.v8i2.84
- Taufikurrahman, M. R., & Listiyanto, E. (2022).

IMPLIKASI KENAIKAN HARGA MINYAK DUNIA BAGI PEREKONOMIAN INDONESIA. Institute for Development of Economics and Finance, (3).

Triningsih, Y. (2017). MODEL ORNSTEIN-UHLENBECK TERMODIFIKASI UNTUK MEMPREDIKSI HARGA KOMODITAS MINYAK MENTAH. TESIS, Departemen Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Yunita, R., & Yeniwati, Y. (2021). PENGARUH FLUKTUASI HARGA MINYAK DUNIA TERHADAP VARIABEL MAKRO EKONOMI INDONESIA. Jurnal Kajian Ekonomi dan Pembangunan, 3(4), 81. doi:10.24036/jkep.v3i4.12382

Zakia, H. I. (2017). PREDIKSI HARGA KOMODITAS MINYAK MENTAH MENGGUNAKAN MODEL GEOMETRIC BROWNIAN MOTION. Tugas Akhir, Departement Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.