

PENERAPAN PENERAPAN GEOMETRIC BROWNIAN MOTION TERMODIFIKASI KALMAN FILTER (GBM-KF) UNTUK MEMPREDIKSI HARGA EMAS

Muhammad Arif Hunaifi

Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya, Surabaya, Indonesia

e-mail : muhammad.20015@mhs.unesa.ac.id

Dimas Avian Maulana

Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya, Surabaya, Indonesia

e-mail : dimasmaulana@unesa.ac.id

Abstrak

Pemahaman pergerakan harga komoditas menjadi penting untuk memahami dunia ekonomi dan keuangan global. Salah satu komoditas yang digunakan sebagai alat lindung adalah emas, yang dianggap sebagai alat investasi yang sering digunakan di tengah ketidakpastian pergerakan ekonomi. Emas sering digunakan sebagai alat investasi karena harganya yang cenderung stabil dan fluktuasinya relatif kecil. Harga emas menjadi salah satu indikator penting dalam stabilitas perkonomian global. Dalam penelitian ini, dilakukan penerapan model *Geometric Brownian Motion* dengan *Kalman Filter* untuk memprediksi harga emas berdasarkan data historis harian emas dari situs website <https://finance.yahoo.com/> selama tahun 2023. Dengan menggunakan bantuan bahasa pemrograman *python*, diperoleh hasil *running* program dengan banyak iterasi (lintasan) yang digunakan yakni 100, 500, 1000, dan 5000 lintasan. Dengan nilai minimal MAPE yang dihasilkan oleh masing-masing lintasan tersebut yakni sebesar 2,80%, 2,27%, 2,17%, dan 1,69%. Hasil dari konstruksi model GBM termodifikasi *Kalman Filter* menunjukkan hasil prediksi yang lebih efektif dibandingkan dengan konstruksi model GBM. Hal ini ditunjukkan dengan penurunan nilai MAPE model GBM sebesar 1,6976 % menjadi 0,4165 % untuk model GBM yang telah termodifikasi *Kalman Filter*. Penambahan algoritma *Kalman Filter* membantu meminimalkan nilai *error* sehingga menghasilkan prediksi harga emas yang lebih akurat.

Kata Kunci : *Prediksi Harga Emas, Emas, Geometric Brownian Motion (GBM), Kalman Filter, Mean Absolute Percentage Error (MAPE)*

Abstract

Understanding commodity price movements is important to understanding the global economic and financial world. One of the commodities used as a hedge is gold, which is considered an investment tool that is often used in the midst of uncertain economic movements. Gold is often used as an investment tool because its price tends to be stable and fluctuates relatively little. The price of gold is one of the important indicators in the stability of the global economy. In this study, the application of the Geometric Brownian Motion model with Kalman Filter to predict the price of gold based on daily historical data of gold from the website <https://finance.yahoo.com/> for the year 2023. By using the help of the programming language python, the results of running program with many iterations (passes) used are 100, 500, 1000, and 5000 passes. With a minimum MAPE value generated by each of these trajectories of 2.80%, 2.27%, 2.17%, and 1.69%. The results of the construction of the modified GBM model Kalman Filter show more effective prediction results compared to the construction of the GBM model. This is indicated by a decrease in the MAPE value of the GBM model of 1.6976 % to 0.4165 % for the modified GBM model. The addition of the Kalman Filter algorithm helps minimize the error value, resulting in a more accurate gold price prediction.

Keywords: *Gold Price Prediction, Gold, Geometric Brownian Motion (GBM), Kalman Filter, Mean Absolute Percentage Error (MAPE).*

PENDAHULUAN

Pemahaman tentang pergerakan harga komoditas menjadi landasan penting dalam dunia ekonomi dan keuangan global. Komoditas merupakan salah satu faktor penting dalam perdagangan internasional

yang dapat memengaruhi stabilitas ekonomi suatu negara. Beberapa tahun terakhir, sejumlah peristiwa besar telah terjadi akibat ketidakstabilan ekonomi dan geopolitik yang telah memicu perubahan dalam dinamika ekonomi global, seperti perubahan regulasi

perdagangan internasional, ketegangan antarnegara, dan ketidakpastian terkait pandemi COVID-19 (Smith, 2021). Salah satu dampaknya adalah harga komoditas yang mengalami fluktuasi yang signifikan, hal ini terjadi karena harga emas ditentukan oleh berbagai faktor ekonomi dan geopolitik.

Perubahan dalam regulasi perdagangan internasional dan ketidakpastian dalam hubungan antarnegara, seperti yang terjadi dalam ketegangan perdagangan Amerika Serikat-Tiongkok, dapat mengubah secara drastis pergerakan harga komoditas (Bown, 2019). Peningkatan harga emas menunjukkan bahwa komoditas ini memiliki potensi yang besar sebagai alat investasi. Semua peristiwa ini menarik perhatian peneliti untuk melakukan penelitian untuk memprediksi pergerakan harga komoditas emas.

Emas adalah logam mulia yang memiliki nilai intrinsik dan digunakan sebagai alat lindung nilai atau safe haven. Emas sering digunakan sebagai alat investasi karena harganya yang cenderung stabil dan fluktuasinya relatif kecil. Pergerakan harga emas dianggap sebagai komoditas yang stabil dan aman, yang menjadi pilihan utama para investor dalam situasi ketidakpastian pergerakan perekonomian global. Berdasarkan data dari London Bullion Market Association (LBMA), harga emas dunia telah mengalami peningkatan yang signifikan dalam beberapa tahun terakhir. Pada tahun 2022, harga emas dunia mencapai level tertingginya dalam 7 tahun terakhir, yaitu sebesar USD \$2,075 per troy ounce. Beberapa faktor yang memengaruhi harga emas adalah permintaan/penawaran dari pasar, inflasi, kebijakan moneter, dan ketidakpastian global.

Emas merupakan komoditas yang memiliki nilai ekonomi tinggi dan fluktuasi harga yang dinamis. Emas sebagai salah satu logam mulia yang banyak digunakan sebagai alat investasi, perhiasan dan bahan industri. Emas juga menjadi barang berharga yang tidak hanya sekedar menjadi simpanan yang aman, emas juga memainkan peranan penting dalam sistem keuangan (Apergis, 2014). Prediksi harga emas sangat penting bagi para investor, pedagang, produsen, dan konsumen yang terlibat dalam pasar komoditas. Harga emas memiliki peran penting dan menjadi salah satu indikator stabilitas ekonomi dalam perekonomian global, sehingga pentingnya pemahaman tentang pergerakan harga komoditas semakin menunjukkan perlu adanya penelitian

tentang metode prediksi harga komoditas emas (Lestianto dkk., 2022).

Dalam beberapa penelitian terdahulu yang membahas mengenai prediksi harga emas yang dilakukan oleh beberapa peneliti. Salah satunya adalah penelitian yang dilakukan oleh Achmad Gilang Prameistyo, membahas pengaruh harga emas dunia, kurs rupiah, harga minyak dunia, dan suku bunga SBI terhadap indeks harga saham gabungan di Bursa Efek Indonesia. Hasil penelitian ini menghasilkan tingkat keakuratan sistem dengan menggunakan metode MAPE (Mean Absolute Percent Error) (Prameistyo, 2021). Beberapa penelitian tersebut juga telah menunjukkan bahwa model prediksi yang digunakan dapat memprediksi harga komoditas dengan cukup akurat sehingga dapat menjadi acuan dalam melakukan analisis pergerakan harga komoditas emas di masa mendatang.

Salah satu metode pendekatan yang digunakan untuk analisis pergerakan harga komoditas adalah metode Geometric Brownian Motion (GBM), yang akan memberikan pondasi kokoh terkait fluktuasi harga komoditas dalam ekonomi global yang semakin kompleks (Hull, 2018). Metode GBM ini telah digunakan secara luas dalam prediksi harga komoditas keuangan dan komoditas. Metode ini mengasumsikan bahwa pergerakan harga komoditas mengikuti gerakan acak geometris, yang berarti bahwa perubahan harga relatif (return) komoditas adalah independent dan terdistribusi normal. GBM memiliki beberapa keterbatasan dalam memodelkan harga komoditas secara realistis. Geometric Brownian Motion (GBM) mengasumsikan bahwa penyimpangan dan volatilitas (perubahan besar) harga komoditas adalah konstan sepanjang waktu, hal tersebut kemungkinan bisa berbeda dengan kondisi asli bahwa penyimpangan dan volatilitas dapat berubah-ubah sesuai dengan kondisi pasar. Geometric Brownian Motion (GBM) juga mengabaikan adanya faktor-faktor eksternal yang dapat mempengaruhi harga komoditas, seperti permintaan, penawaran, kebijakan pemerintah, peristiwa politik, bencana alam, dan lain sebagainya. Geometric Brownian Motion (GBM) hanya dapat memprediksi harga komoditas secara univariat (satu dimensi), meskipun dalam kenyataannya harga komoditas dapat saling berkorelasi satu sama lain. Oleh sebab itu, peneliti perlu mempertimbangkan

keterbatasan-keterbatasan tersebut untuk mengembangkan metode prediksi yang lebih akurat dan komprehensif.

Penulis tertarik untuk mengatasi keterbatasan-keterbatasan tersebut dengan mengembangkan sebuah model prediksi harga emas menggunakan Geometric Brownian Motion yang dimodifikasi dengan Kalman filter. Kalman filter adalah sebuah algoritma yang dapat digunakan untuk memperkirakan dan memperbarui keadaan suatu sistem secara efisien dengan menggunakan serangkaian pengukuran yang terdapat kesalahan dan ketidakpastian dalam data. Kalman filter dapat menyesuaikan parameter penyimpangan dan volatilitas GBM secara adaptif berdasarkan data historis dan data aktual (Syarifuddin dkk., 2018). Kalman filter juga dapat memasukkan faktor-faktor eksternal yang relevan sebagai variabel kontrol atau gangguan dalam model GBM. Selain itu, kalman filter dapat memodelkan dan memprediksi harga emas secara multivariat (multi dimensi) dengan mempertimbangkan korelasi antara kedua komoditas tersebut. Disinilah peran dari GBM termodifikasi Kalman Filter untuk meningkatkan akurasi dari hasil prediksi dalam penelitian ini.

Penulis merujuk pada beberapa penelitian yang berkaitan dengan topik yang diambil. Penelitian yang pertama yakni sebuah tugas akhir yang berjudul "Prediksi Harga Saham Menggunakan Geometric Brownian Motion termodifikasi Kalman Filter dengan Konstrain" oleh Vivien Maulidya tahun 2020. Berdasarkan hasil prediksi, model Geometric Brownian Motion menghasilkan error yang cukup besar karena parameter yang konstan. Untuk mengurangi nilai error tersebut, maka perlu ditambahkan metode penyaringan yaitu Kalman Filter (KF) dengan membatasi variabel state menggunakan norma. Berdasarkan hasil yang diperoleh, penambahan pembatas pada model GBM-KF tidak berpengaruh secara signifikan terhadap nilai MAPE. Nilai MAPE yang diperoleh termasuk dalam kategori prediksi dengan akurasi yang tinggi (Maulidya dkk., 2020). Penelitian selanjutnya adalah sebuah tesis berjudul "Prediksi Harga Saham dengan Geometric Brownian Motion dan Arima Termodifikasi Kalman Filter" yang ditulis oleh Mustika pada tahun 2019. Berdasarkan penelitian tersebut diperoleh bahwa kekurangan yang dihasilkan dari prediksi harga saham

menggunakan Geometric Brownian Motion Termodifikasi Kalman Filter. Dalam penelitian ini, disebutkan model Geometric Brownian Motion termasuk dalam model nonlinier. Penyelesaian model sistem nonlinier tersebut digunakan metode Extended Kalman Filter (Mustika, 2019). Sejumlah penelitian terdahulu telah menggali secara mendalam dalam konteks pemodelan pergerakan harga komoditas. Penelitian-penelitian tersebut memberikan wawasan terhadap pergerakan harga komoditas dengan berbagai pendekatan matematis. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa pemodelan dengan model Geometric Brownian Motion sering menghasilkan error yang cukup besar karena asumsi parameter yang konstan. Oleh sebab itu, penelitian ini bertujuan untuk mengatasi keterbatasan model Geometric Brownian Motion (GBM) dalam memodelkan pergerakan harga komoditas, dengan mengintegrasikan GBM bersama dengan penyaringan Kalman Filter (KF) dalam kerangka model. Pendekatan ini diharapkan dapat menghasilkan metode yang lebih efisien untuk memprediksi pergerakan harga komoditas emas, mengatasi GBM cenderung mengasumsikan penyimpangan dan volatilitas harga yang konstan, sedangkan KF dapat membantu mengatasi fluktuasi yang disebabkan oleh faktor eksternal. Atas dasar tersebut, judul penelitian ini dirumuskan sebagai **"PENERAPAN GEOMETRIC BROWNIAN MOTION YANG TERMODIFIKASI KALMAN FILTER (GBM-KF) UNTUK MEMPREDIKSI HARGA EMAS"**.

KAJIAN TEORI

EMAS

Emas adalah logam mulia yang memiliki sifat tahan korosi dan tahan karat. Emas sering digunakan sebagai perhiasan, alat tukar, dan alat investasi. Emas memiliki nilai intrinsik tinggi dan berfungsi sebagai instrumen investasi yang stabil. Emas merupakan salah satu logam mulia yang paling banyak diminati baik untuk investasi maupun sekadar untuk perhiasan. Sejak dahulu, emas telah dihargai untuk kelangkaan, keindahan serta ketahanannya terhadap korosi (Eisler, 2004). Telah lama dalam sejarah, bahwa emas telah aktif diperdagangkan di pasar internasional (Zhang dkk., 2020). Emas telah diperdagangkan secara aktif di pasar internasional

sejak zaman kuno. Salah satu bukti tertua perdagangan emas adalah koin emas yang ditemukan di Mesopotamia, yang diperkirakan berasal dari tahun 3000 SM (Mountford dan Tuffnell, 2018). Pada zaman kuno, emas digunakan sebagai alat tukar, perhiasan, dan simbol status. Emas juga digunakan sebagai mata uang resmi di berbagai negara, termasuk Mesir, Yunani, dan Romawi. Perdagangan emas semakin meningkat seiring dengan perkembangan zaman, dan emas masih menjadi komoditas yang penting hingga saat ini.

CLOSING PRICE

Harga penutupan (*closing price*) adalah nilai terakhir suatu komoditas pada periode perdagangan. Harga penutupan dapat memberikan informasi yang lebih baik tentang pergerakan harga komoditas dibandingkan dengan harga pembukaan atau harga rata-rata (Davies, 2018). Harga penutupan dijadikan acuan untuk menentukan harga pembukaan pada keesokan harinya. Oleh karena itu, harga penutupan digunakan untuk memprediksi harga di periode mendatang.

NILAI RETURN

Return adalah nilai pengembalian investasi yang diperoleh oleh investor dari perbedaan antara harga pokok pembelian dan harga pokok penjualan. Konsep *return* mencerminkan perubahan nilai suatu komoditas selama periode waktu tertentu. Rumus *return* harga komoditas didefinisikan sebagai berikut (Suganthi dan Jayalalitha, 2019):

$$R_t = \ln \left(\frac{S_{t+1}}{S_t} \right). \quad (1)$$

Pada persamaan di atas, R_t merupakan *return* harga komoditas emas pada waktu t dan S_t merupakan harga komoditas emas pada waktu t .

VOLATILITAS

Volatilitas merupakan pengukuran statistik untuk pergerakan (*fluktuasi*) harga komoditas selama periode tertentu. Standar Deviasi dari nilai *return* dihitung terlebih dahulu dengan rumus:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (R_t - \bar{R})^2}{n}}, \quad (4)$$

Selanjutnya nilai volatilitas dapat dihitung dengan persamaan:

$$\sigma = \frac{s_r}{\sqrt{t}}, \quad (3)$$

Pada persamaan di atas, σ merupakan nilai volatilitas, s merupakan standar deviasi, $\sqrt{t}$ merupakan selang waktu dalam penghitungan nilai *return*.

DRIFT

Drift atau penyimpangan merupakan salah satu faktor yang memengaruhi pergerakan harga komoditas. *Drift* didefinisikan sebagai tingkat perubahan rata-rata harga komoditas terhadap periode waktu tertentu. Bila jumlah *return* dalam sampel dilambangkan dengan n , maka nilai rata-rata *return* dapat dirumuskan sebagai berikut (Suganthi dan Jayalalitha, 2019):

$$\bar{R} = \frac{\sum_{t=1}^n (R_t)}{n}. \quad (5)$$

Selanjutnya, rumus untuk μ (*drift*) mengikuti rumus berikut (Suganthi dan Jayalalitha, 2019):

$$\mu = \frac{\bar{R}}{t} + \frac{\sigma^2}{2}. \quad (6)$$

Pada persamaan di atas, $\bar{R}$ merupakan nilai rata-rata *return*, dan μ merupakan nilai *drift*.

UJI NORMALITAS

Tujuan dari uji normalitas adalah untuk mengetahui apakah data berdistribusi normal atau tidak yang dapat dilakukan dengan uji *Kolmogorov-Smirnov* (Maulidya dkk., 2020).

Hipotesis:

H_0 : Data berdistribusi normal.

H_1 : Data tidak berdistribusi normal.

Statistik Uji:

$$D_{hitung} = \max |F_t - F_s|. \quad (2)$$

Pada persamaan di atas, D_{hitung} merupakan deviasi minimum, F_t merupakan fungsi berdistribusi yang dihipotesiskan berdistribusi normal, dan F_s merupakan fungsi distribusi kumulatif dari data. H_0 diterima atau data berdistribusi normal ketika $D_{hitung} < D_{\alpha,n}$ (nilai $\alpha = 0,05$) atau nilai *p-value* $> 0,05$.

GEOMETRIC BROWNIAN MOTION

Model *Geometric Brownian Motion* merupakan model stokastik yang menggambarkan pergerakan harga komoditas dengan waktu kontinu. Model *Geometric Brownian Motion* untuk perubahan harga komoditas emas pada waktu ke- t mengikuti bentuk umum persamaan differensial stokastik seperti berikut (Izzata dan Saepudin, 2018):

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dW(t), \quad (7)$$

atau dapat ditulis sebagai berikut:

$$\frac{dS(t)}{S(t)} = \mu dt + \sigma dW(t). \quad (8)$$

Pada persamaan di atas, $S(t)$ merupakan harga minyak mentah pada waktu t dan $W(t)$ merupakan gerak *Brown*.

Solusi dari penyelesaian model GBM diatas dapat diperoleh melalui penerapan *Ito's Lemma*. Untuk setiap fungsi $F(S, t)$ dari variabel S dan t dimana F memenuhi persamaan differensial stokastik untuk konstanta a dan b . Dengan bentuk rumus umum Ito mengikuti rumus (Izzata dan Saepudin, 2018):

$$dF = \left(\frac{\partial F}{\partial S} a + \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} b^2 \right) dt + \frac{\partial F}{\partial S} b dW, \quad (12)$$

Selanjutnya diambil fungsi $F(S, t) = \ln S(t)$ dimana $S(t)$ memenuhi persamaan umum persamaan differensial stokastik yaitu $\frac{\partial F}{\partial t} = 0, \frac{\partial F}{\partial S} = \frac{1}{S(t)}$, dan $\frac{\partial^2 F}{\partial S^2} = -\frac{1}{S(t)^2}$.

Lalu substitusi ke dalam persamaan umum Ito maka diperoleh solusi model *Geometric Brownian Motion* yakni (Karatzas dan Shreve, 1998):

$$S(t+1) = S(t)e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)dt + \sigma dW(t)}. \quad (13)$$

KALMAN-FILTER

Kalman Filter merupakan sebuah metode pengolahan data untuk mengestimasi keadaan suatu sistem dinamis dari pengukuran yang berisik (*noise*). Sistem dinamis yakni sistem yang berubah-ubah seiring waktu, dan pengukuran yang berisik yakni pengukuran yang mengandung kesalahan.

Metode Kalman Filter menggunakan model sistem untuk memprediksi keadaan sistem pada waktu berikutnya. Kemudian, menggunakan

pengukuran untuk memperbarui prediksi ini. Data pengukuran terbaru akan berguna untuk mengoreksi hasil prediksi, sehingga hasil estimasi akan mendekati hasil sebenarnya. Dengan mengikuti bentuk umum sistem dinamik stokastik (Syarifuddin dkk., 2018):

Persamaan *state variable*:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{u}_k + \mathbf{w}_k, \quad (14)$$

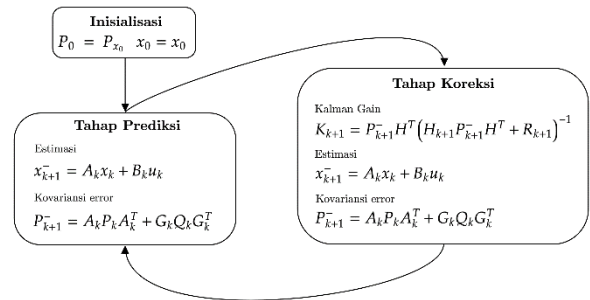
dengan persamaan pengukuran:

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k. \quad (15)$$

Pada persamaan di atas, $\mathbf{x}$ merupakan vektor keadaan, $\mathbf{A}$ merupakan matriks transisi keadaan, $\mathbf{B}$ merupakan matriks input kontrol, $\mathbf{u}_k$ merupakan vektor input kontrol, $\mathbf{z}_k$ merupakan vektor pengukuran, $\mathbf{H}$ merupakan matriks pengukuran, $\mathbf{Q}$ merupakan variansi dari *noise* sistem, dan $\mathbf{R}$ merupakan variansi dari *noise* pengukuran.

Variabel $\mathbf{w}_k \sim N(0, \mathbf{Q}_k)$ dan $\mathbf{v}_k \sim N(0, \mathbf{R}_k)$ diasumsikan berdistribusi normal dengan mean bernilai nol (0), sehingga bisa disebut sebagai *white noise*.

Algoritma Kalman Filter adalah sebagai berikut (Govaers, 2019):



Gambar 1. Algoritma Kalman-Filter

Tahapan pada metode Kalman Filter mengikuti (Syarifuddin dkk., 2018):

1. Tahap prediksi (*time update*): Pertama, filter akan memprediksi variabel keadaan (*state variable*) berdasarkan sistem dinamis yang mendasari model.
2. Tahap koreksi (*measurement update*): Kemudian, filter mengoreksi prediksi ini dengan menggunakan data pengukuran. Koreksi ini dilakukan untuk memperbaiki hasil estimasi dan membuatnya lebih akurat.

Tahap prediksi dan koreksi dilakukan secara berulang (*iteratif*), dimana disetiap iterasi, filter

menggunakan hasil dari iterasi sebelumnya untuk menghitung hasil pada iterasi berikutnya. Tujuan dari *Kalman Filter* adalah untuk mendapatkan estimasi seakurat mungkin, hal ini dilakukan dengan cara meminimumkan *kovariansi error* estimasi sampai waktu k yang ditentukan.

NILAI MAPE

Mean Absolute Percentage Error (MAPE) adalah ukuran akurasi metode prediksi dalam bentuk ukuran kesalahan rata-rata yang dinyatakan dalam bentuk persentase. MAPE biasanya digunakan sebagai evaluasi akurasi model peramalan. MAPE didefinisikan dengan rumus (Maulidya dkk., 2020):

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{|S_t - Pr_t|}{S_t} \cdot 100\%, \quad (16)$$

Pada persamaan di atas, S_t merupakan nilai Aktual, Pr_t merupakan nilai prediksi, dan N merupakan jumlah data. Untuk mengetahui keakuratan hasil dengan MAPE disajikan tabel berikut (Nabillah dan Ranggadara, 2020):

Tabel 1. Skala nilai MAPE untuk prediksi akurasi

Presentase MAPE	Tingkat Akurasi
< 10%	Prediksi akurat
10% – 20%	Prediksi baik
21% – 50%	Prediksi biasa
> 50%	Prediksi tidak akurat

METODE

JENIS PENELITIAN

Penelitian ini berjenis penelitian kuantitatif dengan pendekatan studi literatur. Pendekatan studi literatur digunakan untuk mengkaji dan menganalisis data secara menyeluruh untuk menganalisis data dan mengembangkan model prediksi untuk memperoleh prediksi harga komoditas emas.

SUMBER DATA DAN DATA PENELITIAN

Sumber data dalam penelitian ini merupakan data kuantitatif yang mencakup data historis harian harga emas pada tanggal 1 Januari 2023 - 31 Desember 2023 dari website <https://www.finance.yahoo.com>

TEKNIK ANALISIS DATA

Tahapan analisis data pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

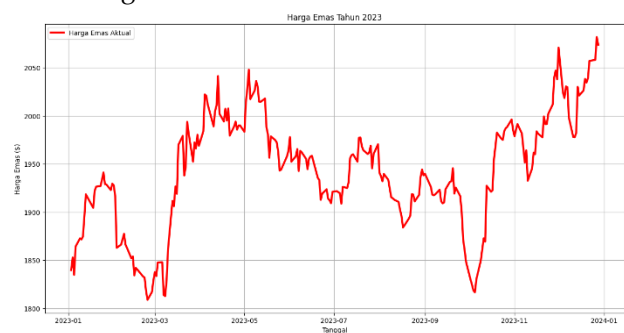
1. Pre-processing Data

- a. Menentukan nilai return dari data harga emas
- b. Data dinormalisasi dengan *Uji Kolmogorov-Smirnov* pada nilai *return* dari data harga emas
- c. Menghitung estimasi nilai *drift* dan volatilitas dari harga emas
- d. Hasil estimasi nilai *drift* dan volatilitas digunakan untuk membangun model prediksi dan mengevaluasi kinerja model prediksi
2. Penerapan model GBM
 - a. Konstruksi dan simulasi model GBM
 - b. Menghitung keakuratan model GBM dengan metode MAPE
3. Penerapan GBM dengan *Kalman-filter*
 - a. Konstruksi dan simulasi model GBM-*Kalman Filter*
 - b. Menghitung keakuratan model GBM-*Kalman Filter* dengan metode MAPE
4. Melakukan analisis perbandingan keakuratan model GBM dan GBM-*Kalman Filter* menggunakan nilai MAPE

HASIL DAN PEMBAHASAN

DATA PENELITIAN

Data dalam penelitian ini adalah data *closing price* dari harga emas harian dalam bentuk USD per *troy ounce* dari situs web <https://finance.yahoo.com> pada periode 01 Januari 2023 - 31 Desember 2023. Berikut ditampilkan grafik data *closing price* harga emas dalam kurun waktu 01 Januari - 31 Desember 2023 sebagai berikut:



Gambar 2. Grafik Harga Emas

TAHAP UJI DATA

PERHITUNGAN NILAI RETURN

Nilai *return* dihitung untuk masing-masing data harga penutupan emas, dimana untuk *return* positif menunjukkan keuntungan dan *return* negatif

menunjukkan kerugian. Proses perhitungan nilai *return* diperoleh:

$$R_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right),$$

$$R_1 = \ln\left(\frac{S_1}{S_0}\right) = \ln\left(\frac{1852.8}{1839.7}\right) = 0.0071,$$

$$\vdots$$

$$R_{250} = \ln\left(\frac{S_{250}}{S_{249}}\right) = \ln\left(\frac{2073.9}{2081.9}\right) = -0.00385.$$

UJI NORMALITAS KOMOGOROV-SMIRNOV

Dari data harga *return*, dilakukan uji normalitas dengan nilai tabel $D_{\alpha,n} = 1.36$ ($\alpha = 0.05$ dan $n = 251$). Setelah dilakukan uji normalitas, diperoleh nilai statistik uji:

$$D_{hitung} = \max|F_t - F_s|$$

$$= 0,0685.$$

Artinya H_0 diterima (data berdistribusi normal), karena nilai $D_{hitung} = 0.0685$ kurang dari nilai tabel Kolmogorov-Smirnov $D_{\alpha,n} = 1.36$.

ESTIMASI NILAI VOLATILITAS (σ) DAN *DRIFT* (μ)

Selanjutnya dilakukan perhitungan nilai volatilitas dan *drift* dari nilai *return*. Standar Deviasi dari nilai *return* dihitung terlebih dahulu. Hasil perhitungan menunjukkan nilai rata-rata *return* sebesar 0,000481 dan standar deviasi *return* sebesar 0,0008294.

Nilai volatilitas dapat diperoleh dengan perhitungan sebagai berikut:

$$\sigma = \frac{s}{\sqrt{t}} = \frac{0,0008294}{1} = 0,008294.$$

Langkah selanjutnya adalah estimasi nilai *drift*. Berikut perhitungan nilai *drift* mengikuti:

$$\mu = \frac{\bar{R}}{t} + \frac{\sigma^2}{2} = \frac{0,000481}{1} + \frac{0,0008294^2}{2} = 0,000515.$$

PENERAPAN MODEL GBM

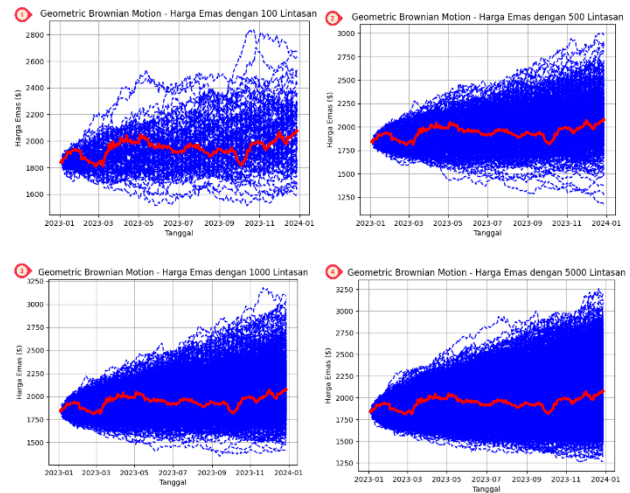
Merujuk pada penelitian Yan dan Guosheng (2015/06), pemodelan prediksi harga emas menggunakan model dinamik stokastik. Dalam tahap ini akan dilakukan konstruksi model GBM untuk memprediksi harga emas. Dengan substitusi nilai volatilitas dan *drift* yang telah diperoleh kedalam persamaan differensial stokastik diperoleh:

$$S(t+1) = S(t)e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)dt + \sigma dW(t)}$$

$$= S(t)e^{(0,000515 - \frac{1}{2}0,008294^2)\sqrt{1} + 0,008294\epsilon\sqrt{1}}$$

$$= S(t)e^{0,00048 + 0,0008294\epsilon}.$$

Menggunakan bantuan bahasa pemrograman python, diperoleh hasil running program dengan banyak iterasi (lintasan) yang digunakan yakni 100, 500, 1000, dan 5000 lintasan, menghasilkan grafik hasil prediksi model GBM seperti berikut:



Gambar 3. Prediksi GBM 100, 500, 1000 dan 5000 lintasan

Pada gambar di atas, kurva berwarna biru merupakan hasil prediksi dengan unsur stokastik berupa variabel acak (*Brownian motion*), yang menghasilkan lintasan acak yang berbeda-beda. Lintasan berwarna merah menunjukkan data harga emas aktual yang diberikan.

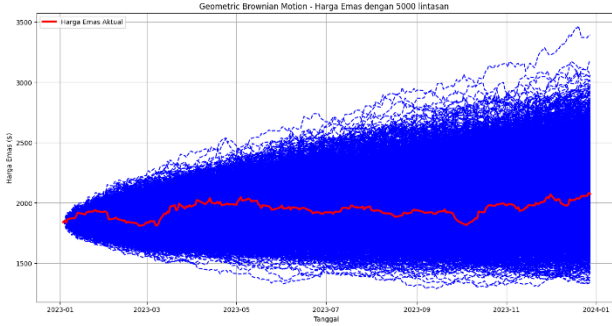
Selanjutnya ditampilkan hasil prediksi GBM dengan menghitung seluruh nilai MAPE di lintasan antara data hasil prediksi dan data aktual. Setelah diperoleh nilai MAPE pada setiap iterasi, dapat dihitung nilai rerata MAPE, nilai minimal MAPE, lintasan (iterasi) ke berapa yang mempunyai nilai minimal MAPE, dan waktu yang dibutuhkan untuk proses iterasi dalam detik seperti berikut:

Tabel 2. Nilai MAPE Terkecil dan Lintasannya

	Lintasan			
	100	500	1000	5000
Min MAPE	2,8%	2,3%	2,2%	1,7%
Lintasan min MAPE	36	403	818	3438
Waktu (detik)	0,7	3,5	4,4	21,7

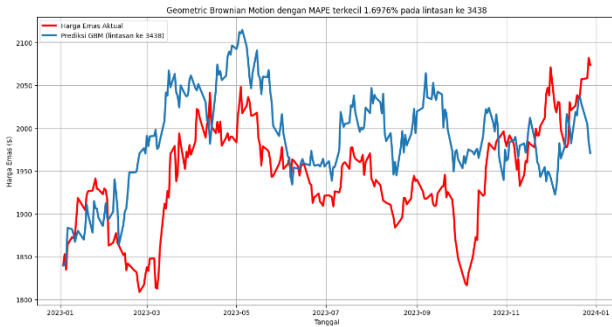
Berdasarkan tabel diatas juga diperoleh bahwa jika jumlah iterasi yang dilakukan semakin banyak,

maka akan semakin kecil nilai MAPE yang dihasilkan dan semakin banyak pula waktu yang dibutuhkan dalam perhitungan. Berikut ditampilkan hasil simulasi GBM dengan banyak iterasi 5000 lintasan:



Gambar 4. Hasil Prediksi Terbaik dengan 5000 lintasan

Selanjutnya masing-masing lintasan tersebut dihitung nilai MAPE terhadap data aktualnya, lintasan yang memiliki nilai minimal MAPE akan dipilih sebagai lintasan terbaik. Berikut ditampilkan lintasan terbaik sebagai lintasan prediksi terbaik:



Gambar 5. Prediksi Harga Emas model GBM

Terlihat bahwa hasil prediksi pada jumlah iterasi 5000 menghasilkan lintasan terbaiknya pada lintasan ke 3438 dengan nilai MAPE 1.6976 %. Terlihat juga bahwa pada skala MAPE jika nilai MAPE di bawah 10% menunjukkan bahwa prediksi ini akurat.

PENERAPAN MODEL GBM - KALMAN FILTER

KONSTRUKSI MODEL

Konstruksi model Kalman Filter mengikuti dua tahapan, yakni model sistem dan model pengukuran.

Langkah awal dalam penerapan metode Kalman Filter pada model GBM yakni konstruksi model GBM ke bentuk model sistem mengikuti proses berikut:

$$\begin{aligned}\ln\left(\frac{S(t+1)}{S(t)}\right) &= \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \sigma dW(t), \\ \ln S(t+1) - \ln S(t) &= \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \sigma dW(t), \\ \ln S(t+1) &= \ln S(t) + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \sigma dW(t), \\ X(t+1) &= X(t) + \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \sigma\epsilon\sqrt{dt}.\end{aligned}$$

Nilai parameter volatilitas (σ) dan drift (μ) merupakan parameter yang diasumsikan konstan. arameter volatiliias dan drift pada model GBM diasumsikan konstan sehingga nilai $\sigma_{t+1} = \sigma_t$ dan $\mu_{t+1} = \mu_t$. Sehingga model sistem Kalman Filter dengan asumsi **Bu_k** konstan dapat dibentuk sebagai berikut.

$$\begin{bmatrix} \mu_{t+1} \\ \sigma_{t+1} \\ X_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_t & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_t & 0 \\ 0 & 0 & X_t + \left(\mu_t - \frac{1}{2}\sigma_t^2\right)dt \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mu_t \end{bmatrix} [\epsilon\sqrt{dt}].$$

Model GBM merupakan model nonlinear, dimana penyelesaian model nonlinear tersebut dilinearisasikan menggunakan Matriks *Jacobian* dari $f(x_k)$ yakni matriks **A** sebagai berikut:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mu}{\partial \mu} & \frac{\partial \mu}{\partial \sigma} & \frac{\partial \mu}{\partial X} \\ \frac{\partial \sigma}{\partial \mu} & \frac{\partial \sigma}{\partial \sigma} & \frac{\partial \sigma}{\partial X} \\ \frac{\partial X}{\partial \mu} & \frac{\partial X}{\partial \sigma} & \frac{\partial X}{\partial X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ dt & \sigma dt & 1 \end{bmatrix}.$$

Sehingga bentuk umum model sistem *Kalman Filter* diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} \mu_{t+1} \\ \sigma_{t+1} \\ X_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ dt & \sigma dt & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_t \\ \sigma_t \\ X_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \mu_t \end{bmatrix} [\epsilon\sqrt{dt}].$$

Langkah selanjutnya yakni konstruksi model pengukuran, mengikuti proses berikut:

$$\mathbf{z}_k = \begin{bmatrix} dX & dX & dX \\ d\mu & d\sigma & dX \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{t+1} \\ \sigma_{t+1} \\ X_{t+1} \end{bmatrix} + v_k.$$

Sehingga, bentuk umum model pengukuran *Kalman Filter* diperoleh sebagai berikut:

$$\mathbf{z}_k = [dt \quad \sigma dt \quad 1] \begin{bmatrix} \mu_{t+1} \\ \sigma_{t+1} \\ X_{t+1} \end{bmatrix} + v_k.$$

Selanjutnya proses estimasi nilai parameter volatilitas dan *drift* mengikuti proses inialisasi terlebih dahulu. Pada tahap inialisasi, ditentukan estimasi awal yaitu $\hat{\mathbf{x}}_0$. Matriks estimasi awal untuk data harga emas ditunjukkan sebagai berikut:

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = \begin{bmatrix} \mu_0 \\ \sigma_0 \\ X_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.001835 \\ 0.021263 \\ 4.449101 \end{bmatrix}.$$

Dimana nilai awal volatilitas dan *drift* diperoleh dari *closing price* harga emas, dan nilai awal dari X_0 merupakan nilai logaritma natural data awal harga penutupan emas.

Tahapan selanjutnya adalah mengasumsikan nilai dari matriks kovarian, *noise* sistem ($\mathbf{Q}$) dan *noise* pengukuran ($\mathbf{R}$) menggunakan nilai MAPE pada hasil prediksi model GBM. Matriks kovarian, *noise* sistem ($\mathbf{Q}$) dan *noise* pengukuran ($\mathbf{R}$) ditunjukkan sebagai berikut.

- Matriks kovarian

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0.0619 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0619 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0619 \end{bmatrix},$$

- *noise* sistem ($\mathbf{Q}$)

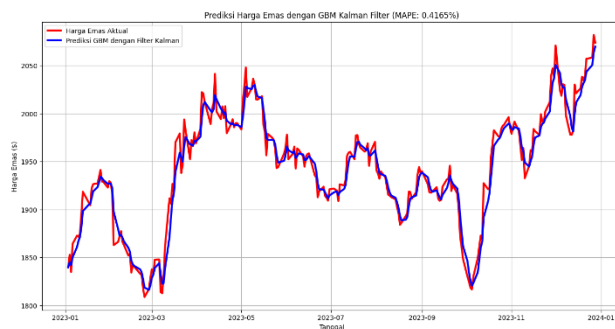
$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0.0619 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0619 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0619 \end{bmatrix},$$

- *noise* pengukuran ($\mathbf{R}$)

$$\mathbf{R} = 0.0619.$$

SIMULASI MODEL GBM-KALMAN FILTER

Selanjutnya dilakukan simulasi algoritma *Kalman Filter* pada model *Geometric Brownian Motion* menggunakan bantuan bahasa pemrograman *python*. Berikut hasil prediksi harga emas menggunakan algoritma *Kalman Filter* pada model GBM menggunakan bantuan bahasa pemrograman *python* dengan jumlah iterasi sebanyak 250 iterasi:

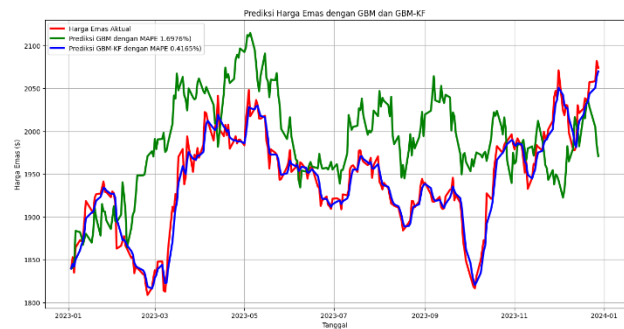


Gambar 6. Prediksi Emas model GBM-Kalman Filter

Terihat bahwa lintasan merah menunjukkan harga emas aktual dan lintasan biru menunjukkan hasil prediksi harga emas model GBM termodifikasi *Kalman Filter*. Dari hasil prediksi tersebut juga dapat diketahui bahwa nilai MAPE yang dihasilkan sebesar 0.4165% yang tergolong sangat baik (nilai MAPE < 10%).

EVALUASI MODEL

Pada tahapan terakhir ini akan ditampilkan hasil simulasi kedua model menggunakan *Geometric Brownian Motion* dan *Geometric Brownian Motion* termodifikasi *Kalman Filter*. Akan ditampilkan hasil keakuratan model menggunakan nilai MAPE dari kedua model. Pada simulasi ini akan terlebih dahulu dievaluasi hasil model tersebut mengikuti grafik hasil prediksi kedua model seperti berikut:



Gambar 7. Prediksi Emas model GBM dan GBM-KF

Hasil prediksi terlihat bahwa lintasan merah menunjukkan harga emas aktual, lintasan hijau menunjukkan hasil prediksi harga emas menggunakan model GBM, dan lintasan biru menunjukkan hasil prediksi harga emas menggunakan model GBM termodifikasi *Kalman Filter*.

Selanjutnya, dihitung keakuratan menggunakan nilai MAPE dari kedua model GBM dan GBM termodifikasi *Kalman Filter* menghasilkan:

Tabel 3. Nilai model GBM dan GBM-KF

Data	Model	Nilai MAPE terkecil
Emas	GBM	1,6976%
	GBM-KF	0,4165%

Tabel tersebut menunjukkan bahwa penerapan model GBM KF dalam prediksi harga emas menghasilkan nilai MAPE lebih kecil (0,4165 %) dibandingkan dengan model GBM (1,6976 %), dan keduanya tergolong sangat baik (nilai MAPE < 10%).

PENUTUP

SIMPULAN

Berdasarkan hasil konstruksi model dan analisis pada penelitian ini dapat disimpulkan bahwa:

- Hasil konstruksi model GBM mengikuti persamaan berikut:

$$S(t+1) = S(t)e^{0,00048+0,0008294\epsilon}.$$

- Hasil konstruksi model GBM termodifikasi *Kalman Filter* mengikuti persamaan:
Model sistem

$$\begin{bmatrix} \mu_{t+1} \\ \sigma_{t+1} \\ X_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ dt & \sigma dt & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_t \\ \sigma_t \\ X_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} [\epsilon\sqrt{dt}]$$

Model pengukuran

$$z_k = [dt \quad \sigma dt \quad 1] \begin{bmatrix} \mu_{t+1} \\ \sigma_{t+1} \\ X_{t+1} \end{bmatrix} + v_k.$$

- Hasil perhitungan nilai keakuratan pada model GBM menggunakan nilai MAPE menghasilkan nilai 1,6976 % dalam kriteria sangat akurat (nilai MAPE < 10%).
- Hasil perhitungan nilai keakuratan pada model GBM termodifikasi *Kalman Filter* menggunakan nilai MAPE menghasilkan nilai 0,4165 % dalam kriteria sangat akurat (nilai MAPE < 10%).

SARAN

Berdasarkan hasil prediksi menggunakan model GBM dan GBM KF dalam memprediksi harga emas, ada beberapa saran diajukan untuk penelitian selanjutnya untuk menghasilkan model prediksi yang lebih baik lagi yakni:

- Menggunakan model prediksi lainnya seperti ARIMA, *Neural Network* untuk mengetahui perbandingan model mana yang menghasilkan prediksi paling akurat.
- Menerapkan pengembangan algoritma Kalman Filter seperti *Extended KF* atau *Unscented KF* yang dapat digunakan sebagai pembanding model.
- Melakukan prediksi harga dengan menguji coba data lain yang banyak digunakan pada penelitian selain harga emas.

DAFTAR PUSTAKA

- Agista, F., Wijayant, H., dan Faridhan, Y. E., 2023. Penerapan model gbm untuk prediksi harga saham dan nilai risiko kerugian menggunakan program r. *Journal EurekaMatika*, 11(1), 61-70. URL <https://ejournal.upi.edu/index.php/IEM>
- Anggraeni, D. P., Rosadi, D., Hermansah, H., dan Rizal, A. A., 2020. Prediksi harga emas dunia di masa pandemi covid-19 menggunakan model arima. *Jurnal Aplikasi Statistika dan Komputasi Statistik*, 12(1), 71-84. URL <https://jurnal.stis.ac.id/index.php/jurnalasks/article/view/264>
- Apergis, N., 2014. Can gold prices forecast the australian dollar movements? *International Review of Economics and Finance*, 29, 75-82. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1059056013000348?via%3Dihub>
- Azizah, M., 2022. Perbandingan hybrid algoritma genetika dengan multilayer perception dan geometric brownian motion untuk memprediksi harga saham. *Journal of Mathematics Education and Science*, 5(2), 101-109. URL <https://journal.unugiri.ac.id/index.php/IaMES/article/view/494>
- Bown, C. P., 2019. Trump's trade war timeline: An up-to-date guide. *PIIE Trade and Investment Policy Watch*. URL <https://www.piie.com/blogs/trade-and-investment-policy-watch/trumps-trade-war-timeline-date-guide>
- Carolina, M., dan Sirait, R. A., 2022. Pengaruh impor pangan terhadap kesejahteraan petani pangan. *Jurnal Budget : Isu dan Masalah Keuangan Negara*, 3(2), 1-19. URL <https://ejurnal.dpr.go.id/index.php/jurnalbudget/article/view/50>
- Davies, R. J., 2018. *The integrity of closing prices*. John Wiley and Sons.
- Eisler, R., 2004. *Arsenic Hazards to Humans, Plants, and Animals from Gold Mining*, (hal. 133-165). New York, NY: Springer New York. URL https://doi.org/10.1007/0-387-21729-0_3
- Govaers, F., 2019. *Introduction and Implementations of the Kalman Filter*. IntechOpen. URL <https://books.google.co.id/books?id=YhT8DwAAQBAJ>
- Harvey, A. C., 1990. *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*. Cambridge University Press.
- Hull, J., 2018. *Options, Futures, and Other Derivatives*. Pearson. URL

- <https://books.google.co.id/books?id=vpIYvgAACAAJ>
- Izzata, I., dan Saepudin, D., 2018. Prediksi harga saham menggunakan geometric brownian motion dengan ito's lemma. *e-Proceeding of Engineering*, 5(2), 3834. URL <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:198445712>
- Jamieson, K., dan Talwalkar, A., 2016. Non-stochastic best arm identification and hyperparameter optimization. 51, 240-248. URL <https://proceedings.mlr.press/v51/jamieson16.html>
- Kalman, R. E., 1960. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of Basic Engineering*, 82(1), 35. URL <http://dx.doi.org/10.1115/1.3662552>
- Karatzas, I., dan Shreve, S. E., 1998. *Brownian Motion and Stochastic Calculus*. Springer New York. URL <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4612-0949-2>
- Katias, P., Fidita, D., dan Herlambang, T., 2018. Prediksi harga saham pada pt. abcd menggunakan ensemble kalman filter. *Zeta - Math Journal*, 4(1), 24-27. URL <https://journal.uim.ac.id/index.php/zeta/article/view/20>
- Lestari, W. M., dan Yanti, T. S., 2023. Peramalan harga logam mulia antam satu gram menggunakan metode arima kalman filter. *Bandung Conference Series: Statistics*, 3(2). URL <https://proceedings.unisba.ac.id/index.php/BCSS/article/view/8496>
- Lestianto, A. J., Budiarti, R., dan Purnaba, I. G. P., 2022. Analisis pengaruh return nikel dan return emas terhadap return saham pt vale indonesia tbk menggunakan regresi berbasis copula. <https://repository.ipb.ac.id/handle/123456789/112356>
- Mashuri, A., 2023. *Buku Ajar Statistika Parametrik Dasar: Uji Hubungan, Uji Perbedaan, dan Aplikasinya Menggunakan JASP*.
- Matsumoto, A., Pescatori, A., dan Wang, X., 2023. Commodity prices and global economic activity. *Japan and the World Economy*, 66, 101177. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0922142523000038>
- Maulidya, V., Apriliani, E., dan Putri, E. R. M., 2020. Prediksi Harga Saham Menggunakan Geometric Brownian Motion Termodifikasi Kalman Filter dengan Konstrain. *Indonesian Journal Of Applied Mathematics*, 1(1), 6-18. URL <https://repository.its.ac.id/79261/>
- Mountford, B., dan Tuffnell, S., 2018. *Global History of Gold Rushes*. University of California Press. URL <https://doi.org/10.1525/california/9780520294547.001.0001>
- Mudd, G., Weng, Z., Jowitt, S., Turnbull, I., dan Graedel, T., 2013. Quantifying the recoverable resources of by-product metals: The case of cobalt. *Ore Geology Reviews*, 55, 87-98. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0169136813001145>
- Mustika, T. N., 2019. *Prediksi harga saham dengan geometric brownian motion dan arima - termodifikasi kalman filter*. Masters thesis, Institut Teknologi Sepuluh Nopember. URL <https://repository.its.ac.id/69162/>
- Nabillah, I., dan Ranggadara, I., 2020. Mean absolute percentage error untuk evaluasi hasil prediksi komoditas laut. *JOINS (Journal of Information System)*, 5(2), 250-255. URL <https://publikasi.dinus.ac.id/index.php/joins/article/view/3900>
- Prameistyo, A. G., 2021. *PENERAPAN METODE FUZZY TSUKAMOTO PADA PREDIKSI HARGA EMAS*. Disertasi, Universitas Islam Lamongan. URL <http://eprints.unisla.ac.id/214/>
- Pranoto, Y. M., Harianto, R. A., dan Iswanto, 2020. Pemanfaatan arima untuk prediksi harga emas dalam sistem rekomendasi trading gold option. *Journal Media Informatika Budidarma*, 4(4), 999-999. URL <https://ejurnal.stmik-budidarma.ac.id/index.php/mib/article/view/2246/1749>
- Safitri, A., 2021. *Prediksi harga saham dengan metode unscented kalman filter*. Undergraduate thesis, Institut Teknologi Sepuluh Nopember. URL <https://repository.its.ac.id/89676/>
- Smith, J., 2021. The impact of global economic uncertainty: A comprehensive analysis. *Economic Journal*, 45(3), 321-339.
- Suganthi, K., dan Jayalalitha, G., 2019. Geometric brownian motion in stock prices. *Journal of Physics: Conference Series*, 1377(1), 012016. URL <https://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/1377/1/012016>
- Syaifudin, W. H., dan Putri, E. R. M., 2022. The application of model predictive control on stock portfolio optimization with prediction based on geometric brownian motion-kalman filter. URL <https://www.aims sciences.org/article/id/39b9161a-6553-4624-8b40-cb2f2692e300>
- Syarifuddin, A. N. A., Merdekawati, D. A., dan Apriliani, E., 2018. *Perbandingan metode*

kalman filter, extended kalman filter, dan ensemble kalman filter pada model penyebaran virus hiv/aids. *Limits*, 15(1), 17-29. URL

<https://iptek.its.ac.id/index.php/limits/article/view/3344>

Yan, X., dan Guosheng, Z., 2015/06. Application of kalman filter in the prediction of stock price. Dalam *Proceedings of the 5th International Symposium on Knowledge Acquisition and Modeling*, (hal. 197-198). Atlantis Press. URL

<https://doi.org/10.2991/kam-15.2015.53>

Zhang, D., Ji, Q., dan Zhao, Y., 2020. Searching for safe-haven assets during the covid-19 pandemic. *International Review of Financial Analysis*, 71, 101526. URL

<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1057521920301708>