**MATH**unesa
*Jurnal Ilmiah Matematika*
e-ISSN : 2716-506X | p-ISSN : 2301-9115

***Volume* 13 *No* 02**
***Tahun* 2025**

# STRUKTUR HIMPUNAN BAGIAN DARI HIMPUNAN SEMUA KODON BASA NITROGEN *DEOXYRIBONUCLEIC ACID* (DNA)

**Novan Ramadhani Nur Faza**
Program Studi S1 Matematika, FMIPA, Universitas Padjadjaran, Jatinangor, 45363, Indonesia.
e-mail: novan21001@mail.unpad.ac.id*

**Edi Kurniadi**
Departemen Matematika, FMIPA, Universitas Padjadjaran, Jatinangor, 45363, Indonesia.

**Sisilia Sylviani**
Departemen Matematika, FMIPA, Universitas Padjadjaran, Jatinangor, 45363, Indonesia.

**Abstrak**

Deoxyribonucleic acid (DNA) merupakan tempat penyimpanan informasi genetic dari suatu makhluk hidup. DNA berbentuk seperti rantai yang tersusun dari basa nitrogen. Basa nitrogen merupakan molekul genetik penyusun DNA terdiri dari empat jenis, yaitu *Cytosine* $(C)$, *Thymine* $(T)$, *Adenine* $(A)$, dan *Guanine* $(G)$. Pada urutan tiga buah basa nitrogen dalam suatu rantai DNA disebut kodon. Dalam penelitian ini dipelajari struktur himpunan bagian dari himpunan semua kodon basa nitrogen *Deoxyribonucleic Acid* (DNA). Selanjutnya keempat basa nitrogen tersebut dinyatakan dalam himpunan $\Omega = \{C, T, A, G\}$. Metode yang dikembangkan dalam penelitian ini metode deskriptif berupa analisis struktur-struktur yang terbentuk pada himpunan bagian $X \subseteq \Omega^3 = \Omega \times \Omega \times \Omega = \{Y_1Y_2Y_3 | Y_1, Y_2, Y_3 \in \Omega\}$ dengan kardinalitas $X$ kurang dari 2, $|X| \leq 2$. Tujuannya adalah untuk menentukan dan membuktikan struktur-struktur pada himpunan bagian tersebut. Stuktur-struktur tersebut adalah kelas-kelas ekuivalen melalui relasi ekuivalen secara siklik, kode sirkular nukleotide, kode $C^3$, dan struktur *self-complementary.* Hasil yang diperoleh adalah relasi ekuivalen secara siklik pada $X = \Omega^3$ merupakan relasi ekuivalen dan dengan bantuan pemrograman python terdapat 24 kelas ekuivalen yang mempartisi $\Omega^3$, 60 himpunan kode sirkular trinukleotide dan kode $C^3$ pada $X = \{x | x \in \Omega^3\} \subseteq \Omega^3$, 1.704 himpunan kode sirkular trinukleotide pada $X = \{x_1, x_2 | x_1, x_2 \in \Omega^3\} \subseteq \Omega^3$, 1.692 himpunan kode $C^3$ pada $X = \{x_1, x_2 | x_1, x_2 \in \Omega^3\} \subseteq \Omega^3$, dan 28 himpunan *self-complementary* pada $X = \{x_1, x_2 | x_1, x_2 \in \Omega^3\} \subseteq \Omega^3$. Untuk penelitian selanjutnya, dapat diteliti mengenai struktur himpunan bagian $X \subseteq \Omega^3$ dengan kardinalitas lebih dari atau sama dengan 3, $|X| \geq 3$ .

**Kata Kunci:** *self-complementary*; relasi ekuivalen secara siklik; kelas ekuivalen siklik; kode sirkular trinukleotida; kode $C^3$; python.

**Abstract**

*Deoxyribonucleic acid (DNA) serves as the storage of genetic information in living organisms. DNA has a chain-like structure composed of nitrogenous bases. These nitrogenous bases are the genetic molecules that make up DNA and consist of four types: Cytosine $(C)$, Thymine $(T)$, Adenine $(A)$, and Guanine $(G)$. A sequence of three nitrogenous bases in a DNA strand is called a codon. This study examines the subset structures of the set of all codons of nitrogenous bases in Deoxyribonucleic Acid (DNA). The four nitrogenous bases are expressed as the set $\Omega = \{C, T, A, G\}$. The method developed in this study is a descriptive method in the form of an analysis of the structures formed in the subset $X \subseteq \Omega^3 = \Omega \times \Omega \times \Omega = \{Y_1\, Y_2\, Y_3 \mid Y_1, Y_2, Y_3 \in \Omega\}$ with a cardinality of $X$ less than 2, $|X| \leq 2$. The objective is to determine and prove the structures in these subsets. These structures include equivalence classes through cyclic equivalence relations, circular nucleotide codes, C³ codes, and self-complementary structures. The results obtained indicate that the cyclic equivalence relation on $X = \Omega^3$ is an equivalence relation, and with the assistance of Python programming, there are 24 equivalence classes partitioning $\Omega^3$, 60 sets of circular trinucleotide codes and $C^3$ codes on $X = \{x | x \in \Omega^3\} \subseteq \Omega^3$, 1.704 sets of circular trinucleotide codes on $X = \{x_1, x_2 \mid x_1, x_2 \in \Omega^3\} \subseteq \Omega^3$, 1.692 sets of $C^3$ codes on $X = \{x_1, x_2 \mid x_1, x_2 \in \Omega^3\} \subseteq \Omega^3$, and 28 self-complementary sets on $X = \{x_1, x_2 \mid x_1, x_2 \in \Omega^3\} \subseteq \Omega^3$. For future research, the subset structure of $X \subseteq \Omega^3$ with a cardinality greater than or equal to 3, $|X| \geq 3$, can be further investigated.*

***Keywords:*** *self-complementary; cyclically equivalence; cyclically equivalence class; $C^3$-code; python.*

## PENDAHULUAN

Proses sintesis protein sangat bergantung pada keakuratan transkripsi dan translasi informasi genetik, terutama pada pasangan kodon-antikodon dalam susunan rantai *Deoxyribonucleic Acid* (DNA). Kesalahan kecil dalam proses ini dapat menghasilkan protein dengan fungsi yang tidak optimal atau disebut kelainan genetik (Shen, 2020). DNA terdiri dari empat basa-basa nitrogen, yaitu *Cytosine* ($C$), *Thymine* ($T$), *Adenine* ($A$), dan *Guanine* ($G$) yang membentuk trinukleotida sebagai unit dasar dalam pengkodean protein. Trinukleotida diterjemahkan ke dalam asam amino sesuai dengan tabel kode genetik, yang menghubungkan 64 kemungkinan kodon dengan 20 asam amino (Crick et al., 1957).

Crick et al., (1957) dan Golomb et al., (1958) pada awalnya memperkenalkan konsep pembacaan kode genetik dari suatu himpunan bagian tertentu dari himpunan kodon dalam rantai DNA, yaitu *comma free code*. Meskipun hipotesis pembacaan kode genetik dengan cara *comma free code* kemudian terbukti salah (Hayes, 1998), tetapi penelitian selanjutnya dapat membuktikan keberadaan kode sirkular trinukleotida yang digunakan untuk sinkronisasi pembacaan basa-basa nitrogen pada DNA (Frey & Michel, 2006; Gonzalez et al., 2011; Michel, 2008). Kode sirkular ini terbukti penting dalam mempertahankan akurasi pengkodean protein dan memiliki potensi untuk mendeteksi kesalahan dalam urutan genetik untuk beberapa himpunan bagian saja (Arquès & Michel, 1996; Gonzalez, 2008; Gonzalez et al., 2004).

## KAJIAN TEORI

### I. DEOXYRIBONUCLEIC ACID (DNA)

*Deoxyribonucleic acid* (DNA) merupakan suatu asam nukleat yang menyusun gen di dalam inti sel. Pada DNA tersimpan informasi genetik mengenai makhluk hidup tersebut. Dua rantai yang tersusun rapat di sekeliling protein tersebut membentuk kromosom. Pada manusia terdapat 23 pasang kromosom dan 23 pasang kromosom tersebut membentuk nukleus yang menjadi pembentuk sel pada setiap organisme (Shen, 2020). Nukleotida adalah suatu struktur penyusun rantai DNA. Dalam satu rantai DNA terdiri dari kumpulan-kumpulan nukleotida. Basa nitrogen pada DNA memiliki ikatan khusus, yaitu *Adenine* dengan *Thymine* yang dihubungkan dengan dua ikatan hidrogen ($A = T$), dan *Guanine* dengan *Cytosine* yang dihubungkan dengan tiga ikatan hidrogen ($G \equiv C$).

### II. TRINUKLEOTIDA DAN TRANSFORMASI PADA TRINUKLEOTIDA

Trinukleotida adalah urutan tiga nukleotida yang terletak berdampingan dalam DNA. Terdapat empat basa nitrogen pada DNA. Keempat basa nitrogen ini akan disusun setiap tiga keping untuk menjadi trinukleotida. Oleh karena itu, terdapat $4^3 = 64$ keping trinukleotida pada sususnan DNA yang tiada lain merupakan kodon-kodon yang terbentuk dari elemen-elemen pada $\Omega$ . Ada pula anticodon merupakan complementer dari suatu kodon yang ditulis dalam urutan terbalik.

### III. STRUKTUR-STRUKTUR PADA $X \subseteq \Omega^3$

**Definisi 2.1** (Fraleigh, 2017). Misalkan $A$ dan $B$ keduanya himpunan tak kosong. Hasil kali kartesius dari A dan B didefinisikan sebagai himpunan $A \times B = \{(a,b) | a \in A, b \in B\}$.

**Contoh 2.2** Diberikan himpunan $A = \{a,b,c\}$ dan $B = \{d,e\}$. Selanjutnya dapat ditentukan hasil kali kartesius $A \times A$, $B \times B$, dan $A \times B$ sebagai berikut:

1. $A \times A = \{(a,a),(a,b),(a,c),(b,a),(b,b),(b,c),(c,a),(c,b),(c,c)\}$.
2. $B \times B = \{(d,d),(d,e),(e,d),(e,e)\}$.
3. $A \times B = \{(a,d),(a,e),(b,d),(b,e),(c,d),(c,e)\}$.

**Definisi 2.3** (Fraleigh, 2017). Misalkan $A$ dan $B$ keduanya himpunan tak kosong. Relasi $\mathcal{R}$ antara himpunan $A$ dan $B$ didefinisikan sebagai himpunan bagian tak kosong dari $A \times B$ . Elemen $(a,b) \in \mathcal{R}$ dinotasikan oleh $a \, \mathcal{R} \, b$ dan dibaca '$a$ berelasi dengan $b$'. Lebih lanjut, $a \, \mathcal{R} \, b$ dinotasikan oleh $a \sim b$.

**Contoh 2.4** Diberikan himpunan $A = \{a,b\}$ dan $B = \{c,d,e\}$. Dalam hal ini himpunan

$$\mathcal{R} = \{(a,c),(a,d),(b,d),(b,e)\} \subseteq A \times B$$

adalah suatu relasi.

**Definisi 2.5** (Fraleigh, 2017). Suatu relasi $\mathcal{R}$ pada himpunan $A$ dikatakan relasi ekuivalen jika untuk setiap $x,y,z \in A$ berlaku:

1. Refleksif, yaitu $x \, \mathcal{R} \, x$.
2. Simetris, yaitu jika $x \, \mathcal{R} \, y$ maka $y \, \mathcal{R} \, x$.
3. Transitif, yaitu jika $x \, \mathcal{R} \, y$ dan $y \, \mathcal{R} \, z$ maka $x \, \mathcal{R} \, z$.

**Contoh 2.6** (Fraleigh, 2017). Misalkan $\mathbb{Z}$ himpunan semua bilangan bulat dan $x, y \in \mathbb{Z}$. Jika $x - y$ bilangan genap, maka $x - y$ suatu relasi ekuivalen di $\mathbb{Z}$. Dinotasikan dengan $x \sim y$. Pertama akan ditunjukan bahwa ~ bersifat refleksif. Misalkan $x \in \mathbb{Z}$, maka $x - x = 0 \in \mathbb{Z}$ di mana 0 merupakan bilangan genap. Sehingga $x \sim x$. Jadi, ~ bersifat refleksif. Kedua akan ditunjukan bahwa ~ bersifat simetris. Misalkan $x, y \in \mathbb{Z}$ dengan $x \sim y$, akan ditunjukan bahwa $y \sim x$, karena $x \sim y$ artinya $x - y$ bilangan genap pada $\mathbb{Z}$. Dalam hal ini, bilangan $x$ dan $y$ merupakan bilangan genap atau ganjil. dan $\mathbb{Z}$ merupakan grup komutatif terhadap operasi $+$, maka dapat ditulis menjadi $x + (-y) = (-y) + x$, sehingga berlaku $(-y) + x$ juga merupakan bilangan genap, maka $y \sim x$. Jadi, ~ bersifat simetris. Ketiga akan ditunjukan bahwa ~ bersifat transitif. Misalkan $x, y, z \in \mathbb{Z}$ dengan $x \sim y$ dan $y \sim z$, akan ditunjukan bahwa $x \sim z$, karena $x \sim y$ artinya $x - y$ bilangan genap dan $y \sim z$ artinya $y - z$ juga merupakan bilangan genap, maka $x, y, z$ merupakan bilangan genap semua atau bilangan ganjil semua, sehingga $x - z$ merupakan bilangan genap, maka $x \sim z$. Jadi, ~ bersifat transitif. Karena ~ berlaku sifat refleksif, simetris, dan transitif, maka terbukti bahwa ~ berelasi secara ekuivalen.

**Definisi 2.7** (Fimmel et al., 2015). Diberikan himpunan $X \subseteq \Omega^3$. Himpunan $X$ dikatakan kode sirkular trinukleotida jika untuk setiap kata atas $\Omega$ yang ditulis dalam bentuk sikel mempunyai tepat satu dekomposisi menjadi kata-kata dari $X$.

**Contoh 2.8** Diberikan himpunan $X = \{TAA, ATT\} \subseteq \Omega^3$. Untuk menentukan apakah himpunan $X$ merupakan kode sirkular trinukleotida, harus diperiksa apakah sembarang kata atas $\Omega$ mempunyai tepat satu dekomposisi ke dalam kata-kata dari $X$. Misalkan $x$ sembarang kata atas $\Omega$. Akan buktikan bahwa kata $x$ mempunyai tepat satu dekomposisi menjadi kata-kata dari $X$. Pertama, misalkan kata yang terbentuk adalah $x = TAAATT$. Selanjutnya, kata $x$ dipartisi menjadi kata dengan panjang 3 yaitu, $x_1 = TAA$ dan $x_2 = ATT$. Setelah dilakukannya partisi menjadi kata dengan panjang 3 atau disebut sebagai kodon, dilakukan pengecekan untuk kata $x_1$ dan $x_2$ apakah termuat dalam himpunan $X$. Dalam hal ini, $x_1$ dan $x_2$ termuat di $X$ sehingga kata $x$ dapat didekomposisi oleh $X$. Kedua, akan diperiksa apakah kata $x$ yang ditulis dalam bentuk sikel dapat didekomposisi oleh $X$. Misalkan $y_1$ adalah kata $x$ yang ditulis dalam bentuk sikel. Dalam hal ini, $y_1 = AAATT$. Akan diperiksa apakah $y_1$ dapat didekomposisi oleh $X$. Dilakukan partisi menjadi kata dengan panjang 3 pada $y_1$ sehingga $y_{11} = AAA$ dan $y_{12} = TTT$, karena $y_{11}$ dan $y_{12}$ tidak termuat di $X$ sehingga kata $y_1$ tidak dapat didekomposisi oleh $X$. Terakhir, misalkan $y_2 = AATTTA$, merupakan kata yang terbentuk dari sikel $x$. Akan diperiksa apakah $y_2$ dapat didekomposisi oleh $X$. Dilakukan partisi terhadap kata $y_2$ yaitu, $y_{21} = AAT$ dan $y_{22} = TTA$, karena $y_{21}$ dan $y_{22}$ tidak termuat dalam $X$ sehingga $y_2$ tidak dapat didekomposisi oleh $X$. Dalam hal ini, sebarang kata $x$ yang terbentuk atas $\Omega$ memiliki tepat satu dekomposisi atas himpunan $X$, sehingga $X$ kode sirkular trinukleotida.

**Contoh 2.9** Diberikan himpunan $X' = \{ATA, TAT\} \subseteq \Omega^3$. Untuk menentukan apakah himpunan $X'$ merupakan kode sirkular trinukleotida, harus diperiksa apakah sembarang kata atas $\Omega$ mempunyai tepat satu dekomposisi ke dalam kata-kata dari $X'$. Misalkan $x$ sembarang kata atas $\Omega$. Akan diperiksa apakah sebarang kata $x$ memiliki tepat satu dekomposisi oleh himpunan $X'$. Pilih $x = ATATAT$, akan dipersiksa apakah kata $x$ memiliki tepat satu dekommposisi. Kata $x$ memiliki satu dekomposisi atas $X'$, selanjutnya akan dipersikan apakah kata $x'$ merupakan kata $x$ yang ditulis dalam bentuk sikel tidak memiliki dekomposisi, maka $x' = TATATA$, karena $x'$ dapat didekomposisi oleh $X'$, dalam hal ini, $X'$ memiliki 2 dekomposisi untuk suatu kata yang terbentuk atas $\Omega$, sehingga $X'$ bukan himpunan sirkular trinukleotida.

**Definisi 2.10** (Fimmel et al., 2015). *Diberikan himpunan bagian* $X \subseteq \Omega^3$ *dan pemutasi genap* $A_3 = \{\alpha_1 = (1), \alpha_2 = (1\ 2\ 3),\ \alpha_3 = (1\ 3\ 2\ )\}$. *Himpunan* $X$ *dikatakan kode* $C^3$ *jika* $X$, *bersama-sama dengan* $X_1 = \alpha_1(X)$, *dan* $X_2 = \alpha_2(X)$ *bersifat sirkular.*

**Contoh 2.11** Diberikan himpunan $X = \{CTA, GAT\} \subseteq \Omega^3$, akan ditunjukan himpunan bagian $X$ berstruktur kode $C^3$. Pilih $\alpha_1 = (1\ 2\ 3) \in A_3$, sehingga didapat himpunan bagian $X_1$ seperti berikut:

$$\begin{aligned} X_1 &= \alpha_1(X) \\ &= \alpha_1\{CTA, GAT\} \\ &= \{\alpha_1(CTA), \alpha_1(GAT)\} \\ &= \{(1\ 2\ 3)(CTA), (1\ 2\ 3)(GAT)\} \end{aligned}$$

$$= \left\{\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} C & T & A \\ T & A & C \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} G & A & T \\ A & T & G \end{pmatrix}\right\}$$

$= \{TAC, ATG\}$.

Selanjutnya, pilih $\alpha_2 \in A_3$ didapat himpunan bagian $X_2$ seperti berikut:

$X_2 = \alpha_2(X)$
$= \alpha_2\{CTA, GAT\}$
$= \{\alpha_2(CTA), \alpha_2(GAT)\}$
$= \{(1\ 3\ 2)(CTA), (1\ 3\ 2)(GAT)\}$
$= \left\{\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\3 & 1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}C & T & A\\A & C & T\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\3 & 1 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}G & A & T\\T & G & A\end{pmatrix}\right\}$
$= \{ACT, TGA\}$

dengan menggunakan Definisi 2.7 untuk himpunan bagian $X, X_1$, dan $X_2$ bertruktur kode sirkular trinukleotida. Hasil yang didapat himpunan bagian $X$ berstruktur kode $C^3$.

**Definisi 2.12** (Fimmel et al., 2015). *Diberikan himpunan bagian $X \subseteq \Omega^3$. Himpunan $X$ dikatakan self-complementary jika untuk setiap kodon $x \in X$, antikodon dari $x$, dinotasikan $\overleftarrow{c(x)}$, termuat di $X$. Dengan kata lain, $X$ dikatakan self-complementary jika*

$$x \in X \Leftrightarrow \overleftarrow{c(x)} \in X.$$

*Dalam hal ini $c(C, T, A, G) = (G, A, T, C)$ merupakan pemetaan komplemen pada basa nitrogen di himpunan $\Omega = \{C, T, A, G\}$.*

**Contoh 2.13** Diberikan $X = \{ATT, AAT\} \subseteq \Omega^3$, akan diperiksa apakah himpunan bagian $X$ berstruktur *self-complementary*. Pilih kodon $x = ATT \in X$, akan dicari anticodon dari $x$. Pertama, cari komplementer dari setiap basa nitrogen pada $x$ yaitu, $c(x) = c(ATT) = c(A)c(T)c(T) = TAA$. Selanjutnya, cari *reverse* dari kodon $c(x)$, yaitu $\overleftarrow{c(x)} = (1\ 3)(TAA) = \begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\3 & 2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}T & A & A\\A & A & T\end{pmatrix}$. Didapat kodon $\overleftarrow{c(x)}$ dari kodon $x = ATT$ adalah $\overleftarrow{c(x)} = AAT$. Untuk lebih jelasnya dapat dilihat pada tabel berikut ini:

Tabel 2.1 kodon dan antikodon pada $X$

| $x$ | $\overleftarrow{c(x)}$ |
|---|---|
| $ATT$ | $AAT$ |
| $AAT$ | $ATT$ |

Setiap elemen $x \in X$ terdapat $\overleftarrow{c(x)} \in X$. Oleh karena itu, himpunan $X$ merupakan *self-complementary*.

## METODE

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah mencari himpunan-himpunan bagian pada himpunan $\Omega^3$ yang memiliki struktur kode sirkular trinukleotida, kode $C^3$, dan *self-complementary* merujuk pada Fimmel et al. (2015).

## HASIL DAN PEMBAHASAN

*A. Relasi Ekuivalen pada $\Omega^3$*

**Proposisi 4.1.** Misalkan $\Omega^3$ himpunan semua kodon-kodon yang terbentuk dari elemen-elemen pada $\Omega$. Relasi ekuivalen secara siklik $\sim_{SS}$ yang diberikan dalam Definisi 2.1 merupakan relasi ekuivalen pada $\Omega^3$.

**Bukti.** Pertama akan dibuktikan $\sim_{SS}$ bersifat refleksif. Misalkan $x_i \in \Omega^3$. Karena terdapat $\alpha_0 = (1) \in A_3$ sedemikian sehingga $\alpha_0(x_i) = x_i$, maka, $x_i \sim_{SS} x_i$. Jadi, $\sim_{SS}$ bersifat refleksif. Kedua akan dibuktikan $\sim_{SS}$ bersifat simetris. Misalkan $x_i, x_j \in \Omega^3$ dengan $x_i \sim_{SS} x_j$, akan dibuktikan bahwa $x_j \sim_{SS} x_i$. Karena $x_i \sim_{SS} x_j$ maka terdapat $\alpha \in A_3$ sedemikian sehingga $\alpha(x_i) = x_j$. Karena $A_3$ grup ganti tanda, maka terdapat $\alpha^{-1} \in A_3$ mengakibatkan $\alpha^{-1}(x_j) = x_i$, maka $x_j \sim_{SS} x_i$. Jadi, $\sim_{SS}$ bersifat simetris. Ketiga akan dibuktikan $\sim_{ss}$ bersifat transitif. Misalkan $x_i, x_j, x_k \in \Omega^3$, dengan $x_i \sim_{SS} x_j$ dan $x_j \sim_{SS} x_k$, akan dibuktikan $x_i \sim_{SS} x_k$. Karena $x_i \sim_{SS} x_j$ terdapat $\beta \in A_3$ sedemikian sehingga $\beta(x_i) = x_j$ dan karena $x_j \sim_{SS} x_k$ maka terdapat $\gamma \in A_3$ sehingga $\gamma(x_j) = x_k$. Karena $A_3$ grup ganti tanda maka $A_3$ tertutup. Pilih $\zeta = \gamma\beta \in A_3$ sedemikian sehingga $\zeta(x_i) = (\gamma\beta)(x_i) = \gamma(\beta(x_i)) = \gamma(x_j) = x_k$. Maka $x_i \sim_{SS} x_k$. Jadi, $\sim_{SS}$ bersifat transitif. Karena $\sim_{SS}$ berlaku sifat refleksif, simetris, dan transitif, maka terbukti bahwa $\sim_{SS}$ berelasi secara ekuivalen.

*B. Kelas-kelas Ekuivalen pada $\Omega^3$*

**Proposisi 4.2.** Misalkan $\Omega^3$ himpunan semua kodon-kodon yang terbentuk dari elemen-elemen pada $\Omega$ dan didefinisikan relasi ekuivalen seperti pada Proposisi 4.1. Maka terdapat 24 kelas ekuivalen $[x_i] = \{x \in \Omega^3 | x \sim_{ss} x_i\}$ di $\Omega^3$ dengan $i = 1, 2, \ldots, 24$ dan $x_i$ anggota $\Omega^3$.

**Bukti.** Dengan menggunakan Tabel 4.1. dapat ditentukan semua kelas-kelas ekuivalen pada $\Omega^3$. Misalkan akan ditentukan kelas ekuivalen $[CCC]$. Menurut definisi relasi ekuivalen secara siklik $\sim_{SS}$ maka:

$$[CCC] = \{x \in \Omega^3\ | x \sim_{SS} CCC\}.$$

Perhatikan bahwa elemen $CCC$ hanya berelasi ekuivalen secara siklik dengan dirinya sendiri. Oleh karena itu, $[CCC] = \{CCC\}$. Dengan cara yang sama, semua kelas ekuivalen di $\Omega^3$ dapat ditentukan. Kelas-kelas ekuivalen yang sama dapat dipilih dan dikelompokkan bersama-sama sehingga tidak akan terjadi perulangan dengan menggunakan bahasa pemrograman Python sebagaimana termuat dalam Lampiran **Error! Reference source not found.**. Oleh karena itu, terdapat 24 kelas-kelas ekuivalen pada $\Omega^3$ yang dapat didaftarkan sebagai berikut:

1. $[CCC] = \{CCC\}$
2. $[TTT] = \{TTT\}$
3. $[AAA] = \{AAA\}$
4. $[GGG] = \{GGG\}$
5. $[CCT] = \{CCT, CTC, TCC\}$
6. $[CCA] = \{CCA, CAC, ACC\}$
7. $[CCG] = \{CCG, CGC, GCC\}$
8. $[CTT] = \{CTT, TTC, TCT\}$
9. $[CTA] = \{CTA, TAC, ACT\}$
10. $[CTG] = \{CTG, TGC, GCT\}$
11. $[CAT] = \{CAT, ATC, TCA\}$
12. $[CAA] = \{CAA, AAC, ACA\}$
13. $[CAG] = \{CAG, AGC, GCA\}$
14. $[CGT] = \{CGT, GTC, TCG\}$
15. $[CGA] = \{CGA, GAC, ACG\}$
16. $[CGG] = \{CGG, GCC, GCG\}$
17. $[TTA] = \{TTA, TAT, ATT\}$
18. $[TTG] = \{TTG, TAT, GTT\}$
19. $[TAA] = \{TAA, AAT, ATA\}$
20. $[TAG] = \{TAG, AGT, GTA\}$
21. $[TGA] = \{TGA, GAT, ATG\}$
22. $[TGG] = \{TGG, GGT, GTG\}$
23. $[AAG] = \{AAG, AGA, GAA\}$
24. $[AGG] = \{AGG, GGA, GAG\}$

Dapat dilihat bahwa $\Omega^3$ terpartisi oleh 24 kelas-kelas ekuivalen.

*C. Himpunan Kode Sirkular Trinukleotidaa $X \subseteq \Omega^3$*

**Proposisi 4.3.** Misalkan $\Omega^3$ himpunan semua kodon-kodon yang terbentuk dari elemen-elemen pada $\Omega$. Maka terdapat 60 himpunan bagian $X = \{x_i\} \subseteq \Omega^3$ yang merupakan kode sirkular trinukleotida dan terdapat 1.704 himpunan bagian $X = \{y_i, y_j\} \subseteq \Omega^3$ yang merupakan kode sirkular trinukleotida.

**Bukti.** Misalkan himpunan $X = \{CTA\} \subseteq \Omega^3$. Untuk membuktikan bahwa himpunan bagian $X = \{CTA\} \subseteq \Omega^3$ mempunyai struktur kode sirkular trinukleotide, maka harus dibuktikan bahwa sembarang kata yang terbentuk dari $\Omega$ dapat didekomposisi dengan tepat satu cara dari kata-kata pada $X = \{CTA\}$. Untuk itu misalkan kata yang terbentuk dari susunan alfabet pada $\Omega$ adalah $CTA$. Kata $CTA$ hanya memiliki tepat satu dekomposisi menjadi kata-kata dari $X = \{CTA\}$. Oleh karena itu, himpunan $X$ mempunyai struktur kode sirkular trinukleotida. Kata lainnya dapat dibuktikan dengan cara serupa dan dengan menggunakan bahasa pemrograman Python, maka terdapat 60 himpunan bagian $X = \{x_i\} \subseteq \Omega^3$.

Perhatikan himpunan bagian $X = \{TAA, ATT\} \subseteq \Omega^3$. Merujuk Contoh 2.11, himpunan bagian $X = \{TAA, ATT\} \subseteq \Omega^3$ mempunyai struktur kode sirkular trinukleotide. Kata lainnya dapat dibuktikan dengan cara serupa dan dengan menggunakan bahasa pemrograman Python, terdapat 1.704 himpunan bagian $X = \{y_i, y_j\} \subseteq \Omega^3$ yang merupakan kode sirkular trinukleotida. Bukti detailnya dapat dirujuk dalam Lampiran **Error! Reference source not found.**.

*D. Himpunan Kode $C^3$ $X \subseteq \Omega^3$*

**Proposisi 4.4.** Misalkan $\Omega^3$ himpunan semua kodon-kodon yang terbentuk dari elemen-elemen pada $\Omega$. Maka terdapat 60 himpunan bagian $X = \{x_i\} \subseteq \Omega^3$ yang merupakan kode $C^3$ dan terdapat 1.692 himpunan bagian $X = \{y_i, y_j\} \subseteq \Omega^3$ yang merupakan kode $C^3$.

**Bukti.** Diberikan himpunan bagian $X = \{CTA\} \subseteq \Omega^3$. Untuk membuktikan bahwa $X$ mempunyai struktur kode $C^3$ maka harus dibuktikan bahwa himpunan-himpunan $X$, $X_1 = \alpha_1(X)$, dan $X_2 = \alpha_2(X)$ ketiganya mempunyai struktur kode sirkular trinukleotide. Tetapi dengan menghitung langsung diperoleh $\alpha_1(X) = X_1 = \{TAC\}$ dan $\alpha_2(X) = X_2 = \{ACT\}$. Perhatikan karena $X$, $X_1 = \alpha_1(X)$, dan $X_2 = \alpha_2(X)$ ketiganya dapat didekomposisi tepat dengan satu cara maka ketiga himpunan bagian tersebut mempunyai struktur kode sirkular trinukleotude. Akibatnya, $X = \{CTA\}$ mempunyai struktur kode $C^3$. Dengan menggunakan bahasa pemrograman Python, maka terdapat 60 himpunan bagian $X = \{x_i\} \subseteq \Omega^3$ dan terdapat 1.692 himpunan bagian $X = \{y_i, y_j\} \subseteq \Omega^3$ yang merupakan kode $C^3$. Bukti detailnya dapat dirujuk dalam Lampiran **Error! Reference source not found.**.

## SIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan bahwa:

1. Elemen-elemen pada himpunan $\Omega^3$ berelasi ekuivalen secara siklik.

2. Elemen-elemen yang berelasi secara ekuivalen membentuk 24 kelas ekuivalen pada himpuanan $\Omega^3$.
3. Elemen-elemen pada kelas ekuivalen membentuk 60 himpunan bagian $X = \{x_i\} \subseteq \Omega^3$ dan 1.704 himpunan bagian $X = \{y_i, y_j\} \subseteq \Omega^3$ bersifat kode sirkular trinukleotida.
4. Himpunan $X$ bersifat kode sirkular trinukletida membentuk 60 himpunan bagian $X = \{x_i\} \subseteq \Omega^3$ dan 1.692 himpunan bagian $X = \{y_i, y_j\} \subseteq \Omega^3$ bersifat kode $C^3$.

## SARAN

Penelitian ini hanya membahasa himpunan bagian $X$ subset himpunan $\Omega^3$ yang memiliki paling banyak 2 anggota, di mana berlaku struktur $X \subseteq \Omega^3$. Oleh karena itu, peneliti selanjutnya disarankan untuk memeriksa himpunan bagian $X$ subset $\Omega^3$ yang beranggota lebih dari atau sama dengan 3, di mana berlaku struktur $X \subseteq \Omega^3$.

## DAFTAR PUSTAKA


Arquès, D. G., & Michel, C. J. (1996). A Complementary Circular Code in the Protein Coding Genes. *Journal of Theoretical Biology*, *182*(1), 45–58. https://doi.org/10.1006/jtbi.1996.0142

Crick, F. H. C., Griffith, J. S., & Orgel, L. E. (1957). CODES WITHOUT COMMAS. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, *43*(5), 416–421. https://doi.org/10.1073/pnas.43.5.416

Fimmel, E., Giannerini, S., Gonzalez, D. L., & Strüngmann, L. (2015). Circular codes, symmetries and transformations. *Journal of Mathematical Biology*, *70*(7), 1623–1644. https://doi.org/10.1007/s00285-014-0806-7

Fraleigh, J. B. (2017). *A First Course in Abstract Algebra, 7th Edition*. https://api.semanticscholar.org/CorpusID:220067584

Frey, G., & Michel, C. J. (2006). Identification of circular codes in bacterial genomes and their use in a factorization method for retrieving the reading frames of genes. *Computational Biology and Chemistry*, *30*(2), 87–101. https://doi.org/10.1016/j.compbiolchem.2005.11.001

Golomb, S. W., Gordon, B., & Welch, L. R. (1958). Comma-Free Codes. *Canadian Journal of Mathematics*, *10*, 202–209. https://doi.org/10.4153/CJM-1958-023-9

Gonzalez, D. L. (2008). *The Mathematical Structure of the Genetic Code* (pp. 111–152). https://doi.org/10.1007/978-1-4020-6340-4_6

Gonzalez, D. L., Giannerini, S., & Rosa, R. (2011). Circular codes revisited: A statistical approach. *Journal of Theoretical Biology*, *275*(1), 21–28. https://doi.org/10.1016/j.jtbi.2011.01.028

Gonzalez, D. L., Gonzales, D. L., & George, S. (2004). *Can the genetic code be mathematically described? Word count*. http://www.MedSciMonit.com/pub/vol_10/no_4/4184.pdf

Hayes, B. (1998). Computing Science: The Invention of the Genetic Code. *American Scientist*, *86*(1), 8–14. http://www.jstor.org/stable/27856930

Michel, C. J. (2008). A 2006 review of circular codes in genes. *Computers & Mathematics with Applications*, *55*(5), 984–988. https://doi.org/10.1016/j.camwa.2006.12.090

Shen, G. (2020). Campbell biology (edited by Lisa Urry, Michael Cain, Steven Wasserman, Peter Minorsky and Jane Reece). *Journal of Biological Research-Thessaloniki*, *27*(1), 19. https://doi.org/10.1186/s40709-020-00127-0