

ANALISIS MODEL DALAM PENGUKURAN KINERJA SISTEM ANTRIAN DAN PENGOPTIMALAN WAKTU TUNGGU PADA PEMBUATAN KARTU TANDA PENDUDUK ELEKTRONIK (KTP-EL)

Herlina B. Onuneng

Program Studi S1 Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Gorontalo, Gorontalo, Indonesia

e-mail : herlinaonuneng@gmail.com

Djihad Wungguli

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Gorontalo, Gorontalo, Indonesia

*e-mail : djihad@ung.ac.id

La Ode Nashar

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Gorontalo, Gorontalo, Indonesia

e-mail : laode.nashar@gmail.ac.id

Ismail Djakaria

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Gorontalo, Gorontalo, Indonesia

e-mail : iskar@ung.ac.id

Agusyarif Rezka Nuha

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Gorontalo, Gorontalo, Indonesia

e-mail : agusyarif@ung.ac.id

Nisky Imansyah Yahya

Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Gorontalo, Gorontalo, Indonesia

e-mail : nisky@ung.ac.id

Abstrak

Pelayanan perekaman dan pencetakan KTP-el di Dinas Kependudukan dan Pencatatan Sipil Kabupaten Bone Bolango masing-masing menggunakan sistem antrian *single channel-multi phase* dan *single channel - single phase*. Penerapan sistem antrian ini menyebabkan rata-rata waktu tunggu pengunjung dalam sistem selama 26 menit dan waktu tunggu pengunjung dalam antrian hingga 4 jam. Artikel ini bertujuan untuk menentukan struktur antrian optimal guna meningkatkan pelayanan dengan membandingkan kinerja sistem sebelum dan sesudah penerapan metode tertentu. Metode yang digunakan adalah *multi channel - multi phase* pada loket perekaman dan *multi channel - single phase* pada loket pencetakan. Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa penerapan metode tersebut berhasil mengoptimalkan waktu tunggu dalam antrian (W_q) menjadi 3,6 menit dan waktu tunggu dalam sistem (W_s) menjadi 12,5 menit dengan 3 fasilitas server.

Kata Kunci: Sistem antrian, waktu tunggu, KTP-el.

Abstract

E-KTP recording and printing services at the Population and Civil Registration Service of Bone Bolango Regency each use a *single channel-multi phase* and *single channel - single phase* queuing system. The implementation of this queuing system causes the average waiting time for visitors in the system to be 26 minutes and the waiting time for visitors in the queue to be more than 4 hours. This article aims to determine the optimal queue structure to improve service by comparing system performance before and after implementing certain methods. The method used is *multi channel - multi phase* at the recording counter and *multi channel - single phase* at the printing counter. The results obtained show that the application of this method succeeded in optimizing waiting time in the queue (W_q) to 3.6 minutes and waiting time in the system (W_s) to 12.5 minutes with 3 server facilities.

Keywords: Queue system, waiting time, e-KTP.

PENDAHULUAN

Kartu Tanda Penduduk (KTP-el) menjadi salah satu kebutuhan administrasi masyarakat yang dapat diperoleh di kantor Disdukcapil (Dinas Kependudukan dan Pencatatan Sipil). Disdukcapil Bone Bolango merupakan satu-satunya instansi yang menyediakan pelayanan pencetakan dan perekaman KTP-el bagi masyarakat kabupaten Bone Bolango. Terbatasnya fasilitas pelayanan yang digunakan menyebabkan terjadinya penumpukan jumlah pengunjung (Hoerunisa & Sukanta, 2021).

Hasil survey yang dilakukan oleh penulis terhadap pelayanan pencetakan dan perekaman KTP-el di kabupaten Bone Bolango menunjukkan bahwa waktu tunggu pengunjung dapat mencapai 4 jam terhitung sejak pengunjung datang sampai dilayani oleh server. Salah satu kendala yang menyebabkan terjadinya penumpukan jumlah pengunjung pada proses registrasi KTP-el karena jumlah penduduk yang terus bertambah dan layanan hanya memiliki satu server.

Terjadinya penumpukan jumlah antrian dapat berdampak pada beberapa aspek, termasuk menciptakan antrian atau penumpukan berkas yang cukup padat. Kondisi ini mengindikasikan bahwa kualitas proses pelayanan masih jauh dari kata optimal, terutama pada jam-jam sibuk, sehingga pelayanan dari petugas belum sesuai dengan harapan (Etika Permatasari1, 2020). Jika kondisi tersebut terjadi, maka akan mengurangi kenyamanan masyarakat yang dilayani dan berdampak pada menurunnya citra instansi itu sendiri (Fuad Dwi Hanggara & Putra, 2020). Waktu tunggu yang lama perlu menjadi perhatian utama jika pemohon harus mengantri lama disetiap tahap. Hal ini dapat membuat pemohon lain enggan mengurus dokumen kependudukan, terutama pembuatan KTP-el baru, akibat pelayanan yang kurang optimal dan proses yang kurang efektif. Oleh karena itu, diperlukan manajemen khusus untuk meningkatkan kualitas pelayanan.

Tujuan penulisan artikel ini adalah untuk meminimalkan waktu tunggu dengan menerapkan struktur antrian *multi channel – multi phase* dan *multi channel – single phase* serta membandingkan kinerja sistem antrian sebelum dan sesudah diterapkannya struktur antrian yang baru.

Setiap tahapan pelayanan pada loket perekaman dan loket pencetakan di disdukcapil kabupaten Bone Bolango berlaku struktur antrian. Struktur antrian merupakan jumlah saluran yang akan dimasuki dan jumlah loket pelayanan yang akan dilalui pengunjung (Iqbal & Ramayuda, 2022). Pada struktur antrian *single channel – multi phase* yang diterapkan dalam proses pembuatan KTP-el yang mencakup dua tahapan pelayanan secara berturut-turut, yaitu perekaman dan pencetakan, dengan dua loket layanan sebagai server pelayanan. Sementara itu, struktur *single channel – single phase* merupakan pelayanan yang memiliki satu objek layanan dan satu saluran yang digunakan pada proses pencetakan. Disiplin antrian menggunakan aturan *First Come First Serve (FCFS)*. Struktur dan disiplin antrian sangat berkaitan dengan panjang waktu tunggu antrian yang mana peneliti akan memberikan struktur antrian berbeda yaitu pada perekaman sekaligus pencetakan berstruktur *multi channel – multi phase* yang merupakan layanan lebih dari satu tahapan dan fasilitas, sedangkan pada pencetakan akan diberlakukan struktur *multi channel – single phase* yang merupakan pelayanan yang memiliki lebih dari satu fasilitas pelayanan dan dieksekusi secara berurutan sesuai antrian pengunjung. Maka dari itu, perlu memodelkan antrian sesuai format notasi *Kendall* untuk meminimalkan permasalahan antrian tersebut.

Artikel ini sesuai dengan penelitian sebelumnya yang dibahas oleh Alwi dkk. (2023) dengan tujuan meminimalisir antrian yang panjang dengan cara memanfaatkan waktu agar bisa efektif dan mengestimasi waktu tunggu untuk dilayani secara *real-time* dapat dilakukan dengan menggunakan sistem antrian *multi channel-single phase*, yang memungkinkan pengukuran rata-rata waktu pelayanan di setiap loket lebih akurat. Penelitian serupa yang membahas struktur *multi channel-multi phase* dalam antrian pembuatan SIM (Surat izin Mengemudi) dengan menerapkan model antrian $(M/M/C) : (GD/\infty/\infty)$ untuk mengetahui kinerja sistem antrian pembuatan SIM di Poltabes kota Pontianak yang di lakukan oleh (Aminah et al., 2015). Sedangkan artikel ini menganalisis model antrian pada sistem antrian diloket perekaman dan pencetakan KTP-el di kantor Disdukcapil Kabupaten Bone Bolango, khususnya untuk pemohon yang memerlukan kedua layanan tersebut. Pemohon yang

hanya melakukan perekaman tidak disertakan dalam penelitian, karena petugas memberikan fleksibilitas waktu karena beberapa kondisi KTP-el bisa langsung diambil, ditinggalkan, atau diambil keesokan harinya. Metode yang digunakan adalah model *multi channel-multi phase* dan *multi channel-single phase*, serta membandingkan struktur yang ada untuk mengembangkan metode yang lebih efisien dan efektif.

KAJIAN TEORI

TEORI ANTRIAN

Awal mulainya teori antrian yaitu pada tahun 1910 oleh seorang matematikawan dan insinyur asal Denmark yang bernama AK Erlang. Antrian terjadi ketika pengunjung yang membutuhkan layanan mulai berdatangan (Purina Pakurnia Artiguna¹, Sugito², 2014). Teori antrian adalah cabang dari teori statistika yang membahas perilaku pada system pelayanan, dimana kedatangan pengunjung atau permintaan layanan dan durasi pelayanan bersifat stokastik (Suryowati, Kris Maria Titah JP, 2018).

Menurut (Jay heizer, 2019) juga mendefinisikan antrian sebagai suatu kelompok orang atau barang yang menunggu pelayanan setelah jangka waktu tertentu, serta memberikan cara suatu perusahaan dapat memastikan jumlah fasilitas dan waktu yang tepat untuk memberikan pelayanan pengunjung yang efektif. Tiga komponen terpenting dari system adalah kedatangan, pelayanan, dan antrian itu sendiri. Proses pelayanan dapat dilakukan oleh berbagai pihak, seperti layanan pelanggan, stasiun kerja, atau mekanik, yang berperan sebagai penyedia layanan bagi pengunjung dan mengatur alur proses dalam sistem antrian.

KOMPENEN DASAR ANTRIAN

- Pola kedatangan

Karakteristik dan populasi dapat diidentifikasi berdasarkan ukuran, proses kedatangan, dan perilaku populasi tersebut. Berdasarkan ukurannya, populasi ini dapat dikategorikan menjadi terbatas (*limited*) dan (*tidak terbatas*) (Qomariyah et al., 2020).

- Pola pelayanan

Jumlah waktu yang dihabiskan dalam suatu layanan bisa ditentukan dan bisa berupa sebuah variable acak dengan distribusi peluang yang

telah ditentukan. Ada tiga aspek penting yang perlu diperhatikan dalam mekanisme pelayanan, yaitu ketersediaan pelayanan, kapasitas pelayanan, dan durasi waktu pelayanan (Qomariyah et al., 2020).

- Kapasitas system

Kapasitas sistem merujuk pada jumlah maksimum pengunjung yang dapat ditampung, baik yang sedang dalam proses maupun yang menunggu dalam antrian, pada suatu waktu tertentu (Sismetha et al., 2017).

- Struktur antrian

Struktur antrian (*queue*) adalah salah satu tipe struktur data dalam ilmu computer. Terdapat empat struktur antrian yang terbagi berdasarkan jumlah saluran yang akan dimasuki atau *channel* dan berdasarkan jumlah loket pelayanan yang akan dilalui pengunjung atau disebut dengan *phase*. Empat struktur antrian secara umum adalah 1). *Single channel-single phase*, 2). *Single channel-multi phase*, 3). *Multi channel-single phase*, 4). *Multi channel-multi phase* (Arini & Nanih, 2022).

- Disiplin antrian

Disiplin antrian merupakan aturan atau kebijakan yang mengatur cara pengunjung dalam antrian dilayani. Disiplin antrian sangat penting untuk memastikan keadilan dan efisiensi dalam pelayanan. 4 Jenis disiplin antrian secara umum yaitu, FCFS (*First Come First Served*), LCFS (*Last Come First Served*), SIRO (*Service in Random Order*), PS (*Priority Service*) (Aminah et al., 2015).

- Sumber pemanggilan

Sumber pemanggilan (*calling population*) mengacu pada kumpulan entitas seperti pengunjung, mesin, atau tugas yang memasuki system antrian untuk dilayani. Keadaan ini terbagi menjadi dua yaitu tak terbatas dan terbatas. Sumber terbatas (*finite source*) adalah jumlah pengguna yang mendapatkan pelayanan terbatas seperti Mesin yang membutuhkan perbaikan dalam sebuah pabrik. Sedangkan sumber yang tidak terbatas (*infinite source*) mengacu pada kedatangan yang terus menerus bertambah pada sumber batasan, misalnya dalam situasi pengunjung di toko ritel, panggilan ke call center, atau kendaraan di jalan tol. (Sismetha et al., 2017).

- Perilaku pengunjung

Perilaku pengunjung dalam antrian merujuk pada cara pengunjung bereaksi atau bertindak saat menunggu untuk dilayani. Ada tiga tindakan (perilaku) pengunjung dalam sistem : *Jockeying*, yaitu perilaku berpindah dari satu antrian ke antrian lainnya untuk mengurangi waktu tunggu ; *Balking*, yaitu perilaku seseorang melihat panjang antrian dan memutuskan untuk tidak masuk ke dalam antrian; dan *Reneging*, yaitu perilaku seseorang yang sudah masuk antrian tetapi memutuskan untuk meninggalkan antrian sebelum mendapat layanan karena merasa terlalu lama menunggu (Sismetha et al., 2017).

STEADY STATE

Proses markov akan mencapai kondisi *steady state*, yang berarti status probabilitas akan tetap konstan setelah proses berjalan selama beberapa periode. *Steady state* sangat penting dalam analisis sistem antrian karena memungkinkan untuk menghitung metrik kinerja sistem secara akurat, merancang system yang efisiensi dan memperkirakan sumber data yang dibutuhkan (Phasa & Astuti, 2021).

Perhitungan nilai rata-rata waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan dapat dihitung dengan berbagai cara, salah satunya dengan menggunakan tabel statistik yaitu tabel distribusi frekuensi dengan rata-rata hitung data berkelompok dirumuskan sebagai berikut (Keifer & Effenberger, 1967) :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{\sum_{i=1}^k f_i} \quad (2.1)$$

Keterangan :

\bar{x} = Rata-rata

x_i = Titik tengah kelas interval

f_i = Frekuensi kelas interval

k = Banyak kelas

Nilai tingkat kedatangan (λ) dan tingkat pelayanan (μ) dihitung dalam periode satuan waktu dengan rumus $\lambda = \frac{1}{\bar{x}_k}$ dan $\mu = \frac{1}{\bar{x}_p}$ dengan interpretasi tingkat kedatangan yaitu frekuensi dengan rata-rata pelanggan tiba dalam sistem dan tingkat pelayanan adalah kecepatan rata-rata system dalam melayani pelanggan.

Pencapaian kondisi *steady state* harus memenuhi syarat seperti kedatangan pengunjung harus lebih rendah dari waktu pelayanan. Diasumsikan bahwa tingkat kedatangan pengunjung dalam satuan waktu adalah λ , dan tingkat pelayanan pengunjung dalam satuan waktu yang sama adalah μ . Sehingga ρ atau faktor utilitas didefinisikan sebagai rasio antara λ dan μ dalam kurun waktu tertentu (Oktaviyanty et al., 2018), yang dapat dinyatakan dengan rumus berikut :

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1 \quad (2.2)$$

Berbeda dengan model antrian dengan jumlah server yang memiliki lebih dari satu server dimana utilitas system $\rho < c$, dengan c adalah jumlah server, maka peningkatan sistem pelayanan dilakukan dengan melakukan simulasi model, dengan melakukan penambahan atau pengurangan fasilitas pelayanan. Simulasi model ini juga dapat menentukan model antrian yang optimal agar menghasilkan kualitas pelayanan yang baik (Etika Permatasari1, 2020) :

$$\rho = \frac{\lambda}{c \times \mu} < c \quad (2.3)$$

Dengan : ρ = Utilitas system (tingkat kesibukan pelayanan), λ = Jumlah tingkat pengunjung yang datang (orang), μ = Jumlah tingkat pengunjung yang dilayani (orang), dan c = Jumlah fasilitas pelayanan

DISTRIBUSI POISSON DAN DISTRIBUSI EKSPONENSIAL

- Distribusi *poisson*

Distribusi ini digunakan untuk menggambarkan jumlah kejadian dalam suatu selang waktu tertentu, yang mana diasumsikan bahwa rata-rata kejadian telah diketahui dan beberapa kejadian tersebut terjadi secara independent. Kejadian ini berupa permintaan atau pengunjung. Simbol λ menyatakan nilai harapan dari kejadian pada suatu interval waktu. Peluang terjadinya suatu peristiwa sebesar x kali dapat dinyatakan sebagai berikut (Sismetha et al., 2017) :

$$P(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, x = 1, 2, 3, 4, \dots, n \quad (2.4)$$

Dimana :

$P(x)$ = Peluang terjadinya kedatangan

λ = Rata-rata kedatangan dalam satuan waktu

x = Banyak kedatangan per satuan waktu

e = Bilangan euler ($e \approx 2,71828$)

• Distribusi Eksponensial

Distribusi Eksponensial sering digunakan dalam teori antrian untuk memodelkan waktu distribusi pada fasilitas pelayanan karena sifatnya yang mencerminkan kejadian acak dan tidak memiliki memori. Artinya, waktu pelayanan pengunjung tidak mempengaruhi waktu pelayanan sebelumnya atau jumlah pengunjung yang akan dilayani. Distribusi ini digunakan untuk menggambarkan berapa lama waktu yang dibutuhkan untuk melayani satu pengunjung sebelum layanan berikutnya dimulai. Variabel acak kontinu x mengikuti distribusi eksponensial yang berparameter $\theta > 0$ apabila fungsi distribusi berbentuk (Sismetha et al., 2017) :

$$f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, x > 0 \tag{2.5}$$

Dimana :

$f(x)$ = Fungsi peluang kepadatan,

θ = Parameter skala,

e = Bilangan euler ($e \approx 2,71828$).

MODEL ANTRIAN

Notasi Kendall menjadi sistem notasi standar yang digunakan untuk mengklasifikasikan system antrian dalam teori antrian. Notasi ini dikembangkan oleh David G. Kendall pada tahun 1953 dan dirancang untuk memberikan representasi singkat dari karakteristik utama system antrian. Berikut format umum notasi (Taha, 2007):

$$(a/b/c) : (d/e/f)$$

Dengan :

a = Distribusi waktu antar kedatangan (M, Ek, D, G)

b = Distribusi waktu pelayanan (M, Ek, D, G)

c = Jumlah saluran paralel ($c = 1, 2, \dots, \infty$)

d = Disiplin antrian (FCFS, LCFS, SIRO, PS)

e = Jumlah maksimum pengunjung.

f = Besarnya populasi kedatangan.

(jay heizer, 2019) juga menambahkan komponen dasar antrian melibatkan pengukuran kinerja antrian. Keefektifitasan pelayanan pada kinerja suatu antrian dapat diukur melalui nilai intensitas yaitu $\rho < 1$. Jika nilai ρ semakin besar, maka semakin besar pula jumlah antrian yang terbentuk, dan sebaliknya. Ukuran-ukuran kinerja sistem dapat diukur melalui nilai peluang tidak sedang melayani pengunjung (P_0), rata-rata jumlah pengunjung dalam antrian (L_q), rata-rata jumlah

pengunjung dalam sistem (L_s), rata-rata waktu menunggu pengunjung dalam antrian (W_q), rata-rata waktu pelayanan dilayani sistem pelayanan (W_s). Angka-angka ini dapat digunakan untuk menghitung waktu tunggu dan jumlah pengunjung dalam proses pelayanan sehingga dapat menunjukkan dan membuktikan pelayanan yang optimal.

• Model ($M/M/1$): ($GD/\infty/\infty$)

Model ini memiliki pola kedatangan dan pola pelayanan yang masing-masing berdistribusi poisson dan eksponensial. Sumber kedatangan dan kapasitas layanan dianggap tidak terbatas. Proses hitung nilai L_s , L_q , W_s , dan W_q pada model antrian Model ($M/M/1$): ($GD/\infty/\infty$) sebagai berikut :

- P_0 (Peluang tidak ada pengunjung dalam system)

$$P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu} \tag{2.5}$$

- L_s (Rata-rata jumlah pengunjung dalam sistem)

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \tag{2.6}$$

- L_q (Rata-rata jumlah pengunjung dalam antrian)

$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} \tag{2.7}$$

- W_s (Rata-rata waktu tunggu pengunjung dalam sistem)

$$W_s = \frac{1}{\mu - \lambda} \tag{2.7}$$

- W_q (Rata-rata waktu tunggu pengunjung dalam antrian)

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \tag{2.8}$$

• Model ($M/M/C$): ($GD/\infty/\infty$)

Sama seperti model sebelumnya, hanya saja model ini memiliki jumlah fasilitas server dalam pelayanan yang disimbolkan dengan c . Berikut bentuk umum pengukuran kinerja system antrian model ini (Khasanah & Astuti, 2022) :

- P_0 (Peluang tidak ada pengunjung dalam system)

$$P_0 = \frac{1}{\left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \right] + \frac{1}{c!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^c \left(\frac{c\mu}{c\mu - \lambda}\right)} \tag{2.9}$$

- L_s (Rata-rata jumlah pengunjung dalam sistem)

$$L_s = \frac{\lambda \mu \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^c}{(c-1)!(c\mu-\lambda)^2} P_0 + \frac{\lambda}{\mu} \quad (2.10)$$

- L_q (Rata-rata jumlah pengunjung dalam antrian)

$$L_q = L_s + \frac{\lambda}{\mu} \quad (2.11)$$

- W_s (Rata-rata waktu tunggu pengunjung dalam sistem)

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} \quad (2.12)$$

- W_q (Rata-rata waktu tunggu pengunjung dalam antrian)

$$W_q = W_s + \frac{1}{\mu} \quad (2.13)$$

- Model $(G/G/C): (GD/\infty/\infty)$

Model antrian ini merupakan model yang memiliki pola kedatangan dan pola pelayanan berdistribusi umum (General) dan mempunyai jumlah fasilitas pelayanan sebanyak c ; $c = 1, 2, 3, \dots$. Rumus untuk mencari ukuran-ukuran kinerja pada model adalah sebagai berikut (Gross et al., 1998) :

- L_q (Rata-rata jumlah pengunjung dalam antrian)

$$L_q = \frac{r^2 \rho}{c!(1-\rho)^2} P_0 + \frac{\mu^2 v(t) + v(t') \lambda^2}{2} \quad (2.14)$$

- L_s (Rata-rata jumlah pengunjung dalam sistem)

$$L_s = L_q + \frac{\lambda}{\mu} \quad (2.15)$$

- W_q (Rata-rata waktu tunggu pengunjung dalam antrian)

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad (2.16)$$

- W_s (Rata-rata waktu tunggu pengunjung dalam sistem)

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu} \quad (2.17)$$

Dimana :

$$P_0 = 1 - \rho$$

$$r = \frac{\lambda}{\mu}$$

$v(t)$ = varian waktu pelayanan.

$v(t')$ = varian waktu antar kedatangan.

UJI KECOCOKAN DISTRIBUSI

Pencocokan distribusi kedatangan dan waktu pelayanan menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov* direkomendasikan karena cocok untuk sampel yang tidak terlalu besar dengan tidak akan kehilangan informasi meskipun sampel dipadukan

ke dalam kategori-kategori lain (Sismetha et al., 2017) :

Berikut langkah-langkah uji *Kolmogorov-Smirnov* satu sampel :

- Hipotesis distribusi kedatangan sebagai berikut :
 - H_0 : Tingkat kedatangan pengunjung berdistribusi *poisson*
 - H_1 : Tingkat kedatangan pengunjung tidak berdistribusi *poisson*

Apabila data tidak memenuhi distribusi *poisson*, maka tingkat kedatangan mengikuti distribusi General.

Hipotesis distribusi waktu pelayanan adalah sebagai berikut :

- H_0 : Tingkat pelayanan pengunjung berdistribusi *eksponensial*
- H_1 : Tingkat pelayanan pengunjung tidak berdistribusi *eksponensial*

Apabila data tidak berdistribusi *eksponensial*, maka tingkat pelayanan mengikuti distribusi General.

- Penentuan taraf signifikansi sebesar $\alpha = 5\%$
- Statistik Uji

$$D = |S(x) - F_0(x)|$$

- Kriteria uji

Tolak H_0 pada taraf signifikan $\alpha = 0,05$, jika nilai $D > D^*(\alpha)$ adalah nilai kritis yang diperoleh dari tabel *Kolmogorov-Smirnov*.

MODEL TINGKAT ASPIRASI

Istilah "Tingkat Aspirasi" didefinisikan sebagai tingkat pencapaian tertinggi berdasarkan serangkain kriteria yang ada. Model pelayanan berganda ditentukan jumlah pelayanan (c) yang optimum dengan ukuran yang bertentangan adalah :

- Rata-rata waktu pengunjung menunggu dalam system W_s .
- Persentasi pelayanan tidak sedang melayani (menggagur) X .

Kedua ukuran ini mencerminkan aspirasi pelanggan dan pelayanan. Tingkat aspirasi (batas atas) untuk W_s dan X diketahui α dan β . Oleh karena itu, metode tingkat aspirasi dapat didefinisikan secara matematis sebagai berikut :

Penentuan jumlah pelayanan, perlu ditetapkan sedemikian rupa sehingga (Felysia et al., 2021):

$$\begin{aligned} W_s &\leq \alpha \\ X &\leq \beta \end{aligned}$$

Dimana :

α = Batas atas waktu pelanggan menunggu dalam sistem

β = Batas atas persentasi waktu mengganggu pelayanan

Ekspresi untuk W_s diketahui dari analisis model kinerja sistem antrian dan ekspresi untuk X adalah sebagai berikut :

$$X = \left(1 - \frac{\lambda}{\mu \times c}\right) \times 100\% \quad (2.18)$$

METODE

Data yang digunakan dalam artikel ini adalah data primer yang berasal dari hasil pengamatan langsung terhadap kedatangan pengunjung dan durasi waktu tunggu pengunjung dalam sistem pembuatan KTP-el di disdukcapil kabupaten Bone Bolango. Sampel data yang digunakan dalam artikel ini yaitu pengunjung disdukcapil Bone Bolango yang melakukan perekaman dan pencetakan atau yang melakukan pencetakan KTP-el tanpa melakukan perekaman. Variabel penelitian dalam artikel ini terdiri dari jumlah rata-rata kedatangan pengunjung persatuan waktu (menit) yang disimbolkan dengan λ , jumlah rata-rata pelayanan pengunjung persatuan waktu (menit) yang disimbolkan sebagai μ , tingkat kegunaan fasilitas (%) sebagai ρ , jumlah server atau disimbolkan sebagai c , rata-rata jumlah pengunjung dalam antrian (orang) sebagai L_q , rata-rata jumlah pengunjung dalam sistem (orang) sebagai L_s , rata-rata waktu dalam antrian (orang) sebagai W_q , rata-rata waktu dalam sistem (orang) sebagai W_s , nilai peluang pelayanan tidak sedang melayani pengunjung sebagai P_0 .

Tahapan-tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

- Mengidentifikasi masalah dan observasi awal.
- Menginput data.
- Melakukan pemeriksaan *steady state*.
- Melakukan uji distribusi menggunakan uji *Kolmogorov Smirnov*.
- Menformulasikan model struktur antrian.
- Mengukur kinerja dalam antrian (L_s, L_q, W_s, W_q).
- Membandingkan sebelum dan sesudah diterapkannya kinerja system antrian dengan model antrian terbaru.
- Interpretasi hasil.

HASIL DAN PEMBAHASAN

DATA HASIL PENELITIAN

Tabel 1. Data Jumlah Pengunjung

Hari	Pelayanan	
	Pencetakkan	Perekaman
1	30	5
2	40	2
3	40	8
4	106	13
5	53	6
6	60	5
7	35	3
8	36	4
9	46	5
10	20	3
11	53	4
12	25	6
13	29	7
14	38	2
15	45	2

Pelayanan proses pembuatan KTP-el memiliki satu pelayanan perekaman dan satu pelayanan pencetakkan yang melayani masyarakat. Tingkat kedatangan pengunjung diperoleh dengan melakukan pengamatan pada jumlah dan waktu antara pengunjung yang datang lalu dilayani dan tingkat pelayanan diperoleh dengan melakukan pengamatan pada waktu yang dihabiskan pengunjung pada proses pelayanan. Jumlah pengunjung yang mengurus pembuatan KTP-el selama 15 hari adalah 656 orang. Data hasil penelitian dirangkum dalam tabel 1.

Seiring dengan meningkatkan jumlah pengunjung, tingkat kedatangan dan tingkat pelayanan per hari cenderung mengalami perubahan. Tabel 2 menuangkan data tingkat kedatangan dan pelayanan perhari yang menunjukkan pengaruh jumlah pengunjung dan waktu pelayanan pada loket pencetakkan (Ce) dan perekaman (Re).

Tabel 2. Data Tingkat Kedatangan dan Pelayanan Perhari

Data Waktu Antar Kedatangan				Data Waktu Pelayanan			
Waktu Antar Kedatangan (m)		Tingkat Kedatangan (p/m)		Lama Pelayanan (m)		Tingkat Pelayanan (p/m)	
Ce	Re	Ce	Re	Ce	Re	Ce	Re
286	80	6,3	3,8	432	272	14,4	54,4
278	39	8,6	3,1	432	95	10,8	47,5
261	261	9,2	1,8	438	382	10,9	47,7
269	223	23,6	3,5	459	454	4,33	34,9
213	213	14,9	1,7	432	246	8,15	41,0
215	177	16,7	1,7	434	208	7,23	41,6
180	90	11,6	2,0	376	152	10,4	50,6
166	99	13,0	2,4	349	186	9,7	46,5
207	204	13,3	1,5	417	200	9,1	40,0
88	80	13,6	2,2	234	128	11,7	42,6
203	101	15,6	2,3	408	165	7,7	41,2
141	117	10,6	3,1	258	265	10,3	44,8
233	192	7,4	2,2	267	300	9,2	42,8
164	61	13,9	1,2	325	100	8,5	50,0
171	75	15,8	1,6	390	91	8,6	45,5

PENENTUAN STEADY STATE

Tabel 3. Frekuensi Waktu

Kelas	Pencetakan			Perekaman		
	Interval	Frekuensi	Nilai Tengah	Interval	Frekuensi	Nilai Tengah
1	0-3	334	1,5	0-12	31	6
2	4-7	278	8,63	13-25	12	9
3	8-11	261	9,20	26-38	10	32
4	12-15	269	23,64	39-51	7	45
5	16-19	213	14,93	52-64	8	58
6	20-23	215	16,74	65-77	4	71
7	24-27	180	11,67	78-90	2	84
8	28-31	180	11,67	91-103	1	97
9	32-35	166	13,01			
10	36-39	207	13,33			
11	40-43	88	13,64			

Penentuan *steady state* dilakukan untuk mengetahui tingkat kesibukan server. Sebelum menentukan *steady state* terlebih dahulu ditentukan nilai rata-rata tingkat kedatangan (λ) dan rata-rata

tingkat pelayanan (μ) dengan menggunakan data yang disajikan pada tabel 3 yang menunjukkan kelas interval waktu dan frekuensi dari data waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan. Dari tabel tersebut diperoleh tingkat kedatangan pencetakan $\lambda_c = 12,6$ orang, tingkat kedatangan perekaman $\lambda_r = 1,8$ orang, tingkat pelayanan pencetakan $\mu_c = 6,6$ orang dan tingkat pelayanan perekaman $\mu_r = 1,2$ orang.

Berdasarkan hasil yang diperoleh, dapat dihitung nilai tingkat kesibukan loket pencetakan (ρ_c) dan tingkat kesibukan loket perekaman (ρ_r) pada masing-masing pelayanan menggunakan **persamaan 2.3** yaitu sebagai berikut :

$$\rho_c = \frac{\lambda}{c \times \mu} = \frac{12,6}{1 \times 6,6} = 1,9\%$$

$$\rho_r = \frac{\lambda}{c \times \mu} = \frac{1,8}{1 \times 1,2} = 1,5\%$$

Perhitungan diatas menunjukkan bahwa pelayanan pencetakan dan perekaman belum memenuhi *steady state* karena nilai $\rho > 1$. Hal ini disebabkan karena kedua pelayanan belum mencapai keseimbangan yang mengakibatkan pelayanan mengalami tingkat kesibukan yang cukup panjang. Sehingga perlu adanya perbaikan sistem pelayanan dengan menggunakan simulasi model pada langkah penentuan model antrian atau dengan menambahkan jumlah server yang mana diperoleh

$$\rho_c = \frac{\lambda}{c \times \mu} = \frac{12,6}{2 \times 6,6} = 0,95\%$$

$$\rho_r = \frac{\lambda}{c \times \mu} = \frac{1,8}{2 \times 1,2} = 0,75\%$$

Hasil perhitungan diatas diperoleh bahwa kesibukan pada masing-masing pelayanan pembuatan KTP-el dapat dikatakan *steady state* karena nilai $\rho_c = 0,95$ dan $\rho_r = 0,75 < 1$.

UJI KECOCOKAN DISTRIBUSI

• Uji Distribusi Kedatangan

Hasil analisis uji distribusi *poisson* dapat dilihat pada tabel 4 berikut :

Tabel 4. Uji Distribusi *Poisson*

Pelayanan	<i>Kolmogorov-Smirnov</i>	
	Nilai D	KS-Tabel
C	1,000	0,338
R	0,996	0,338

Berdasarkan tabel pengujian diperoleh dalam uji *Kolmogorov Smirnov* menunjukkan bahwa nilai D pada pelayanan pencetakan

adalah 1,000 dan pada perekaman adalah 0,996. Kemudian nilai taraf nyata $D^*(\alpha = 0,05)$ dari tabel kritis *Kolmogorov Smirnov* yaitu 0,338. Dapat dilihat bahwa nilai D lebih besar dari nilai taraf yaitu $1,000 > 0,338$ dan $0,996 > 0,338$ maka diperoleh keputusan H_0 ditolak, artinya kedatangan pengunjung pada pembuatan KTP-el tidak berdistribusi *Poisson*. Jika tidak berdistribusi *Poisson* maka kedatangan pengunjung diasumsikan mengikuti distribusi General.

• Uji Distribusi Pelayanan

Hasil analisis uji distribusi *Poisson* dapat dilihat pada tabel 5 berikut :

Tabel 5. Format Tabel (Gunakan style Captions)

Pelayanan	Kolmogorov-Smirnov	
	Nilai D	KS-Tabel
C	1,000	0,438
R	1,000	0,438

Berdasarkan tabel pengujian diperoleh hasil uji *Kolmogorov Smirnov* menunjukkan bahwa nilai D pada pelayanan pencetakan adalah 1,000 dan pada perekaman juga adalah 1,000. Kemudian nilai taraf nyata $D^*(\alpha = 0,05)$ dari tabel kritis *Kolmogorov Smirnov* yaitu 0,438. Dapat dilihat bahwa nilai D lebih besar dari nilai taraf yaitu $1,000 > 0,438$ maka diperoleh keputusan H_0 ditolak, artinya tingkat pelayanan pengunjung pada pembuatan KTP-el tidak berdistribusi *eksponensial*. Apabila data tidak berdistribusi *eksponensial* maka tingkat pelayanan pengunjung diasumsikan mengikuti distribusi General.

MODEL ANTRIAN

Model antrian pada proses pembuatan KTP-el dibuat menjadi 1 model untuk masing-masing pelayanan pencetakan dan perekaman. Pada model ini memiliki notasi antrian yang berdistribusi kedatangan dan distribusi waktu pelayanan yang sama yaitu distribusi General (umum). Sama halnya dengan disiplin pelayanan yang sesuai dengan aturan FCFS (*First Come First Server*), serta jumlah maksimum pengunjung dan besar populasi kedatangan yang tidak terbatas (∞).

Setelah diketahui semua elemen-elemen yang memenuhi format umum *Notasi Kendall* model antrian, maka didapatkan model antrian pelayanan

pembuatan KTP-el yaitu (G/G/C):(FCFS/ ∞/∞) dengan model antrian pencetakan dan perekaman dimodelkan sama karena disetiap pelayanan hanya memiliki 1 server.

ANALISIS KINERJA SISTEM ANTRIAN

Perlu untuk mengukur kinerja sistem antrian sebelum penambahan server pelayanan dengan model (G/G/C):(FCFS/ ∞/∞) dengan struktur antrian *single channel - single phase*. Berikut pengukuran kinerja sistem antrian sebelum penambahan fasilitas server :

• Kinerja sistem antrian model (G/G/1):(FCFS/ ∞/∞)

a. Pencetakan

- o L_q (Rata-rata jumlah pengunjung dalam antrian)

$$L_q = \frac{r^2 \rho}{c! (1 - \rho)^2} P_0 \frac{\mu^2 v(t) + v(t') \lambda^2}{2}$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{12,6}{6,6}\right)^2 \times 1,90}{1! (1 - 1,90)^2} \times (-0,90) \times \frac{6,6^2 \times 0,000527017 + 0,00629882 \times 12,6^2}{2}$$

$$L_q = \frac{6,924793}{0,81} \times (-0,90) \times \frac{1,02296}{2}$$

$$L_q = 8,54913 \times (-0,90) \times 0,51148$$

$$L_q = -3,9$$

- o L_s (Rata-rata jumlah pengunjung dalam sistem)

$$L_s = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L_s = -3,9 + \frac{12,6}{6,6}$$

$$L_s = -1,9$$

- o W_q (Rata-rata waktu tunggu pengunjung dalam antrian)

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{-3,9}{12,6}$$

$$W_q = -0,30$$

- o W_s (Rata-rata waktu tunggu pengunjung dalam sistem)

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W_s = -0,30 + \frac{1}{6,6} = -0,14$$

b. Perekaman

- o L_q (Rata-rata jumlah pengunjung dalam antrian)

$$L_q = \frac{r^2 \rho}{c! (1 - \rho)^2} P_0 \frac{\mu^2 v(t) + v(t') \lambda^2}{2}$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{1,8}{1,2}\right)^2 \times 1,5}{1! (1 - 1,5)^2} \times (-0,5) \times \frac{1,2^2 \times 0,4822530 + 0,308641 \times 1,8^2}{2}$$

$$L_q = \frac{3,375}{0,25} \times (-0,5) \times \frac{1,69444}{2}$$

$$L_q = 13,5 \times (-0,5) \times 0,84722$$

- L_s (Rata-rata jumlah pengunjung dalam sistem)

$$L_s = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L_s = -5,7 + \frac{1,8}{1,2}$$

$$L_s = -4,2$$

- W_q (Rata-rata waktu tunggu pengunjung dalam antrian)

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{-5,7}{1,8}$$

$$W_q = -3,16$$

- W_s (Rata-rata waktu tunggu pengunjung dalam sistem)

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W_s = -3,16 + \frac{1}{1,2}$$

$$W_s = -2,32$$

• Kinerja sistem antrian model (G/G/2):(FCFS/∞/∞)

a. Pencetakan

- L_q (Rata-rata jumlah pengunjung dalam antrian)

$$L_q = \frac{r^2 \rho}{c! (1 - \rho)^2} P_0 \frac{\mu^2 v(t) + v(t') \lambda^2}{2}$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{12,6}{6,6}\right)^2 \times 0,95}{2! (1 - 0,95)^2} \times (1 - 0,95) \times \frac{6,6^2 \times 0,0005270 + 0,00629 \times 12,6^2}{2}$$

$$L_q = \frac{3,462396}{0,005} \times (0,05) \times \frac{1,0229}{2}$$

$$L_q = 692,4 \times (0,05) \times 0,5114$$

$$L_q = 19,57$$

- L_s (Rata-rata jumlah pengunjung dalam sistem)

$$L_s = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L_s = 19,57 + \frac{12,6}{6,6}$$

$$L_s = 21,47$$

- W_q (Rata-rata waktu tunggu pengunjung dalam antrian)

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{19,57}{12,6}$$

$$W_q = 1,55$$

- W_s (Rata-rata waktu tunggu pengunjung dalam sistem)

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W_s = 1,55 + \frac{1}{6,6} = 1,70$$

b. Perekaman

- L_q (Rata-rata jumlah pengunjung dalam antrian)

$$L_q = \frac{r^2 \rho}{c! (1 - \rho)^2} P_0 \frac{\mu^2 v(t) + v(t') \lambda^2}{2}$$

$$L_q = \frac{\left(\frac{1,8}{1,2}\right)^2 \times 0,75}{2! (1 - 0,75)^2} \times (0,25) \times \frac{1,2^2 \times 0,4822530 + 0,308641 \times 1,8^2}{2}$$

$$L_q = \frac{1,6875}{0,125} \times (0,25) \times \frac{1,69444}{2}$$

$$L_q = 13,5 \times (0,25) \times 0,84722$$

$$L_q = 2,85$$

- L_s (Rata-rata jumlah pengunjung dalam sistem)

$$L_s = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$L_s = 2,85 + \frac{1,8}{1,2}$$

$$L_s = 4,35$$

- W_q (Rata-rata waktu tunggu pengunjung dalam antrian)

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_q = \frac{2,85}{1,8}$$

$$W_q = 1,58$$

- W_s (Rata-rata waktu tunggu pengunjung dalam sistem)

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$

$$W_s = 1,58 + \frac{1}{1,2}$$

$$W_s = 2,4$$

Tabel 5. Hasil Analisis Kinerja Sistem Antrian Pencetakan

Simulasi	Kinerja Sistem Antrian				
	ρ (%)	W_q (m)	W_s (m)	L_q (p)	L_s (p)
Sebelum	190	-18	-8,4	-3,9	-1,9
Sesudah	95	93	102	19,5	21,4

Tabel 6. Hasil Analisis Kinerja Sistem Antrian Perekaman

Simulasi	Kinerja Sistem Antrian				
	ρ (%)	W_q (m)	W_s (m)	L_q (p)	L_s (p)
Sebelum	150	-186	-138	-5,7	-4,2
Sesudah	75	94,8	113,4	2,85	4,35

Berdasarkan hasil analisis pada tabel 5 dan 6 menunjukkan bahwa dari kedua pelayanan, penumpukan pengunjung hanya terjadi pada pelayanan pencetakan yang mana pada pencetakan berstruktur antrian *single channel-single*

phase maka dari itu perlu untuk memutuskan berapa jumlah server yang akan digunakan pada pelayanan pencetakan dan perlu menerapkan struktur *multi channel-single phase* agar pelayanan pencetakan lebih optimal. Sedangkan pada pelayanan perekaman sudah tidak perlu untuk penambahan server karena tidak terjadi penumpukkan pengunjung hanya saja perlu ada perbaikan server perekaman dengan melakukan perubahan alat-alat yang digunakan karena melihat waktu pelayanan. Rata-rata pengunjung dalam sistem dan antrian yang cukup lama yang kemungkinan besar diakibatkan karena alat-alat yang kurang baik atau pelayan dari pegawai yang lebih ditingkatkan.

Maka dari itu untuk penerapan struktur antrian *multi channel-multi phase* tidak diperlukan karena struktur ini cocok jika ada penambahan server pada kedua pelayanan perekaman dan pencetakan. Sehingga penerapan struktur baru hanya diterapkan pada pelayanan pencetakan yaitu struktur *multi channel-single phase*.

Tabel 7. Hasil Output Software POM-QM Pencetakan

Server	Kinerja Sistem Antrian				
	ρ (%)	Wq (m)	Ws (m)	Lq (p)	Ls (p)
1	Tidak Steady State				
2	95	93	102	19	21
3	64	3,6	12,6	0,7	2
4	48	0,6	9,6	0,14	1,95

Hasil dari kedua kinerja sistem antrian dengan model tersebut sudah sesuai dengan output *software* POM-QM. Hasil output dirangkum pada bentuk tabel 7 yang menunjukkan bahwa pada server 1 tidak memenuhi *steady state*, sedangkan pada server 2, 3, dan 4 memenuhi *steady state* dengan hasil nilai nilai Wq, Ws, Lq, dan Ls yang dijadikan sebagai tolak ukur pada model tingkat aspirasi.

MODEL TINGKAT ASPIRASI

Pelayanan yang akan dihitung pada tingkat aspirasi hanya pada pelayanan pencetakan sehingga batas atas untuk Ws dan X diharapkan $\alpha = 15$ menit dan $\beta = 50\%$, sedemikian rupa sehingga :

$$W_s \leq 15 \text{ menit}$$

$$X \leq 50\%$$

Berdasarkan tabel 7 telah diperoleh hasil ekspresi Ws pada jumlah server berbeda, kemudian

akan dihitung ekspresi X menggunakan persamaan 2.18 diperoleh sebagai berikut :

$$X = \left(1 - \frac{\lambda}{\mu \times c}\right) \times 100\%$$

$$X = \left(1 - \frac{12,6}{6,6 \times 1}\right) \times 100\% = -0,90\%$$

Perhitungan serupa juga diterapkan pada kinerja sistem antrian dengan jumlah server yang bervariasi untuk menentukan sistem antrian yang paling optimal.

Tabel 8. Tabel Tingkat Aspirasi

Server	Kinerja Sistem Antrian	
	X(%)	Ws (m)
1	-0,90%	-8,4
2	4,5%	102
3	36%	12,6
4	52%	9,6

Berdasarkan hasil tabel 8, model aspirasi yang cukup untuk memenuhi tingkat aspirasi adalah 3 server dengan nilai rata-rata waktu tunggu pengunjung dalam sistem adalah 12,6 menit dan persentase menganggurnya pelayanan yaitu 36%.

Analisis model tingkat aspirasi dapat ditarik kesimpulan untuk sistem pelayanan yang optimal pada pelayanan pencetakan KTP-el di Dinas Dukcapil Kabupaten Bone Bolango adalah menggunakan 3 server dengan model (G/G/3):(FCFS/ ∞ / ∞).

PENUTUP**SIMPULAN**

Perbandingan hasil waktu tunggu dengan model struktur antrian *multi channel-multi phase* dan *multi channel-single phase* sebelum dan sesudah diterapkannya metode struktur antrian tersebut yaitu pada struktur antrian pencetakan mendapatkan hasil yang masih jauh dari waktu tunggu pengunjung dalam antrian yang diharapkan hingga mencapai 4 jam lebih. Setelah dilakukan penerapan struktur tersebut dengan 3 server membuat pelayanan lebih optimal dengan jumlah rata-rata pengunjung dalam antrian hanya 1 orang. Waktu tunggu pengunjung dalam antrian (W_q) dan dalam sistem (W_s) menjadi 3,6 menit dan 12,5 menit.

Sedangkan struktur antrian *multi channel-multi phase* jika dilakukan penambahan pada kedua server akan mempengaruhi peluang tidak adanya pelayanan atau pelayanan menganggur yang akan meningkat, maka dapat diartikan bahwa salah satu pelayanan tidak perlu dilakukan penambahan server.

SARAN

Pelayanan perekaman memang tidak perlu dilakukan penambahan server namun perlu disarankan untuk memperbaiki kembali hal-hal yang mempengaruhi pelayanan walaupun kedatangan pengunjung tidak banyak tetapi melihat waktu pelayanan pengunjung dalam sistem dan antrian masih cukup lama maka perlu dilakukan pembaharuan tanpa menambahkan server ataupun pegawai.

DAFTAR PUSTAKA

- Aminah, S., Aritonang, M., & Sulistianingsih, E. (2015). ANALISIS ANTRIAN MULTI CHANNEL MULTI PHASE DENGAN MODEL ANTRIAN (M / M / c): (Antrian. *Buletin Ilmiah Mat. Stat. Dan Terapannya (Bimaster)*, 04(2), 127-134.
- Arini, R. W., & Nanih, S. (2022). Analisis Sistem Antrian Badan Penyelenggara Jaminan Sosial (Bpjs) Kesehatan: Studi Kasus Puskesmas Margadadi. *Jurnal Riset Rumpun Ilmu Teknik*, 1(1), 23-37. <https://doi.org/10.55606/jurritek.v1i1.104>
- Etika Permatasari, K. S. (2020). ANALISIS SISTEM ANTRIAN MULTIPHASE PADA FASILITAS PELAYANAN MASYARAKAT BIDANG

PENDAFTARAN PENDUDUK DI DINAS KEPENDUDUKAN DAN PENCATATAN SIPIL KABUPATEN MADIUN. *Jurnal Statistika Industri Dan Komputasi*, 5(1), 41-53.

- Felysia, N., Wahyuningsih, S., & Nasution, Y. N. (2021). Analisis Sistem Antrean Untuk Optimalisasi Jumlah Server Menggunakan Model Keputusan Tingkat Aspirasi (Studi Kasus: Restoran Cepat Saji di Samarinda Central Plaza) The Queueing System Analysis For Optimizing The Number Of Servers Using Aspirational De. *Jurnal Ekponansial*, 12(2), 153-160.
- Fuad Dwi Hanggara, & Putra, R. D. E. (2020). Analisis Sistem Antrian Pelanggan SPBU Dengan Pendekatan Simulasi Arena. *Jurnal INTECH Teknik Industri Universitas Serang Raya*, 6(2), 155-162. <https://doi.org/10.30656/intech.v6i2.2543>
- Gross, D., Shortle, J. F., Thompson, J. M., & Harris, C. M. (1998). FUNDAMENTAL OF QUEUEING THEORY. In S. W. David J Balding, Noel A. C. Cressie, Garrett M Fitzmaurice, lain M Johnstone, Geert Molenberghs, David W. Scott, Adrian F. M Smith, Ruey S. Tsay (Ed.), *A Jobh Willey & Sons*, (Fourth Edi, Vol. 11, Issue 1). <http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-59379-1%0Ahttp://dx.doi.org/10.1016/B978-0-12-420070-8.00002-7%0Ahttp://dx.doi.org/10.1016/j.ab.2015.03.024%0Ahttps://doi.org/10.1080/07352689.2018.1441103%0Ahttp://www.chile.bmw-motorrad.cl/sync/showroom/lam/es/>
- Hoerunisa, I., & Sukanta, S. (2021). Penerapan Model Antrian Multi Channel-Single Phase pada SPBU Sempu Jurong Cikarang Utara. *Unistek*, 8(1), 11-17. <https://doi.org/10.33592/unistek.v8i1.1202>
- Iqbal, M., & Ramayuda, S. (2022). SISTEM INFORMASI ANTRIAN ONLINE BERBASIS WEBSITE MENGGUNAKAN MULTI CHANNEL SINGLE PHASE (Studi Kasus: Dinas Kependudukan dan Pencatatan Sipil Sintang). *Jurnal Komputer Dan Aplikasi*, 10(03), 354-365.
- Jay heizer, Barry R. (2019). Manajemen Operasi. In *Salemba Empat* (pp. 8-9). Salemba Empat.
- Keifer, G., & Effenberger, F. (1967). Buku Guru Mtk K.13. In I. S. Sembiring (Ed.), *Angewandte Chemie International Edition (EDISI REVI, Vol. 6, Issue 11)*. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia.
- Khasanah, M. N., & Astuti, Y. P. (2022). Analisis Sistem Antrian Pada Optimalisasi Pelayanan Pasien Di Pusat Kesehatan Masyarakat. *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika*, 10(1),

170-179.

<https://doi.org/10.26740/mathunesa.v10n1.p170-179>

- Oktavianty, H., Dwidayati, K., & Agoestanto, A. (2018). Optimasi Sistem Antrian pada Pelayanan Servis Sepeda Motor Berdasarkan Model Tingkat Aspirasi Studi Kasus Bengkel Ahas Handayani Motor (1706) Semarang. *UNNES Journal of Mathematics*, 7(2), 181-191. <http://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/ujm>
- Phasa, A. S., & Astuti, Y. P. (2021). ANALISIS PERILAKU BRAND SWITCHING DENGAN METODE RANTAI MARKOV. *Jurnal Ilmiah Matematika*, 9(1), 212-219.
- Purina Pakurnia Artiguna¹, Sugito², A. H. (2014). Analisis Sistem Antrian Pada Layanan Pengurusan Paspor Di Kantor Imigrasi Kelas I Semarang. *JURNAL GAUSSIAN*, 3(4), 801-810. <https://doi.org/10.25077/jmu.6.2.57-64.2017>
- Qomariyah, N., Martha, S., & Aprizkiyandari, S. (2020). ANALISIS MODEL ANTRIAN PEMBUATAN KARTU TANDA PENDUDUK DINAS KEPENDUDUKAN DAN PENCATATAN SIPIL KOTA PONTIANAK Nurul Qomariyah, Shantika Martha, Siti Aprizkiyandari INTISARI. *Buletin Ilmiah Math. Stat. Dan Terapannya (Bimaster)*, 09(3), 453-458.
- Sismetha, R., Aritonang, M., & Kiftiah INTISARI, M. (2017). Analisis Model Distribusi Jumlah Kedatangan Dan Waktu Pelayanan Pasien Instalasi Rawat Jalan Rumah Sakit Ibu Dan Anak (Rsia) Anugerah Bunda Khatulistiwa Pontianak. *Buletin Ilmiah Mat. Stat. Dan Terapannya (Bimaster)*, 6(01), 51-60.
- Suryowati, Kris Maria Titah JP, E. P. S. (2018). APLIKASI MODEL ANTRIAN PADA OPTIMALISASI PELAYANAN PT KAI STASIUN LEMPUYANGAN YOGYAKARTA. *Jurnal Matematika Murni Dan Terapan "Epsilon,"* 12(1), 11-20.
- Taha, H. A. (2007). *Operations Research an Introduction* (M. Horton, H. Stark, S. Disanno, G. Jacob, E. Ault, & A. Brands (eds.); Tenth Edit). Pearson Education.