

**MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN ISPA (INFEKSI SALURAN PERNAPASAN AKUT) DAN PNEUMONIA BERBASIS INTEGRAL TAK WAJAR : ANALISIS LAJU INFEKSI DAN PROSPEK VAKSINASI****Riza Prasty**Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Medan, Medan, Indonesia  
[rizaprasty364@gmail.com](mailto:rizaprasty364@gmail.com) \***Aldha Aulia Imtiyaz Hasibuan**Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Medan, Medan, Indonesia  
[aldhahsb.4241230004@mhs.unimed.ac.id](mailto:aldhahsb.4241230004@mhs.unimed.ac.id)**Goffri Simarsoit**Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Medan, Medan, Indonesia  
[goffri.4241230003@mhs.unimed.ac.id](mailto:goffri.4241230003@mhs.unimed.ac.id)**Nurul Fitriyah Siagian**Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Medan, Medan, Indonesia  
[nrl.irul91@gmail.com](mailto:nrl.irul91@gmail.com)**Rawiyah**Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Medan, Medan, Indonesia  
[rawiyah2811@gmail.com](mailto:rawiyah2811@gmail.com)**Ruth Prima Stefani Br. Nababan**Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Medan, Medan, Indonesia  
[ruthprimastefani@gmail.com](mailto:ruthprimastefani@gmail.com)**Suvriadi Panggabean**Universitas Negeri Medan, Medan, Indonesia  
[suvriadipanggabean@gmail.com](mailto:suvriadipanggabean@gmail.com)**Abstrak**

Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan model matematika berbasis integral tak wajar guna menganalisis dinamika penyebaran Infeksi Saluran Pernapasan Akut (ISPA) dan pneumonia di Kota Medan. Model SEIR (Susceptible-Exposed-Infected-Recovered) yang dimodifikasi digunakan untuk memetakan laju infeksi, efektivitas vaksinasi, dan dampak faktor lingkungan terhadap kedua penyakit tersebut. Simulasi numerik dilakukan menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF45) dengan parameter yang diambil dari data sekunder dan literatur terkait. Hasil simulasi menunjukkan bahwa bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ) untuk ISPA adalah 3.808, sementara untuk pneumonia adalah 2.26, yang menunjukkan potensi penyebaran endemik di Kota Medan jika tidak ada intervensi. Total infeksi kumulatif selama periode simulasi mencapai 2.306.336 kasus untuk ISPA dan 3.286 kasus untuk pneumonia, menunjukkan beban epidemi yang signifikan. Efektivitas vaksinasi terbukti sangat penting dalam mengurangi laju infeksi pneumonia, dengan pengurangan signifikan pada tingkat transmisi setelah pemberian vaksin. Penelitian ini merekomendasikan implementasi kebijakan kesehatan seperti kampanye vaksinasi massal, edukasi masyarakat tentang pencegahan penyakit, dan peningkatan sanitasi sebagai langkah strategis untuk mengendalikan penyebaran ISPA dan pneumonia. Pendekatan integral tak wajar memberikan wawasan mendalam tentang distribusi temporal kasus dan dampak intervensi jangka panjang.

**Kata kunci:** ISPA, pneumonia, model SEIR, integral tak wajar, bilangan reproduksi dasar, vaksinasi

**Abstract**

This study aims to develop an improper integral-based mathematical model to analyze the dynamics of the spread of Acute Respiratory Infection (ARI) and pneumonia in Medan City. A modified SEIR (Susceptible-Exposed-Infected-Recovered) model is used to map the infection rate, vaccination effectiveness, and the

impact of environmental factors on both diseases. Numerical simulations were performed using the Runge-Kutta Fehlberg (RKF45) method with parameters taken from secondary data and related literature. The simulation results show that the basic reproduction number ( $R_0$ ) for ARI is 3,808, while for pneumonia it is 2.26, indicating the potential for endemic spread in Medan City if there is no intervention. The total cumulative infections during the simulation period reached 2,306,336 cases for ARI and 3,286 cases for pneumonia, indicating a significant epidemic burden. The effectiveness of vaccination has been shown to be very important in reducing the rate of pneumonia infection, with a significant reduction in transmission rates after vaccination. This study recommends the implementation of health policy bases such as mass vaccination campaigns, public education on disease prevention, and improved sanitation as strategic steps to control the spread of ARI and pneumonia. The improper integral approach provides in-depth insights into the temporal distribution of cases and the long-term impact of interventions.

**Keywords:** ARI, pneumonia, SEIR model, improper integral, basic reproduction number, vaccination

## PENDAHULUAN

Matematika, sebagai ilmu dasar, memiliki peran strategis dalam mengembangkan pola pikir logis, analitis, dan kemampuan pemecahan masalah yang tidak hanya relevan dalam lingkup akademis tetapi juga dalam konteks kehidupan nyata seperti epidemiologi. Pemodelan matematika telah menjadi alat krusial untuk memahami dinamika penyebaran penyakit menular dengan mengubah permasalahan dunia nyata menjadi persamaan matematis. Salah satu contohnya adalah model SEIR (Susceptible-Exposed-Infected-Recovered), yang digunakan untuk memetakan laju infeksi dan mengevaluasi efektivitas intervensi kesehatan (Nurfadilah, 2021). Namun, model konvensional seperti SEIR sering kali terbatas dalam menangani fenomena kontinu tanpa batas diskrit, seperti akumulasi risiko infeksi jangka panjang. Di sinilah pendekatan integral tak wajar menawarkan solusi alternatif, karena mampu menganalisis proses yang berkelanjutan dan tidak terbatas dalam konteks epidemi (Nurfadilah et al., 2021).

Infeksi Saluran Pernapasan Akut (ISPA) dan pneumonia merupakan dua penyakit pernapasan yang menjadi ancaman serius bagi kesehatan masyarakat, terutama pada kelompok rentan seperti balita dan lansia. ISPA mencakup berbagai kondisi infeksi yang menyerang saluran pernapasan, mulai dari infeksi ringan hingga parah. Sementara itu, pneumonia adalah bentuk infeksi akut yang menyebabkan peradangan pada jaringan paru-paru, sehingga alveoli dipenuhi oleh cairan dan nanah, yang menghambat fungsi pernapasan normal (Akbar et al., 2023). Menurut data Organisasi Kesehatan Dunia (WHO), pneumonia menyumbang lebih dari 740.180 kematian pada anak di bawah usia lima tahun pada tahun 2019, sementara di Indonesia

terdapat lebih dari 4 juta kasus pneumonia balita pada tahun 2021. Penyebaran ISPA dan pneumonia dapat terjadi melalui droplet yang mengandung virus atau bakteri penyebab penyakit, baik secara langsung maupun tidak langsung (Side et al., 2021; Ramelina & Sari, 2022).

Kota Medan, sebagai salah satu pusat urban di Indonesia, memiliki populasi padat dengan tingkat mobilitas tinggi, yang dapat mempercepat penyebaran penyakit pernapasan. Oleh karena itu, pengembangan model matematika menjadi alat penting untuk memahami dinamika penyebaran penyakit ini serta merumuskan strategi pencegahan yang efektif. Beberapa penelitian sebelumnya telah mengembangkan model SEIR untuk pneumonia dengan mempertimbangkan faktor-faktor seperti imunisasi, pengobatan antibiotik, dan karantina (Darmawan et al., 2021). Namun, model-model tersebut umumnya tidak mempertimbangkan dinamika penyebaran penyakit dalam konteks integral tak wajar, yang dapat memberikan gambaran lebih mendalam tentang laju infeksi dan distribusi temporal kasus. Selain itu, meskipun beberapa studi telah membahas ISPA secara terpisah, belum ada integrasi model yang menghubungkan kedua penyakit ini dalam satu kerangka analisis matematis (Yusran et al., 2024).

Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan model matematika berbasis integral tak wajar untuk menganalisis penyebaran ISPA dan pneumonia di Kota Medan. Model ini akan mengintegrasikan parameter laju infeksi, efektivitas vaksinasi, serta faktor lingkungan yang memengaruhi penularan penyakit. Dengan menggunakan pendekatan ini, diharapkan dapat diperoleh pemahaman yang lebih komprehensif tentang dinamika penyebaran penyakit, serta rekomendasi kebijakan yang lebih tepat untuk mengendalikan laju infeksi. Studi ini juga

menyoroti pentingnya vaksinasi sebagai intervensi utama dalam menekan angka reproduksi dasar ( $R_0$ ) penyakit.

## KAJIAN TEORI (GUNAKAN STYLE SECTION)

### Epidemiologi ISPA Dan Pneumonia

Infeksi Saluran Pernapasan Akut (ISPA) adalah salah satu penyakit menular yang paling sering terjadi di seluruh dunia, terutama di negara-negara berkembang. ISPA mencakup berbagai kondisi infeksi yang menyerang saluran pernapasan, baik saluran atas (hidung, sinus, laring) maupun saluran bawah (bronkus, alveoli). Penyebab utama ISPA meliputi lebih dari 300 spesies bakteri, virus, dan mikroorganisme lainnya, seperti *Streptococcus*, *Staphylococcus*, *Haemophilus influenzae*, *Mycoplasma pneumoniae*, dan virus seperti adenovirus, coronavirus, dan picornavirus (Sari et al., 2023).

Pneumonia adalah bentuk infeksi akut yang menyerang jaringan paru-paru, khususnya alveoli, sehingga menyebabkan peradangan dan pengisian alveoli dengan cairan atau nanah. Kondisi ini menghambat pertukaran gas dalam tubuh dan dapat menyebabkan kesulitan bernapas. Pneumonia sering disebabkan oleh bakteri (*Streptococcus pneumoniae*), virus, atau jamur. Penyebaran pneumonia dapat terjadi secara langsung melalui droplet (partikel kecil dari batuk atau bersin) atau tidak langsung melalui kontak dengan permukaan yang terkontaminasi. Menurut data Organisasi Kesehatan Dunia (WHO), pneumonia merupakan penyebab utama morbiditas dan mortalitas pada anak di bawah usia lima tahun, dengan lebih dari 740.180 kematian setiap tahun. Di Indonesia, jumlah kasus pneumonia pada balita mencapai lebih dari 4 juta kasus pada tahun 2021. Prevalensi pneumonia meningkat dari 1,6% pada tahun 2013 menjadi 2,0% pada tahun 2018, menunjukkan urgensi penanganan masalah ini (Achmad et al., 2022).

### Model Epidemiologis SEIR

Model SEIR (Susceptible-Exposed-Infected-Recovered) adalah kerangka dasar dalam epidemiologi matematika yang digunakan untuk memahami dinamika penyebaran penyakit menular.

Model ini membagi populasi menjadi empat kategori:

1. Susceptible (Rentan) : Individu yang belum terinfeksi tetapi berisiko tertular penyakit. Populasi ini sangat dipengaruhi oleh faktor-faktor seperti tingkat kontak sosial, kepadatan penduduk, dan imunitas alami.
2. Exposed (Terpapar) : Individu yang telah terinfeksi tetapi belum menunjukkan gejala klinis dan belum dapat menularkan penyakit. Masa inkubasi merupakan periode transisi dari kelas exposed ke kelas infected.
3. Infected (Terinfeksi) : Individu yang menular dan dapat menularkan penyakit kepada individu rentan. Kelas ini mencakup individu yang menunjukkan gejala klinis maupun yang tidak.
4. Recovered (Sembuh) : Individu yang pulih dari infeksi dan memiliki kekebalan sementara terhadap penyakit. Dalam beberapa kasus, individu yang divaksinasi juga dimasukkan ke dalam kelas ini.

Nurazizah et al., (2024) menyatakan bahwa model SEIR dapat direpresentasikan dalam bentuk sistem persamaan diferensial biasa (ODE) sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = \Lambda - \beta SI - (\mu + \rho)S \quad (1)$$

$$\frac{dE}{dt} = \beta SI - (\mu + \sigma)E \quad (2)$$

$$\frac{dI}{dt} = \sigma E - (\mu + \gamma + \delta)I \quad (3)$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I + \rho S - \mu R \quad (4)$$

Keterangan:

- $S(t)$  : Jumlah individu yang rentan (susceptible) pada waktu  $t$ .
- $E(t)$  : Jumlah individu yang terpapar (exposed) pada waktu  $t$ .
- $I(t)$  : Jumlah individu yang terinfeksi (infected) pada waktu  $t$ .
- $R(t)$  : Jumlah individu yang sembuh (recovered) pada waktu  $t$ .
- $\Lambda$  : Laju kelahiran individu baru ke dalam populasi.
- $\beta$  : Tingkat transmisi penyakit (probabilitas infeksi per kontak antara individu rentan dan individu terinfeksi).
- $\mu$  : Tingkat kematian alami (independen dari penyakit).
- $\rho$  : Tingkat vaksinasi (proporsi individu rentan yang divaksinasi).

- $\sigma$ : Tingkat transisi dari kelas terpapar ke kelas terinfeksi (invers dari masa inkubasi).
- $\gamma$ : Tingkat pemulihan (invers dari durasi infeksi).
- $\delta$ : Tingkat kematian akibat penyakit.

Model ini digunakan untuk memetakan laju infeksi dan efektivitas intervensi seperti vaksinasi. Namun, model SEIR konvensional memiliki keterbatasan dalam menangani fenomena kontinu tanpa batas diskrit, seperti akumulasi risiko infeksi jangka panjang atau dinamika penyebaran yang tidak terbatas pada periode tertentu.

Bilangan reproduksi awal ( $R_0$ ) adalah parameter penting dalam pemodelan epidemiologi yang menyatakan jumlah rata-rata kasus sekunder yang dihasilkan oleh satu individu terinfeksi dalam populasi yang sepenuhnya rentan. Nilai  $R_0$  digunakan sebagai ambang batas untuk menentukan apakah suatu penyakit akan menyebar ( $R_0 > 1$ ) atau menghilang ( $R_0 < 1$ ). Untuk model SEIR, rumus umum  $R_0$  dapat dituliskan sebagai:

$$R_0 = \frac{\beta\sigma}{(\mu+\sigma)(\mu+\gamma+\delta)} \quad (5)$$

Jika  $R_0 > 1$ , penyakit akan menyebar dan mencapai titik kesetimbangan endemic. Sebaliknya, jika  $R_0 < 1$ , penyakit akan menghilang dari populasi.

### Integral Tak Wajar dalam Pemodelan Epidemi

Integral tak wajar (improper integral) adalah alat matematika untuk menganalisis proses yang berkelanjutan dan tidak terbatas, seperti penyebaran penyakit menular yang berlangsung tanpa batas waktu yang jelas. Konsep ini memungkinkan:

- Analisis kontinu: Menghitung laju infeksi secara real-time tanpa diskritisasi waktu.
- Prediksi jangka panjang: Memodelkan dampak intervensi (misalnya, vaksinasi) pada kurva epidemi.
- Optimasi kebijakan: Menentukan titik kritis di mana intervensi paling efektif.

Integral tak wajar memiliki dua bentuk utama, bergantung pada batas integrasinya:

1. Integral dengan batas tak hingga:

$$\int_a^{\infty} f(t) dt = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(t) dt \quad (6)$$

Rumus ini digunakan untuk menghitung total infeksi ISPA dan Pneumonia dari waktu  $t = 0$  hingga waktu tak terbatas.

2. Integral dengan titik diskontinu (tak hingga) di dalam interval:

$$\int_a^b f(t) dt \text{ dengan } f(t) \rightarrow \infty \text{ saat } t \rightarrow c \in [a, b] \quad (7)$$

Rumus ini digunakan untuk memodelkan lonjakan infeksi mendadak (misalnya saat terjadi outbreak atau peningkatan mendadak dan signifikan dalam jumlah kasus ISPA dan Pneumonia dalam suatu populasi atau wilayah tertentu).

Dalam penelitian ini, integral tak wajar digunakan untuk:

1. Menghitung laju infeksi kumulatif:

$$I_{total} = \int_0^{\infty} \beta(t) \cdot S(t) \cdot I(t) dt \quad (8)$$

Keterangan:

- $\beta(t)$  : Tingkat kontak (transmisi) yang bergantung waktu.
- $S(t)$  : Jumlah individu rentang pada waktu  $t$ .
- $I(t)$  : Jumlah individu terinfeksi pada waktu  $t$ .

2. Memodelkan efek vaksinasi:

Jika vaksin diberikan pada waktu  $t_v$ , integral tak wajar dapat digunakan untuk menghitung pengurangan laju infeksi:

$$\Delta I = \int_{t_v}^{\infty} [\beta(t) \cdot S(t) \cdot I(t) - \gamma \cdot V(t)] dt \quad (9)$$

Keterangan:

- $\gamma$  : Efektivitas vaksin.
- $V(t)$  : Jumlah individu yang divaksinasi pada waktu  $t$ .

3. Analisis kestabilan model:

Integral tak wajar digunakan untuk mengevaluasi kestabilan titik tetap (equilibrium) dalam model SEIR yang dimodifikasi:

$$R_0 = \int_0^{\infty} \beta(t) \cdot \frac{S_0}{N} \cdot e^{-\mu t} dt \quad (10)$$

Keterangan:

- $R_0$  : Bilangan reproduksi dasar (jumlah infeksi sekunder per kasus primer).
- $\mu$  : Tingkat kematian alami atau kekebalan kelompok.

Integral tak wajar mampu memperkuat model epidemi dengan memasukkan variabel seperti tingkat kontak, durasi infeksi, dan efektivitas vaksin ke dalam persamaan kontinu. Pendekatan ini cocok untuk ISPA dan Pneumonia yang memiliki dinamika penularan kompleks dan risiko kekambuhan.

### METODE

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif dengan model matematika berbasis integral tak wajar untuk menganalisis dinamika

penyebaran ISPA dan pneumonia di Kota Medan. Data yang digunakan mencakup data sekunder kasus ISPA dan pneumonia dari Dinas Kesehatan Kota Medan serta parameter model (tingkat transmisi, pemulihan, dan vaksinasi) yang diadaptasi dari literatur terkait. Model SEIR dimodifikasi menggunakan integral tak wajar untuk menghitung laju infeksi kumulatif, efek vaksinasi, dan bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ), dengan simulasi numerik dilakukan menggunakan metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF45). Analisis kestabilan sistem dilakukan menggunakan kriteria Routh-Hurwitz untuk mengevaluasi titik kesetimbangan bebas penyakit dan endemik (Nurazizah et al., 2024).

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### ISPA (Infeksi Saluran Pernapasan Akut)

Penelitian ini menggunakan model matematika SEIR yang dimodifikasi dengan integral tak wajar untuk menganalisis dinamika penyebaran ISPA di Kota Medan pada Januari-Agustus tahun 2023. Simulasi numerik dilakukan dengan metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF45) untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial. Parameter yang digunakan dalam model ini diambil dari data sekunder dan literatur terkait. Berdasarkan data dari BPS Kota Medan (2024) jumlah penduduk di Kota Medan pada tahun 2023 adalah 2.474.166 jiwa.

#### A. Nilai Parameter dan Kondisi Awal

Berikut adalah tabel nilai parameter dan kondisi awal yang digunakan dalam model yang didapat dari Nurazizah et al. (2024) :

Tabel 1. Nilai Parameter Model ISPA

Simbol	Deskripsi Parameter	Nilai	Satuan
$\Lambda$	Laju kelahiran	0.02	Per hari
$\beta$	Tingkat kontak yang menyebabkan infeksi	0.8	Per hari
$\mu$	Tingkat kematian alami	0.0001	Per hari
$\rho$	Efektivitas vaksin	0.85	Per hari

$\sigma$	Laju perkembangan dari individu terpapar menjadi terinfeksi	0.1	Per hari
$\gamma$	Tingkat kesembuhan	0.2	Per hari
$\delta$	Tingkat kematian akibat penyakit	0.01	Per hari

Menurut Permata (2023), pada semester I tahun 2023 tercatat 9.336 kasus ISPA di Kota Medan. Sementara itu, Fokusmedan.com (2023) melaporkan bahwa terjadi peningkatan kasus ISPA pada bulan Agustus 2023, dengan total 27.271 kasus batuk pilek. Jumlah tersebut meningkat signifikan dibandingkan dengan bulan Juli 2023 yang mencatatkan 21.290 kasus. Berdasarkan laporan-laporan tersebut, akumulasi kasus ISPA di Kota Medan bulan Januari - Agustus 2023 mencapai 57.897 kasus.

Tabel 2. Kondisi Awal SEIR

Variabel	Deskripsi	Nilai Awal
$S(0)$	Individu rentan	2.381.530 jiwa
$E(0)$	Individu terpapar	5.790 jiwa
$I(0)$	Individu terinfeksi	57.897 jiwa
$R(0)$	Individu sembuh atau kebal	28.949 jiwa

#### B. Hasil Simulasi Numerik

Simulasi numerik dilakukan untuk periode Januari-Agustus 2023 (243 hari). Berikut adalah hasil utama dari simulasi:

##### 1. Dinamika Populasi

Hasil menunjukkan dinamika populasi dalam empat kategori: rentan ( $S(t)$ ), terpapar ( $E(t)$ ), terinfeksi ( $I(t)$ ), dan sembuh ( $R(t)$ ).

##### 2. Bilangan Reproduksi Awal ( $R_0$ )

Hasil simulasi menunjukkan bahwa nilai  $R_0 = 3.80$  menunjukkan bahwa setiap individu terinfeksi akan menularkan penyakit kepada 3.80 orang lainnya jika tidak ada intervensi. Karena  $R_0 > 1$ , penyakit ISPA memiliki potensi untuk menyebar secara endemik di Medan.

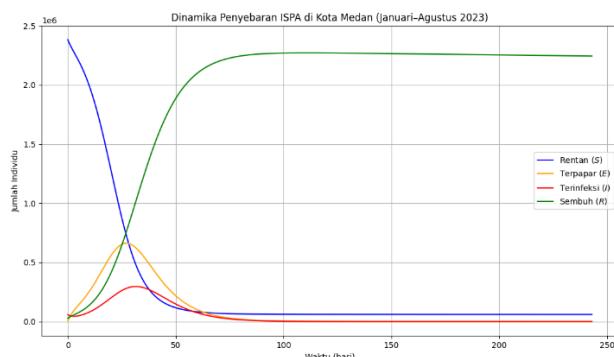
### 3. Total Infeksi Kumulatif

Hasil simulasi menunjukkan bahwa total infeksi kumulatif sebesar 2.306.336 kasus selama periode Januari-Agustus 2023 menunjukkan dampak signifikan dari penyebaran ISPA. Angka ini memberikan gambaran tentang beban epidemiologis yang dihadapi oleh Kota Medan.

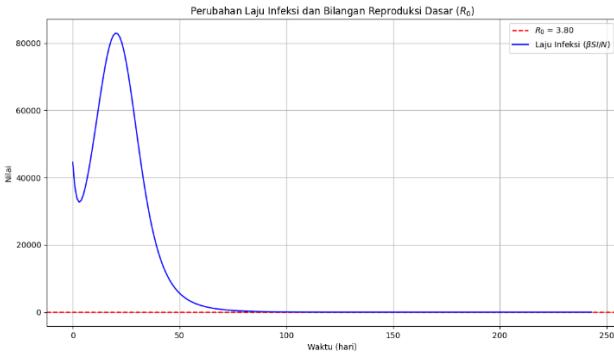
### 4. Pengurangan Kasus Infeksi Akibat ISPA

Hasil simulasi menunjukkan bahwa efek vaksinasi berhasil mengurangi 247.331,8 kasus infeksi selama periode simulasi.

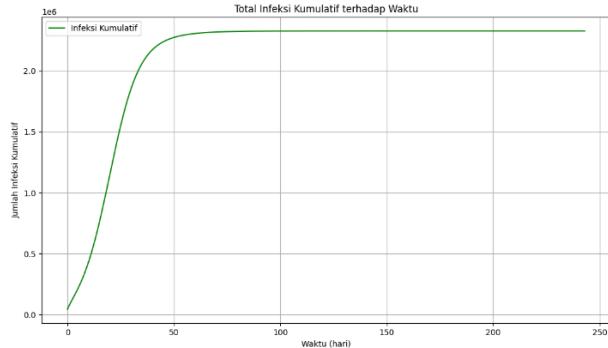
Berikut adalah grafik dari simulasi yang dilakukan:



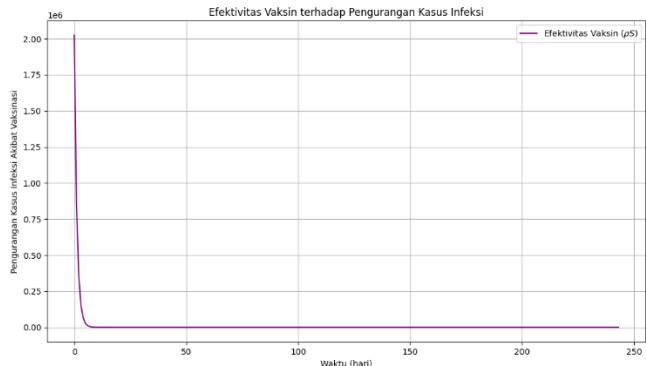
Gambar 1. Dinamika Penyebaran ISPA di Kota Medan



Gambar 2. Laju Infeksi dan Bilangan Reproduksi Awal ( $R_0$ )



Gambar 3. Total Infeksi Kumulatif



Gambar 4. Efek Vaksinasi Pengurangan Kasus ISPA

### Pneumonia

Penelitian ini menggunakan model matematika SEIR yang dimodifikasi dengan integral tak wajar untuk menganalisis dinamika penyebaran Pneumonia di Kota Medan pada tahun 2020. Simulasi numerik dilakukan dengan metode Runge-Kutta Fehlberg (RKF45) untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial. Parameter yang digunakan dalam model ini diambil dari data sekunder dan literatur terkait. Berdasarkan data dari BPS Kota Medan (2024) jumlah penduduk di Kota Medan pada tahun 2020 adalah 2.435.252 jiwa.

del ini diambil dari data sekunder dan literatur terkait. Berdasarkan data dari BPS Kota Medan (2024) jumlah penduduk di Kota Medan pada tahun 2020 adalah 2.435.252 jiwa.

#### A. Nilai Parameter dan Kondisi Awal

Berikut adalah tabel nilai parameter dan kondisi awal yang digunakan dalam model yang didapat dari Nurazizah et al.(2021):

Tabel 5. Nilai Parameter Model Pneumonia

Simbol	Deskripsi Parameter	Nilai	Satuan
$\Lambda$	Laju kelahiran	0.015	Per hari
$\beta$	Tingkat kontak yang menyebabkan infeksi	0.6	Per hari
$\mu$	Tingkat kematian alami	0.0002	Per hari
$\rho$	Efektivitas vaksin	0.9	Per hari
$\sigma$	Laju perkembangan dari individu terpapar menjadi terinfeksi	0.12	Per hari

$\gamma$	Tingkat kesembuhan	0.25	Per hari
$\delta$	Tingkat kematian akibat penyakit	0.015	Per hari

Menurut Renanda (2024), jumlah kasus pneumonia di Kota Medan pada tahun 2020 tercatat sebanyak 5.561 kasus.

Tabel 6. Kondisi Awal SEIR

Variabel	Deskripsi	Nilai Awal
$S(0)$	Individu rentan	2.426.354 jiwa
$E(0)$	Individu terpapar	556 jiwa
$I(0)$	Individu terinfeksi	5561 jiwa
$R(0)$	Individu sembuh atau kebal	2781 jiwa

## B. Hasil Simulasi Numerik

Simulasi numerik dilakukan untuk periode 2020 (366 hari). Berikut adalah hasil utama dari simulasi:

### 1. Dinamika Populasi

Hasil menunjukkan dinamika populasi dalam empat kategori: rentan ( $S(t)$ ), terpapar ( $E(t)$ ), terinfeksi ( $I(t)$ ), dan sembuh ( $R(t)$ ).

### 2. Bilangan Reproduksi Awal ( $R_0$ )

Hasil simulasi menunjukkan bahwa nilai  $R_0 = 2.26$  menunjukkan bahwa setiap individu terinfeksi akan menularkan penyakit kepada 2.26 orang lainnya jika tidak ada intervensi. Karena  $R_0 > 1$ , penyakit pneumonia memiliki potensi untuk menyebar secara endemik di Medan.

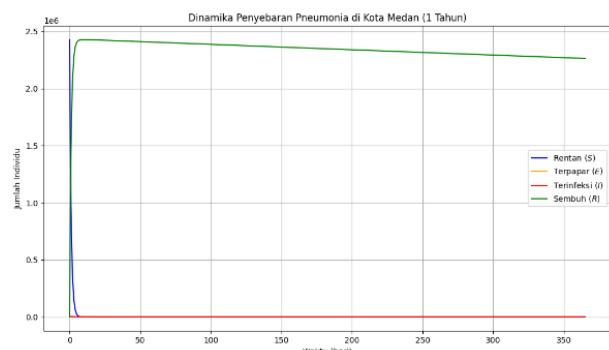
### 3. Total Infeksi Kumulatif

Hasil simulasi menunjukkan bahwa total infeksi kumulatif sebesar 3.286 kasus selama periode 2020 menunjukkan jumlah total kasus infeksi yang terjadi tanpa mempertimbangkan efek vaksinasi.

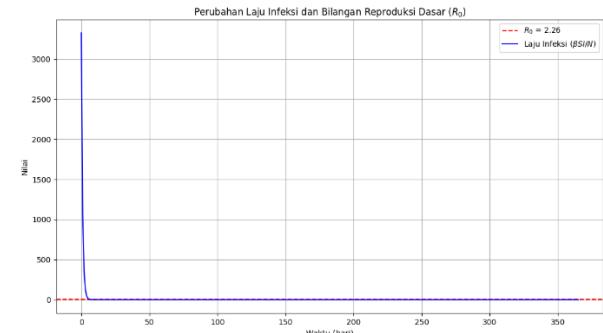
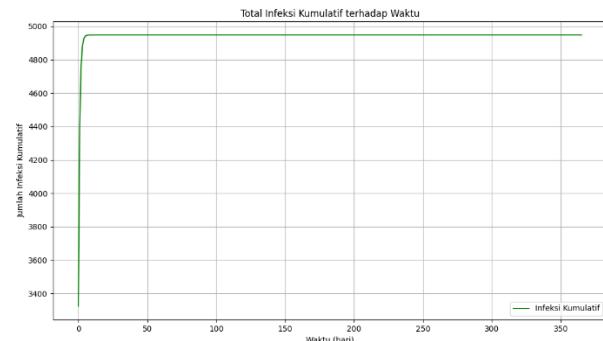
### 4. Pengurangan Kasus Infeksi Akibat Pneumonia

Hasil simulasi menunjukkan bahwa efek vaksinasi berhasil mengurangi 257.849,8 kasus infeksi selama periode simulasi.

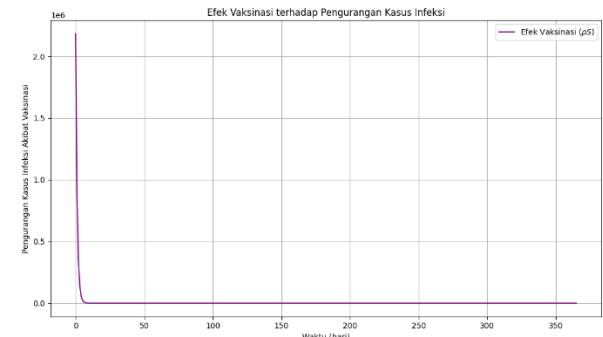
Berikut adalah grafik dari simulasi yang dilakukan:



Gambar 5. Dinamika Penyebaran Pneumonia di Kota Medan

Gambar 6. Laju Infeksi dan Bilangan Reproduksi Awal ( $R_0$ )

Gambar 7. Total Infeksi Kumulatif



Gambar 8. Efek Vaksinasi Terhadap Pengurangan Kasus Pneumonia

Hasil simulasi menunjukkan bahwa ISPA memiliki bilangan reproduksi dasar ( $R_0$ ) sebesar 3.808, yang jauh lebih besar dari 1. Hal ini menunjukkan bahwa ISPA sangat menular dan

memiliki potensi untuk berkembang menjadi wabah endemik di Kota Medan. Total infeksi kumulatif mencapai 2.306.336 kasus, yang merupakan angka yang sangat tinggi mengingat durasi simulasi hanya 8 bulan. Tingginya nilai ( $R_0$ ) disebabkan oleh tingkat kontak yang tinggi ( $\beta = 0.8$ ) dan rendahnya tingkat kesembuhan ( $\gamma = 0.2$ ). Oleh karena itu, intervensi seperti kampanye kesehatan, penggunaan masker, dan peningkatan sanitasi sangat diperlukan untuk menurunkan laju transmisi. Pneumonia memiliki ( $R_0 = 2.26$ ), yang juga lebih besar dari 1, tetapi lebih rendah dibandingkan ISPA. Total infeksi kumulatif pneumonia sebesar 3.286 kasus menunjukkan bahwa pneumonia kurang menular dibandingkan ISPA. Namun, efektivitas vaksin ( $\varepsilon = 0.9$ ) memberikan dampak signifikan dalam mengurangi laju infeksi. Hasil ini menunjukkan pentingnya program vaksinasi massal sebagai intervensi utama untuk mengendalikan penyebaran pneumonia. Perbandingan antara ISPA dan pneumonia:

1. Laju Penularan: ISPA memiliki laju penularan yang lebih tinggi dibandingkan pneumonia, seperti ditunjukkan oleh nilai ( $R_0$ ) yang lebih besar.
2. Total Infeksi Kumulatif: ISPA menyebabkan lebih banyak kasus infeksi dibandingkan pneumonia, meskipun durasi simulasi ISPA lebih singkat.
3. Efektivitas Intervensi: Vaksinasi terbukti sangat efektif dalam mengurangi laju infeksi pneumonia, sedangkan intervensi non-vaksinasi seperti pengendalian kontak lebih relevan untuk ISPA.

## PENUTUP

### SIMPULAN

Penelitian ini berhasil mengembangkan model matematika berbasis integral tak wajar untuk menganalisis dinamika penyebaran ISPA dan pneumonia di Kota Medan. Hasil simulasi menunjukkan bahwa kedua penyakit ini memiliki potensi untuk menyebar secara endemik, dengan ISPA lebih menular dibandingkan pneumonia. Vaksinasi terbukti menjadi intervensi yang sangat efektif untuk pneumonia, sementara strategi non-vaksinasi lebih relevan untuk ISPA.

## SARAN

Untuk penelitian selanjutnya, peneliti bisa mempertimbangkan hal berikut:

1. Mengintegrasikan faktor lingkungan ke dalam model.
2. Menggunakan data primer untuk meningkatkan akurasi parameter.
3. Mengembangkan model hibrid yang menggabungkan ISPA dan pneumonia dalam satu kerangka analisis.

## DAFTAR PUSTAKA

- Achmad, N., Payu, M. R. F., & Rahim, Y. (2022). Pemodelan Pneumonia Berat Menggunakan Regresi Zero Inflated Negative Binomial Di Gorontalo. *Euler: Jurnal Ilmiah Matematika, Sains Dan Teknologi*, 10(1), 45-53.
- Akbar, Z., Renaldi, R., Dewi, O., Rany, N., & Hamid, A. (2023). Perilaku Pencegahan ISPA Di Wilayah Kerja Puskesmas Bunut Kabupaten Pelalawan. *Jurnal Kesehatan Komunitas (Journal Of Community Health)*, 9(1), 12-20.
- Badan Pusat Statistik Kota Medan. (2024). *Jumlah penduduk Kota Medan menurut kecamatan dan jenis kelamin*. <https://medankota.bps.go.id/id/statistics-table/2/MzEjMg=/jumlah-penduduk-kota-medan-menurut-kecamatan-dan-jenis-kelamin.html>
- Darmawan, R. N., Kanom, K., & Nurhalimah, N. (2021). PENGEMBANGAN WELCOME DRINK BERBAHAN DASAR TEMULAWAK (Curcuma Xanthorrhiza Roxb) BERBASIS PEMODELAN MATEMATIKA DAN EKSPERIMENT. *Jurnal Karya Pendidikan Matematika*, 8(1), 7-12.
- Fokusmedan.com. (2023) *Dinkes Medan laporan kasus ISPA meningkat*. <https://www.fokusmedan.com/2023/10/01/dinkes-medan-laporkan-kasus-ispa-meningkat/>
- Nurazizah, N., Nurman, T. A., & Syata, I. (2024). PENYELESAIAN MODEL PENYEBARAN PENYAKIT ISPA DENGAN MENGGUNAKAN METODE RUNGE KUTTA FEHLBERG DI PROVINSI SULAWESI SELATAN: Completion Of The Spread Of Ari Disease Distribution Model

Using The Runge Kutta Fehlberg Method In South Sulawesi Province. *Al-Aqlu: Jurnal Matematika, Teknik Dan Sains*, 2(1), 79-92.

Nurfadilah, H. (2021). Analisis Model Matematika Penyebaran Penyakit Ispa. *Journal Of Mathematics: Theory And Applications*, 14-22.

Nurfadilah, S., Suryanto, A., & Nuraini, N. (2021). SEIR Epidemic Model Of The Spread Of Tuberculosis In Samarinda City With The Addition Of Vaccination Parameters. *Jurnal Inotera*, 9(1), 1-10.

Permata, S. I. (2023) *Hati-hati ISPA, ada 9.336 kasus tercatat di Medan*. IDN Times. <https://sumut.idntimes.com/news/sumut/indah-permata-sari-15/hati-hati-ispa-ada-9-336-kasus-tercatat-di-medan>

Ramelina, A. S., & Sari, R. (2022). Pneumonia Pada Perempuan Usia 56 Tahun: Laporan Kasus. *Proceeding Book Call For Papers Fakultas Kedokteran Universitas Muhammadiyah Surakarta*, 712-719.

Renanda, S. (2024) Hubungan Status Gizi, Usia, Dan Jenis Kelamin Dengan Kejadian Pneumonia Pada Balita Di Rumah Sakit Umum Haji Medan. Skripsi thesis, UIN Surmatra Utara Medan.

Sari, Y. I. P., Martawinarti, R. N., Juniana, M., Lukman, M. N., Santi, L. D., Aulia, E. S., ... & Azizi, P. D. (2023). Pendidikan Kesehatan Pencegahan ISPA (Infeksi Saluran Pernafasan Akut). *Jurnal Pengabdian Masyarakat Jurusan Keperawatan*, 1(2), 10-15.

Side, S., Sanusi, W., & Bohari, N. A. (2021). Pemodelan Matematika SEIR Penyebaran Penyakit Pneumonia Pada Balita Dengan Pengaruh Vaksinasi Di Kota Makassar. *Journal Of Mathematics, Computations, And Statistics*, 4(1), 1-12.

Yusran, S., Bahar, H., Ekayanti, D., Pahruddin, H. A., & Salfina, S. (2024). Penyuluhan ISPA (Infeksi Saluran Pernapasan Akut) Pada Masyarakat Desa Watunggarandu Kecamatan Lalonggasumeeto Kabupaten Konawe Tahun 2024. *Lontara Abdimas: Jurnal Pengabdian Kepada Masyarakat*, 5(1), 23-30.