

PEMODELAN HARGA SAHAM DENGAN PEMBAGIAN DIVIDEN MENGGUNAKAN GEOMETRIC BROWNIAN MOTION DAN SIMULASI MONTE CARLO

Anjali Wardha Firdaus

Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya

e-mail: anjali.21058@mhs.unesa.ac.id

Rudianto Artiono

Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya

e-mail: rudiantoartiono@unesa.ac.id*

Abstrak

Pada saat ini investasi merupakan salah satu kegiatan ekonomi yang semakin populer di masyarakat. Salah satu jenis investasi adalah investasi berupa saham. Beberapa perusahaan yang menawarkan investasi saham bagi para investor juga membagikan laba yang diperoleh perusahaan dengan membagikannya dalam bentuk dividen kepada para investor saham. Model *Geometric Brownian Motion* dengan kombinasi simulasi Monte Carlo dapat memperoleh tingkat akurasi kurang dari 10% di beberapa kasus dalam memprediksi harga saham. Namun, penelitian terkait prediksi harga saham yang mengasumsikan pembagian dividen masih terbatas, padahal dividen merupakan salah satu faktor yang mempengaruhi minat investor dalam berinvestasi saham. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk memodelkan harga saham dengan pembagian dividen menggunakan *Geometric Brownian Motion* dan Simulasi Monte Carlo. Dari hasil simulasi model, didapatkan keakuratan nilai MAPE sebesar 1,59% ketika simulasi dilakukan dengan 100000 iterasi, yang artinya dapat dikatakan tingkat keakuratan model tersebut dalam memprediksi harga saham adalah sangat akurat.

Kata Kunci: Harga Saham, Dividen, *Geometric Brownian Motion*, Simulasi Monte Carlo.

Abstract

Currently, investment is one of the economic activities that is increasingly popular in society. One type of investment is investment in the form of shares. Some companies that offer stock investments for investors also share the profits earned by the company by distributing them in the form of dividends to stock investors. The *Geometric Brownian Motion* model with a combination of Monte Carlo simulations can obtain an accuracy rate of less than 10% in some cases in predicting stock prices. However, research related to stock price prediction that assumes dividend distribution is still limited, even though dividends are one of the factors that influence investor interest in investing in stocks. Therefore, this study aims to model stock prices with dividend distribution using *Geometric Brownian Motion* and Monte Carlo simulation. From the model simulation results, the accuracy of the MAPE value is 1.59% when the simulation is done with 100000 iterations, which means that it can be said that the accuracy of the model in predicting stock prices is very accurate.

Keywords: Stock Price, Dividend, *Geometric Brownian Motion*, Monte Carlo Simulation.

PENDAHULUAN

Pada saat ini investasi merupakan salah satu kegiatan ekonomi yang semakin populer di masyarakat. Pengertian investasi berdasarkan Kamus Besar Bahasa Indonesia adalah penanaman uang atau modal dalam suatu perusahaan atau proyek untuk tujuan memperoleh keuntungan. Salah satu jenis investasi adalah investasi berupa saham. Saham adalah salah satu instrumen di pasar keuangan yang sangat populer. Saham dapat dinyatakan sebagai lembar kertas yang digunakan

untuk tanda kepemilikan investor atas dana yang diinvestasikan pada suatu perusahaan (Aziz, 2015).

Investasi saham di Indonesia telah menunjukkan pertumbuhan yang signifikan terutama dalam beberapa tahun terakhir. Berdasarkan data dari Laporan Statistik Pasar Modal yang diterbitkan oleh KSEI atau PT. Kustodian Sentral Efek Indonesia menunjukkan bahwa pertumbuhan investor individu di pasar modal terus meningkat. Diketahui bahwa pertumbuhan investor saham pada tahun 2021 hingga Desember 2024 terus mengalami kenaikan. Pada bulan Desember 2024 jumlah

investor saham mencapai 6,38 juta investor, dimana 99,67% dari jumlah investor saham tersebut merupakan investor individu.

Investasi saham juga telah menjadi salah satu pilihan utama di kalangan generasi muda di Indonesia. Berdasarkan data demografi investor individu pada bulan Desember 2024, kelompok usia ≤ 30 tahun memiliki total aset sebesar Rp 38,97 triliun, sementara kelompok usia 31–40 tahun memiliki total aset sebesar Rp 256,61 triliun. Hal tersebut menunjukkan tingginya minat generasi muda terhadap instrumen investasi yang salah satunya adalah saham.

Informasi dan layanan terkait investasi saham saat ini sudah dapat diakses melalui berbagai platform, termasuk pada aplikasi *mobile banking*, *website* atau aplikasi lainnya. Hal tersebut memudahkan para investor untuk menggunakan dananya untuk berinvestasi. Dalam berinvestasi saham terdapat hal-hal yang perlu diperhatikan seperti faktor apa saja yang mempengaruhi harga saham. Harga saham dipengaruhi oleh beberapa faktor contohnya seperti kondisi politik suatu negara, kebijakan perusahaan, pergerakan dari pasar saham yang lain, tingkat psikologi investor, dan faktor-faktor lainnya (Azizah, 2022).

Saat ini sudah banyak perusahaan yang menawarkan investasi saham bagi para peminat investor saham. Beberapa perusahaan yang menawarkan investasi saham bagi para investor juga membagikan laba yang diperoleh perusahaan dengan membagikannya dalam bentuk dividen kepada para investor saham. Menurut penelitian yang dilakukan oleh Andriyani tahun 2014 menyatakan bahwa dividen dapat berfungsi sebagai salah satu faktor yang dapat mempengaruhi minat investor untuk melakukan investasi. Semakin besar dividen yang diberikan perusahaan maka semakin mendorong minat masyarakat untuk melakukan investasi di perusahaan tersebut, sehingga beberapa perusahaan mempertimbangkan pembagian dividen kepada investor.

Dalam kegiatan jual beli saham terdapat keuntungan dan kerugian. Keuntungan saham diperoleh dari *capital gain* dan dividen. Dividen merupakan keuntungan perusahaan yang dibagikan kepada investor. *Capital gain* adalah selisih antara harga beli dan harga jual saham, sedangkan kerugian adalah ketika investor menjual saham lebih

rendah dari harga beli atau disebut *capital loss*. Oleh karena itu, sangat krusial bagi para investor untuk menentukan perusahaan yang akan dijadikan tempat untuk berinvestasi saham. Beberapa investor ingin mengetahui prediksi pergerakan harga saham dalam jangka waktu pendek karena investor ingin mendapatkan keuntungan secara cepat. Menurut Gao dan Jing tahun 2024 investor perlu memprediksi harga saham dengan tepat untuk mengurangi risiko dan memaksimalkan keuntungan. Oleh karena itu, penting untuk mempertimbangkan faktor-faktor yang memengaruhi harga saham guna memperoleh prediksi yang akurat dan menghindari kerugian di masa depan.

Dalam rumpun ilmu matematika terdapat beberapa metode yang bisa digunakan dalam memprediksi harga saham, salah satunya adalah model *Geometric Brownian Motion* (GBM). Penelitian terdahulu yang dilakukan oleh Jaffar dan Abidin pada tahun 2012 menyatakan bahwa perhitungan prediksi harga saham menggunakan model GBM jauh lebih mudah dan lebih sedikit data yang dibutuhkan untuk memperkirakan harga penutupan di masa depan dibandingkan dengan model peramalan lainnya dan menyimpulkan bahwa model GBM cocok untuk investasi jangka pendek dalam memprediksi harga saham karena menghasilkan hasil yang akurat dalam jangka waktu dua minggu. Jadi, dapat disimpulkan bahwa ketika menggunakan model GBM untuk jangka waktu yang panjang misalnya dalam jangka waktu lebih dari satu tahun maka akan menghasilkan nilai MAPE tinggi yang artinya hasil prediksi tidak akurat.

Parungrojrut dan Kidsom pada tahun 2019 melakukan penelitian dalam memprediksi 10 saham yang ada di Bursa Efek Thailand menggunakan model GBM dan Simulasi Monte Carlo menyatakan bahwa keuntungan dari digunakannya model GBM dan Simulasi Monte Carlo adalah distribusi pengembalian dari simulasi yang dilakukan tidak hanya dapat diterapkan sebagai alat pengambil keputusan tetapi dapat juga digunakan untuk mengelola risiko dan kedua teknik tersebut dapat memprediksi harga saham dalam kisaran yang sangat akurat.

Menurut Ramadhian dan Seru tahun 2022 dalam penelitiannya yang memprediksi harga saham dengan model GBM menunjukkan bahwa model

GBM ketika dilakukan iterasi sebanyak 50, 100 dan 500 menghasilkan nilai MAPE sebesar 4,87%, 3,49%, dan 3,12% yang artinya nilai MAPE nya kurang dari 10% sehingga tingkat akurasi prediksinya tergolong tinggi atau sangat akurat. Penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Rasyidah dan Maulana tahun 2024 tentang prediksi harga saham salah satu perusahaan ojek online di Indonesia dengan menggunakan GBM termodifikasi Kalman Filter dengan konstrain menunjukkan hasil nilai MAPE dari model GBM adalah sebesar 8,09% yang artinya keakuratan prediksinya adalah sangat akurat.

Menurut penelitian yang dilakukan oleh Ishak tahun 2024 tentang prediksi 5 saham indeks ASEAN menggunakan GBM menghasilkan nilai MAPE untuk negara Indonesia, Singapura, Filipina, dan Thailand berturut-turut adalah 14,91%, 13,78%, 17,82%, 15,99% yang artinya kurang dari 20% sehingga tingkat akurasi prediksi tergolong akurasi yang baik dan untuk negara Malaysia, tingkat akurasi prediksinya adalah 9,87% yang artinya kurang dari 10% sehingga tingkat akurasi prediksinya tergolong sangat akurat. Penelitian tersebut juga menyimpulkan dengan menganalisis data historis dan menggunakan model GBM dapat menentukan parameter rata-rata dan volatilitas dimana parameter tersebut akan sangat penting untuk memperkirakan indeks pasar saham dan membantu investor dalam membuat prediksi harga saham dalam jangka pendek yang tepat.

Sehingga dapat disimpulkan bahwa dalam memprediksi harga saham dengan pendekatan matematis seperti GBM telah banyak digunakan dan diperoleh tingkat akurasi kurang dari 10% di beberapa kasus seperti pada uraian di atas. Selanjutnya prediksi harga saham dengan kombinasi simulasi Monte Carlo dapat memprediksi harga saham dalam kisaran yang sangat akurat. Namun, penelitian terkait prediksi harga saham yang mengasumsikan pembagian dividen masih terbatas, padahal dividen merupakan salah satu faktor yang mempengaruhi minat investor dalam berinvestasi saham. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk memodelkan harga saham dengan pembagian dividen menggunakan *Geometric Brownian Motion* dan Simulasi Monte Carlo.

KAJIAN TEORI

SAHAM

Menurut Aziz tahun 2015 saham dapat didefinisikan sebagai tanda penyertaan modal seseorang atau pihak (badan usaha) dalam suatu perusahaan atau perseroan terbatas. Dengan menyertakan investasi, investor berhak atas pendapatan perusahaan, memiliki klaim terhadap aset perusahaan, dan memiliki hak untuk hadir dalam Rapat Umum Pemegang Saham (RUPS).

HARGA SAHAM

Pada selembur saham mempunyai nilai atau harga. Harga saham adalah harga yang ditetapkan oleh suatu perusahaan terhadap entitas lain yang ingin memiliki hak kepemilikan saham atas perusahaan itu. Harga yang setiap hari diumumkan di surat kabar atau media lain seperti *website* keuangan merupakan harga pasar yang tercatat pada waktu penutupan harian aktivitas di Bursa Efek Indonesia. Terdapat istilah yang perlu dipahami yaitu sebagai berikut:

- Harga pembukaan (*Open price*)
- Harga tertinggi (*High price*)
- Harga terendah (*Low price*)
- Harga penutupan (*Close price*)
- Harga penutupan yang disesuaikan (*Adj close*)
- Volume perdagangan (*Volume*)

DIVIDEN

Menurut Wardhani tahun 2022 dividen adalah pembagian keuntungan yang diberikan oleh sebuah perusahaan dan berasal dari laba yang diperoleh oleh perusahaan tersebut kepada investor atau pemegang saham. Pembagian dividen dilakukan setelah mendapatkan persetujuan dari para pemegang saham dalam RUPS. Dividen yang diberikan oleh perusahaan dapat berupa dividen tunai atau bisa juga berupa dividen saham.

RETURN

Return saham atau tingkat pengembalian saham adalah istilah yang menggambarkan keuntungan atau pendapatan yang didapatkan oleh seorang investor dari kepemilikan saham di sebuah perusahaan (Nasution, 2023). *Return* saham menunjukkan hasil dari investasi yang diperoleh oleh investor, yang berasal dari dua sumber utama

yaitu dari *capital gain* dan dividen. *Return* saham dapat dihitung menggunakan persamaan berikut (Ramadhian dan Seru, 2022):

$$R_t = \ln \left(\frac{S_t}{S_{t-1}} \right) \quad (1)$$

dengan R_t adalah *return* saham pada saat t , S_t adalah harga saham pada saat t dan S_{t-1} adalah harga saham pada saat $t - 1$.

DRIFT

Drift adalah rata-rata dari tingkat pengembalian harga saham pada periode waktu tertentu yang menggambarkan tingkat pengembalian yang diharapkan. Nilai positif dari *drift* menunjukkan peningkatan keuntungan, sedangkan nilai negatif dari *drift* menunjukkan bahwa investor akan menghadapi kerugian. Nilai *drift* yang lebih tinggi menunjukkan perolehan keuntungan yang lebih tinggi. Nilai positif dan negatif dari *drift* bergantung pada nilai *return* saham, jadi ketika *return* saham menunjukkan tren yang menurun maka rata-rata dari tingkat pengembalian saham bisa menjadi negatif. *Drift* dapat dihitung menggunakan persamaan berikut ini (Ramadhian dan Seru, 2022):

$$\mu = \frac{R}{n} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n R_t \quad (2)$$

dengan μ adalah *drift* rata-rata dari tingkat pengembalian saham (*return*) dan n adalah umlah pengembalian dalam sampel.

VOLATILITAS

Volatilitas adalah ukuran seberapa besar harga suatu saham bergerak naik dan turun dalam jangka waktu tertentu yang diukur dengan menggunakan standar deviasi dari perubahan harga saham. Semakin tinggi volatilitas, maka semakin besar risiko yang dihadapi oleh investor, karena harga dapat berfluktuasi secara signifikan dalam waktu singkat. Volatilitas dapat dihitung menggunakan persamaan sebagai berikut (Trimono dkk., 2017):

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (R_t - \bar{R})^2} \quad (3)$$

dengan σ adalah volatilitas atau standar deviasi dari tingkat pengembalian saham (*return*).

PROSES STOKASTIK

Menurut Suryawan tahun 2025 proses stokastik adalah kumpulan variabel acak yang saling berhubungan, di mana nilainya bisa berubah secara tidak terduga. Proses stokastik itu seperti sistem

yang berubah dari waktu ke waktu, tapi perubahannya mengandung unsur ketidakpastian. Dikatakan proses stokastik waktu kontinu jika nilai indeks pada setiap waktu t adalah proses stokastik $\{X_t, t \in T\}$ dengan himpunan indeks $T = [0, \infty)$ yang dapat dinyatakan dalam bentuk $\{X_t, t \geq 0\}$.

GERAK BROWN STANDAR

Menurut Higham tahun 2001 menyatakan suatu proses stokastik $\{W(t), t \in T\}$ dikatakan Gerak Brown Standar jika proses tersebut memiliki beberapa kriteria berikut:

- $W(0) = 0$ (dengan probabilitas 1).
- Untuk $0 \leq s \leq t \leq T$, variabel acak yang diberikan oleh perubahan $W(t) - W(s)$ berdistribusi normal dengan mean 0 dan variansi $t - s$, atau ekuivalen dengan:

$$W(t) - W(s) \sim \sqrt{t - s} N(0, 1)$$
 dengan $N(0, 1)$ menotasikan distribusi normal dengan mean 0 dan variansi 1.
- Untuk $0 \leq s < t < u < v \leq T$, perubahan $W(t) - W(s)$ dan $W(v) - W(u)$ saling bebas.

PERSAMAAN DIFERENSIAL STOKASTIK

Menurut Higham tahun 2001, bentuk umum dari Persamaan Diferensial Stokastik dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$dX(t) = f(X(t)) dt + g(X(t)) dW(t) \quad (4)$$

dengan $t \in [0, T]$ dan kondisi awal $X(0) = X_0$. Pada persamaan tersebut, komponen $f(X(t)) dt$ merepresentasikan suku *drift*, di mana $f(X(t))$ berperan sebagai koefisien drift. Sementara itu, $g(X(t)) dW(t)$ merupakan suku difusi dengan $g(X(t))$ sebagai koefisien difusi. Proses $W(t)$ adalah Gerak Brown Standar.

TEOREMA ITO

Menurut Hull tahun 2009, apabila suatu variabel $X(t)$ mengikuti proses Ito yang dinyatakan dalam persamaan berikut:

$$dX(t) = \mu(X(t), t) dt + \sigma(X(t), t) dW(t) \quad (5)$$

dengan $W(t)$ merepresentasikan Gerak Brown standar, sedangkan μ dan σ merupakan parameter yang bergantung pada X dan waktu t , maka teorema Ito menyatakan bahwa jika terdapat suatu fungsi $G = G(X, t)$, fungsi tersebut akan memenuhi persamaan diferensial berikut:

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial X(t)} \mu + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial X(t)^2} \sigma^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial X(t)} \sigma dW(t) \quad (6)$$

GEOMETRIC BROWNIAN MOTION

Geometric Brownian Motion (GBM) adalah model matematika yang banyak digunakan untuk mensimulasikan harga saham di pasar keuangan. Model ini mengasumsikan bahwa logaritma dari tingkat pengembalian suatu saham *return* mengikuti distribusi normal dan pergerakan harga saham didorong oleh faktor acak atau proses Brownian atau Proses Wiener yang berarti bahwa perubahan harga saham tidak hanya acak, tetapi juga memiliki pola tertentu yang dapat diprediksi berdasarkan parameter tertentu. Model GBM ditentukan oleh dua parameter, yaitu penyimpangan *drift* yang mewakili rata-rata tingkat pengembalian saham dan volatilitas yang mengukur dispersi pengembalian saham (Ishak, 2024). Model GBM digunakan untuk memodelkan pergerakan harga saham dalam waktu yang kontinu. Model ini menggambarkan perubahan harga logaritmik saham sebagai proses stokastik, mengintegrasikan elemen deterministik dan stokastik. Secara umum, persamaan model GBM adalah sebagai berikut (Agbham, 2021):

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t \quad (7)$$

Penurunan model GBM untuk harga saham dengan menerapkan teorema Ito dan misalkan fungsi $f(S_t) = \ln(S_t)$, dimana $f'(S_t) = \frac{1}{S_t}$ dan $f''(S_t) = -\frac{1}{S_t^2}$. Selanjutnya substitusi ke Lemma Ito dengan melakukan tahap integrasi dan eksponensial sehingga didapatkan model harga saham dengan GBM adalah sebagai berikut:

$$S_T = S_t e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t) + \sigma(W_T - W_t)} \quad (8)$$

Di mana S_t adalah harga awal saham, S_T adalah harga saham pada waktu T , μ adalah tingkat pengembalian yang diharapkan *drift* dan σ adalah volatilitas atau standar deviasi dari tingkat pengembalian saham. Formula ini menunjukkan bahwa harga saham mengikuti distribusi log-normal.

SIMULASI MONTE CARLO

Simulasi Monte Carlo atau juga dikenal sebagai simulasi statistik dan pengambilan sampel acak merupakan metode simulasi stokastik berdasarkan

probabilitas dan teori statistik yang menggunakan angka acak untuk menyelesaikan berbagai masalah komputasi (Zhang, 2020). Dalam dunia keuangan, khususnya pada prediksi harga saham, simulasi Monte Carlo digunakan untuk membantu menggambarkan pergerakan harga saham di masa depan dengan membangun model probabilitas, menggunakan generator angka acak, dan mensimulasikannya berulang kali untuk pengambilan sampel yang bertujuan untuk menghasilkan berbagai kemungkinan skenario harga saham di masa depan.

NILAI MAPE

Nilai MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*) merupakan ukuran yang digunakan untuk mengevaluasi akurasi model prediksi. Nilai MAPE mengukur seberapa besar kesalahan antara nilai yang diprediksi dan nilai aktual dalam bentuk persentase. Nilai MAPE digunakan untuk mengukur keakuratan model GBM karena MAPE memberikan hasil dalam bentuk persentase, sehingga lebih mudah dipahami oleh para investor atau orang awam. Sebagai contoh, MAPE sebesar 5% menunjukkan bahwa prediksi model rata-rata menyimpang sebesar 5% dari nilai aktual. Berikut adalah persamaan untuk menghitung nilai MAPE:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{A_i - F_i}{A_i} \right| \times 100\% \quad (9)$$

Berikut adalah tabel yang menunjukkan skala penilaian akurasi prediksi menggunakan nilai MAPE (Jaffar dkk., 2012):

Tabel 1. Nilai MAPE

Nilai MAPE	Tingkat Akurasi Prediksi
<10%	Sangat akurat
11%-20%	Akurasi yang baik
21%-50%	Prakiraan yang wajar
>50%	Tidak Akurat

METODE PENELITIAN

Jenis penelitian ini adalah penelitian teoritis karena menggunakan teori yang berdasarkan studi literatur dan juga penelitian kuantitatif karena penelitian ini menggunakan data numerik dari historis harga saham untuk memprediksi keakuratan model pergerakan harga saham dengan pembagian dividen menggunakan model GBM dan Simulasi Monte Carlo.

Jenis data yang digunakan adalah data sekunder yang bersumber dari *website* finance.yahoo.com. Data yang digunakan adalah harga penutupan (*Close*) harian saham selama satu tahun berdasarkan data historis harga saham salah satu bank di Indonesia selama periode 01 Januari 2024 sampai 31 Maret 2025. Data diperoleh sebanyak 295 data harga *close* saham harian, jumlah tersebut sudah mewakili hari aktif perdagangan saham selama periode waktu yang dipilih. Pada penelitian ini data dibagi menjadi 80% data *training* dan 20% data *testing* dari total keseluruhan data. Sehingga diperoleh data *training* sebanyak 236 data harga *close* saham harian dan data *testing* sebanyak 59 data harga *close* saham harian. Data *training* digunakan untuk melihat pola pergerakan hargasahamnya dan menentukan parameternya, sedangkan data *testing* digunakan untuk memeriksa keakuratan dari hasil simulasi model yang telah didapatkan.

Tahapan yang akan dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut yaitu melakukan studi literatur dari berbagai sumber yang berkaitan dengan topik penelitian, merekonstruksi model matematika yang akan digunakan untuk memodelkan harga saham, mengumpulkan data dari sumber, *preprocessing* data, mengolah data dengan menghitung parameter, menginput parameter ke dalam model matematika harga saham, simulasi harga saham, dan analisis hasil simulasi.

HASIL DAN PEMBAHASAN

MODEL HARGA SAHAM DENGAN PEMBAGIAN DIVIDEN

Pada model GBM tanpa pembagian dividen terdapat μ sebagai bagian deterministik atau bagian yang dapat diprediksi, kemudian ketika diasumsikan terdapat q sebagai tingkat dividen dan dividen yang dibagikan dalam bentuk dividen kontinu yang dibagikan secara terus-menerus sepanjang waktu maka q mengurangi μ dengan q adalah tingkat dividen yield kontinu. Pada penelitian ini diasumsikan terdapat pembagian dividen secara kontinu, pembagian dividen ini mengurangi tingkat pengembalian yang diterima oleh investor, sehingga *drift* dalam persamaan stokastik berkurang dari μ menjadi $\mu - q$ sehingga persamaan diferensial stokastiknya menjadi sebagai berikut:

$$dS_t = (\mu - q)S_t dt + \sigma S_t dW_t \quad (10)$$

Penurunan model GBM untuk harga saham dengan menerapkan teorema Ito dan misalkan fungsi $f(S_t) = \ln(S_t)$, dimana $f'(S_t) = \frac{1}{S_t}$ dan $f''(S_t) = -\frac{1}{S_t^2}$. Selanjutnya substitusi ke Lemma Ito dengan melakukan tahap integrasi dan eksponensial sehingga didapatkan model harga saham dengan pembagian dividen menggunakan GBM adalah sebagai berikut:

$$S_T = S_t e^{((\mu - q) - \frac{1}{2}\sigma^2)(T - t) + \sigma\sqrt{(T - t)}Z} \quad (11)$$

Di mana S_t adalah harga awal saham, S_T adalah harga saham pada waktu T , μ adalah tingkat pengembalian yang diharapkan *drift*, σ adalah volatilitas atau standar deviasi dari tingkat pengembalian saham dan q adalah tingkat dividen yield kontinu.

ESTIMASI PARAMETER

Setelah didapatkan model harga saham dengan pembagian dividen, tahap selanjutnya adalah estimasi parameter.

1. Perhitungan Dividen

$$\begin{aligned} \text{Dividen total} &= D1 + D2 + \dots + Dn \\ &= 227.50 + 50.00 \\ &= 277.50 \end{aligned}$$

Menghitung harga saham rata-rata,

$$\begin{aligned} P_{\text{rata-rata}} &= \sum_{t=1}^{n=236} P_t \\ &= \frac{9425+9350+9475+\dots+9675}{236} \\ &\approx 9981,2236 \end{aligned}$$

Selanjutnya, hitung dividen yield diskritnya

$$\begin{aligned} y &= \frac{\text{Dividen total}}{\text{Harga saham rata-rata}} \\ &= \frac{277.50}{9981,2236} \\ &\approx 0,0278 \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh tingkat dividen yield kontinunya adalah

$$\begin{aligned} q &= \ln(1 + y) \\ &= \ln(1 + 0,0278) \\ &\approx 0,027 \end{aligned}$$

2. Perhitungan Return

Hasil dari perhitungan *return* adalah sebagai berikut:

Tabel 2. *Return* Harian

t	R_t
2	-0,007
3	0,0132
4	0,0104

t	R_t
5	0
...	...
236	0,0051

3. Perhitungan *Drift*

Drift dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{1}{236} \sum_{t=1}^{n=236} R_t \\ &= \frac{1}{236} (0,0391) \\ &\approx 0,0001\end{aligned}$$

Sehingga *drift* tahunannya adalah

$$\begin{aligned}\text{Drift Tahunan} &= \mu \times 236 \\ &= 0,0001 \times 236 \\ &\approx 0,0391\end{aligned}$$

4. Perhitungan Volatilitas

Diperoleh volatilitasnya adalah

$$\begin{aligned}\sigma &= \sqrt{\frac{1}{236} (0,0457)} \\ &\approx \sqrt{0,0001946} \\ &\approx 0,0139\end{aligned}$$

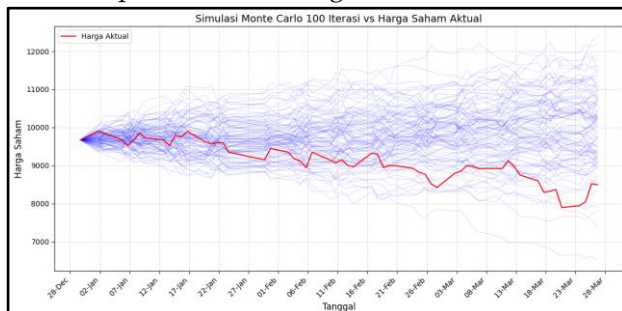
MODEL GBM DENGAN PEMBAGIAN DIVIDEN

Setelah estimasi parameter maka diperoleh model harga saham dengan pembagian dividen menggunakan GBM pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

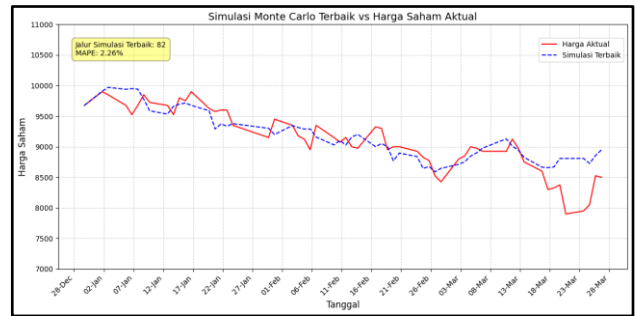
$$S_T = S_t e^{\left[\left((0,0391 - 0,0274) - \frac{1}{2} (0,2174)^2 \right) (T-t) + [0,2174 \sqrt{(T-t)} Z] \right]}$$

SIMULASI MONTE CARLO

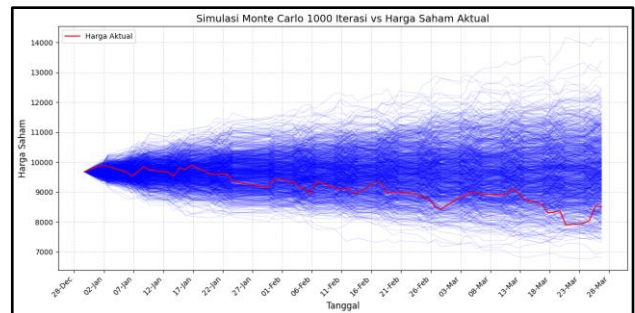
Simulasi Monte Carlo dilakukan dengan beberapa kali iterasi yaitu sebanyak 100, 1000, 10000, 100000 diperoleh hasil sebagai berikut:



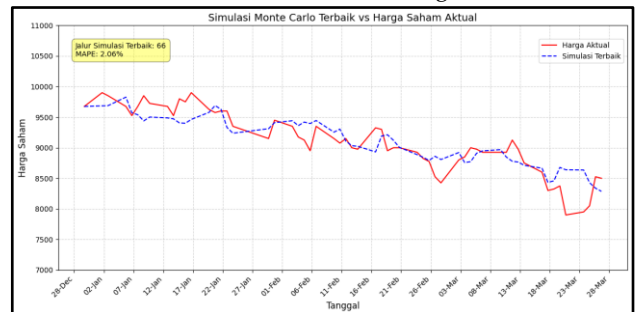
Gambar 1. Simulasi Monte Carlo dengan 100 Iterasi



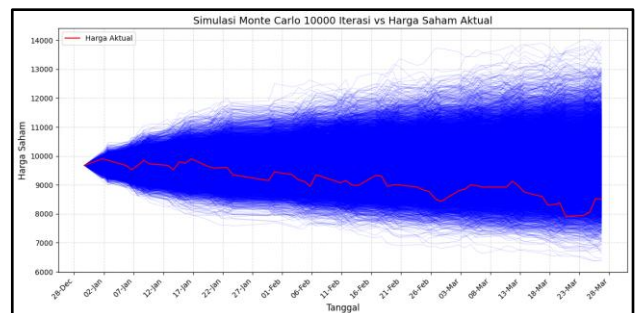
Gambar 2. Simulasi Terbaik ketika 100 Iterasi vs Harga Saham Aktual



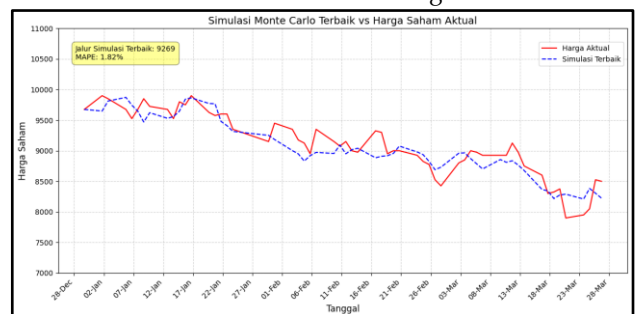
Gambar 3. Simulasi Monte Carlo dengan 1000 Iterasi



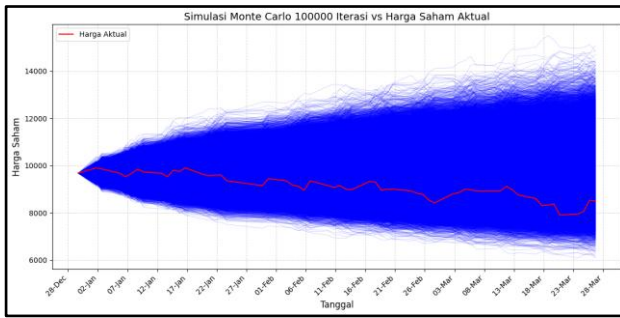
Gambar 4. Simulasi Terbaik ketika 1000 Iterasi vs Harga Saham Aktual



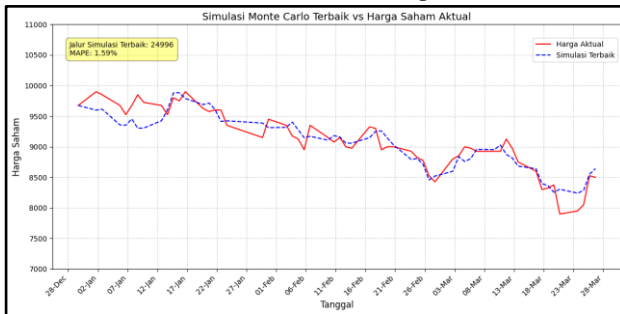
Gambar 5. Simulasi Monte Carlo dengan 10000 Iterasi



Gambar 6. Simulasi Terbaik ketika 10000 Iterasi vs Harga Saham Aktual



Gambar 7. Simulasi Monte Carlo dengan 100000 Iterasi



Gambar 8. Simulasi Terbaik ketika 100000 Iterasi vs Harga Saham Aktual

Dari hasil simulasi Monte Carlo dengan beberapa iterasi dapat dinyatakan dalam tabel sebagai berikut:

Tabel 3. Keakuratan Model Berdasarkan Iterasi

Banyak Iterasi	Nilai MAPE
100	2,26%
1000	2,06%
10000	1,82%
100000	1,59%

Berdasarkan simulasi Monte Carlo dengan beberapa iterasi yang sudah dilakukan dapat disimpulkan bahwa semakin banyak iterasi yang dilakukan maka menghasilkan nilai MAPE yang semakin kecil yang dapat diartikan bahwa prediksi harga saham yang diperoleh adalah semakin akurat mendekati harga saham aktual.

PENUTUP

SIMPULAN

Pada penelitian ini dapat disimpulkan, model matematika dalam memprediksi harga saham dengan pembagian dividen menggunakan metode GBM adalah sebagai berikut:

$$S_T = S_t e^{\left[\left((0,0391 - 0,0274) - \frac{1}{2}(0,2174)^2 \right) (T-t) + [0,2174\sqrt{(T-t)Z}] \right]}$$

Berdasarkan simulasi model dengan menggunakan simulasi Monte Carlo, didapatkan keakuratan nilai MAPE sebesar 1,59% ketika simulasi dilakukan dengan 100000 iterasi, yang

artinya dapat dikatakan tingkat keakuratan model tersebut dalam memprediksi harga saham adalah sangat akurat.

SARAN

Model GBM memiliki keterbatasan dalam memprediksi harga saham jangka panjang karena volatilitas diasumsikan konstan dan tidak mampu dalam menangkap lonjakan harga saham yang terjadi secara tiba-tiba. Bagi penelitian selanjutnya dapat menggunakan model yang lebih kompleks seperti model GBM yang termodifikasi kalman filter dengan konstrain, model *Jump Diffusion*, model GARCH, metode *machine learning* seperti *Long Short-Term Memory (LSTM)*, ARIMA atau SARIMA. Pendekatan tersebut diharapkan dapat memberikan hasil prediksi yang lebih akurat untuk jangka waktu yang lebih panjang dalam memprediksi harga saham yang terdapat pembagian dividen.

DAFTAR PUSTAKA

- Agbam, A. S., 2021. Stock prices prediction using geometric brownian motion: Analysis of the nigerian stock exchange. *Journal of Engineering and Applied Scientific Research*, 13(1). URL <http://www.cenresinjournals.com>
- Andriyani, I., 2014. Penentuan nilai opsi saham tipe eropa dengan pembagian dividen menggunakan constant elasticity of variance (cev).
- Aziz, M., Mintarti, S., dan Nadir, M., 2015. Manajemen Investasi Fundamental, Teknikal, Perilaku Investor dan Return Saham.
- Azizah, M., 2022. Perbandingan hybrid algoritma genetika dengan multilayer perceptron dan geometric brownian motion untuk memprediksi harga saham.
- Farida Agustini, W., Affianti, I. R., dan Putri, E. R. M., 2018. Stock price prediction using geometric brownian motion. *Journal of Physics: Conference Series*, 974(1).
- Gao, Z., dan Jing, J., 2024. Stock price forecasting with optimized long short-term memory network with manta ray foraging optimization. *IJACSA) International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, 15(8). URL www.ijacsa.thesai.org
- Higham, D. J., 2001. An algorithmic introduction to numerical simulation of stochastic differential equations. *SIAM Review*, 43(3), 525–546.
- Hull, J. C., 2009. Options, Futures, and Other Derivatives. Pearson Education, 7th ed.
- Ishak, N., Nordin, N., dan Rasedee, A. F. N., 2024.

- Asean-5 stock indexes predictions using geometric brownian motion. *Journal of Advanced Research in Applied Sciences and Engineering Technology*, 49(2), 264-277.
- Jaffar, M. M., Nazifah, S., dan Abidin, Z., 2012. A review on geometric motion in forecasting the share prices in bursa malaysia. *World Applied Sciences Journal*, 17, 87-93. URL <https://www.researchgate.net/publication/325986792>
- Nasution, M. S., 2023. Return Saham pada Industri Manufaktur di Bursa Efek Indonesia. Eureka Media Aksara.
- Parungrojat, N., dan Kidsom, A., 2016. Stock price forecasting: Geometric brownian motion and monte carlo simulation techniques. *Journal of Business Administration*.
- Ramadhian Ningrum, A., dan Seru, F., 2022. Penerapan gerak brown geometrik untuk memprediksi harga saham pt. astra international tbk. pada masa pandemi covid-19. *J. Ris. & Ap. Mat*, 06(02), 93-104.
- Rasyidah, S. A., dan Maulana, D. A., 2024. Prediksi harga saham pt. goto gojek-tokopedia menggunakan geometric brownian motion termodifikasi kalman filter dengan konstrain. *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika*, 12(3), 704-713.
- Suryawan, H. P., 2025. Landasan Analisis Stokastik. Sanata Dharma University Press.
- Trimono, T., Di Asih, I. M., dan Ispriyanti, D., 2017. Pemodelan harga saham dengan geometric brownian motion dan value at risk pt ciputra development tbk. *Jurnal Gaussian*, 6(2), 261-270.
- Wardhani, R. S., Vehtasvili, S. E., Aprilian, R. I., Yanto, S. E., Suhdi, S. S. T., Anggraeni Yunita, S. E., dan Duwi Agustina, S. E., 2022. Mengenal Saham.
- Zhang, Y., 2020. The value of monte carlo model-based variance reduction technology in the pricing of financial derivatives. *PLoS ONE*, 15(2).