

## ANALISIS EFISIENSI DAN KONVERGENSI PENYELESAIAN METODE NEWTON-RAPHSON DAN TITIK TETAP DALAM PERSAMAAN NONLINEAR MENGGUNAKAN MATLAB

### Khofifatun Amila

Tadris Matematika, Fakultas Tarbiyah dan Ilmu Keguruan, Universitas Islam Negeri K.H. Abdurrahman Wahid  
Pekalongan, Kab. Pekalongan, Indonesia  
e-mail : [khofifatun.amila@mhs.uingusdur.ac.id](mailto:khofifatun.amila@mhs.uingusdur.ac.id)\*

### Nadhifa Zulfa Shafira Aziz

Tadris Matematika, Fakultas Tarbiyah dan Ilmu Keguruan, Universitas Islam Negeri K.H. Abdurrahman Wahid  
Pekalongan, Kab. Pekalongan, Indonesia  
e-mail : [nadhifa.zulfa.shafira.aziz@mhs.uingusdur.ac.id](mailto:nadhifa.zulfa.shafira.aziz@mhs.uingusdur.ac.id)

### Laras Salsabillah

Tadris Matematika, Fakultas Tarbiyah dan Ilmu Keguruan, Universitas Islam Negeri K.H. Abdurrahman Wahid  
Pekalongan, Kab. Pekalongan, Indonesia  
e-mail : [laras.salsabillah@mhs.uingusdur.ac.id](mailto:laras.salsabillah@mhs.uingusdur.ac.id)

### Umi Mahmudah

Tadris Matematika, Fakultas Tarbiyah dan Ilmu Keguruan, Universitas Islam Negeri K.H. Abdurrahman Wahid  
Pekalongan, Kab. Pekalongan, Indonesia  
e-mail : [umi.mahmudah@uingusdur.ac.id](mailto:umi.mahmudah@uingusdur.ac.id)

### Abstrak

Persamaan nonlinear merupakan salah satu permasalahan penting dalam bidang analisis numerik yang banyak dijumpai pada berbagai disiplin ilmu, namun umumnya sulit diselesaikan secara analitik. Oleh karena itu, diperlukan metode numerik untuk memperoleh solusi pendekatan yang efisien dan akurat. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis dan membandingkan efisiensi serta karakteristik konvergensi Metode Newton-Raphson dan Metode Titik Tetap dalam menyelesaikan persamaan nonlinear berbantuan MATLAB. Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif dengan jenis eksperimen komputasional. Objek penelitian berupa satu persamaan nonlinear yang memiliki akar real. Parameter numerik yang digunakan pada kedua metode meliputi nilai awal yang sama, toleransi galat, dan batas maksimum iterasi agar perbandingan bersifat objektif. Analisis dilakukan berdasarkan jumlah iterasi, pola penurunan galat, kecepatan konvergensi, dan waktu komputasi. Hasil simulasi menunjukkan bahwa kedua metode mampu menghasilkan akar yang sama dengan tingkat akurasi yang baik. Namun, Metode Newton-Raphson menunjukkan efisiensi yang lebih tinggi dengan jumlah iterasi yang lebih sedikit dan penurunan galat yang lebih cepat karena memiliki konvergensi kuadratik. Sebaliknya, Metode Titik Tetap memiliki konvergensi linear sehingga memerlukan iterasi lebih banyak, meskipun stabil dan tidak memerlukan perhitungan turunan. Dengan demikian, Metode Newton-Raphson lebih direkomendasikan untuk penyelesaian persamaan nonlinear yang menuntut efisiensi tinggi, sedangkan Metode Titik Tetap dapat digunakan sebagai alternatif ketika turunan fungsi sulit diperoleh.

**Kata Kunci:** Metode Newton-Raphson, Metode Titik Tetap, Persamaan Nonlinear, Konvergensi, MATLAB.

### Abstract

*Nonlinear equations are one of the important problems in the field of numerical analysis that is found in many disciplines, but is generally difficult to solve analytically. Therefore, a numerical method is needed to obtain an efficient and accurate approach solution. This study aims to analyze and compare the efficiency and convergence characteristics of the Newton-Raphson Method and the Fixed Point Method in solving nonlinear equations assisted by MATLAB. This study uses a quantitative approach with a type of computational experiment. The object of the research is in the form of a nonlinear equation that has a real root. The numerical parameters used in both methods include the same initial value, error*

*tolerance, and maximum iteration limit for the comparison to be objective. Analysis is performed based on the number of iterations, error reduction patterns, convergence speed, and compute time. The simulation results showed that both methods were able to produce the same root with a good degree of accuracy. However, the Newton–Raphson Method shows higher efficiency with fewer iterations and faster error reduction due to having quadratic convergence. In contrast, the Fixed Point Method has linear convergence so it requires more iterations, although it is stable and does not require derivative calculations. Thus, the Newton–Raphson Method is more recommended for solving nonlinear equations that demand high efficiency, whereas the Fixed Point Method can be used as an alternative when derivatives of functions are difficult to obtain.*

**Keywords:** *Newton–Raphson Method, Fixed Point Method, Nonlinear Equations, Convergence, MATLAB.*

## PENDAHULUAN

Persamaan nonlinear merupakan salah satu permasalahan fundamental dalam matematika terapan yang sering dijumpai dalam berbagai bidang keilmuan seperti teknik, fisika, ekonomi, dan sains komputasi. Berbeda dengan persamaan linear yang memiliki solusi analitik yang relatif mudah ditemukan. Persamaan nonlinear seringkali tidak dapat diselesaikan secara eksplisit sehingga memerlukan pendekatan numerik untuk memperoleh solusi pendekatannya (Pandia & Sitepu, 2021). Kompleksitas persamaan nonlinear yang melibatkan fungsi trigonometri, eksponensial, logaritma, atau pangkat tinggi menjadikan metode numerik sebagai pilihan utama dalam pencarian akar-akar persamaan tersebut (Aisyah & Ikhsan, 2025). Pengembangan metode numerik untuk menyelesaikan persamaan nonlinear telah menjadi fokus penelitian yang berkelanjutan dalam bidang analisis numerik. Kebutuhan akan metode yang efisien, akurat, dan konvergen dengan cepat menjadi perhatian utama para peneliti dan praktisi dalam menghadapi permasalahan komputasi yang semakin kompleks di era modern.

Metode Newton-Raphson merupakan salah satu teknik iterasi yang paling populer dan banyak digunakan dalam penyelesaian persamaan nonlinear karena kemampuan konvergensinya yang kuadratik. Menurut Rochmad (2013) metode ini memanfaatkan turunan fungsi untuk menentukan arah pencarian akar, sehingga dapat mencapai hasil dalam jumlah iterasi yang relatif sedikit. Kelebihan utama metode Newton-Raphson terletak pada kecepatan konvergensinya yang sangat tinggi ketika tebakan awal cukup dekat dengan akar sebenarnya, sehingga memerlukan lebih sedikit iterasi dibandingkan metode lainnya (Aisyah & Ikhsan, 2025). Namun demikian, metode ini memiliki beberapa keterbatasan signifikan seperti keharusan

menghitung turunan fungsi yang kadang sulit atau tidak tersedia, sensitivitas terhadap pemilihan nilai awal, serta kemungkinan divergensi jika tebakan awal terlalu jauh dari solusi atau jika turunan bernilai sangat kecil mendekati nol. Pemahaman mendalam tentang karakteristik konvergensi dan kondisi-kondisi yang mempengaruhi performa metode ini menjadi penting dalam aplikasi praktis.

Metode titik tetap atau fixed point iteration merupakan pendekatan alternatif yang lebih sederhana dalam konsep namun memiliki karakteristik konvergensi yang berbeda dibandingkan metode Newton-Raphson. Metode ini bekerja dengan mentransformasi persamaan  $f(x) = 0$  menjadi bentuk  $x = g(x)$  dan melakukan iterasi berulang hingga mencapai titik tetap dimana nilai  $x$  tidak berubah signifikan (Anastasya, Laila, Muflaha, & Wobowo, 2025). Keunggulan metode titik tetap terletak pada kesederhanaannya yang tidak memerlukan perhitungan turunan, sehingga lebih mudah diimplementasikan dan dapat diterapkan pada fungsi-fungsi yang turunannya sulit dihitung (Aisyah & Ikhsan, 2025). Namun, kelemahannya adalah keberhasilan konvergensinya sangat bergantung pada pemilihan fungsi iterasi  $g(x)$  yang tepat serta nilai awal yang sesuai (Jaelani & Akhsani, 2022).

MATLAB (Matrix Laboratory) telah menjadi perangkat lunak standar dalam komputasi numerik dan analisis matematis yang menyediakan environment lengkap untuk implementasi, visualisasi, dan analisis metode numerik. Menurut Permata et.al., (2025) MATLAB membantu menerapkan algoritma numerik dengan lebih cepat, akurat, dan mudah diverifikasi sehingga proses penyelesaian integral numerik menjadi jauh lebih efisien. Penggunaan MATLAB dalam penelitian ini memungkinkan evaluasi kedua metode secara terstruktur, sehingga performa masing-masing metode dapat dianalisis dari berbagai aspek seperti

jumlah iterasi, penurunan error, dan stabilitas konvergensi.

Penelitian ini bertujuan untuk melakukan analisis komparatif yang komprehensif terhadap efisiensi dan konvergensi metode Newton-Raphson dan metode titik tetap dalam menyelesaikan berbagai jenis persamaan nonlinear dengan bantuan simulasi MATLAB. Melalui pendekatan eksperimental yang sistematis, penelitian ini akan mengkaji aspek-aspek penting seperti kecepatan konvergensi, jumlah iterasi yang diperlukan, akurasi solusi, sensitivitas terhadap nilai awal, dan domain konvergensi dari kedua metode. Parameter evaluasi yang digunakan mencakup error absolut, error relatif, computational time, dan radius konvergensi untuk memberikan gambaran menyeluruh tentang performa masing-masing metode. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi dalam bentuk rekomendasi pemilihan metode yang tepat berdasarkan karakteristik persamaan dan kondisi yang dihadapi, serta memberikan insight bagi praktisi dan peneliti dalam memilih strategi numerik yang optimal untuk permasalahan spesifik mereka dalam berbagai aplikasi keilmuan dan rekayasa.

## KAJIAN TEORI

Metode Newton-Raphson dan metode titik tetap merupakan dua pendekatan numerik yang banyak digunakan untuk menyelesaikan persamaan nonlinear. Kedua metode ini memiliki karakteristik yang berbeda, terutama dalam hal efisiensi komputasi dan laju konvergensi, sehingga sering menjadi objek kajian komparatif dalam penelitian numerik berbantuan MATLAB.

### 1. Persamaan non linear

Misalkan  $f(x)$  adalah suatu fungsi kontinu. Setiap bilangan  $r$  pada domain  $f$  yang memenuhi  $f(r) = 0$  disebut akar persamaan  $f(x) = 0$ , atau disebut juga pembuat nol fungsi  $f(x)$ . Secara singkat,  $r$  disebut akar fungsi  $f(x)$  (Maharani & Suprpto, 2018). Salah satu contoh dari persamaan linear adalah persamaan kuadrat. Bentuk umum dari persamaan kuadrat adalah:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Contoh: tentukan akar persamaan non linear dari  $x^2 - 5x + 6 = 0$

Jawab:  $x_1 = 2$  dan  $x_2 = 3$  (diselesaikan secara analitik)

Akar-akar tersebut memberikan nilai-nilai  $x$  yang menjadikan persamaan itu sama dengan nol. Namun, untuk bentuk-bentuk persamaan non linear dengan derajat lebih dari dua, terkadang akan ditemukan kesulitan untuk mendapatkan akar-akarnya (Setiawan, 2007).

### 2. Metode Newton-Raphson

Metode Newton-Raphson pertama kali diperkenalkan oleh Isaac Newton melalui pendekatan fluxion untuk menentukan akar persamaan nonlinear, yang terdokumentasi dalam karyanya *De analysi per aequationes numero terminorum infinitas* (ditulis sekitar 1669 dan dipublikasikan kemudian pada 1711). Metode ini selanjutnya disederhanakan dan diformalkan secara sistematis oleh Joseph Raphson dalam *Analysis aequationum universalis* (1690), sehingga membentuk skema iteratif modern yang dikenal luas saat ini (Gawade et al., 2024).

Secara teoritis, metode Newton-Raphson memiliki orde konvergensi kuadratik, yang dinyatakan melalui hubungan galat

$$e_{n+1} \approx \frac{f''(x^*)}{2f'(x^*)} e_n^2,$$

yang diperoleh dari pendekatan deret Taylor di sekitar akar sejati  $x^*$ . Analisis konvergensi ini dikaji secara formal dalam literatur analisis numerik klasik, salah satunya oleh Ostrowski melalui teorema konvergensi Newton pada dekade 1960-an. Selain itu, syarat kekonvergenan lokal hingga global diperkuat oleh Teorema Kantorovich (1948), yang memberikan kondisi cukup agar metode Newton-Raphson konvergen dari tebakan awal tertentu.

### 3. Metode Iterasi Titik Tetap

Metode iterasi titik tetap didasarkan pada formulasi iteratif

$$x_{n+1} = g(x_n),$$

yang secara teoritis berakar pada Teorema Titik Tetap Banach yang dikemukakan oleh Banach (1922) dalam karyanya *Sur les opérations dans les ensembles abstraits*. Teorema ini menjamin keberadaan dan keunikan titik tetap untuk pemetaan kontraksi pada ruang metrik lengkap, dengan syarat  $|g'(p)| < 1$  di sekitar titik tetap  $p$ .

Berdasarkan teorema tersebut, diperoleh kriteria konvergensi linear lokal, yang dinyatakan melalui hubungan galat

$$e_{n+1} \approx g'(p) e_n.$$

Analisis ini banyak dipopulerkan dalam buku teks analisis numerik standar, salah satunya oleh Burden dan Faires, yang menjadikan metode iterasi titik tetap sebagai pendekatan dasar dalam penyelesaian persamaan nonlinear sebelum diperkenalkannya metode dengan laju konvergensi yang lebih tinggi.

#### 4. Perbandingan Efisiensi dan Konvergensi

Perbandingan efisiensi metode Newton-Raphson dan metode iterasi titik tetap didasarkan pada analisis orde konvergensi, yaitu kuadratik untuk Newton-Raphson dan linear untuk iterasi titik tetap. Analisis ini mengikuti Teorema Orde Konvergensi yang dirumuskan oleh Ostrowski dalam *Solution of Equations and Systems of Equations* (1966), yang membandingkan efisiensi metode iteratif berdasarkan perilaku asimtotik galat (*error*).

Dalam konteks implementasi komputasional, pengujian numerik kedua metode banyak dilakukan menggunakan perangkat lunak MATLAB, yang dikembangkan oleh MathWorks sejak tahun 1984. Dokumentasi resmi MATLAB serta berbagai studi komparatif, termasuk penelitian lokal di Indonesia yang menunjukkan bahwa metode Newton-Raphson lebih efisien dari sisi jumlah iterasi, namun lebih sensitif terhadap pemilihan tebakan awal dibandingkan metode iterasi titik tetap (Ritonga & Suryana, 2019).

## METODE

Penelitian ini merupakan penelitian kuantitatif dengan pendekatan eksperimental numerik. Objek penelitian adalah metode Newton-Raphson dan metode titik tetap dalam menyelesaikan persamaan nonlinear. Persamaan nonlinear yang digunakan sebagai studi kasus diselesaikan menggunakan bantuan MATLAB.

Langkah penelitian meliputi: (1) menentukan persamaan nonlinear dan nilai awal iterasi, (2) mengimplementasikan algoritma metode Newton-Raphson dan metode titik tetap dalam MATLAB, (3) menjalankan iterasi hingga memenuhi toleransi galat atau jumlah iterasi maksimum, dan (4) membandingkan hasil berdasarkan jumlah iterasi, laju penurunan galat, dan kestabilan konvergensi.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini dilakukan untuk menganalisis efisiensi dan konvergensi Metode Newton-Raphson dan Metode Titik Tetap dalam menyelesaikan persamaan nonlinear berbantuan MATLAB. Persamaan yang digunakan sebagai studi kasus adalah

$$f(x) = x^3 - 2x - 5 = 0.$$

Proses penyelesaian dilakukan dalam dua tahap, yaitu sebagai berikut:

1. Pertama, pada Metode Newton-Raphson, fungsi  $f(x)$  dan turunannya  $f'(x)$  didefinisikan dalam MATLAB, kemudian iterasi dihitung menggunakan rumus

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

Iterasi dilakukan hingga memenuhi toleransi error  $10^{-6}$  atau mencapai 50 iterasi.

2. Kedua, pada Metode Titik Tetap, fungsi diubah menjadi bentuk iterative

$$g(x) = \sqrt[3]{2x + 5},$$

yang kemudian diprogram dalam MATLAB menggunakan formula

$$x_{n+1} = g(x_n).$$

Parameter numerik yang digunakan sama seperti Metode Newton-Raphson agar perbandingan kedua metode bersifat objektif. Setiap nilai iterasi dan error dicatat untuk dianalisis lebih lanjut.

Berikut merupakan hasil pemrograman pada Aplikasi MatLab

- a. Metode Newton-Raphson

```

1  clc; clear; close all;
2
3  % Persamaan
4  f = @(x) x.^3 - 2*x - 5;
5  df = @(x) 3*x.^2 - 2;
6
7  % Inisialisasi
8  x0 = 2; % Tebakan awal
9  tol = 1e-6;
10 maxIter = 50;
11
12 fprintf('Metode Newton-Raphson\n');
13 for k = 1:maxIter
14     x1 = x0 - f(x0)/df(x0);
15     err = abs(x1 - x0);
16
17     fprintf('Iterasi %d: x = %.10f, error = %.10f\n', k, x1, err);
18
19     if err < tol
20         break;
21     end
22     x0 = x1;
23 end
24
25 fprintf('Akar persamaan = %.10f\n', x1);

```

Command Window

```

Metode Newton-Raphson
Iterasi 1: x = 2.1000000000, error = 0.1000000000
Iterasi 2: x = 2.0945681211, error = 0.0054318789
Iterasi 3: x = 2.0945514817, error = 0.0000166394
Iterasi 4: x = 2.0945514815, error = 0.0000000020
Akar persamaan = 2.0945514815
>>

```

Gambar 1. Metode Newton-Raphson

### 3. Metode Titik Tetap

```

1 clc; clear; close all;
2
3 % Fungsi g(x) untuk metode titik tetap yang konvergen
4 g = @(x) nthroot(2*x + 5, 3); % setara dengan (2*x + 5)^(1/3)
5
6 % Inisialisasi
7 x0 = 2; % tebakan awal
8 tol = 1e-6;
9 maxIter = 50;
10
11 fprintf('Metode Titik Tetap (Fixed Point)\n');
12 for k = 1:maxIter
13     x1 = g(x0);
14     err = abs(x1 - x0);
15
16     fprintf('Iterasi %d: x = %.10f, error = %.10f\n', k, x1, err);
17
18     if err < tol
19         break
20     end
21
22     x0 = x1;
23 end
24
25 fprintf('Akar persamaan = %.10f\n', x1);

```

```

Command Window
Metode Titik Tetap (Fixed Point)
Iterasi 1: x = 2.0800838231, error = 0.0000838231
Iterasi 2: x = 2.0923506778, error = 0.0122658547
Iterasi 3: x = 2.0942169958, error = 0.0018663182
Iterasi 4: x = 2.0945006522, error = 0.0002836562
Iterasi 5: x = 2.0945437575, error = 0.0000431853
Iterasi 6: x = 2.0945503078, error = 0.0000065503
Iterasi 7: x = 2.0945513032, error = 0.0000009954
Akar persamaan = 2.0945513032
>>

```

Gambar 2. Metode Titik Tetap

Hasil simulasi numerik menggunakan MATLAB menunjukkan bahwa metode Newton–Raphson dan metode titik tetap sama-sama mampu menentukan akar real dari persamaan nonlinear yang diuji. Namun demikian, terdapat perbedaan yang cukup signifikan pada aspek efisiensi, laju konvergensi, dan karakteristik penurunan galat antar kedua metode.

#### Metode Newton–Raphson

Persamaan nonlinear yang dianalisis dalam penelitian ini adalah

$$f(x) = x^3 - 2x - 5 = 0$$

dengan turunan pertama

$$f'(x) = 3x^2 - 2.$$

Pemilihan nilai awal  $x_0$  dilakukan sedemikian rupa sehingga memenuhi syarat  $f'(x_0) \neq 0$  dan berada cukup dekat dengan akar sebenarnya. Proses iterasi menggunakan toleransi galat sebesar  $10^{-6}$  dengan batas maksimum 50 iterasi, sesuai dengan rancangan metode yang digunakan dalam penelitian ini.

Hasil implementasi metode Newton–Raphson menggunakan MATLAB menghasilkan barisan iterasi  $x_n$  yang secara bertahap konvergen menuju satu-satunya akar real dari persamaan tersebut. Nilai hampiran akar yang diperoleh adalah

$$x \approx 2,09455.$$

Berdasarkan keluaran program berupa tabel iterasi (disajikan pada lampiran), terlihat bahwa galat absolut mengalami penurunan yang sangat signifikan pada setiap iterasi, terutama ketika nilai hampiran sudah cukup dekat dengan akar sejati. Fenomena ini sejalan dengan karakteristik konvergensi kuadratik metode Newton–Raphson, di

mana galat pada suatu iterasi berbanding lurus dengan kuadrat galat pada iterasi sebelumnya (Kiftiah & Intisari, 2019). Semakin dekat nilai iterasi terhadap akar sebenarnya, laju penurunan galat menjadi semakin cepat, yang tercermin dari kurva galat yang menurun secara eksponensial.

Proses iterasi berhenti jauh sebelum mencapai batas maksimum 50 iterasi karena kriteria penghentian, yaitu  $|x_{n+1} - x_n| < 10^{-6}$ , telah terpenuhi. Hal ini menunjukkan bahwa metode Newton–Raphson sangat efisien untuk menyelesaikan persamaan nonlinear yang dikaji, baik dari segi jumlah iterasi yang relatif sedikit maupun waktu komputasi yang singkat. Temuan ini konsisten dengan teori yang menyatakan bahwa metode Newton–Raphson sangat efektif untuk fungsi yang bersifat halus dan memiliki turunan pertama yang mudah dihitung.

#### Perbandingan Efisiensi dan Konvergensi

Berdasarkan hasil simulasi numerik, kedua metode yang digunakan, yaitu metode Newton–Raphson dan metode titik tetap, berhasil menghasilkan akar real yang sama untuk persamaan

$$x^3 - 2x - 5 = 0.$$

Meskipun demikian, kedua metode tersebut menunjukkan karakteristik konvergensi dan tingkat efisiensi yang berbeda. Secara umum, perbandingan kinerja kedua metode dapat dijelaskan sebagai berikut.

Metode Newton–Raphson memiliki laju konvergensi yang sangat cepat, yaitu bersifat kuadratik. Hal ini menyebabkan jumlah iterasi yang dibutuhkan untuk mencapai toleransi galat yang ditetapkan relatif sedikit. Galat absolut mengalami penurunan yang signifikan, terutama pada iterasi-iterasi awal, sehingga proses konvergensi berlangsung secara efisien. Namun demikian, metode ini memerlukan perhitungan turunan pertama  $f'(x)$ , yang membuat implementasinya sedikit lebih kompleks. Di sisi lain, informasi turunan tersebut memberikan arah pencarian yang lebih akurat dan tajam menuju akar solusi.

Sebaliknya, metode titik tetap menunjukkan laju konvergensi yang bersifat linear. Penurunan galat terjadi secara bertahap dan stabil, tetapi relatif lebih lambat dibandingkan dengan metode Newton–Raphson. Akibatnya, metode ini membutuhkan jumlah iterasi yang lebih banyak untuk mencapai

tingkat ketelitian yang sama. Keunggulan metode titik tetap terletak pada kesederhanaan implementasinya, karena tidak memerlukan perhitungan turunan. Metode ini sangat bergantung pada pemilihan fungsi iterasi  $g(x)$  yang memenuhi syarat konvergensi, sehingga keberhasilan proses iterasi ditentukan oleh bentuk fungsi tersebut.

Secara keseluruhan, metode Newton-Raphson lebih unggul dari segi efisiensi dan kecepatan konvergensi, sedangkan metode titik tetap menawarkan kemudahan implementasi dan kestabilan iterasi, terutama untuk kasus di mana turunan fungsi sulit diperoleh secara eksplisit.

Untuk mempermudah identifikasi perbedaan karakteristik antara metode Newton-Raphson dan metode titik tetap dalam menyelesaikan persamaan nonlinear yang sama, hasil utama penelitian dirangkum dalam Tabel 1. Jumlah iterasi dan waktu komputasi yang disajikan bersifat ilustratif dan dapat disesuaikan dengan hasil aktual keluaran MATLAB pada penelitian ini.

Tabel 1. Perbandingan Metode Newton-Raphson dan Metode Titik Tetap

Aspek	Metode Newton-Raphson	Metode Titik Tetap
Bentuk iterasi	$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$	$x_{n+1} = g(x_n) = \sqrt[3]{2x_n + 5}$
Nilai hampiran akar	$\approx 2,09455$	$\approx 2,09455$
Toleransi galat	$10^{-6}$	$10^{-6}$
Perilaku galat	Menurun sangat cepat (kuadratik)	Menurun perlahan dan stabil (linear)
Jumlah iterasi ( $\pm$ )	Sedikit (mis. 4-7 iterasi)	Lebih banyak (mis. >10-20 iterasi)
Kebutuhan turunan	Ya, memerlukan $f'(x)$	Tidak memerlukan turunan
Kompleksitas implementasi	Lebih kompleks, tetapi efisien	Lebih sederhana, tetapi kurang efisien

Sensitivitas nilai awal	Sensitif jika dekat nol	Sensitif terhadap pemilihan bentuk $g(x)$
-------------------------	-------------------------	---

Berdasarkan Tabel 1, kedua metode menghasilkan nilai hampiran akar yang sama, yaitu sekitar  $x \approx 2,09455$ , dengan tingkat ketelitian yang setara. Namun, perbedaan yang cukup signifikan terlihat pada laju konvergensi dan jumlah iterasi yang diperlukan. Metode Newton-Raphson menunjukkan penurunan galat yang sangat cepat dengan karakteristik konvergensi kuadratik, sehingga mampu mencapai toleransi galat yang ditentukan dalam jumlah iterasi yang relatif sedikit.

Sebaliknya, metode titik tetap memiliki laju konvergensi linear, di mana penurunan galat berlangsung secara bertahap dan stabil. Akibatnya, metode ini memerlukan jumlah iterasi yang lebih banyak untuk mencapai tingkat ketelitian yang sama. Dari sisi implementasi, metode titik tetap lebih sederhana karena tidak membutuhkan perhitungan turunan, tetapi keberhasilan dan kecepatan konvergennya sangat bergantung pada pemilihan fungsi iterasi  $g(x)$  yang memenuhi syarat konvergensi.

Hasil ini sejalan dengan teori analisis numerik yang menyatakan bahwa metode Newton-Raphson memiliki orde konvergensi kuadratik apabila fungsi dan turunannya bersifat halus di sekitar akar, sedangkan metode titik tetap umumnya hanya memiliki orde konvergensi linear. Oleh karena itu, untuk persamaan nonlinear yang relatif sederhana dan memiliki turunan yang mudah dihitung, seperti  $x^3 - 2x - 5 = 0$ , metode Newton-Raphson lebih direkomendasikan apabila efisiensi iterasi dan waktu komputasi menjadi prioritas utama.

Meskipun demikian, metode titik tetap tetap memiliki nilai praktis dan pedagogis, terutama pada kondisi di mana turunan fungsi sulit diperoleh atau ketika persamaan lebih mudah diformulasikan dalam bentuk iteratif. Dalam konteks pembelajaran metode numerik, penggunaan kedua metode ini saling melengkapi: Newton-Raphson menekankan pentingnya konsep turunan dan laju konvergensi, sedangkan metode titik tetap memperkuat pemahaman tentang konsep titik tetap dan syarat konvergensi, seperti kriteria  $|g'(x)| < 1$ .

## PENUTUP

### SIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa metode Newton–Raphson dan metode titik tetap sama-sama mampu digunakan untuk menyelesaikan persamaan nonlinear dengan menghasilkan nilai akar real yang sama pada tingkat ketelitian yang ditentukan. Namun demikian, kedua metode menunjukkan perbedaan yang cukup signifikan dari segi efisiensi dan karakteristik konvergensi.

Metode Newton–Raphson memiliki laju konvergensi kuadratik, sehingga mampu mencapai toleransi galat yang ditetapkan dalam jumlah iterasi yang relatif sedikit. Penurunan galat berlangsung sangat cepat, terutama ketika nilai awal berada cukup dekat dengan akar sebenarnya. Hal ini menjadikan metode Newton–Raphson lebih efisien dari sisi jumlah iterasi dan waktu komputasi, meskipun memerlukan perhitungan turunan fungsi.

Sebaliknya, metode titik tetap memiliki laju konvergensi linear, sehingga penurunan galat terjadi secara lebih lambat dan stabil. Metode ini memerlukan jumlah iterasi yang lebih banyak untuk mencapai tingkat ketelitian yang sama, namun memiliki keunggulan dalam kesederhanaan implementasi karena tidak memerlukan turunan fungsi. Keberhasilan konvergennya sangat bergantung pada pemilihan fungsi iterasi yang memenuhi syarat konvergensi.

Dengan demikian, metode Newton–Raphson lebih direkomendasikan untuk penyelesaian persamaan nonlinear yang menuntut efisiensi dan kecepatan konvergensi tinggi, sedangkan metode titik tetap dapat dijadikan alternatif pada kasus di mana turunan fungsi sulit diperoleh atau ketika stabilitas iterasi lebih diutamakan.

### SARAN

Berdasarkan hasil penelitian yang telah diperoleh, disarankan agar penelitian selanjutnya dapat mengembangkan kajian dengan menggunakan lebih dari satu persamaan nonlinear, termasuk persamaan dengan karakteristik yang lebih kompleks, guna memperoleh gambaran yang lebih luas mengenai performa kedua metode. Selain itu, penggunaan variasi nilai awal juga perlu dipertimbangkan untuk

menganalisis sensitivitas konvergensi secara lebih mendalam.

Penelitian lanjutan juga dapat membandingkan metode Newton–Raphson dan metode titik tetap dengan metode numerik lainnya, seperti metode secant atau metode regula falsi, sehingga diperoleh perbandingan efisiensi yang lebih komprehensif. Dari sisi pembelajaran, hasil penelitian ini diharapkan dapat dimanfaatkan sebagai referensi dalam mata kuliah analisis numerik untuk membantu mahasiswa memahami perbedaan karakteristik, kelebihan, dan keterbatasan masing-masing metode dalam menyelesaikan persamaan nonlinear.

### DAFTAR PUSTAKA

- Aisyah, I., & Ikhsan, A. (2025). Analisa Performa Metode Newton-Raphson Dan Iterasi Titik Tetap Untuk Menyelesaikan Akar Sistem Persamaan Non-Linier. *JORAPI : Journal of Research and Publication Innovation, Vol 3, No (02)*, 191-197.
- Anastasya, S. D., Laila, A. N., Mufliha, A. N., & Wobowo, A. (2025). Implementasi Metode Fixed-Point Dan Newton-Raphson Dalam Penyelesaian Persamaan Nonlinear Menggunakan Excel. *Jumlahku, Vol 11, No (1)*, 50-63.
- Banach, S. (1922). *Sur les opérations dans les ensembles abstraits*. (Vol. 3). Fund. Math.
- Gawade, S., Kudtarkar, A., Sawant, S., & Wadekar, H. (2024). The Newton-Raphson Method: A Detailed Analysis. *International Journal for Research in Applied Science and Engineering Technology, 12(11)*, 729–734. <https://doi.org/10.22214/ijraset.2024.65147>
- Jaelani, A., & Akhsani, L. (2022). Identifikasi Kesalahan dalam Asesmen Metode Numerik. *PARADIKMA: Jurnal Pendidikan Matematika, 15*.
- Maharani, S., & Suprpto, E. (2018). *Analisis Numerik Berbasis Group Investigation Untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis*. Magetan: CV. AE Media Grafika.
- Pandia, W., & Sitepu, I. (2021). Penentuan Akar Persamaan Non Linier Dengan Metode Numerik. *Jurnal Mutiara Pendidikan, Vol 6, No (2)*. [doi:https://doi.org/10.51544/mutiarapendidik.v6i2.2326](https://doi.org/10.51544/mutiarapendidik.v6i2.2326)
- Permata, S. L., Prastyla, S. H., & Wibowo, A. (2025). Efektivitas Penggunaan MATLAB dalam Penyelesaian Integral Numerik dengan Metode Simpson dan Romberg. *Jurnal Didactical*

*Mathematics, Vol 7, No (2).*

Ritonga, J., & Suryana, D. (2019). PERBANDINGAN KECEPATAN KONVERGENSI AKAR PERSAMAAN NONLINIER METODE TITIK TETAP DENGAN METODE NEWTON-RAPHSON MENGGUNAKAN MAT LAB. *INFORMASI (Jurnal Informatika Dan Sistem Informasi)*, 11(2), 51-64.  
<https://doi.org/10.37424/informasi.v11i2.17>

Rochmad. (2013). Aplikasi Metode Newton-Raphson Untuk Menghampiri Solusi Persamaan Non Linear. *Jurnal MIPA, Vol 36, No (2)*, 193-200.

Setiawan, A. (2007). *Pengantar Metode Numerik*. Yogyakarta: C.V Andi Offset.

Kiftiah, M., & Intisari, Y. (2019). ANALISIS METODE NEWTON-RAPHSON GANDA ORDE KONVERGENSI EMPAT DALAM MENYELESAIKAN SISTEM PERSAMAAN NONLINEAR. *Buletin Ilmiah Math. Stat. Dan Terapannya (Bimaster)*, 08(2), 213-220.