

Optimalisasi Distribusi Barang Menggunakan Algoritma Pada Minimum Cost Flow Dengan Alat Bantu Program Giden

Amelia Putri Ningtyas

Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Malang

Sapti Wahyuningsih

Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Malang

e-mail : sapti.wahyuningsih.fmipa@um.ac.id *

Abstrak

Minimum cost flow merupakan perkembangan model dari *network flow* yang mempertimbangkan aliran melalui sebuah jaringan dengan kapasitas sisi yang terbatas serta biaya atau jarak yang diberikan pada setiap sisi. Tujuan dari *minimum cost flow* adalah untuk menemukan rute dalam mengalirkan barang atau sumber daya pada suatu jaringan dari titik asal ke titik tujuan dengan total biaya minimum. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan *minimum cost flow* adalah dengan menggunakan Algoritma *Cycle Canceling*. Akan tetapi, penelitian terkait penerapan Algoritma *Cycle Canceling* secara khusus dalam konteks jaringan distribusi barang di berbagai sektor masih relatif terbatas. Hal ini menjadi fokus pada penelitian ini, yaitu bagaimana mengimplementasikan Algoritma *Cycle Canceling* dalam proses optimasi *minimum cost flow problem* pada jaringan distribusi barang. Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk mencari rute dan biaya distribusi minimum yang dapat menjadi alternatif solusi bagi perusahaan. Hasil dari penelitian ini adalah graf yang menghasilkan rute distribusi barang dengan total biaya distribusi minimum yaitu sebesar Rp 186.981.

Kata Kunci: teori graf, minimum cost flow, cycle canceling.

Abstract

Minimum cost flow is a development of a *network flow* model that considers the flow through a network with limited edge capacity and a given cost or distance on each edge. The goal of *minimum cost flow* is to find a route to flow goods or resources in a network from the origin to the destination point with a minimum total cost. One method that can be used to solve the *minimum cost flow* problem is by using the *Cycle Cancelling Algorithm*. However, research related to the application of the *Cycle Cancelling Algorithm* specifically in the context of goods distribution networks in various sectors is still relatively limited. This is the focus of this research, namely, how to implement the *Cycle Cancelling Algorithm* in the process of optimizing the *minimum cost flow* problem in goods distribution networks. The purpose of this research is to find the route and *minimum distribution costs* that can be an alternative solution for the company. The result of this research is a graph that produces a goods distribution route with a minimum total distribution cost of Rp 186,981.

Keywords: graph theory, minimum cost flow, cycle canceling.

PENDAHULUAN

Penggunaan teori graf sangat penting dalam menyelesaikan berbagai masalah sehari-hari karena dapat mempresentasikan hubungan antara objek dengan cara yang teratur dan efektif. Dalam kehidupan sehari-hari, penerapan ini dapat dilihat di berbagai bidang seperti pada bidang transportasi, kelistrikan, jaringan komputer, perencanaan perjalanan, penjadwalan, dan lainnya. Teori graf dapat dimanfaatkan dalam bidang pariwisata untuk memberikan rekomendasi wisata kuliner yang setidaknya memiliki satu jenis makanan yang sama (Amanda Iza Sofiani et al., 2025). Adapun dalam

bidang distribusi dan logistik teori graf dapat digunakan untuk mengidentifikasi rute pengiriman yang terpendek (Nur & Rahadjeng, 2021). Pada bidang manajemen lalu lintas, teori graf dapat digunakan untuk membantu mengoptimalkan durasi lampu lalu lintas pada daerah yang rawan terjadi kemacetan (Abdullah & Rahadjeng, 2022). Dengan penerapan teori graf, berbagai masalah kompleks yang melibatkan hubungan antar elemen dapat diselesaikan secara lebih optimal.

Salah satu konsep penting dalam teori graf yang banyak digunakan adalah *network flow*, yaitu model graf yang mempelajari bagaimana cara efektif

mengangkut zat atau informasi antar berbagai tempat. Pada tahun 1950-an, gagasan *network flow* pertama kali diusulkan untuk memecahkan masalah transportasi, yaitu bagaimana cara yang paling efisien untuk mengangkut barang dari satu tempat ke tempat lain. Dalam kehidupan sehari-hari *network flow* banyak diterapkan pada berbagai situasi, seperti perencanaan lalu lintas, transmisi data jaringan, sistem penyediaan air, dan desain dan optimalisasi jaringan listrik (Zhang, 2024). Seiring berkembangnya teknologi, penelitian terkait *network flow* semakin berkembang dan melahirkan variasi seperti *minimum cost flow*. *Minimum cost flow* merupakan model yang mempertimbangkan aliran melalui sebuah jaringan dengan kapasitas sisi yang terbatas serta biaya atau jarak yang diberikan pada setiap sisi (Rosso & Venturino, 2023). Persoalan *minimum cost flow* (MCF) ini telah lama menjadi topik yang menarik perhatian para peneliti dalam bidang teori graf.

Berbagai penelitian sebelumnya menunjukkan bahwa metode *minimum cost flow* efektif untuk menyelesaikan masalah. Yindong Shen dan Yuanyuan Li. (2023) melakukan penelitian dengan mengintegrasikan formulasi *minimum cost flow* untuk *vehicle scheduling problem* (VSP) dan *crew scheduling problem* (CSP) yang disebut dengan EVCSPM. Hasilnya, model mampu menghasilkan jadwal dengan jumlah kru serta total armada + kru yang lebih sedikit, dan biaya operasional rata-rata lebih rendah sekitar 8,7% (Shen & Li, 2023).

Penelitian lain oleh Heribertus Budi Santoso dkk (2022) memberikan solusi pada permasalahan *minimum cost flow* terkait kegiatan distribusi air minum (*gallon*). Hasil penelitian ini menyatakan biaya minimum terdiri dari biaya sopir 1 menuju Blitar Ponggok sejumlah Rp7.200.000.000, menuju Tulungagung Selatan sejumlah Rp3.300.000.000 dan menuju Blitar Perbatasan Malang sejumlah Rp4.830.000.000. Sedangkan sopir 2 menuju Tulungagung Selatan sejumlah Rp7.590.000.000, menuju Trenggalek sejumlah Rp9.450.000.000 dan menuju Malang Balekambang sejumlah Rp900.000.000. Sedangkan sopir 3 menuju Nganjuk sejumlah Rp9.990.000, dan menuju Malang balekambang sejumlah Rp5.250.000.000. Dari ketiga sopir, biaya optimum sebesar Rp48.510.000.000 (Santoso et al., 2022).

Penelitian-penelitian tersebut menunjukkan bahwa metode *minimum cost flow* terbukti efektif dalam menyelesaikan permasalahan terkait optimalisasi biaya. Untuk mendapatkan solusi biaya minimum tersebut, diperlukan metode penyelesaian yang tepat terhadap model *minimum cost flow*. Salah satu metode yang dapat digunakan adalah dengan menggunakan Algoritma *Cycle Canceling*. Algoritma ini mampu menghasilkan solusi secara iteratif dengan menemukan dan menghapus siklus yang memiliki biaya negatif dalam jaringan. Dengan menghilangkan siklus-siklus tersebut, biaya total distribusi dapat terus diturunkan hingga mencapai nilai optimal.

Namun, penelitian terkait penerapan Algoritma *Cycle Canceling* secara khusus dalam konteks jaringan distribusi barang masih relatif terbatas. Hal ini menjadi fokus pada penelitian ini, yaitu bagaimana menerapkan Algoritma *Cycle Canceling* untuk menyelesaikan permasalahan *minimum cost flow* pada jaringan distribusi barang. Adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk mencari rute dan biaya distribusi minimum yang dapat menjadi alternatif solusi bagi perusahaan.

KAJIAN TEORI

TEORI GRAF

Dalam matematika, teori graf adalah studi tentang graf, yaitu struktur matematika yang digunakan untuk memodelkan relasi antar objek. Graf dalam konteks ini terdiri dari simpul (juga disebut node atau titik) yang dihubungkan oleh sisi (juga disebut tautan atau garis (Meena, 2021)). Sering berkembangnya teknologi dan data, penerapan teori graf juga berkembang dan memengaruhi berbagai bidang ilmiah, teknik, dan social. Teori graf yang awalnya diperkenalkan melalui solusi Euler untuk masalah jembatan Königsberg pada abad ke-18, telah berkembang menjadi alat penting untuk memodelkan aliran, struktur, dan optimasi (Chawla, 2025).

MINIMUM COST FLOW PROBLEM

Masalah *minimum cost flow* merupakan model permasalahan dalam bidang optimasi jaringan yang memiliki tujuan untuk menentukan aliran yang layak dengan total biaya minimum melalui graf berarah dengan memenuhi batasan kapasitas, *supply-demand*, dan biaya setiap rute atau sisinya. Menurut Cruz-

Mejía & Letchford (2023) dalam masalah *minimum cost flow* diberikan sebuah graf berarah $G = (V, A)$. Setiap simpul $i \in V$ memiliki sebuah bilangan bulat b_i . Jika $b_i > 0$ disebut sebagai simpul sumber (*supply node*). Jika $b_i < 0$ disebut sebagai simpul permintaan (*demand node*). Diasumsikan bahwa $\sum_{i \in V} b_i = 0$. Setiap sisi $a \in A$ memiliki biaya $c_{ij} \in Z$ dan kapasitas $u_a \in Z_+$. Tujuannya adalah mengalirkan aliran melalui jaringan sedemikian rupa sehingga jumlah aliran yang keluar dari setiap simpul pemasok sama dengan b_i , jumlah aliran yang masuk ke setiap simpul tujuan sama dengan b_i , dan jumlah aliran yang melalui setiap sisi a tidak melebihi kapasitas (Cruz-Mejía & Letchford, 2023).

CYCLE CANCELING

Salah satu algoritma untuk menyelesaikan masalah *minimum cost flow* adalah Algoritma *Cycle Canceling*. Algoritma ini berlandaskan pada metode Ford-Fulkerson yang melakukan perbaikan solusi secara bertahap melalui proses iteratif. Prinsip utama dari algoritma ini adalah mencari siklus (cycle) dengan biaya total negatif pada graf residual. Apabila ditemukan siklus dengan biaya negatif, maka aliran (*flow*) akan dialirkan melalui siklus tersebut untuk menurunkan total biaya sistem. Proses ini dilakukan secara berulang hingga tidak ada lagi siklus dengan biaya negatif yang dapat ditemukan pada graf residual. Kondisi ini menandakan bahwa solusi yang diperoleh telah optimal (Wang et al., 2023).

METODE

Pada penelitian ini data yang digunakan adalah data nama-nama toko, jumlah permintaan setiap toko, jarak antara pusat dengan masing-masing toko, jarak antar toko, biaya pengiriman untuk setiap rute, dan kapasitas armada pengiriman. Teknik pengumpulan data dilakukan melalui studi dokumentasi berupa catatan distribusi perusahaan, wawancara terbatas dengan pihak yang terlibat langsung pada kegiatan distribusi untuk memperoleh informasi pendukung, serta pemetaan pada *Google Maps* untuk memperoleh data jarak toko.

Data penelitian yang telah dikumpulkan kemudian diolah dan dimodelkan ke dalam permasalahan *minimum cost flow*. Penentuan rute distribusi dan biaya distribusi yang optimal dilakukan dengan menggunakan Algoritma *Cycle*

Canceling pada *software* Giden. Program Giden digunakan sebagai alat bantu komputasi untuk memvisualisasikan graf berarah berbobot, menghitung aliran optimal, dan menentukan biaya distribusi minimum.

Terdapat dua tahap utama untuk menentukan rute dan biaya distribusi yang lebih optimal menggunakan *software* Giden. Tahap pertama adalah membentuk graf berarah dalam *software* Giden. Pada tahap ini dibentuk sebuah graf berarah berbobot yang mewakili rute distribusi dengan mengasumsikan simpul sebagai pusat dan toko yang memiliki bobot *supply* dan *demand*, serta sisi yang diasumsikan sebagai jalur distribusi yang memiliki arah aliran tertentu yang memuat dua jenis bobot, yaitu biaya pengiriman per rute dan kapasitas pengiriman. Tahap kedua adalah menjalankan Algoritma *Cycle Canceling* pada *software* Giden. Pada tahap ini program Giden akan mendeteksi siklus berbiaya negatif pada jaringan dan memperbarui aliran secara otomatis pada setiap iterasi hingga menghasilkan rute dan biaya distribusi yang optimal.

HASIL DAN PEMBAHASAN

DESKRIPS DATA

Data yang diperoleh adalah data distribusi barang yang berisi informasi mengenai lokasi asal, nama-nama toko tujuan, kapasitas maksimum setiap rute, serta nilai *supply* dan permintaan pada masing-masing lokasi. Terdapat satu pusat atau sumber yang memiliki total *supply* sebesar 145 barang dan 30 toko tujuan dengan total permintaan juga sebesar 145 barang, sedangkan kapasitas pengiriman pada setiap rute adalah 50 karton. Berikut daftar nama toko beserta jumlah permintaan barang.

Tabel 1. Daftar nama toko dan jumlah permintaan

No.	Nama Toko	Titik	Jumlah Permintaan (karton)
1	PT Sinergi Distribusi Utama Tulungagung	v_1	145 (<i>supply</i>)
2	Toko Cahaya	v_2	7
3	Toko Dua Putri	v_3	8
4	Rully Cells	v_4	5
5	Mekar Jaya	v_5	6

6	Bu Umi	v_6	8
7	Toko Linda	v_7	4
8	Ali Asroni	v_8	7
9	Ali Shodiq	v_9	5
10	Toko Baru	v_{10}	4
11	Sumber Makmur	v_{11}	6
12	Sorga Snack	v_{12}	4
13	Sumber Rejeki	v_{13}	5
14	Toko Aminudin	v_{14}	5
15	Toko Kuat	v_{15}	3
16	Toko Pak Baroji	v_{16}	7
17	Toko Suyati	v_{17}	5
18	Toko Jiman	v_{18}	4
19	Bu Nurhayati	v_{19}	4
20	Toko Doa Jaya	v_{20}	5
21	Toko Sido Lancar	v_{21}	6
22	Mak Yah Warkop	v_{22}	3
23	Sido Mampir	v_{23}	4
24	Toko Widarti	v_{24}	5
25	Bu Suparmi	v_{25}	6
26	Siti Aisah	v_{26}	4
27	Mbak Lis	v_{27}	7
28	Bu Solikah	v_{28}	3
29	Toko Pak No	v_{29}	2
30	Fatimah	v_{30}	3

Dari daftar nama-nama lokasi asal dan lokasi tujuan selanjutnya dilakukan pemetaan pada *Google Maps* untuk menentukan jarak dari pusat ke setiap toko dan jarak antar toko. Data jarak yang diperoleh kemudian digunakan untuk menentukan biaya distribusi per unit untuk setiap rute dengan menggunakan rumus berikut:

$$\text{cost} = \frac{\text{jarak (km)} \times \text{biayabensin tiap 1 km}}{\text{jumlah permintaan}}$$

Selanjutnya, data biaya dianalisis untuk diambil empat rute dengan biaya distribusi terendah pada masing-masing toko. Berikut data biaya yang diperoleh.

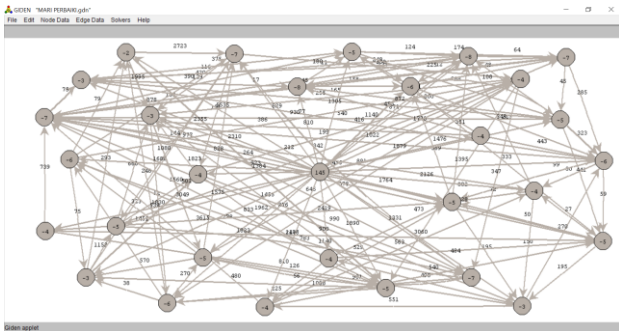
Tabel 2. Daftar biaya distribusi per unit

No	Rute	Cost	No	Rute	Cost
1	$v_1 - v_2$	Rp 829	74	$v_{13} - v_{12}$	Rp 27
2	$v_1 - v_3$	Rp 810	75	$v_{13} - v_{14}$	Rp 50
3	$v_1 - v_4$	Rp 1305	76	$v_{13} - v_{15}$	Rp 195
4	$v_1 - v_5$	Rp 1140	77	$v_{13} - v_{27}$	Rp 231
5	$v_1 - v_6$	Rp 872	78	$v_{14} - v_{15}$	Rp 195
6	$v_1 - v_7$	Rp 1778	79	$v_{14} - v_{27}$	Rp 264
7	$v_1 - v_8$	Rp 1022	80	$v_{14} - v_6$	Rp 351
8	$v_1 - v_9$	Rp 1476	81	$v_{14} - v_5$	Rp 369
9	$v_1 - v_{10}$	Rp 1879	82	$v_{15} - v_{11}$	Rp 270
10	$v_1 - v_{11}$	Rp 1395	83	$v_{15} - v_{27}$	Rp 276
11	$v_1 - v_{12}$	Rp 2126	84	$v_{15} - v_{18}$	Rp 495
12	$v_1 - v_{13}$	Rp 1728	85	$v_{15} - v_{19}$	Rp 551
13	$v_1 - v_{14}$	Rp 1764	86	$v_{16} - v_2$	Rp 456
14	$v_1 - v_{15}$	Rp 3060	87	$v_{16} - v_{20}$	Rp 981
15	$v_1 - v_{16}$	Rp 1331	88	$v_{16} - v_{21}$	Rp 1088
26	$v_1 - v_{17}$	Rp 1890	89	$v_{16} - v_{25}$	Rp 1140
17	$v_1 - v_{18}$	Rp 2419	90	$v_{17} - v_{20}$	Rp 126
18	$v_1 - v_{19}$	Rp 2475	91	$v_{17} - v_{21}$	Rp 225
19	$v_1 - v_{20}$	Rp 1962	92	$v_{17} - v_{25}$	Rp 278
20	$v_1 - v_{21}$	Rp 1823	93	$v_{17} - v_{22}$	Rp 480
21	$v_1 - v_{22}$	Rp 3615	94	$v_{18} - v_{19}$	Rp 56
22	$v_1 - v_{23}$	Rp 3049	95	$v_{18} - v_{14}$	Rp 473
23	$v_1 - v_{24}$	Rp 1575	96	$v_{18} - v_{15}$	Rp 495
24	$v_1 - v_{25}$	Rp 1823	97	$v_{18} - v_{27}$	Rp 501
25	$v_1 - v_{26}$	Rp 1384	98	$v_{19} - v_{14}$	Rp 529
26	$v_1 - v_{27}$	Rp 977	99	$v_{19} - v_{27}$	Rp 534
27	$v_1 - v_{28}$	Rp 2355	100	$v_{19} - v_{13}$	Rp 540
28	$v_1 - v_{29}$	Rp 5535	101	$v_{19} - v_{12}$	Rp 563
29	$v_1 - v_{30}$	Rp 2310	102	$v_{20} - v_{25}$	Rp 323
30	$v_2 - v_{24}$	Rp 144	103	$v_{20} - v_{22}$	Rp 570
31	$v_2 - v_{26}$	Rp 191	104	$v_{20} - v_2$	Rp 828
32	$v_2 - v_7$	Rp 248	105	$v_{20} - v_7$	Rp 891
33	$v_2 - v_{30}$	Rp 420	106	$v_{21} - v_{22}$	Rp 38
34	$v_3 - v_4$	Rp 11	107	$v_{21} - v_{25}$	Rp 53
35	$v_3 - v_6$	Rp 135	108	$v_{21} - v_{29}$	Rp 248
36	$v_3 - v_{27}$	Rp 135	109	$v_{21} - v_{20}$	Rp 270
37	$v_3 - v_5$	Rp 158	110	$v_{22} - v_{29}$	Rp 293
38	$v_4 - v_6$	Rp 124	111	$v_{22} - v_{24}$	Rp 1152
39	$v_4 - v_5$	Rp 150	112	$v_{22} - v_{26}$	Rp 1451
40	$v_4 - v_8$	Rp 174	113	$v_{22} - v_2$	Rp 1680
41	$v_4 - v_9$	Rp 288	114	$v_{23} - v_{27}$	Rp 739
42	$v_5 - v_8$	Rp 48	115	$v_{23} - v_{15}$	Rp 810
43	$v_5 - v_9$	Rp 108	116	$v_{23} - v_{14}$	Rp 833
44	$v_5 - v_{11}$	Rp 225	117	$v_{23} - v_{13}$	Rp 900
45	$v_5 - v_{13}$	Rp 333	118	$v_{24} - v_{26}$	Rp 12
46	$v_6 - v_5$	Rp 12	119	$v_{24} - v_7$	Rp 342
47	$v_6 - v_{27}$	Rp 17	120	$v_{24} - v_{30}$	Rp 660
48	$v_6 - v_8$	Rp 64	121	$v_{24} - v_{16}$	Rp 783
49	$v_6 - v_{28}$	Rp 116	122	$v_{25} - v_{22}$	Rp 75
50	$v_7 - v_{30}$	Rp 165	123	$v_{25} - v_{29}$	Rp 79

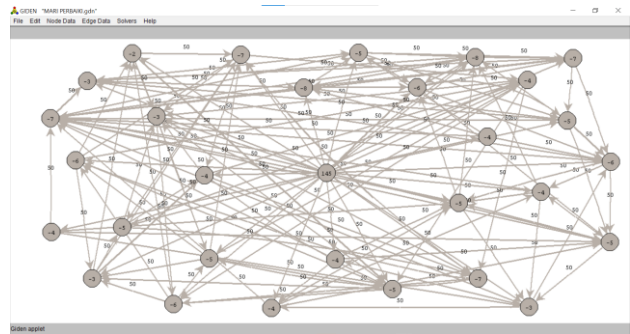
51	$v_7 - v_{16}$	Rp 347	124	$v_{25} - v_2$	Rp 878
52	$v_7 - v_{21}$	Rp 878	125	$v_{25} - v_7$	Rp 930
53	$v_7 - v_{17}$	Rp 882	126	$v_{26} - v_7$	Rp 342
54	$v_8 - v_9$	Rp 45	127	$v_{26} - v_{30}$	Rp 660
55	$v_8 - v_{28}$	Rp 180	128	$v_{26} - v_{16}$	Rp 783
56	$v_8 - v_3$	Rp 225	129	$v_{26} - v_{17}$	Rp 909
57	$v_8 - v_{11}$	Rp 285	130	$v_{27} - v_8$	Rp 45
58	$v_9 - v_6$	Rp 135	131	$v_{27} - v_{28}$	Rp 75
59	$v_9 - v_{11}$	Rp 323	132	$v_{27} - v_9$	Rp 77
60	$v_9 - v_3$	Rp 360	133	$v_{27} - v_4$	Rp 129
61	$v_9 - v_{13}$	Rp 441	134	$v_{28} - v_9$	Rp 235
62	$v_{10} - v_{27}$	Rp 386	135	$v_{28} - v_4$	Rp 375
63	$v_{10} - v_{11}$	Rp 443	136	$v_{28} - v_3$	Rp 390
64	$v_{10} - v_3$	Rp 450	137	$v_{28} - v_{11}$	Rp 540
65	$v_{10} - v_4$	Rp 461	138	$v_{29} - v_{17}$	Rp 923
66	$v_{11} - v_{12}$	Rp 30	139	$v_{29} - v_{20}$	Rp 1080
67	$v_{11} - v_{13}$	Rp 59	140	$v_{29} - v_{30}$	Rp 1995
68	$v_{11} - v_{14}$	Rp 99	141	$v_{29} - v_2$	Rp 2723
69	$v_{11} - v_{27}$	Rp 199	142	$v_{30} - v_{16}$	Rp 645
70	$v_{12} - v_{14}$	Rp 72	143	$v_{30} - v_{17}$	Rp 1455
71	$v_{12} - v_{15}$	Rp 150	144	$v_{30} - v_{20}$	Rp 1560
72	$v_{12} - v_{27}$	Rp 212	145	$v_{30} - v_{21}$	Rp 1830
73	$v_{12} - v_6$	Rp 349			

MODEL JARINGAN DISTRIBUSI

Dari data yang diperoleh kemudian dimodelkan menjadi graf berarah berbobot pada *software* Giden. Graf yang dimodelkan memiliki total 30 simpul dan 145 sisi. Setiap sisi memiliki bobot kapasitas maksimum pengiriman dan biaya per unit untuk setiap aliran. Satu simpul berperan sebagai sumber atau pusat dengan total *supply* 145 barang, sementara 29 simpul lainnya berperan sebagai simpul tujuan dengan total permintaan 145 barang. Berikut merupakan hasil pemodelan jaringan distribusi pada program Giden.



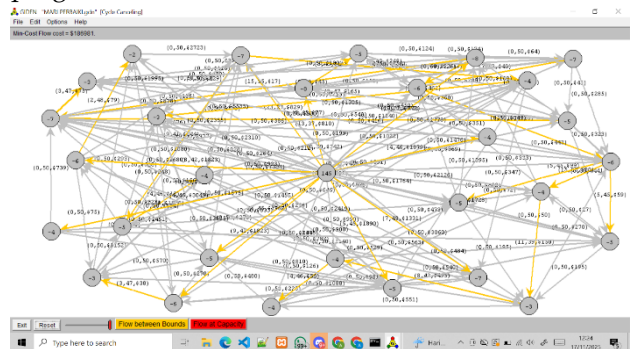
Gambar 1. Model graf dengan nilai cost



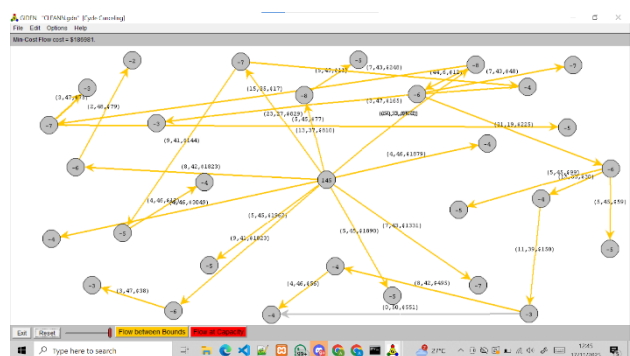
Gambar 2. Model graf dengan nilai capacity

HASIL PERHITUNGAN

Setelah graf berarah berbobot berhasil dimodelkan dari data yang digunakan, tahap selanjutnya adalah menjalankan menu *solvers* pada *software* Giden dengan memilih Algoritma *Cycle Canceling*. Pada tahap ini, algoritma *Cycle Canceling* mulai bekerja dengan menelusuri jalur-jalur dalam jaringan untuk menemukan siklus yang menghasilkan penurunan biaya terbesar. Setiap kali sebuah siklus negatif ditemukan, program secara otomatis melakukan pembaruan aliran. Iterasi berlangsung secara berulang hingga tidak ditemukan lagi siklus negatif pada jaringan. Berikut pemetaan rute dan biaya distribusi minimum dari hasil perhitungan menggunakan Algoritma *Cycle Canceling* pada program Giden.



Gambar 3. Hasil perhitungan algoritma *Cycle Canceling*



Gambar 4. Jalur distribusi dengan biaya optimal

ANALISIS HASIL

Hasil perhitungan optimasi rute pengiriman yang dieksekusi menggunakan program Giden, dengan menerapkan Algoritma *Cycle-Cancelling*, telah berhasil mengidentifikasi dan menentukan rute yang paling efisien, di mana analisis ini menyimpulkan bahwa biaya operasional total paling minimum yang dapat dicapai untuk proses pengiriman ini adalah sebesar Rp 186.981 dengan rute Pusat ke Toko Cahaya, Toko Cahaya ke Toko Linda, Toko Linda ke Fatimah, Toko Cahaya ke Toko Widarti, Toko Widarti ke Siti Aisah, Pusat ke Toko Dua Putri, Toko Dua Putri ke Rully Cells, Pusat ke Bu Umi, Bu Umi ke Mbak Lis, Mbak Lis ke Bu Solikah, Mbak Lis ke Ali Shodiq, Bu Umi ke Mekar Jaya, Mekar Jaya ke Ali Asroni, Mekar Jaya ke Sumber Makmur, Sumber Makmur ke Toko Aminudin, Sumber Makmur ke Sumber Rejeki, Sumber Makmur ke Sorga Snack, Sorga Snack ke Toko Kuat, Toko Kuat ke Toko Jiman, Toko Jiman ke Bu Nurhayati, Pusat ke Toko Sido Lancar, Toko Sido Lancar ke Mak Yah Warkop, Pusat ke Bu Suparmi, Bu Suparmi ke Toko Pak No, Pusat ke Toko Baru, Pusat ke Toko Pak Baroji, Pusat ke Toko Suyati, Pusat ke Toko Doa Jaya, Pusat ke Sido Mampir.

PENUTUP

SIMPULAN

Penerapan Algoritma *Cycle Canceling* pada *Minimum Cost Flow Problem* terbukti mampu memberikan pendekatan matematis yang lebih objektif dalam menentukan alokasi aliran barang dari gudang ke toko-toko dengan mempertimbangkan kapasitas armada, permintaan toko, dan biaya operasional seperti konsumsi bahan bakar serta jarak tempuh. Dengan mempertimbangkan constraint kapasitas kendaraan (50 karton per armada) serta kebutuhan tiap toko, model mampu menunjukkan pengalokasian rute dan aliran yang meminimalkan biaya secara keseluruhan.

SARAN

Masih diperlukan analisis lebih lanjut mengenai penetapan biaya distribusi untuk setiap rute dan jalur distribusi yang dilalui untuk mencapai nilai yang lebih optimal. Penelitian selanjutnya diharapkan dapat menganalisis kebutuhan distribusi secara berkala dan mempertimbangkan faktor-faktor yang

mempengaruhi distribusi sehingga dapat menetapkan biaya secara minimum dan optimal.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdullah, Moh. D., & Rahadjeng, B. (2022). APLIKASI PEWARNAAN TITIK PADA GRAF UNTUK OPTIMALISASI DURASI LAMPU LALU LINTAS DI SIMPANG JALAN JEMURSARI KOTA SURABAYA. *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika*, 10(2), 289–298. <https://doi.org/10.26740/mathunesa.v10n2.p289-298>
- Amanda Iza Sofiani, Nabila Febrisa Anggraini, Muhammad Alfares, & Ulfa Khaira. (2025). PENERAPAN ALGORITMA WELCH POWELL PADA PEWARNAAN GRAF UNTUK MENENTUKAN DESTINASI WISATA KULINER DI KOTA JAMBI. *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika*, 13(1), 182–189. <https://doi.org/10.26740/mathunesa.v13n1.p182-189>
- Chau, M., & Reith, R. (2020). *IDC - Smartphone Market Share—Vendor*. Smartphone Market Share. <https://www.idc.com/promo/smartphone-market-share/vendor>
- Chawla, P. (2025). An Interdisciplinary Review on Application of Graph Theory. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 9(1), 662–674. <https://doi.org/10.61841/turcomat.v9i1.15333>
- Cruz-Mejía, O., & Letchford, A. N. (2023). A survey on exact algorithms for the maximum flow and minimum-cost flow problems. *Networks*, 82(2), 167–176. <https://doi.org/10.1002/net.22169>
- Meena, K. P. (2021). *An Introduction to Graph Theory and its Applications*. 02(12).
- Nur, M. A. S., & Rahadjeng, B. (2021). Kombinasi Algoritma Branch and Bound dan Cheapest Insertion Heuristic dalam Menyelesaikan Asymmetric Travelling Salesman Problem. *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika*, 9(2), 351–358. <https://doi.org/10.26740/mathunesa.v9n2.p351-358>
- Rosso, A., & Venturino, E. (2023). A Dynamic Programming Approach to Ecosystem Management. *Algorithms*, 16(3), 139. <https://doi.org/10.3390/a16030139>
- Santoso, H. B., Indrasari, L. D., Komari, A., & Tripariyanto, A. Y. (2022). EFISIENSI BIAYA TRANSPORTASI PADA JASA DISTRIBUSI

- AIR MINUM. *Barometer*, 7(1), 404–411.
<https://doi.org/10.35261/barometer.v7i1.5267>
- Shen, Y., & Li, Y. (2023). Minimum Cost Flow-Based Integrated Model for Electric Vehicle and Crew Scheduling. *Journal of Advanced Transportation*, 2023, 1–23.
<https://doi.org/10.1155/2023/6658030>
- Wang, Y., Ji, J., Barbour, W., & Work, D. B. (2023). *Online Min Cost Circulation for Multi-Object Tracking on Fragments* (Version 1). arXiv.
<https://doi.org/10.48550/ARXIV.2311.04749>
- Zhang, R. (2024). Network Flow of Graph Theory and Its Application: *Proceedings of the 1st International Conference on Engineering Management, Information Technology and Intelligence*, 692–696. <https://doi.org/10.5220/0012968800004508>