

PERMODELAN KETERKAITAN DINAMIS ANTARA TEMPERATURE RATA - RATA DAN KELEMBAPAN RATA - RATA HARIAN MENGGUNAKAN VARMA - GARCH

Sabrina Aulia

Prodi Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Bengkulu, Bengkulu, Indonesia

Email : sabrinaaulia2198@gmail.com

Yulian Fauzi

Prodi Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Bengkulu, Bengkulu, Indonesia

Email : yulianfauzi@unib.ac.id

Novi Puspita

Prodi Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Bengkulu, Bengkulu, Indonesia

Email : npuspita@unib.ac.id*

Anggun Permatasari

Prodi Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Bengkulu, Bengkulu, Indonesia

Email : apermatasari@unib.ac.id

Abstrak

Kelembapan dan temperatur merupakan dua variabel meteorologi yang saling berkaitan secara fisis dan dinamis, sehingga tepat dianalisis sebagai deret waktu multivariat yang menunjukkan interaksi antarperiode. Penelitian ini memodelkan keterkaitan dinamis serta volatilitas bersama antara temperatur rata-rata harian (TAVG) dan kelembapan rata-rata harian (RHAVG) di Kota Bengkulu melalui pendekatan Vector Autoregressive Moving Average (VARMA) dan Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH). Prosedur analisis mencakup eksplorasi awal, pengujian stasioneritas, identifikasi orde model mean menggunakan kriteria informasi, pengujian kausalitas Granger, diagnostik residual VARMA, pemodelan volatilitas menggunakan eGARCH(1,1) untuk residual masing-masing variabel, serta evaluasi diagnostik akhir dan uji akurasi peramalan. Hasil seleksi model menunjukkan bahwa VARMA(6,0) merupakan orde paling sesuai untuk menangkap dinamika mean kedua variabel. Uji kausalitas Granger mengungkapkan hubungan dua arah antara TAVG dan RHAVG, menandakan bahwa informasi historis keduanya saling berperan dalam proses peramalan. Diagnostik residual pada model mean menunjukkan autokorelasi telah tereduksi, namun pola heteroskedastisitas bersyarat dan penyimpangan normalitas masih muncul, sehingga diperlukan pemodelan varian kondisional. Model eGARCH(1,1) dengan distribusi Student-t mampu memberikan parameter signifikan dan mengatasi efek ARCH maupun autokorelasi pada residual baku serta kuadratnya. Peramalan 30 langkah ke depan berbasis VARMA(6,0)-eGARCH(1,1) menghasilkan nilai MAPE sekitar 4,46% untuk TAVG dan 5,12% untuk RHAVG, yang termasuk akurasi sangat baik. Temuan ini menegaskan bahwa pendekatan VARMA-GARCH efektif menggambarkan dinamika rata-rata dan volatilitas variabel meteorologi secara lebih realistis dan relevan untuk mendukung sistem peringatan dini serta perencanaan berbasis iklim.

Kata kunci: Deret Waktu Multivariat, VARMA, GARCH, Temperatur, Kelembapan.

Abstract

Humidity and temperature are two meteorological variables that are physically and dynamically interconnected, making them suitable to be analyzed as multivariate time series that exhibit interactions across periods. This study aims to model the dynamic linkage and joint volatility between daily average temperature (TAVG) and daily average relative humidity (RHAVG) in Bengkulu City using a combination of the Vector Autoregressive Moving Average (VARMA) and Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH) frameworks. The analytical procedure includes initial exploration, stationarity testing, identification of the mean model order based on information criteria, Granger causality testing, VARMA residual diagnostics, volatility modeling using univariate eGARCH(1,1) for each residual series, and final diagnostic evaluation along with forecasting accuracy assessment. Model selection

results indicate that VARMA(6,0) is the most appropriate order for capturing the mean dynamics of both variables. Granger causality tests reveal a bidirectional relationship between TAVG and RHAVG, implying that the historical information of each variable contributes to forecasting the other. Residual diagnostics for the mean model show reduced autocorrelation but the presence of conditional heteroskedasticity and departures from normality, thus necessitating variance modeling. The eGARCH(1,1) model with a Student-t distribution yields significant parameters and successfully eliminates ARCH effects and autocorrelation in both standardized and squared residuals. A 30-step-ahead forecast based on the VARMA(6,0)-eGARCH(1,1) combination produces MAPE values of approximately 4.46% for TAVG and 5.12% for RHAVG, indicating excellent predictive accuracy. These findings demonstrate that the VARMA-GARCH approach effectively captures the mean dynamics and volatility of meteorological conditions, reinforcing its potential for early-warning systems and climate-informed local planning.

Keywords: Multivariate time series, VARMA, GARCH, Temperature, Humidity.

PENDAHULUAN

Model deret waktu dengan volatilitas yang berubah terhadap waktu sering kali melanggar asumsi ragam konstan (homoskedastisitas) pada galat. Untuk mengakomodasi fenomena tersebut, diperkenalkan model *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (ARCH) yang memodelkan varian error sebagai fungsi dari kuadrat residual masa lalu (Xu et al., 2014). Pengembangan lebih lanjut dari kerangka ini menghasilkan model *Generalized ARCH* (GARCH) yang memasukkan lag varian kondisional, sehingga struktur model menjadi lebih parsimonious namun tetap mampu merepresentasikan dinamika volatilitas yang berkempul (*volatility clustering*) (Yang & Dong, 2018). Keluarga ARCH/GARCH kini menjadi salah satu pilar utama dalam pemodelan deret waktu dengan heteroskedastisitas bersyarat, baik pada konteks keuangan, makroekonomi, maupun bidang terapan lainnya.

Berbagai penelitian empiris menunjukkan bahwa kombinasi model mean deret waktu dengan spesifikasi GARCH memberikan hasil yang lebih akurat dalam memotret volatilitas. Beberapa studi menerapkan model ARMA-GARCH dan variannya, seperti EGARCH dan GJR-GARCH, untuk menganalisis volatilitas harga komoditas dan indikator makroekonomi, dan melaporkan bahwa model dengan struktur varian kondisional yang tepat mampu menggambarkan dinamika volatilitas secara lebih realistis (Muda et al., 2019b), (Annarsi et al., 2018). Pada tataran multivariat, kombinasi model mean VAR dengan struktur GARCH digunakan untuk memodelkan hubungan kausal

dan volatilitas bersama beberapa aset keuangan, misalnya keterkaitan indeks harga saham, nilai tukar, dan harga emas dunia [5]. Penelitian yang lebih mutakhir juga menerapkan VAR-GARCH untuk menganalisis hubungan kausal antara indeks saham syariah dan indeks pasar yang lebih luas, dan menunjukkan bahwa pendekatan tersebut mampu menangkap keterkaitan dinamis sekaligus pola heteroskedastisitas pada deret harga saham (Mashadi, 2012). Secara umum, studi-studi tersebut menegaskan pentingnya pemilihan kombinasi model mean dan model varians bersyarat yang tepat untuk memperoleh pemodelan dan peramalan yang andal (Muda et al., 2019b)-(Mashadi, 2012).

Dalam kerangka pemodelan mean, deret waktu multivariat umumnya dianalisis menggunakan model *Vector Autoregressive* (VAR) dan *Vector Autoregressive Moving Average* (VARMA), yang memungkinkan setiap variabel dipengaruhi oleh lag dirinya sendiri maupun lag variabel lain dalam suatu sistem persamaan (Pahade & Jha, 2015), (Antosz & Stadnicka, 2017). Model-model ini cocok untuk mempelajari sistem yang saling berinteraksi, karena dapat menangkap baik ketergantungan diri (*self-dependence*) maupun ketergantungan silang (*cross-dependence*) di antara variabel. Di dalam kerangka tersebut, uji kausalitas Granger digunakan untuk menilai apakah informasi masa lalu suatu variabel meningkatkan kemampuan peramalan variabel lain; jika pengaruh signifikan ditemukan di kedua arah, maka dapat disimpulkan adanya kausalitas Granger dua arah (*bidirectional*) (Pahade & Jha, 2015), (Antosz & Stadnicka, 2017).

Di sisi lain, dari perspektif fisik atmosfer, temperatur udara dan kelembapan relatif memiliki

hubungan termodinamik yang sangat kuat. Prinsip Clausius–Clapeyron menunjukkan bahwa kandungan uap air jenuh meningkat tajam seiring kenaikan temperatur; studi mengenai *scaling* uap air terhadap temperatur melaporkan bahwa kandungan uap air jenuh dapat meningkat sekitar 7% untuk setiap kenaikan 1°C (Muda et al., 2019a). Kelembapan relatif didefinisikan sebagai rasio antara tekanan uap air aktual dan tekanan uap jenuh pada temperatur yang sama, sehingga secara konseptual nilainya selalu bergantung pada suhu udara saat itu (Rahim et al., 2018). Sumber-sumber meteorologi operasional menegaskan bahwa, untuk kandungan uap air yang tetap, kenaikan temperatur akan menurunkan kelembapan relatif, sedangkan penurunan temperatur akan meningkatkannya (Valentina et al., 2021), (Maulidah et al., 2022). Sebaliknya, distribusi kelembapan memengaruhi proses pemanasan dan pendinginan melalui pelepasan dan penyerapan panas laten, yang pada gilirannya berdampak pada dinamika temperatur permukaan (Muda et al., 2019a), (Rahim et al., 2018). Hubungan timbal balik ini bersifat dinamis dan berfluktuasi dari hari ke hari, sehingga deret waktu temperatur rata-rata (TAVG) dan kelembapan rata-rata (RHAVG) yang diukur secara harian wajar dipandang sebagai dua proses deret waktu multivariat yang saling berinteraksi.

Meskipun kombinasi model mean multivariat (VAR/VARMA) dan model varians bersyarat (GARCH serta variannya) telah banyak diterapkan pada deret waktu keuangan dan makroekonomi (Muda et al., 2019b)-(Mashadi, 2012), penerapannya pada deret waktu meteorologi, khususnya pemodelan bersama temperatur dan kelembapan, masih relatif jarang dijelaskan secara rinci. Padahal, kedua variabel ini berpotensi menunjukkan heteroskedastisitas bersyarat akibat pengaruh musiman, kejadian cuaca ekstrem, dan variabilitas iklim lokal (Muda et al., 2019a), (Rahim et al., 2018). Ketiadaan model yang mampu menangkap baik dinamika rata-rata (*mean dynamics*) maupun dinamika ragam (*volatility dynamics*) dapat menyebabkan galat ramalan yang bias dan interval

prediksi yang terlalu optimistis, terutama bila residual model mean masih menyimpan efek ARCH. Berdasarkan pertimbangan tersebut, penelitian ini bertujuan untuk membangun model VARMA–GARCH pada deret waktu harian temperatur rata-rata (TAVG) dan kelembapan rata-rata (RHAVG) di Kota Bengkulu. Secara khusus, penelitian ini meliputi: (1) pemodelan mean menggunakan VARMA untuk menangkap keterkaitan dinamis dua arah antara TAVG dan RHAVG (Pahade & Jha, 2015), (Antosz & Stadnicka, 2017); (2) pengujian residual model VARMA terhadap autokorelasi, normalitas, dan efek ARCH untuk menilai kecukupan model mean [1], [2]; (3) pemilihan dan estimasi model GARCH/EGARCH univariat yang sesuai untuk masing-masing residual, sehingga diperoleh struktur VARMA–GARCH yang konsisten dengan karakteristik data (Muda et al., 2019b), (Annarsi et al., 2018); serta (4) evaluasi residual baku hasil pemodelan VARMA–GARCH dan penerapan model terpilih untuk peramalan jangka pendek simultan TAVG dan RHAVG beserta volatilitasnya. Dengan demikian, penelitian ini diharapkan dapat memperluas pemanfaatan kombinasi VARMA dan GARCH ke domain meteorologi, sekaligus menyediakan kerangka pemodelan yang dapat direplikasi untuk variabel meteorologi multivariat lain yang menunjukkan gejala heteroskedastisitas bersyarat

METODE

A. DATA DAN PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan data deret waktu harian temperatur rata-rata (TAVG) dan kelembapan rata-rata (RHAVG) di Kota Bengkulu. Data disusun sebagai pasangan $(TAVG_t, RHAVG_t)$ untuk $t = 1, 2, \dots, n$ dengan satuan waktu harian, kemudian dibentuk sebagai proses deret waktu multivariat $\mathbf{Y}_t = (TAVG_t, RHAVG_t)^T$ dengan frekuensi 365. Data dimulai dari 1 Januari 2020 hingga 31 Oktober 2025.

Prapemrosesan data meliputi pemeriksaan kelengkapan data dan penanganan nilai hilang dengan nilai mean.

1. Pemeriksaan nilai pencilan secara grafis dan deskriptif (rata-rata, simpangan baku, minimum, maksimum, median).
2. Pembentukan objek deret waktu multivariat $\mathbf{Y}_t$ sebagai input pemodelan.

Seluruh analisis dilakukan menggunakan perangkat lunak R dengan paket MTS, vars, tseries, nortest, FinTS, dan rugarch yang mendukung pemodelan VAR/VARMA serta ARCH/GARCH (Pahade & Jha, 2015), (Antosz & Stadnicka, 2017).

B. PROSEDUR ANALISIS

Secara ringkas, tahapan penelitian dapat diuraikan sebagai berikut yaitu eksplorasi awal dan uji stasioneritas, kemudian menampilkan grafik deret waktu TAVG dan RHAVG serta menghitung statistik deskriptif, selanjutnya menguji stasioneritas pada level menggunakan uji Augmented Dickey-Fuller (ADF) untuk masing-masing variabel.

1. Pemilihan orde dan estimasi model VARMA
 - a. Menentukan orde lag awal VAR menggunakan VARselect dengan lag maksimum $L_{\max} = \min(10, \lfloor n/5 \rfloor)$; lag yang meminimalkan kriteria informasi Schwarz (SC) digunakan sebagai kandidat utama (Pahade & Jha, 2015), (Antosz & Stadnicka, 2017).
 - b. Melakukan uji kausalitas Granger dua arah antara TAVG dan RHAVG berdasarkan VAR terpilih untuk menilai ada tidaknya kausalitas Granger satu arah atau dua arah.
 - c. Mengidentifikasi orde VARMA (p, q) menggunakan prosedur Scalar Component Model Identification (SCMid) pada paket MTS (Antosz & Stadnicka, 2017). Jika SCMid tidak memberikan rekomendasi yang jelas, orde AR p diambil dari VARselect, sedangkan orde MA q dipilih kecil berdasarkan pola autokorelasi residual.
 - d. Mengestimasi parameter model VARMA (p, q)
2. Diagnostik residual model VARMA
 - a. Menggunakan uji portmanteau multivariat (mq) untuk menilai ketidaktergantungan

residual secara bersama pada beberapa lag (Antosz & Stadnicka, 2017).

- b. Menguji normalitas residual dengan uji Anderson-Darling atau Jarque-Bera dan mencatat keberadaan *heavy tails* (Pahade & Jha, 2015), (Antosz & Stadnicka, 2017).
- c. Menguji efek ARCH pada residual masing-masing seri menggunakan uji LM ARCH (ArchTest) untuk beberapa lag [1]. Jika efek ARCH signifikan, varians residual dianggap bergantung pada masa lalu dan perlu dimodelkan dengan GARCH [1], [2].
3. Pemilihan dan estimasi model GARCH univariata.
 - a. Untuk masing-masing residual seri TAVG dan RHAVG, disusun beberapa kandidat spesifikasi GARCH, misalnya sGARCH(1,1), EGARCH(1,1), GJR-GARCH(1,1) dengan pendekatan distribusi Student-t.
 - b. Setiap kandidat diestimasi menggunakan rugarchfit (paket rugarch), kemudian dibandingkan berdasarkan Akaike Information Criterion (AIC); model dengan AIC terkecil dipilih sebagai model terbaik untuk masing-masing variabel [3], [4].
 - c. Model GARCH(1,1) yang digunakan memiliki bentuk umum :

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t, z_t \sim \text{i.i.d. } (0,1),$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

dengan $\omega > 0$, $\alpha_1, \beta_1 \geq 0$, dan $\alpha_1 + \beta_1 < 1$.

- a. Kombinasi model mean VARMA dan model varian kondisional GARCH per seri membentuk struktur VARMA-GARCH, di mana dinamika rata-rata dimodelkan secara multivariat, sedangkan volatilitas residual TAVG dan RHAVG dimodelkan secara univariat.
4. Diagnostik residual baku dan peramalan
 - a. Menghitung residual baku (*standardized residuals*) dari masing-masing model GARCH.
 - b. Menerapkan uji Ljung-Box pada residual baku dan kuadratnya, serta uji ARCH ulang, untuk memastikan tidak ada

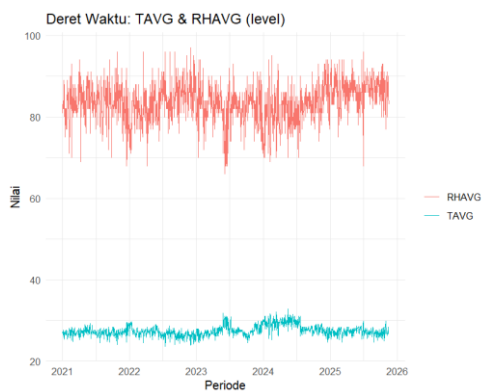
- autokorelasi maupun efek ARCH yang tersisa [1], [2].
- Melakukan peramalan beberapa langkah ke depan untuk TAVG dan RHAVG menggunakan model VARMA terpilih, dan memperoleh peramalan varian kondisional dari model GARCH untuk menggambarkan volatilitas ramalan (Pahade & Jha, 2015), (Antosz & Stadnicka, 2017).
 - Hasil peramalan disajikan dalam bentuk nilai prediksi TAVG dan RHAVG beserta ukuran ketidakpastiannya (simpangan baku atau interval prediksi sederhana) sehingga memberikan gambaran yang lebih realistis mengenai variasi potensial kondisi meteorologi.

HASIL DAN PEMBAHASAN

a. STATISTIK DESKRIPTIF

Tabel 1. Statistik Deskriptif

	TAVG	RHAVG
Minimum	23.60	66.00
Kuartil 1	26.60	81.00
Median	27.30	84.00
Mean	27.45	83.52
Kuartil 3	28.00	86.00
Maksimum	32.80	97.00



Gambar 1. Plot Data TAVG dan RHAVG

Tabel 1 menyajikan statistik deskriptif temperatur rata-rata harian (TAVG) dan kelembapan rata-rata harian (RHAVG) di Kota

Bengkulu. Nilai TAVG berada pada rentang 23.60–32.80°C dengan median 27.30°C dan rata-rata 27.45°C, sehingga suhu harian cenderung berkisar di sekitar 27–28°C dengan sebaran yang relatif sempit. Sementara itu, RHAVG berkisar antara 66% hingga 97% dengan median 84% dan rata-rata 83.52%, menunjukkan bahwa kelembapan udara umumnya tinggi namun memiliki variasi yang lebih lebar dibandingkan temperatur.

Gambar 1 menampilkan plot deret waktu TAVG dan RHAVG selama periode pengamatan. Secara visual, temperatur rata-rata tampak relatif stabil dengan fluktuasi moderat di sekitar 27–28°C, sedangkan kelembapan rata-rata menunjukkan variasi yang lebih tajam dengan pola naik-turun yang cukup rapat dari waktu ke waktu. Pola ini mengindikasikan bahwa, meskipun suhu permukaan tidak berubah drastis, kelembapan udara merespons lebih sensitif terhadap dinamika cuaca harian, sehingga keduanya layak dimodelkan bersama sebagai deret waktu multivariat.

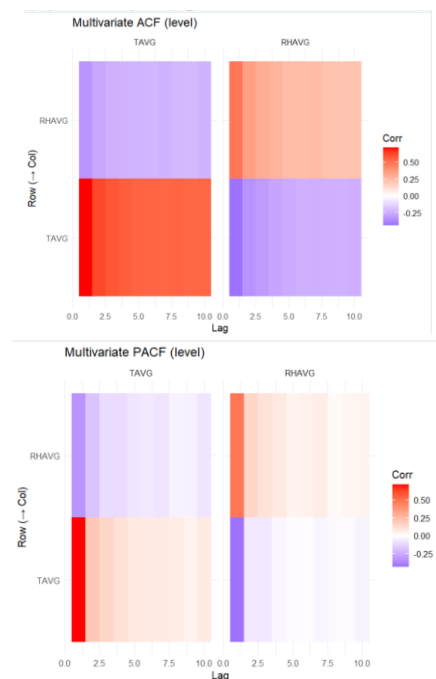
B. Pengujian Kestasioneran

Tabel 2. Uji Stasioner

	TAVG	RHAVG
Dickey Fuller	-4.1173	-6.7238
P-value	0.01	0.01

Tabel 2 menampilkan hasil uji stasioneritas Augmented Dickey–Fuller (ADF) untuk deret waktu TAVG dan RHAVG. Nilai statistik Dickey–Fuller masing-masing sebesar -4.1173 untuk TAVG dan -6.7238 untuk RHAVG, dengan p-value sebesar 0.01 untuk kedua variabel. Pada taraf signifikansi 5%, p-value tersebut lebih kecil dari 0,05 sehingga hipotesis nol adanya akar unit (non-stasioner) ditolak. Dengan demikian, baik deret temperatur rata-rata maupun kelembapan rata-rata dapat dianggap stasioner pada level, sehingga pemodelan selanjutnya dapat dilakukan langsung pada data level tanpa perlu proses pendiferensian.

C. Plot MACF dan MPACF



Gambar 2 menampilkan plot Multivariate ACF (MACF) untuk TAVG dan RHAVG pada lag 1–10. Pada panel TAVG terlihat bahwa deret TAVG memiliki autokorelasi positif yang kuat terhadap lag dirinya sendiri yang menurun perlahan seiring bertambahnya lag. Sebaliknya, korelasi antara TAVG saat ini dan lag RHAVG tampak cenderung negatif, mengindikasikan bahwa kelembapan masa lalu dapat berasosiasi terbalik dengan temperatur saat ini. Pada panel RHAVG, pola yang muncul berlawanan yaitu RHAVG menunjukkan autokorelasi positif yang cukup besar terhadap lag dirinya sendiri, sementara korelasi silang dengan lag TAVG cenderung negatif pada beberapa lag awal. Secara keseluruhan, pola MACF ini menunjukkan adanya ketergantungan dinamis yang kuat baik secara univariat maupun antar-variabel, sehingga pemodelan bersama dalam kerangka VAR/VARMA menjadi relevan.

Pada plot Multivariate PACF (MPACF) yang menggambarkan korelasi parsial setelah pengaruh lag-lag lain dikendalikan. Pada panel TAVG, korelasi parsial TAVG terhadap lag dirinya sendiri tampak kuat pada lag pertama dan mulai melemah pada lag berikutnya, sedangkan korelasi parsial silang dengan RHAVG relatif lebih kecil. Pola serupa terlihat pada panel RHAVG, di mana PACF terbesar

muncul pada lag awal dan kemudian cepat menurun. Hal ini mengindikasikan bahwa struktur ketergantungan utama dapat ditangkap oleh orde VARMA yang relatif rendah, dan bahwa keterkaitan silang antar-variabel terutama terjadi pada beberapa lag pertama, konsisten dengan hubungan fisik yang bersifat dinamis namun tidak memiliki ingatan jangka panjang

D. Pemilihan orde dan permodelan VARMA

Pemilihan orde model mean dilakukan dengan fungsi VARselect hingga lag maksimum 10. Kriteria SC mencapai minimum pada lag ke-6 sehingga dipilih model VAR(6), yang ekuivalen dengan VARMA(6,0). Model kemudian diestimasi dengan OLS untuk dua persamaan (TAVG dan RHAVG). Model diperoleh sebagai berikut :

$$\begin{aligned} TAVG_t = & 0.9664 + 0.3736TAVG_{t-1} - 0.0244RHAVG_{t-1} \\ & + 0.1291TAVG_{t-2} + 0.0084RHAVG_{t-2} \\ & + 0.0675TAVG_{t-3} - 0.0049RHAVG_{t-3} \\ & + 0.0964TAVG_{t-4} + 0.0073RHAVG_{t-4} \\ & + 0.0837TAVG_{t-5} + 0.0078RHAVG_{t-5} \\ & + 0.1616TAVG_{t-6} + 0.0233RHAVG_{t-6} \\ & + \varepsilon_{1t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} RHAVG_t = & 27.6998 + 0.8755TAVG_{t-1} \\ & + 0.5181RHAVG_{t-1} - 0.3820TAVG_{t-2} \\ & + 0.0345RHAVG_{t-2} + 0.2160TAVG_{t-3} \\ & + 0.1088RHAVG_{t-3} - 0.1889TAVG_{t-4} \\ & + 0.0432RHAVG_{t-4} - 0.2738TAVG_{t-5} \\ & - 0.0146RHAVG_{t-5} - 0.3191TAVG_{t-6} \\ & + 0.0022RHAVG_{t-6} + \varepsilon_{2t} \end{aligned}$$

E. Pengujian Granger Causality

Uji kausalitas Granger pada lag optimal $p = 6$ memberikan nilai p -value sebesar 0,00010 untuk persamaan TAVG ($RHAVG \Rightarrow TAVG$) dan $3,99 \times 10^{-6}$ untuk persamaan RHAVG ($TAVG \Rightarrow RHAVG$). Pada taraf signifikansi 5% bahkan 1%, kedua p -value tersebut jauh lebih kecil dari α , sehingga hipotesis nol “tidak ada kausalitas Granger” ditolak untuk kedua arah. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa terdapat kausalitas Granger dua arah (bidirectional) antara temperatur rata-rata dan kelembapan rata-rata. Hal ini berarti informasi historis RHAVG membantu meningkatkan kemampuan peramalan TAVG, dan sebaliknya informasi historis TAVG juga signifikan dalam menjelaskan dinamika RHAVG. Temuan ini konsisten dengan hubungan timbal balik antara

temperatur dan kelembapan yang telah dibahas pada bagian pendahuluan.

F. Diagnostik Residual

Tabel 4. Uji Portmanteau

m	Q(m)	df	p-value
1	0.178	3	1
2	0.996	7	0.99
3	2.623	11	0.99
4	5.631	15	0.99
5	11.806	19	0.89
6	31.909	23	0.1
7	39.736	27	0.05
8	41.842	31	0.09
9	44.139	35	0.14
10	46.271	39	0.2

Tabel 4 menyajikan hasil uji portmanteau terhadap residual model VARMA(6,0) hingga lag ke-10. Nilai statistik $Q(m)$ meningkat seiring bertambahnya lag, namun seluruh p-value berada di atas taraf signifikansi 5%. Dengan demikian, hipotesis nol “tidak ada autokorelasi hingga lag m ” tidak ditolak untuk semua m sampai 10, sehingga residual model VARMA(6,0) dapat dianggap bebas autokorelasi secara simultan.

Tabel 5. Uji ACRH LM

TAVG			
lag	Chi-square	df	p-value
1	18.31002	1	1.88E-05
2	29.79595	2	3.39E-07
3	32.58674	3	3.94E-07
4	33.14847	4	1.11E-06
5	34.33254	5	2.04E-06
6	39.066	6	6.95E-07
7	40.75485	7	9.02E-07
8	44.7499	8	4.10E-07
9	44.84374	9	9.86E-07
10	54.70627	10	3.58E-08
RHAVG			
lag	Chi-square	df	p-value
1	30.51667	1	3.31E-08
2	39.44772	2	2.72E-09
3	39.59789	3	1.30E-08
4	39.60377	4	5.23E-08
5	48.20995	5	3.22E-09
6	51.77063	6	2.07E-09

7	52.32069	7	5.05E-09
8	57.77865	8	1.27E-09
9	57.99179	9	3.26E-09
10	57.99925	10	8.65E-09

Tabel 5 menyajikan hasil uji LM ARCH terhadap residual model VARMA(6,0) untuk deret TAVG dan RHAVG dengan 10 lag. Untuk TAVG maupun RHAVG diperoleh p-value jauh lebih kecil daripada taraf signifikansi 5%, sehingga hipotesis nol “tidak terdapat efek ARCH hingga lag ke-10” ditolak baik pada residual TAVG maupun RHAVG. Temuan ini menunjukkan bahwa ragam residual tidak konstan dan masih bergantung pada kuadrat residual masa lalu (conditional heteroskedastisitas). Dengan kata lain, terdapat indikasi kuat adanya *volatility clustering* pada kedua deret, sehingga pemodelan varian kondisional menggunakan keluarga GARCH.

G. PERMODELAN GARCH

Residual dimodelkan dengan keluarga Exponential GARCH $eGARCH(1,1)$ dengan inovasi Student-t. Secara umum, untuk residual $e_{k,t}$ dari seri ke- k (TAVG untuk $k = 1$ dan RHAVG untuk $k = 2$) diasumsikan

$e_{k,t} = \sigma_{k,t} z_{k,t}, z_{k,t} \sim \text{i.i.d. } t_v(0,1)$, dengan

dinamika varians kondisional

Parameter ω_k merupakan konstanta, α_k mengukur sensitivitas volatilitas terhadap besarnya guncangan, β_k merefleksikan tingkat persistensi volatilitas, sedangkan γ_k menangkap efek asimetri (*leverage effect*) antara guncangan positif dan negatif. Parameter v adalah derajat bebas distribusi Student-t yang mengakomodasi ekor berat (*heavy tails*).

Tabel 6. GARCH(1,1)

Estimasi TAVG		Estimasi RHAVG	
ω	-0.023433	ω	0.28541
α	0.088909	α	-0.063395
β	0.941962	β	0.895618
γ	0.152860	γ	0.156885
v	6.939840	v	7.730131

Untuk seri TAVG, estimasi model eGARCH(1,1) dengan inovasi Student-t memberikan $\omega = -0,023$, $\alpha_1 = 0,089$, $\beta_1 = 0,942$, $\gamma_1 = 0,153$, dan $\nu \approx 6,94$. Seluruh parameter signifikan pada taraf 1%. Nilai β_1 yang sangat mendekati satu menunjukkan persistensi volatilitas yang tinggi, artinya guncangan pada periode sebelumnya masih berpengaruh kuat terhadap ragam temperatur pada periode berikutnya. Koefisien $\alpha_1 > 0$ dan $\gamma_1 > 0$ mengindikasikan bahwa volatilitas TAVG meningkat ketika terjadi guncangan berskala besar, khususnya saat guncangan bernilai positif (temperatur lebih tinggi daripada nilai yang diharapkan). Nilai derajat bebas yang relatif kecil ($\nu \approx 7$) menandakan bahwa distribusi residual memiliki ekor yang lebih tebal dibanding normal, sehingga asumsi Student-t lebih sesuai.

Untuk seri RHAVG, model eGARCH(1,1) juga menghasilkan parameter yang signifikan: $\omega = 0,284$, $\alpha_1 = -0,063$, $\beta_1 = 0,896$, $\gamma_1 = 0,157$, dan $\nu \approx 7,73$. Nilai β_1 yang kembali mendekati satu mengonfirmasi bahwa volatilitas kelembapan juga sangat persisten. Kombinasi $\alpha_1 < 0$ dan $\gamma_1 > 0$ menunjukkan adanya respon yang asimetris yaitu arah guncangan (kenaikan atau penurunan kelembapan) berperan dalam menentukan seberapa besar volatilitas RHAVG bereaksi. Derajat bebas Student-t yang relatif kecil kembali menguatkan indikasi ekor berat pada distribusi residual kelembapan.

Nilai kriteria informasi untuk kedua model, yaitu AIC ≈ 2.39 pada TAVG dan AIC ≈ 5.52 pada RHAVG, relatif rendah dan digunakan sebagai dasar pemilihan spesifikasi eGARCH(1,1)–Student-t sebagai model varians kondisional terbaik bagi masing-masing seri.

H. Diagnostik Residual GARCH

Secara diagnostik, uji portmanteau pada residual tidak lagi menunjukkan autokorelasi yang signifikan, sedangkan uji ARCH LM pada residual memberikan p-value di atas 5% untuk berbagai lag

mengindikasikan bahwa efek ARCH telah berhasil dimodelkan oleh eGARCH, sehingga sisa residual standar dapat dianggap mendekati *white noise* dari sisi ragam. Bersama dengan hasil uji stabilitas parameter dan *sign bias*, temuan ini mendukung bahwa kombinasi VARMA(6,0)–eGARCH(1,1) dengan inovasi Student-t sudah memadai untuk menggambarkan dinamika rata-rata dan volatilitas TAVG dan RHAVG secara simultan, dan dapat digunakan sebagai dasar peramalan pada bagian berikutnya

I. Peramalan

Tabel 9. Ukuran Kebaikan Model

Ukuran	TAVG	RHAVG
RMSE	1.420212	5.168071
MAE	1.161787	4.1537614
MAPE	4.464675	5.123607

Nilai peramalan dari VARMA(6,0)eGARCH(1,1) kemudian dibandingkan dengan data testing dan diperoleh nilai MAPE untuk TAVG dan RHAVG masing-masing sebesar 4,46% dan 5,12%. Kedua nilai ini berada di bawah 10%, sehingga menurut klasifikasi MAPE dapat dikategorikan sebagai peramalan dengan akurasi sangat baik. Hal ini menunjukkan bahwa kombinasi model VARMA(6,0)–eGARCH(1,1) mampu menghasilkan prediksi temperatur dan kelembapan yang sangat dekat dengan nilai aktual pada periode uji.

SIMPULAN

Penelitian menunjukkan bahwa dinamika bersama temperatur rata-rata (TAVG) dan kelembapan rata-rata (RHAVG) di Kota Bengkulu dapat dimodelkan dengan VARMA(6,0) sebagai model mean. Hasil uji kausalitas Granger mengindikasikan adanya hubungan dinamis dua arah antara TAVG dan RHAVG, sehingga pendekatan deret waktu multivariat lebih tepat dibandingkan pemodelan univariat terpisah. Diagnostik residual model mean mengungkapkan bahwa meskipun autokorelasi telah banyak berkurang, masih terdapat heteroskedastisitas bersyarat dan penyimpangan dari normalitas. Kondisi ini mengharuskan penggunaan model

volatilitas, yang dalam penelitian ini ditangani dengan eGARCH(1,1) berdistribusi Student-t untuk masing-masing residual TAVG dan RHAVG. Model eGARCH yang diperoleh mampu menghilangkan efek ARCH yang tersisa dan menghasilkan residual baku yang bebas autokorelasi serta tidak lagi menunjukkan pola heteroskedastisitas. Secara keseluruhan, kombinasi VARMA(6,0)-eGARCH(1,1) memberikan kinerja peramalan yang sangat baik dengan nilai MAPE sekitar 4,46% untuk TAVG dan 5,12% untuk RHAVG. Hal ini menunjukkan bahwa model yang diusulkan tidak hanya mampu menangkap hubungan dinamis rata-rata, tetapi juga dinamika ragam (volatilitas) kedua variabel.

DAFTAR PUSTAKA

- Annersih, N., Gamal, M. D. H., & Riau, M. (2018). Pengembangan Teorema Ceva pada Segilima. *Jurnal Mathematic Paedagogic*, III(1), 47–56.
- Antosz, K., & Stadnicka, D. (2017). Lean Philosophy Implementation in SMEs - Study Results. *Procedia Engineering*, 182, 25–32. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.03.107>
- Mashadi. (2012). *Buku Ajar Geometri*. Pusbangdik Universitas Riau.
- Maulidah, A. I., Sujarwo, & Setiawan, B. (2022). Analysis Poverty of Fishermen ' s Households in The Coastal Area of Ambulu District , Jember Regency. *Habitat*, 33(1), 93–100. <https://doi.org/10.21776/ub.habitat.2022.033.1.10>
- Muda, Y., Akbar, F. T., Kusdiantara, R., Gunara, B. E., & Susanto, H. (2019a). Justification of the discrete nonlinear Schrödinger equation from a parametrically driven damped nonlinear Klein - Gordon equation and numerical comparisons. *Physics Letters A*, 383(12), 1274–1282. <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2019.01.047>
- Muda, Y., Akbar, F. T., Kusdiantara, R., Gunara, B. E., & Susanto, H. (2019b). Reduction of a damped, driven Klein-Gordon equation into a discrete nonlinear Schrödinger equation: Justification and numerical comparison. *Asymptotic Analysis*. <https://doi.org/10.3233/ASY-191579>
- Pahade, J., & Jha, M. (2015). Trace of Positive Integer Power of Real 2×2 Matrices. *Advances in Linear Algebra & Matrix Theory*, 05(04), 150–155. <https://doi.org/10.4236/alamt.2015.54015>
- Rahim, A., Retno Dwi Hastuti, D., Pradipta, D., Bustanul, N., & Azizah, N. (2018). The Influence of Respondent Characteristics and Different Areas on Small-Scale Fisherman Household Income of Urban Coastal Areas in. *Journal of Socioeconomics and Development*, 1(2), 63–71.
- Valentina, A., Wardany, K., & Anjarwati, S. (2021). Analyze Economic Empowerment of Fisherman Community in Margasari Village , East Lampung. *Indonesian Journal of Innovation and Applied Sciences*, 1(2), 89–94. <https://doi.org/10.47540/ijias.v1i2.212>
- Xu, T., Jiang, Z., & Jiang, Z. (2014). Explicit determinants of the RFPRLrR circulant and RLPrFrL circulant matrices involving some famous numbers. *Abstract and Applied Analysis*, 2014. <https://doi.org/10.1155/2014/647030>
- Yang, S. L., & Dong, Y. N. (2018). Hankel Determinants of the Generalized Factorials. *Indian Journal of Pure and Applied Mathematics*, 49(2), 217–225. <https://doi.org/10.1007/s13226-018-0264-9>