

PEMODELAN KASUS PNEUMONIA PADA BALITA DI JAWA TIMUR MENGGUNAKAN REGRESI SPATIAL AUTOREGRESSIVE (SAR)

Mona Triwulandari

Program Studi S1 Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya
e-mail: mona.22046@mhs.unesa.ac.id

Danang Ariyanto

Program Studi S1 Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Surabaya
Penulis Korespondensi: danangariyanto@unesa.ac.id

Abstrak

Pneumonia merupakan penyebab utama kematian pada anak balita. Di Provinsi Jawa Timur, terdapat variasi persentase kasus pneumonia pada balita yang dipengaruhi oleh berbagai faktor. Selain itu, diduga terjadi akibat interaksi antara wilayah. Oleh karena itu, untuk memahami faktor-faktor yang mempengaruhi penyakit pneumonia pada balita serta hubungan antar daerah, digunakan pemodelan regresi *Spatial Autoregressive* (SAR) dengan memanfaatkan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Model *Spatial Autoregressive* (SAR) merupakan metode yang efektif untuk memodelkan penyakit pneumonia pada balita dengan mempertimbangkan faktor-faktor seperti balita gizi buruk, balita yang mendapatkan vitamin A, jumlah puskesmas, rumah tangga yang memiliki akses sanitasi layak, cakupan imunisasi dasar lengkap, pemberian ASI eksklusif, serta kepadatan penduduk dengan memperhatikan aspek spasial. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa terdapat dua variabel prediktor yang berpengaruh secara signifikan terhadap variabel respon yaitu jumlah puskesmas (x_3) dan persentase pemberian ASI eksklusif (x_6).

Kata Kunci: Pneumonia, *Spatial Autoregressive* (SAR), *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), balita.

Abstract

Abstract Pneumonia is the leading cause of death in infants. In East Java Province, there are variations in the percentage of pneumonia cases in infants that are influenced by various factors. In addition, it is suspected that this is due to interactions between regions. Therefore, to understand the factors that influence pneumonia in infants and the relationship between regions, *Spatial Autoregressive* (SAR) regression modeling was used, utilizing the *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) method. The *Spatial Autoregressive* (SAR) model is an effective method for modeling pneumonia in children under five years of age, taking into account factors such as malnourished children, children receiving vitamin A, the number of health centers, households with access to proper sanitation, complete basic immunization coverage, exclusive breastfeeding, and population density, while considering spatial aspects. The results of this study indicate that there are two predictor variables that significantly influence the response variable, namely the number of health centers (x_3) and the percentage of exclusive breastfeeding (x_6).

Keywords: Pneumonia, *Spatial Autoregressive* (SAR), *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), toddler.

PENDAHULUAN (GUNAKAN STYLE SECTION)

Pneumonia adalah salah satu jenis penyakit infeksi yang mempengaruhi saluran pernapasan dan menjadi salah satu penyebab utama kematian, terutama di kalangan anak-anak di berbagai belahan dunia, termasuk di Indonesia (Faisal dkk., 2024). Pneumonia dapat disebabkan oleh berbagai agen infeksi, yang meliputi virus, bakteri, dan jamur (Afriani dan Oktavia, 2021). Data WHO tahun 2022 mencatat bahwa pneumonia menyebabkan sekitar 740.000 kematian pada anak di bawah usia lima

tahun, atau setara dengan 14% dari total kematian balita secara global (WHO, 2022). Kondisi ini juga tercermin di Indonesia, di mana berdasarkan data BPJS Kesehatan tahun 2023, pneumonia menempati peringkat pertama sebagai penyakit dengan biaya pengobatan tertinggi, yaitu mencapai Rp 8,7 triliun. Di Jawa Timur, kasus pneumonia menunjukkan pola penyebaran yang tidak merata di setiap daerahnya dan cenderung dipengaruhi oleh faktor yang berkaitan dengan lokasi, sehingga pemahaman mengenai dinamika penyebaran penyakit ini memerlukan pendekatan analisis yang

memperhatikan interaksi spasial antar daerah. Berdasarkan data Jawa Timur Dalam Angka 2024, kasus pneumonia di Jawa Timur mencapai 103.802 yang tersebar di 38 kabupaten/kota. Kasus pneumonia di Jawa Timur paling banyak menyerang balita, berdasarkan data Profil Kesehatan Jawa Timur tahun 2023 pneumonia pada balita mencapai 99.048 kasus, dengan jumlah kasus paling banyak terdapat di Kota Surabaya yang mencapai 11.246 kasus pneumonia pada balita (Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur, 2023).

Pneumonia pada anak-anak dapat dihindari melalui berbagai tindakan, termasuk vaksinasi, pemberian ASI secara eksklusif, pemeliharaan kualitas udara yang baik, penyediaan air bersih, penerapan sanitasi yang baik, serta memastikan kebutuhan nutrisi yang cukup bagi anak-anak (Faisal dkk., 2024). Berbagai faktor yang dapat menyebabkan pneumonia pada anak mencakup kekurangan gizi, defisiensi vitamin A, berat lahir yang rendah pada bayi, serta paparan terhadap asap rokok (Oktaviani dkk., 2025). Selain itu, kondisi fisik rumah yang tidak memenuhi standar kesehatan juga dapat meningkatkan risiko terjadinya pneumonia.

Salah satu pendekatan yang efektif untuk memodelkan penyebaran penyakit menular, seperti pneumonia adalah *Spatial Autoregressive* (SAR). Metode *Spatial Autoregressive* (SAR) dirancang untuk menangani autokorelasi spasial, yang mengacu pada situasi di mana perilaku suatu variabel di satu daerah dipengaruhi oleh perilaku variabel yang sama di daerah sekitar. Dalam ilmu epidemiologi spasial, hal ini memiliki relevansi yang tinggi karena penyebaran penyakit tidak bersifat acak, melainkan dipengaruhi oleh berbagai faktor geografis serta interaksi antara daerah-daerah yang berdekatan (Faisal dkk., 2024). Model SAR memanfaatkan matriks bobot spasial untuk mencerminkan hubungan antar daerah, sehingga dapat menangkap skema ketergantungan spasial yang muncul. Berbagai penelitian telah mengkonfirmasi efektivitas metode SAR dalam memodelkan kasus pneumonia serta penyakit menular lainnya, dengan hasil yang lebih tepat dibandingkan model regresi konvensional yang tidak mempertimbangkan dimensi spasial.

Secara teori, autokorelasi spasial menunjukkan bahwa nilai suatu variabel di satu lokasi tidak dapat dipisahkan, melainkan dipengaruhi oleh nilai variabel di lokasi-lokasi sekitar. Berdasarkan kajian

tersebut, model SAR yang mengintegrasikan hubungan spasial ini ke dalam analisis regresi dianggap sebagai alat yang tepat untuk memahami pola penyebaran penyakit secara spasial. Sehingga tujuan dari penelitian ini adalah untuk memodelkan kejadian pneumonia pada anak balita di Jawa Timur dengan menggunakan regresi *Spatial Autoregressive* (SAR) yang menerapkan matriks pembobot *Queen Contiguity*. Penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi pola-pola spasial serta faktor-faktor yang berpengaruh, sehingga hasil yang diperoleh dapat menjadi landasan untuk rekomendasi kebijakan kesehatan yang lebih efektif dan tepat sasaran dalam pengendalian pneumonia di daerah tersebut.

KAJIAN TEORI (GUNAKAN STYLE SECTION)

UJI MULTIKOLINEARITAS

Multikolinearitas merupakan kondisi di mana terdapat hubungan linear yang sangat kuat atau mendekati sempurna antarvariabel prediktor dalam sebuah model regresi. Multikolinearitas dapat dideteksi menggunakan nilai VIF (*Variance Inflation Factor*). VIF bernilai lebih dari 10, maka artinya terjadi multikolinearitas antarvariabel (Milenia dkk., 2023). Rumus uji multikolinearitas adalah sebagai berikut:

$$VIF = \frac{1}{1-R_p^2} \quad (1)$$

Dengan R_p^2 adalah koefisien determinasi yang diperoleh dari regresi terhadap variabel prediktor.

REGRESI SPASIAL

Regresi spasial adalah suatu model yang digunakan untuk menganalisis data spasial, yaitu data yang dipengaruhi oleh faktor-faktor lokasi atau efek spasial (Ayudia dan Putri, 2024). Umumnya persamaan regresi spasial dituliskan sebagai berikut (Galla dkk., 2025):

$$\vec{y} = \rho \mathbf{W} \vec{y} + \mathbf{X} \vec{\beta} + \vec{u} \quad (2)$$

$$\vec{u} = \lambda \mathbf{W} \vec{u} + \vec{\varepsilon} \quad (3)$$

$$\vec{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I}_n)$$

di mana:

$\vec{y}$ = vektor variabel respon berukuran $n \times 1$

ρ = koefisien spasial lag dari variabel respon

$\mathbf{W}$ = matriks pembobot spasial $n \times n$

$\mathbf{X}$ = matriks variabel prediktor berukuran $n \times (p + 1)$

$\vec{\beta}$ = vektor koefisien regresi berukuran $(p + 1) \times 1$

λ = koefisien spasial error

$\vec{u}$ = vektor error yang mempunyai efek spasial dengan ukuran $n \times 1$

$\vec{\varepsilon}$ = vektor error dengan berukuran $n \times 1$

UJI DEPENDENSI SPASIAL

Pengujian dependensi atau ketergantungan spasial dilakukan melalui uji *Moran's I* dan *Lagrange Multiplier* (LM) (Aulia dkk., 2017). *Moran's I* digunakan untuk mengidentifikasi autokorelasi antara suatu pengamatan dan pengamatan lain yang berada di daerah yang sebanding dan berdekatan. Hipotesis yang digunakan sebagai berikut (Ambarwati dan Hastono, 2020):

$H_0: I = 0$ (tidak terdapat hubungan autokorelasi spasial antar lokasi)

$H_1: I \neq 0$ (terdapat hubungan autokorelasi spasial antar lokasi)

Statistik uji untuk *Moran's I* sebagai berikut:

$$I = \frac{n \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} (y_i - \bar{y})(y_j - \bar{y})}{S_0 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (4)$$

di mana:

$$S_0 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij}$$

I = *Moran's I*

n = banyaknya pengamatan

y_i = nilai pada lokasi ke- i

y_j = nilai pada lokasi ke- j

$\bar{y}$ = nilai rata-rata y_i dari lokasi ke- n

w_{ij} = elemen matriks pembobot spasial yang telah distandarisasi antara lokasi i dan j

Nilai *Moran's I* terletak dalam rentang $-1 \leq I \leq 1$, jika $I > E(I)$ menunjukkan bahwa autokorelasi spasial positif, sedangkan apabila $I < E(I)$ menunjukkan bahwa autokorelasi spasial negatif (Aulia dkk., 2017). Kriteria keputusan tolak H_0 apabila $p\text{-value} < \alpha$ dengan $\alpha = 0,05$ atau apabila $Z_{hitung} > Z_{\frac{\alpha}{2}}$, di mana statistik uji Z_{hitung} adalah sebagai berikut (Ariyanto dkk., 2021):

$$Z_{hitung} = \frac{I - E(I)}{\sqrt{Var(I)}} \quad (5)$$

di mana:

$E(I)$ = nilai harapan *Moran's I*

$Var(I)$ = nilai varians *Moran's I*

Lagrange Multiplier merupakan suatu uji ketergantungan spasial yang berfungsi untuk mengidentifikasi apakah terdapat pengaruh spasial antara pengamat yang satu dengan yang lainnya (Galla dkk., 2025). Statistik uji *Lagrange Multiplier* sebagai berikut:

$$LM_{lag} = \frac{(\frac{\vec{\varepsilon}^T \mathbf{W} \vec{\varepsilon}}{S^2})^2}{\frac{(\mathbf{W} \mathbf{X} \vec{\beta})^T \mathbf{M} \mathbf{W} \mathbf{X} \vec{\beta}}{S^2} + T} \quad (6)$$

dengan:

$$S^2 = \frac{\vec{\varepsilon}^T \vec{\varepsilon}}{n}$$

$$T = \text{trace}((\mathbf{W} + \mathbf{W}^T) \mathbf{W})$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{X}^{-1}) \mathbf{X}^T$$

di mana:

$\vec{y}$ = vektor variabel respon berukuran $n \times 1$

$\mathbf{W}$ = matriks pembobot spasial berukuran $n \times n$

$\mathbf{X}$ = matriks variabel prediktor berukuran $n \times (p + 1)$

$\vec{\beta}$ = vektor koefisien parameter regresi berukuran $(p + 1) \times 1$

$\vec{\varepsilon}$ = vektor galat berukuran $n \times 1$

$\mathbf{I}$ = matriks identitas berukuran $n \times n$

n = banyaknya pengamatan yang diteliti

Hipotesis yang digunakan adalah (Ayudia dan Putri, 2024):

$H_0: \rho = 0$ (tidak terdapat efek spasial pada variabel respon)

$H_1: \rho \neq 0$ (terdapat efek spasial pada variabel respon)

Kriteria keputusan tolak H_0 apabila $LM_{lag} > X_{\alpha, df}^2$ atau jika $p\text{-value} < \alpha$ yang berarti terdapat efek spasial pada variabel respon.

MATRIKS PEMBOBOT

Matriks pembobot spasial adalah suatu matriks yang mencerminkan interaksi di antara wilayah-wilayah, yang dihasilkan melalui data mengenai jarak atau kedekatan (Ambarwati dan Hastono, 2020). Matriks pembobot spasial atau *matrix contiguity* merupakan matriks dengan ukuran $n \times n$. Matriks *contiguity* memberikan nilai 1 pada wilayah yang langsung berbatasan dengan lokasi pengamatan ($W_{ij} = 1$) dan untuk yang lainnya akan dijadikan 0 atau dikosongkan ($W_{ij} = 0$) (Rahmadeni, 2020)

SPATIAL AUTOREGRESSIVE (SAR)

Regresi *Spatial Autoregressive* (SAR) merupakan salah satu model regresi spasial dengan pendekatan area yang memperhatikan pengaruh spasial *lag* terhadap variabel respon secara eksklusif (Aulia dkk., 2017). Model ini mengintegrasikan regresi linear dengan *lag* spasial pada variabel respon dengan memanfaatkan data *cross section*.

$$\vec{y} = \rho \mathbf{W} \vec{y} + \mathbf{X} \vec{\beta} + \vec{\varepsilon} \quad (7)$$

di mana:

$\vec{y}$ = vektor variabel respon berukuran $n \times 1$

ρ = koefisien parameter spasial lag dari variabel respon

W = matriks pembobot spasial berukuran $n \times n$

X = matriks variabel prediktor berukuran $n \times (p + 1)$

$\vec{\beta}$ = vektor koefisien parameter regresi berukuran $(p + 1) \times 1$

$\vec{\varepsilon}$ = vektor galat berukuran $n \times 1$

ESTIMASI PARAMETER

Estimasi parameter untuk *Spatial Autoregressive* (SAR) menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Estimasi parameter β diperoleh melalui pemaksimalan fungsi *ln likelihood* dengan melakukan diferensiasi terhadap persamaan tersebut terhadap β , sehingga didapatkan estimasi parameter sebagai berikut:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T (I - \rho W) \vec{y} \quad (8)$$

Sedangkan estimasi ρ diperoleh dengan cara memaksimalkan fungsi *ln-likelihood*, diperoleh estimasi parameter ρ adalah sebagai berikut:

$$\hat{\rho} = (\vec{y}^T W^T W \vec{y})^{-1} \vec{y}^T W^T \vec{y} \quad (9)$$

UJI SIGNIFIKASI PARAMETER

Uji signifikansi parameter dalam penelitian ini dilakukan secara simultan dan parsial.

1. Uji signifikansi parameter secara simultan

Uji signifikansi parameter secara simultan dilakukan dengan menggunakan metode uji F. Uji F ini dilakukan secara kolektif untuk menilai pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon, sehingga model regresi menjadi sesuai untuk diterapkan, dengan hipotesis sebagai berikut:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0$$

$$H_1: \text{minimal ada satu } \beta_k \neq 0, \text{ dengan } k = 1, 2, 3, \dots, p$$

Statistik uji:

$$F_{hitung} = \frac{\frac{SSR}{p}}{\frac{SSE}{n-p-1}} \quad (10)$$

Kriteria keputusan tolak H_0 apabila $F_{hitung} > F_{\alpha; p; n-p-1}$.

2. Uji signifikansi parameter secara parsial

Uji signifikansi parameter secara parsial dilakukan menggunakan uji *Wald*, yang berfungsi untuk menguji signifikansi masing-masing koefisien model secara terpisah (Hasbi, 2020). Hipotesis yang

digunakan dalam uji ini untuk parameter β adalah sebagai berikut:

$H_0: \beta_k = 0$ (variabel prediktor tidak signifikan terhadap variabel respon)

$H_1: \beta_k \neq 0$ (variabel prediktor signifikan terhadap variabel respon)

dengan $k = 1, 2, 3, \dots, p$.

Statistik uji:

$$W_k = \left(\frac{\beta_k}{SE(\beta_k)} \right)^2 \quad (11)$$

$$\text{dengan } SE(\beta_k) = \sqrt{(\sigma^2(\beta_k))}$$

Pengambilan keputusan untuk tolak H_0 pada parameter β apabila $W_k > Z_{\frac{\alpha}{2}}$ atau jika $p\text{-value} < \alpha$.

Sedangkan uji *Wald* untuk parameter ρ hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:

$H_0: \rho = 0$ (parameter spasial lag tidak signifikan terhadap variabel respon)

$H_1: \rho \neq 0$ (parameter spasial lag signifikan terhadap variabel respon)

Statistik uji:

$$W = \left(\frac{\rho}{SE(\rho)} \right)^2 \quad (12)$$

$$\text{dengan } SE(\rho) = \sqrt{(\sigma^2(\hat{\rho}))}$$

Pengambilan keputusan untuk tolak H_0 pada parameter ρ apabila $W > Z_{\frac{\alpha}{2}}$ atau jika $p\text{-value} < \alpha$.

UJI KEBAIKAN MODEL

Koefisien determinasi (R^2) adalah suatu angka yang digunakan untuk menunjukkan seberapa baik model dapat menjelaskan seberapa besar variabel prediktor mempengaruhi variabel respon (LeSage, 2008). Ukuran R^2 yang digunakan dalam regresi *Spatial Autoregressive* menggunakan *pseudo - R²*. Rumus dari koefisien determinasi adalah sebagai berikut (Koesnandy H dkk., 2024):

$$\text{pseudo} - R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (13)$$

di mana:

$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$ = jumlah kuadrat sisa atau residual

$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ = jumlah kuadrat total

y_i = nilai variabel dependen pada pengamatan ke- i

$\hat{y}_i$ = nilai prediksi pada pengamatan ke- i

$\bar{y}$ = rata-rata variabel dependen

n = jumlah observasi

PNEUMONIA

Pneumonia atau radang paru-paru, adalah penyakit yang membuat kantong udara di paru-paru (alveoli) bengkak dan mengalami peradangan dan akibatnya, kantong udara tersebut bisa terisi cairan atau nanah (Aulia dkk., 2017). Penyakit ini bisa disebabkan oleh bakteri, virus, atau jamur. Gejala yang sering muncul adalah demam, batuk, dan kesulitan bernapas. Jika tidak ditangani dengan baik, pneumonia bisa menyebabkan masalah serius, bahkan sampai berakibat fatal, terutama pada bayi, anak-anak, orang tua, serta orang yang sistem imunnya melemah.

METODE

SUMBER DATA

Penelitian ini memanfaatkan data sekunder terkait penyakit pneumonia di Provinsi Jawa Timur tahun 2023 beserta dengan faktor-faktor yang mempengaruhinya. Data didapatkan dari publikasi resmi yang dipublikasikan oleh Badan Pusat Statistik (BPS) dan Dinas Kesehatan. Jumlah lokasi penelitian yang dimanfaatkan sebanyak 38 kota atau kabupaten di Provinsi Jawa Timur.

VARIABEL PENELITIAN

Variabel yang digunakan dalam penelitian adalah sebagai berikut:

1. Persentase jumlah kasus pneumonia pada balita di Jawa Timur (y)
2. Persentase balita gizi buruk (x_1)
3. Persentase balita yang mendapat vitamin A (x_2)
4. Jumlah puskesmas (x_3)
5. Persentase rumah tangga yang memiliki akses sanitasi layak (x_4)
6. Persentase cakupan imunisasi dasar lengkap (x_5)
7. Persentase pemberian ASI eksklusif (x_6)
8. Kepadatan penduduk (x_7)

TEKNIK ANALISA DATA

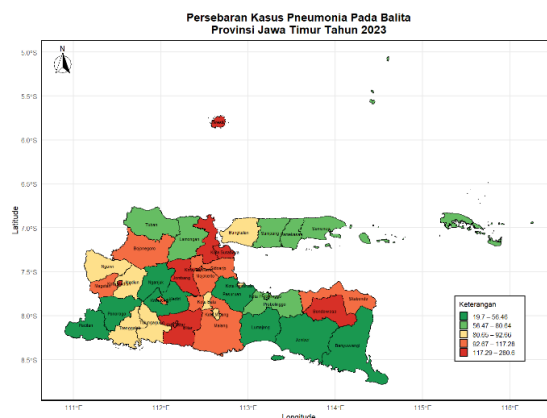
Prosedur penelitian yang ditetapkan dalam memperoleh tujuan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Melakukan pengumpulan data mengenai pneumonia pada balita di Jawa Timur tahun 2023 beserta faktor yang mempengaruhinya.
2. Melakukan uji deskriptif yang meliputi nilai minimum, maksimum, mean, dan standar deviasi.

3. Melakukan uji multikolinearitas serta menentukan matriks pembobot spasial.
4. Melakukan uji dependensi spasial yang meliputi uji *Moran's I* dan uji *Lagrange Multiplier*.
5. Melakukan pemodelan dengan menggunakan *Spatial Autoregressive* (SAR) dengan langkah sebagai berikut:
 - a. Melakukan penaksiran estimasi parameter model regresi *Spatial Autoregressive* (SAR) dengan memanfaatkan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE).
 - b. Melakukan uji parameter simultan untuk mengetahui kecocokan model *Spatial Autoregressive* (SAR) menerapkan uji F.
 - c. Melakukan uji parameter parsial untuk mengetahui kecocokan model *Spatial Autoregressive* (SAR) menerapkan uji *Wald*.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Kasus pneumonia pada balita di Jawa Timur rata-rata sebesar 91,84, wilayah yang memiliki kasus pneumonia pada balita tertinggi terletak pada Kota Blitar dengan persentase jumlah kasus sebesar 280,6% sedangkan kasus terendah terletak pada Kabupaten Pacitan sebesar 19,70%. Pola spasial menunjukkan bahwa kasus pneumonia pada balita yang rendah umumnya terdapat di bagian Selatan dan timur Provinsi Jawa Timur; kategori sedang menyebar di berbagai daerah seperti Tulungagung, Trenggalek, Madiun, Ngawi, Bangkalan, Kota Batu, dan Kota Malang; kategori tinggi hingga sangat tinggi terpusat di wilayah barat-tengah dan utara yang memiliki kepadatan penduduk yang lebih tinggi serta aktif secara social dan ekonomi. Visualisasi peta pada Gambar 1 menyajikan pola penyebaran persentase kasus pneumonia pada balita di Jawa Timur untuk wilayah kabupaten/kota.



Gambar 1. Persebaran Pneumonia Pada Balita

UJI MULTIKOLINEARITAS

Hasil pengujian multikolinearitas pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

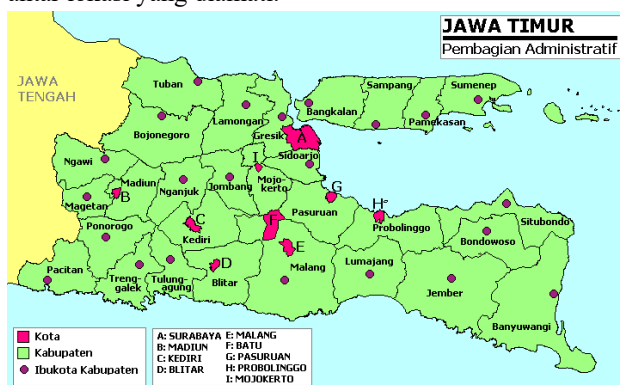
Tabel 1. Uji Multikolinearitas

Variabel	Nilai VIF
x_1	1,35
x_2	2,90
x_3	1,24
x_4	1,55
x_5	3,19
x_6	1,50
x_7	1,73

Berdasarkan nilai VIF yang tercantum dalam Tabel 1 keseluruhan variabel prediktor memperoleh nilai VIF dengan berkisar antara 1,5 hingga 3,19. Karena seluruh nilai tersebut berada dibawah batas 10, dengan demikian mampu diperoleh kesimpulan mengenai tidak adanya multikolinearitas secara besar antar variabel prediktor. Kondisi ini mengindikasikan mengenai model regresi yang dimanfaatkan tidak mengalami masalah terkait multikolinearitas, sehingga estimasi parameter regresi tetap stabil.

MATRIKS PEMBOBOT SPASIAL

Pada proses ini diperlukan peta yang berisikan pembagian administratif 38 kabupaten/kota di Provinsi Jawa Timur yang menjadi dasar untuk menghitung bobot antar lokasi yang diamati.



Gambar 2. Peta Kabupaten/Kota Provinsi Jawa Timur

Penelitian ini memanfaatkan matriks pembobot spasial *Queen Contiguity*, di mana lokasi yang bertetangga ditentukan berdasarkan persinggungan antara sisi dan sudut. Nilai matriks *Queen Contiguity* yang terstandarisasi menggunakan rumus $W_{ij} = \frac{c_{ij}}{\sum_{j=1}^n c_{ij}}$ untuk 38 wilayah dalam penelitian adalah sebagai berikut:

$$W_{38 \times 38} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0,25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0,2 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

UJI DEPENDENSI SPASIAL

Untuk menguji dependensi spasial akan dimanfaatkan uji *Moran's I* dan uji *Lagrange Multiplier*.

1. Uji Moran's I

Uji *Moran's I* dilakukan untuk menentukan adanya autokorelasi spasial pada variabel persentase kasus pneumonia pada balita di Provinsi Jawa Timur. Pengujian ini dilakukan untuk melihat kecenderungan pola distribusi spasial dari persentase pneumonia pada balita di berbagai wilayah, baik yang mengelompok maupun yang menyebar secara acak. Hasil uji *Moran's I* pada variabel respon adalah sebagai berikut:

Tabel 2. Hasil Uji *Moran's I*

I	$E(I)$	$Var(I)$	p - value	Z_{hit}
0,344778	-	0,01444	0,000990	3,093
79	0,027027	9	4	1

Berdasarkan Tabel 2 **Error! Reference source not found.** hasil uji *Moran's I* pada data persentase kasus pneumonia pada balita di 38 kabupaten/kota Provinsi Jawa Timur tahun 2023 menggunakan *queen contiguity*, menunjukkan adanya korelasi spasial antar wilayah, berdasarkan tabel diperoleh nilai *Moran's I* sejumlah 0,34477879 dengan p - value sejumlah 0,0009904. Selain itu diperoleh nilai $E(I)$ sebesar -0,027027 sehingga nilai *Moran's I* > $E(I)$ yang mengindikasikan mengenai autokorelasi spasial positif. Dalam taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ didapatkan nilai $Z_{hitung} > Z_{\frac{\alpha}{2}=0,025}$ yaitu $3,0931 > 1,96$ dan p - value < α sehingga diambil keputusan yaitu tolak H_0 .

2. Uji Lagrange Multiplier

Uji ini digunakan untuk mengidentifikasi apakah terdapat pengaruh spasial antara pengamat yang satu dengan yang lainnya. Hasil uji *Lagrange Multiplier* adalah sebagai berikut:

Tabel 3. Hasil Uji *Lagrange Multiplier*

LM Lag	p - value
7,0062	0,008123

Berdasarkan Tabel 3 **Error! Reference source not found.** pada taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ mampu dilihat mengenai $p - value < \alpha$ yaitu $0,008123 < 0,05$ maka diambil keputusan tolak H_0 . Kondisi ini memiliki arti bahwa terdapat dependensi spasial pada variabel respon.

PEMODELAN REGRESI SPATIAL AUTOREGRESSIVE(SAR)

Sebelum tahap pemodelan dilakukan, langkah awal yang perlu dilakukan adalah menemukan estimasi parameter. Estimasi parameter model regresi *Spatial Autoregressive* (SAR) dalam penelitian ini diselesaikan dengan pendekatan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) yang disajikan dalam tabel berikut:

Tabel 4. Hasil Estimasi Parameter

Parameter	Estimasi	Standar Error	$z - value$	$p - value$
ρ	0,5585	0,1279	4,3679	0,0020
β_0	18,6006	76,9086	0,2419	0,8089
β_1	-8,9975	10,3193	-0,8719	0,3832
β_2	1,7804	0,9251	1,9246	0,0054
β_3	-1,5049	0,4503	-3,3421	0,0008
β_4	-0,5463	0,5339	-1,0231	0,3063
β_5	-1,3716	1,3218	-1,0376	0,2994
β_6	1,0840	0,4788	2,2638	0,0235
β_7	0,0052	0,0030	1,7327	0,0831
Uji F = 4,549092				

Berdasarkan Tabel 4 didapatkan persamaan model regresi SAR yaitu:

$$y_i = 0,5585 \sum_{j=1}^n w_{ij} y_j + 18,6006 - 8,9975x_{i1} + 1,7804x_{i2} - 1,5049x_{i3} - 0,5463x_{i4} - 1,3716x_{i5} + 1,0840x_{i6} + 0,0052x_{i7}, i = 1, 2, 3, \dots, n \quad ()$$

Selanjutnya akan dilakukan uji F yang merupakan pengujian parameter secara simultan untuk mengevaluasi kecukupan model regresi yang telah dihasilkan. Berdasarkan Tabel 4 **Error! Reference source not found.** dengan taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ didapatkan nilai dari F_{hitung} sebesar 4,549092 dan $F_{0,05;7;30} 2,33$, sehingga diambil keputusan tolak H_0 dikarenakan $F_{hitung} > F_{0,05;7;30}$, hal ini memiliki arti mengenai sekurangnya terdapat satu variabel prediktor yang terdapat pengaruh terhadap variabel respon dan terdapat pengaruh spasial lag pada variabel respon secara signifikan sehingga model regresi SAR cocok digunakan pada penelitian.

Tabel 4 menunjukkan hasil uji *Wald* pada model regresi SAR, nilai uji *Wald* parameter β nilainya setara dengan $z - value$. Berdasarkan Tabel 4 dengan taraf signifikansi $\alpha = 0,05$, nilai $p - value$ dari

variabel jumlah puskesmas (x_3) memiliki nilai $p - value$ sebesar 0,0008 dan persentase pemberian ASI eksklusif (x_6) memperoleh nilai $p - value$ 0,0235, yang berarti nilai $p - value$ dari masing-masing variabel tersebut bernilai kurang dari $\alpha = 0,05$ sehingga diambil keputusan tolak H_0 . Dengan demikian, mampu diperoleh kesimpulan mengenai pada model regresi SAR variabel prediktor jumlah puskesmas (x_3) dan persentase pemberian ASI eksklusif (x_6) berpengaruh signifikan terhadap variabel respon.

Berdasarkan Tabel 4 juga menunjukkan hasil uji *Wald* pada parameter ρ yang nilainya setara dengan $z - value$. Berdasarkan Tabel 4 dengan taraf signifikansi $\alpha = 0,05$, nilai $p - value$ dari parameter ρ sebesar 0,0020 yang berarti $p - value < \alpha$ sehingga diambil keputusan tolak H_0 . Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa parameter spasial lag signifikan pada variabel respon.

UJI KEBAIKAN MODEL

Dalam penelitian ini untuk melihat apakah model yang digunakan cukup baik dilakukan uji kebaikan model menggunakan nilai koefisien determinasi. *Pseudo - R²* bernilai 1 artinya seluruh variabel respon dapat dijelaskan secara sempurna oleh variabel prediktor yang ada pada model. Tabel berikut menampilkan hasil dari koefisien determinasi pada regresi SAR:

Tabel 5. Uji Kebaikan Model

Model Regresi	$pseudo - R^2$
Regresi SAR	0,5565

Berdasarkan Tabel 5 **Error! Reference source not found.** didapatkan nilai $pseudo - R^2$ sejumlah 0,5565 nilai tersebut mengindikasikan bahwa model *Spatial Autoregressive* (SAR) mampu menjelaskan bahwa sekitar 55,65% keragaman kasus pneumonia pada balita di Provinsi Jawa Timur melalui berbagai variabel prediktor yang dimanfaatkan pada model. Sementara itu, sekitar 44,35% variasi sisanya dipengaruhi dari faktor lainnya yang tidak tercakup pada model. Hasil tersebut mengindikasikan bahwa kemampuan model dalam menerangkan variasi data berada pada tingkat cukup baik. Oleh karena itu, model *Spatial Autoregressive* (SAR) menggunakan matriks *Queen Contiguity* dapat dinilai cukup memadai dalam merepresentasikan pola spasial kasus pneumonia pada balita.

INTERPRETASI HASIL

Berdasarkan hasil estimasi dari model *Spatial Autoregressive* (SAR) dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE), diperoleh bahwa nilai parameter ρ adalah 0,5585 dan menunjukkan signifikansi pada tingkat 5% dengan nilai p – value sebesar 0,0020.

Jumlah puskesmas (x_3) memiliki nilai koefisien sebesar -1,5049 dengan p – value $< \alpha$ sehingga berpengaruh terhadap persentase kasus pneumonia pada balita, nilai koefisien tersebut berarti bahwa setiap penambahan satu unit puskesmas dapat mengurangi persentase kasus pneumonia sebesar 1,5049 kali. Hal ini mengindikasikan bahwa peningkatan ketersediaan fasilitas kesehatan berkontribusi dalam memperbaiki penanganan serta menurunkan jumlah kasus pneumonia, hasil tersebut juga menunjukkan bahwa adanya fasilitas kesehatan memiliki peran penting dalam upaya mencegah, mendeteksi lebih awal, serta menangani kasus pneumonia pada balita.

Persentase pemberian ASI eksklusif (x_6) memiliki nilai koefisien 1,0840 dengan p – value $< \alpha$ sehingga berpengaruh terhadap persentase kasus pneumonia pada balita, nilai koefisien yang positif menunjukkan bahwa setiap peningkatan 1% diikuti peningkatan persentase kasus pneumonia sebesar 1,0840 poin dengan asumsi variabel lain konstan. Nilai positif dalam variabel ini kemungkinan dipengaruhi oleh beberapa faktor lain, seperti perbedaan dalam kualitas pelaporan kasus, akses secara lebih maksimal untuk layanan kesehatan, juga terdapatnya kemungkinan efek spasial antar daerah.

PENUTUP

SIMPULAN

Berdasarkan hasil pembahasan regresi spasial menggunakan regresi *Spatial Autoregressive* (SAR) terhadap persentase kasus pneumonia pada balita di Jawa Timur tahun 2023 diperoleh model Regresi *Spatial Autoregressive* (SAR) adalah sebagai berikut:

$$y_i = 0,5585 \sum_{j=1}^n w_{ij} y_j + 18,6006 - 8,9975x_{i1} + 1,7804x_{i2} - 1,5049x_{i3} - 0,5463x_{i4} - 1,3716x_{i5} + 1,0840x_{i6} + 0,0052x_{i7}, i = 1,2,3, \dots, n$$

dengan nilai koefisien determinasi sebesar 0,5565 koefisien determinasi tersebut mengindikasikan bahwa model *Spatial Autoregressive* (SAR) mampu menjelaskan bahwa sekitar 55,65% keragaman kasus pneumonia pada balita di Provinsi Jawa Timur melalui variabel-variabel prediktor yang digunakan.

Hasil tersebut mengindikasikan bahwa kemampuan model dalam menjelaskan keragaman data berada pada tingkat cukup baik. Pada pemodelan *Spatial Autoregressive* (SAR) berdasarkan uji signifikansi pada taraf signifikansi $\alpha = 0,05$ terdapat dua variabel prediktor yang memiliki pengaruh secara signifikan terhadap variabel respon yaitu variabel prediktor jumlah puskesmas (x_3) dan persentase pemberian ASI eksklusif (x_6).

SARAN

Temuan penelitian ini memberikan beberapa rekomendasi yang bisa dilakukan oleh peneliti selanjutnya seperti menggunakan regresi spasial lainnya, seperti *Spatial Error Model* (SEM) maupun *Spatial Durbin Model* (SDM), guna memperoleh model yang paling optimal dalam menjelaskan fenomena spasial kasus pneumonia. Menambahkan variabel lain agar dapat menghasilkan model yang lebih baik sehingga faktor-faktor lain yang berpengaruh signifikan terhadap kasus pneumonia pada balita dapat diidentifikasi.

DAFTAR PUSTAKA

- Afriani, B., & Oktavia, L. (2021). Faktor Risiko Kejadian Pneumonia Pada Bayi. *Babul Ilmi Jurnal Ilmiah Multi Science Kesehatan*, 13(2). <https://doi.org/10.36729/bi.v13i2.895>
- Ambarwati, R., & Hastono, S. P. (2020). Pemodelan Faktor-faktor yang Mempengaruhi Balita Gizi Buruk di Provinsi Jawa Barat Tahun 2017 dengan Pendekatan *Spatial Autoregressive Model* (SAR). *Jurnal Ilmu Kesehatan Masyarakat*, 9(02), 121–128. <https://doi.org/10.33221/jikm.v9i02.507>
- Ariyanto, D., Pramoedyo, H., & Nur Aini, N. (2021). *Spatial Cluster Ing Dengan Metode Skater (K'luster Analysis By Tree Edge Removal) Untuk Pengelompokan Sebaran Covid-19 Di Kabupaten Tulungagung*. <https://doi.org/10.3048/PattimuraSci.2021.KNMXX.371-380>
- Aulia, I., Chamid, M. S., & Andari, S. (2017). Pemodelan Pneumonia pada Balita di Surabaya Menggunakan *Spatial Autoregressive Models*. *Jurnal Sains Dan Seni ITS*, 6(1). <https://doi.org/10.12962/j23373520.v6i1.22437>
- Ayudia, N. U., & Putri, D. E. (2024). Pemodelan *Spatial Autoregressive Model* (SAR) Pada Kasus Kemiskinan Di Jawa Timur. *Jurnal Gaussian*, 13(2), 308–318. <https://doi.org/10.14710/j.gauss.13.2.308-318>
- Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Timur. (2023). *Profil Kesehatan Jawa Timur 2023*.

- Faisal, F., Irwandi, Aprilia, R., Suharni, & Efriza. (2024). Tinjauan Literatur: Faktor Risiko dan Epidemiologi Pneumonia pada Balita. *Scientific Journal*, 3(3), 166–173. <https://doi.org/10.56260/sciena.v3i3.144>
- Galla, S., Nasib, S. K., Hasan, I. K., Nashar, L. A. O. D. E., & Nuha, A. R. (2025). *Penerapan Analisis Spatial Autoregressive Model Menggunakan Bishop Contiguity dan Spatial Error Model Menggunakan Queen Contiguity (Studi Kasus : Faktor-faktor yang Mempengaruhi Indeks Pembangunan Manusia di Pulau Sulawesi Tahun 2022)*. 9(1), 1–15.
- Hasbi, Y. (2020). Regresi Spasial (Aplikasi dengan R). In *Wade Group*.
- Koesnandy H, A., Soleh, A. M., & Afendi, F. M. (2024). *Study of Spatial Autoregressive Regression With Heteroskedasticity Using the Generalized Method of Moments* *Kajian Regresi Spasial Autoregresif dengan Heteroskedastik Menggunakan Generalized Method of Moments dan Pendekatan Bayes*. 8(1), 58–69.
- LeSage, J. P. (2008). An introduction to spatial econometrics. *Revue d'Economie Industrielle*, 123(3), 19–44. <https://doi.org/10.4000/rei.3887>
- Milenia, R., Sari, R. P., & Muliani, F. (2023). Penerapan Geographically Weighted Regression Pada Kasus Pneumonia Balita Di Kabupaten Aceh Tamiang, Kota Langsa, Dan Kabupaten Aceh Timur. *Jurnal Gamma-Pi*, 5(1), 7–13. <https://doi.org/10.33059/jgp.v5i1.7259>
- Oktaviani, B., Amalita, N., Kurniawati, Y., & Martha, Z. (2025). *Pemodelan Geographically Weighted Regression Pada Kasus Pneumonia Di Indonesia*. 5(02), 195–207.
- Rahmadeni, R. (2020). Model Spatial Autoregressive (SAR) pada Tingkat Kemiskinan (Studi Kasus : Provinsi Riau). *Jurnal Sains Matematika Dan Statistika*, 6(2), 61. <https://doi.org/10.24014/jsms.v6i2.10530>
- WHO. (2022). *Pneumonia in children*. World Health Organization. <https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/pneumonia>