

PEMODELAN MOTIF BATIK MELALUI SIMULASI NUMERIK PERSAMAAN GELOMBANG AIR DANGKAL SATU DIMENSI

Arfan Fathurohman

Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Negeri Yogyakarta, Sleman, Daerah Istimewa
Yogyakarta, Indonesia

e-mail: arfanfathurohman01@gmail.com

Riyan Setiawan M.Arif

Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Negeri Yogyakarta, Sleman, Daerah Istimewa
Yogyakarta, Indonesia

e-mail: riyansetiawanmarif@gmail.com

Tirta Anggi Nugroho

Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Negeri Yogyakarta, Sleman, Daerah Istimewa
Yogyakarta, Indonesia

e-mail: tirtanugroho88@gmail.com

Sugianto

Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Negeri Yogyakarta, Sleman, Daerah Istimewa
Yogyakarta, Indonesia

e-mail: sugimath@yahoo.co.id

Abstrak

Penelitian ini membahas pemodelan motif batik menggunakan pendekatan matematika melalui simulasi numerik persamaan gelombang air dangkal satu dimensi. Permasalahan yang dikaji adalah bagaimana pola gelombang yang dihasilkan dari persamaan tersebut dapat membentuk visual yang menyerupai motif batik. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengeksplorasi potensi persamaan gelombang air dangkal dalam menghasilkan pola-pola motif batik secara matematis. Metode yang digunakan adalah simulasi numerik untuk menyelesaikan persamaan gelombang air dangkal satu dimensi dengan kondisi awal dan batas tertentu, dengan fungsi topografi $b_2(x)$ dan $b_4(x)$ sebagai referensi utama pembangkitan pola. Hasil penelitian menunjukkan bahwa variasi parameter gelombang, seperti amplitudo dan kecepatan rambat, menghasilkan pola yang beragam dan memiliki kemiripan dengan motif batik. Fungsi topografi $b_2(x)$ menghasilkan pola dengan karakteristik landai dan halus, cocok untuk motif bernuansa lembut seperti megamendung dan lereng. Sementara fungsi $b_4(x)$ menghasilkan pola dengan variasi tajam dan dinamis, sesuai untuk motif parang dan truntum. Dengan demikian, pemodelan matematika melalui simulasi numerik dapat menjadi alternatif inovatif dalam pengembangan motif batik berbasis sains dan teknologi.

Kata Kunci: motif batik, simulasi numerik, persamaan gelombang air dangkal, fungsi topografi, desain komputasional

Abstract

This study discusses the modeling of batik motifs using a mathematical approach through numerical simulation of the one-dimensional shallow water wave equation. The problem addressed is how wave patterns generated from the equation can form visual patterns resembling batik motifs. The purpose of this research is to explore the potential of the shallow water wave equation in producing batik motif patterns mathematically. The method used is numerical simulation to solve the one-dimensional shallow water wave equation with specific initial and boundary conditions, with topographical functions $b_2(x)$ and $b_4(x)$ as the main reference for pattern generation. The results show that variations in wave parameters, such as amplitude and propagation speed, produce diverse patterns that resemble traditional batik motifs. The $b_2(x)$ topographical function produces patterns with gentle and smooth characteristics, suitable for soft-toned motifs such as megamendung and lereng. Meanwhile, the $b_4(x)$ function produces patterns with sharp and dynamic variations, suitable for parang and truntum motifs. Therefore, mathematical modeling through numerical simulation can serve as an innovative alternative for the development of batik motifs based on science and technology.

Keywords: batik motifs, numerical simulation, shallow water wave equation, topographical function, computational design

PENDAHULUAN

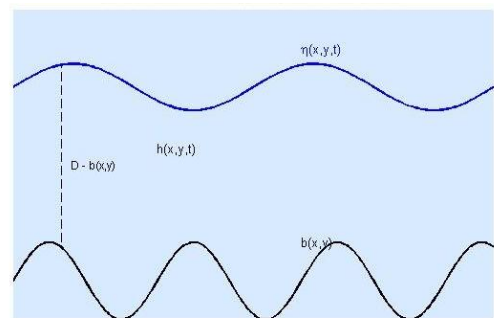
Setiap Batik merupakan salah satu warisan budaya Indonesia yang memiliki kekayaan motif dengan pola geometris, repetitif, dan dinamis. Pola-pola tersebut tidak hanya memiliki nilai estetika dan filosofis, tetapi juga dapat dikaji secara ilmiah melalui pendekatan matematika. Dalam beberapa dekade terakhir, pemodelan matematika semakin banyak digunakan untuk merepresentasikan fenomena alam dan membangkitkan pola visual kompleks, baik dalam kajian ilmiah maupun pengembangan desain berbasis sains. Salah satu pendekatan matematika yang potensial untuk menghasilkan pola dinamis dan berulang adalah persamaan gelombang.

Persamaan gelombang air dangkal (*shallow water wave equations*) merupakan model matematika yang diturunkan berdasarkan hukum konservasi massa dan momentum. Model ini banyak digunakan untuk menggambarkan fenomena gelombang panjang, seperti gelombang laut, arus air, dan tsunami. Menurut Synolakis^[1], tsunami merupakan salah satu contoh gelombang panjang, yaitu gelombang yang memiliki panjang gelombang jauh lebih besar dibandingkan kedalaman mediumnya. Dalam kondisi tersebut, perambatan gelombang dapat dimodelkan secara efektif menggunakan persamaan gelombang air dangkal. Flouri et al.^[2] juga menyatakan bahwa persamaan gelombang air dangkal mampu merepresentasikan perambatan gelombang secara akurat pada domain air dangkal, termasuk pada kasus dengan variasi topografi dasar.

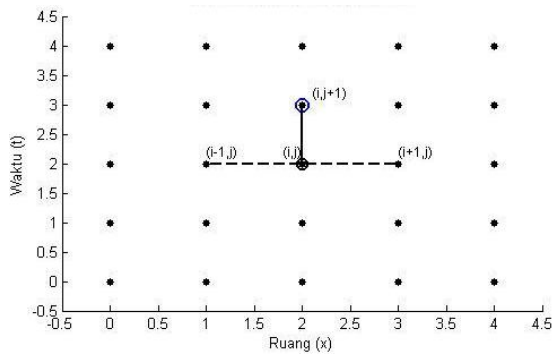
Berbagai penelitian telah dilakukan untuk memperoleh solusi numerik dari persamaan gelombang air dangkal. Roberts^[3] mengkaji solusi numerik dari hukum konservasi yang diaplikasikan pada persamaan gelombang air dangkal sebagai sistem persamaan hiperbolik. Selanjutnya, Crowhurst^[4] serta Saiduzzaman et al.^[5] membahas penyelesaian persamaan gelombang air dangkal satu dimensi menggunakan metode beda hingga dengan berbagai skema numerik. Penelitian oleh Setiyowati et al.^[6] juga mengkaji konstruksi model persamaan gelombang air dangkal satu dan dua dimensi, serta melakukan simulasi numerik menggunakan skema Lax-Friedrichs untuk menganalisis fenomena gelombang dengan topografi tidak datar.

Meskipun persamaan gelombang air dangkal banyak diaplikasikan dalam konteks fenomena fisik, khususnya kebencanaan, pendekatan ini juga memiliki potensi untuk dikembangkan dalam ranah visual dan artistik. Solusi numerik persamaan gelombang air dangkal dapat menghasilkan pola gelombang yang memiliki karakter keteraturan, pengulangan, dan simetri tertentu. Karakteristik tersebut sejalan dengan prinsip dasar pembentukan motif batik, yang umumnya tersusun atas pola berulang dan struktur geometris. Dengan melakukan variasi parameter awal, seperti amplitudo gelombang, kondisi awal, serta bentuk topografi dasar, dapat dihasilkan beragam pola visual yang berpotensi dimanfaatkan sebagai representasi matematis motif batik.

Penelitian ini berfokus pada penggunaan fungsi topografi $b_2(x)$ dan $b_4(x)$ dari referensi Setiyowati & Riestiana^[6] sebagai basis pembangkitan pola motif batik. Fungsi $b_2(x)$ merepresentasikan topografi landai yang menghasilkan pola halus dan mengalir, sedangkan $b_4(x)$ merepresentasikan topografi modifikasi dengan variasi curam-landai yang menghasilkan pola dinamis dan kompleks. Output grafik dari kedua fungsi tersebut akan ditransformasikan menjadi elemen visual motif batik melalui mekanisme mapping matematis-artistik.



Gambar 1. Struktur Dasar Persamaan Gelombang Air Dangkal 2D



Gambar 2. Skema Diskretisasi Lax-Friedrichs

Berdasarkan latar belakang tersebut, penelitian ini bertujuan untuk memodelkan dan menganalisis pola gelombang yang dihasilkan dari simulasi numerik persamaan gelombang air dangkal satu dimensi dengan fungsi topografi $b_2(x)$ dan $b_4(x)$. Metode beda hingga dengan skema Lax-Friedrichs digunakan untuk memperoleh solusi numerik dari sistem persamaan yang dimodelkan. Selanjutnya, hasil simulasi dianalisis secara visual untuk mengamati keterkaitan antara parameter gelombang dan pola yang terbentuk, kemudian diinterpretasikan sebagai elemen desain batik. Penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi awal dalam pengembangan motif batik berbasis pendekatan matematika dan simulasi numerik, sekaligus memperluas aplikasi persamaan gelombang air dangkal di luar konteks fenomena fisik.

KAJIAN TEORI

Penelitian ini didukung oleh sejumlah teori relevan yang berasal dari mekanika fluida, analisis numerik, serta transformasi visual. Pertama, model persamaan gelombang air dangkal diturunkan dari prinsip konservasi massa dan konservasi momentum dalam kerangka fluida kontinu. Asumsi yang mendasari meliputi fluida homogen (massa jenis konstan), tidak kental (inviscid), tidak termampatkan (incompressible), serta aliran irrotasional sehingga medan kecepatan bebas dari komponen rotasi. Kedua, karena panjang gelombang diasumsikan jauh lebih besar dibandingkan kedalaman rata-rata fluida, distribusi tekanan dianggap hidrostatik dan variasi vertikal kecepatan diabaikan. Akibatnya, sistem tereduksi menjadi model dua dimensi horizontal yang hanya bergantung pada ruang (x,y) dan waktu t , dengan total kedalaman didefinisikan sebagai $D + b(x,y) + \eta(x,y,t)$. Ketiga, dari hukum konservasi massa

diperoleh persamaan kontinuitas, sedangkan dari hukum konservasi momentum bersama tekanan hidrostatik diperoleh sistem konservatif dua dimensi yang bersifat hiperbolik non-linear. Reduksi ke satu dimensi dilakukan dengan mengabaikan variasi arah y ($v=0$ dan turunan terhadap y bernilai nol), sehingga dihasilkan sistem yang menunjukkan interaksi non-linear antara kecepatan dan elevasi permukaan, yang memungkinkan terjadinya deformasi gelombang, penajaman gradien, dan pembentukan pola spasial kompleks. Keempat, karena tidak tersedia solusi analitik umum untuk sistem non-linear, pendekatan numerik diperlukan. Domain ruang dan waktu didiskretisasi dengan grid seragam, dan stabilitas numerik dijamin oleh kondisi Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) yang memastikan domain ketergantungan numerik mencakup domain fisik. Kelima, skema Lax-Friedrichs dipilih sebagai metode beda hingga eksplisit karena strukturnya yang sederhana, mudah diimplementasikan, serta memiliki disipasi numerik inheren yang meredam osilasi non-fisik pada gradien tajam. Turunan waktu didekati dengan beda maju, turunan ruang dengan beda pusat, dan nilai pada titik grid saat ini diperoleh melalui rata-rata dua titik tetangga pada waktu sebelumnya. Keenam, penelitian ini menggunakan dua fungsi topografi utama dari referensi Setiyowati & Riestiana [6], yaitu $b_2(x)$ yang bergradien sangat landai dan $b_4(x)$ yang merupakan kombinasi linear curam, plateau, dan parabola. Kedua topografi berperan sebagai cetakan dasar yang menentukan karakter perambatan gelombang. Ketujuh, kondisi awal diberikan dalam bentuk gelombang soliter dengan amplitudo A , posisi awal x_0 , dan lebar L yang divariasikan secara sistematis untuk menghasilkan dinamika yang kaya. Kedelapan, untuk menjembatani output matematis dengan desain visual batik, dikembangkan mekanisme transformasi yang meliputi normalisasi domain, pemetaan elevasi ke intensitas warna (skala 0–255), ekstraksi kontur pada garis level η konstan, serta penerapan simetri translasi dan refleksi. Hasil akhirnya adalah representasi matematis motif batik dalam kerangka abstraksi visual, di mana pola repetitif mencerminkan prinsip pengulangan, dan deformasi non-linear merepresentasikan dinamika visual yang terstruktur namun tidak sepenuhnya simetris. Kesembilan, analisis pola dilakukan secara deskriptif-kualitatif dengan meninjau keteraturan

periodik, simetri spasial, kompleksitas morfologis, interferensi non-linear, serta dinamika struktur seiring waktu. Seluruh teori ini secara bersama-sama mendukung validitas penelitian dalam membangkitkan motif batik berbasis simulasi numerik persamaan gelombang air dangkal.

METODE

PENDEKATAN PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan kajian pustaka yang komprehensif, konstruksi model matematis berbasis hukum konservasi, serta implementasi simulasi numerik terstruktur untuk mengeksplorasi pembentukan pola visual melalui sistem persamaan gelombang air dangkal satu dimensi. Pendekatan multidisipliner ini dipilih dengan pertimbangan bahwa persamaan gelombang air dangkal merupakan sistem persamaan diferensial parsial hiperbolik non-linear yang tidak hanya mampu merepresentasikan dinamika gelombang panjang secara fisik dan matematis, tetapi juga memiliki struktur solusi yang kaya secara spasial-temporal. Kompleksitas intrinsik dari sistem ini membuka kemungkinan munculnya pola interferensi, repetisi, deformasi non-linear, serta fenomena propagasi yang secara visual dapat menyerupai motif-motif geometris terstruktur seperti pada batik.

Dalam konteks penelitian ini, dinamika gelombang tidak diarahkan pada analisis kebencanaan, mitigasi tsunami, maupun prediksi hidrodinamika pantai sebagaimana lazimnya penggunaan model ini dalam literatur teknik dan geofisika, melainkan secara eksplisit dimanfaatkan sebagai medium eksplorasi artistik-matematis untuk menghasilkan pola visual yang memiliki karakter repetitif, simetri dinamis, dan kompleksitas morfologis.

Kajian pustaka dilakukan dengan menelaah secara sistematis literatur yang membahas proses penurunan persamaan gelombang air dangkal dari hukum konservasi massa dan momentum, sebagaimana dijelaskan oleh Roberts [3] serta Setiyowati et al. [6]. Literatur tersebut menjadi fondasi konseptual dalam memahami struktur konservatif sistem, sifat hiperbolik persamaan, karakteristik gelombang non-linear, serta kemungkinan terbentuknya *shock wave* dan *rarefaction wave*. Selain itu, referensi terkait metode beda hingga,

analisis kestabilan numerik, serta implementasi skema Lax–Friedrichs dipelajari secara mendalam guna menentukan pendekatan numerik yang tidak hanya stabil dan efisien, tetapi juga mampu mempertahankan struktur pola tanpa menghasilkan osilasi numerik yang tidak fisik.

KONSTRUKSI MODEL PERSAMAAN GELOMBANG AIR DANGKAL

Persamaan gelombang air dangkal diturunkan dari prinsip fundamental dalam mekanika fluida, yakni hukum konservasi massa dan hukum konservasi momentum, yang dinyatakan dalam kerangka fluida kontinu. Model ini berlaku dengan sejumlah asumsi penyederhanaan yang secara matematis signifikan, yaitu bahwa fluida bersifat homogen (massa jenis konstan), tidak kental (*inviscid*), tidak termampatkan (*incompressible*), serta aliran diasumsikan irrotasional sehingga medan kecepatan dapat direpresentasikan tanpa komponen rotasi.

Selain itu, diasumsikan bahwa panjang gelombang jauh lebih besar dibandingkan kedalaman rata-rata fluida, sehingga distribusi tekanan dapat dianggap hidrostatis dan variasi vertikal kecepatan dapat diabaikan. Dengan demikian, sistem dapat direduksi menjadi model dua dimensi horizontal yang hanya bergantung pada variabel ruang x dan y , serta waktu t .

Total kedalaman fluida didefinisikan sebagai:

$$h(x, y, t) = D - b(x, y) + \eta(x, y, t)$$

Dengan D menyatakan kedalaman rata-rata, $b(x, y)$ fungsi topografi dasar, dan $\eta(x, y, t)$ elevasi permukaan air relatif terhadap keadaan keseimbangan. Formulasi ini memungkinkan pemisahan antara pengaruh topografi statis dan dinamika permukaan bebas yang bersifat temporal.

Berdasarkan hukum konservasi massa, diperoleh persamaan kontinuitas:

$$h_t + (hu)_x + (hv)_y = 0 \quad (1)$$

yang menyatakan bahwa perubahan kedalaman total terhadap waktu sama dengan divergensi fluks massa pada arah horizontal.

Selanjutnya, dengan menerapkan hukum konservasi momentum serta asumsi tekanan

hidrostatik, diperoleh sistem konservatif dua dimensi:

$$(hu)_t + \left(hu^2 + \frac{1}{2}gh^2\right)_x + (huv)_y = -ghb_x(2)$$

$$(hv)_t + (huv)_x + \left(hv^2 + \frac{1}{2}gh^2\right)_y = -ghb_y(3)$$

Suku di sisi kanan merepresentasikan kontribusi gradien topografi terhadap percepatan fluida, yang secara fisik dapat dipahami sebagai efek gaya berat akibat perubahan elevasi dasar. Sistem ini bersifat hiperbolik non-linear, yang ditandai dengan adanya kecepatan karakteristik nyata dan fenomena propagasi gelombang dengan kecepatan hingga $|u| + \sqrt{gh}$.

REDUKSI KE PERSAMAAN GELOMBANG AIR DANGKAL SATU DIMENSI

Untuk kepentingan eksplorasi pola visual serta efisiensi komputasi, model dua dimensi direduksi menjadi satu dimensi dengan mengabaikan variasi arah y. Asumsi ini mencakup $v = 0$ dan seluruh turunan terhadap y bernilai nol. Dengan penyederhanaan tersebut, sistem menjadi:

$$h_t + (hu)_x = 0(4)$$

$$(hu)_t + \left(hu^2 + \frac{1}{2}gh^2\right)_x = -ghb_x(5)$$

Dengan mensubstitusikan hubungan:

$$h(x, t) = D - b(x) + \eta(x, t)$$

maka sistem dapat dituliskan dalam bentuk variabel primitif:

$$\eta_t + \frac{\partial}{\partial x}(u(\eta + D - b)) = 0(6)$$

$$u_t + uu_x + g\eta_x = 0(7)$$

Struktur ini memperlihatkan adanya interaksi non-linear antara kecepatan dan elevasi permukaan, yang memungkinkan terjadinya deformasi gelombang, penajaman gradien, serta pembentukan pola spasial yang kompleks. Karena tidak tersedia solusi analitik umum untuk sistem non-linear ini, pendekatan numerik menjadi satu-satunya metode yang layak untuk memperoleh solusi aproksimasi.

DISKRETISASI DENGAN METODE BEDA HINGGA

Domain ruang ditentukan sebagai interval tertutup $x \in [x_{\min}, x_{\max}]$, sedangkan domain waktu sebagai $t \in [0, T]$. Domain ruang dibagi menjadi N subinterval dengan jarak grid seragam Δx , sehingga diperoleh titik diskret $x_i = i\Delta x$. Domain waktu dibagi menjadi M langkah dengan jarak waktu Δt , sehingga $t_j = j\Delta t$.

Karena sistem bersifat hiperbolik, kestabilan numerik sangat dipengaruhi oleh rasio antara Δt dan Δx . Oleh sebab itu, langkah waktu dipilih agar memenuhi kondisi Courant-Friedrichs-Lewy (CFL):

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{\max(|u| + \sqrt{gh})} (8)$$

Kondisi ini memastikan bahwa domain ketergantungan numerik mencakup domain ketergantungan fisik, sehingga informasi gelombang tidak merambat melampaui satu sel grid dalam satu langkah waktu. Pelanggaran terhadap kondisi ini berpotensi menyebabkan instabilitas eksponensial dan munculnya artefak numerik.

SKEMA LAX-FRIEDRICHS

Untuk menyelesaikan sistem secara numerik digunakan metode beda hingga dengan skema Lax-Friedrichs. Skema ini dipilih karena memiliki struktur eksplisit yang sederhana, relatif mudah diimplementasikan, serta memiliki sifat disipasi numerik inheren yang mampu meredam osilasi non-fisik pada gradien tajam.

Turunan waktu didekati dengan beda maju, sedangkan turunan ruang menggunakan beda pusat. Nilai pada titik grid saat ini diperoleh melalui rata-rata dua titik tetangga pada waktu sebelumnya, kemudian dikoreksi oleh selisih fluks yang dikalikan faktor propagasi.

Bentuk diskrit dari $\eta(x, t)$, $u(x, t)$, dan $b(x)$ adalah:

$$\eta_i^j = \frac{\eta_{i+1}^j + \eta_{i-1}^j}{2}, u_i^j = \frac{u_{i+1}^j + u_{i-1}^j}{2}, b_i = \frac{b_{i+1} + b_{i-1}}{2} (9)$$

Turunan pertama terhadap waktu dan ruang:

$$\eta_t = \frac{\eta_i^{j+1} - \eta_i^j}{\Delta t}, u_t = \frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{\Delta t} (10)$$

$$\eta_x = \frac{\eta_{i+1}^j - \eta_{i-1}^j}{2\Delta x}, u_x = \frac{u_{i+1}^j - u_{i-1}^j}{2\Delta x}, b_x = \frac{b_{i+1} - b_{i-1}}{2\Delta x} \quad (11)$$

Substitusi persamaan (9), (10), dan (11) ke dalam sistem persamaan (6) dan (7) diperoleh penyelesaian numerik:

$$\eta_i^{j+1} = \frac{\eta_{i+1}^j + \eta_{i-1}^j}{2} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} [(\eta_{i+1}^j + D - b_{i+1})u_{i+1}^j - (\eta_{i-1}^j + D - b_{i-1})u_{i-1}^j] \quad (12)$$

$$u_i^{j+1} = \frac{u_{i+1}^j + u_{i-1}^j}{2} - \frac{g\Delta t}{2\Delta x} (\eta_{i+1}^j - \eta_{i-1}^j) - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left[\frac{(u_{i+1}^j)^2 + (u_{i-1}^j)^2}{2} \right] \quad (13)$$

Proses komputasi dilakukan secara iteratif dari kondisi awal hingga waktu akhir simulasi. Setiap iterasi memperbarui nilai elevasi dan kecepatan pada seluruh grid ruang, sehingga membentuk evolusi spasial-temporal yang kontinu secara diskret.

FUNGSI TOPOGRAFI $b_2(x)$ DAN $b_4(x)$

Penelitian ini menggunakan dua fungsi topografi utama dari referensi Setiyowati & Riestiana [6], yaitu $b_2(x)$ dan $b_4(x)$, yang telah dikoreksi dan distandarisasi untuk keperluan pembangkitan pola motif batik.

Fungsi Topografi $b_2(x)$ – "Landai":

$$b_2(x) = \begin{cases} 200, & 0 \leq x \leq 50000 \\ -\frac{(x-50000)}{3125000} + 200, & 50000 < x \leq 75000 \\ 0, & 75000 < x \leq 100000 \\ -\frac{(x-105000)^2}{125000} + 200, & 100000 < x \leq 105000 \\ 200, & 105000 < x \leq 110000 \end{cases} \quad (14)$$

Fungsi Topografi $b_4(x)$ – "Modifikasi":

$$b_4(x) = \begin{cases} 200, & 0 \leq x \leq 50000 \\ -\frac{x}{100} + 700, & 50000 < x \leq 60000 \\ 100, & 60000 < x \leq 70000 \\ -\frac{(x-70000)^2}{250000} + 200, & 70000 < x \leq 75000 \\ 0, & 75000 < x \leq 100000 \\ -\frac{(x-105000)^2}{125000} + 200, & 100000 < x \leq 105000 \\ 200, & 105000 < x \leq 110000 \end{cases}$$

Karakteristik kedua fungsi topografi:

1. **$b_2(x)$** : Gradien sangat landai, menghasilkan pola gelombang halus dan mengalir. Cocok untuk motif batik dengan nuansa lembut dan organik.
2. **$b_4(x)$** : Kombinasi linear curam + plateau + parabola, menghasilkan variasi pola tajam, datar, dan melengkung. Cocok untuk motif dengan komposisi kompleks dan dinamis.

KONDISI AWAL DAN VARIASI PARAMETER

Untuk menghasilkan variasi dinamika yang kaya, kondisi awal diberikan dalam bentuk gelombang soliter:

$$\eta(x, 0) = A \cdot \text{sech}^2 \left(\sqrt{\frac{3}{4D^2}} (x - x_0) \right), u(x, 0) = 0 \quad (16)$$

Parameter amplitudo A , posisi awal x_0 , dan lebar gelombang L divariasikan secara sistematis guna mengamati sensitivitas sistem terhadap perubahan energi awal dan skala spasial gangguan. Parameter yang digunakan dalam simulasi:

Tabel 1. Parameter dan Kondisi Awal Simulasi

Parameter	Nilai	Keterangan
Domain ruang	$x \in [0, 100000]$	meter
Domain waktu	$t \in [0, 1000]$	detik
Jumlah grid (N)	2000	-
Δx	50	meter
Δt	$\frac{0.68 \cdot \Delta x}{\max(c_1, c_2)}$	CFL condition
Courant number (λ)	0.68	Dari Setiyowati et al. [6]
Percepatan gravitasi (g)	9.81	m/s ²
Amplitudo (A)	15, 20, 25, 30	meter (divariasikan)
Posisi awal (x_0)	97500	meter

Variasi parameter ini memungkinkan munculnya interaksi non-linear yang menghasilkan fenomena

refleksi parsial, deformasi bentuk gelombang, pembentukan puncak sekunder, serta interferensi spasial yang secara visual membentuk pola repetitif dan simetri dinamis.

Transformasi Grafik Matematis

Untuk menjembatani output matematis dengan desain visual batik, penelitian ini mengembangkan mekanisme transformasi disajikan dalam tabel sebagai berikut:

Tabel 2. Mapping Komponen Matematis ke Elemen Batik

Komponen Matematis	Representasi dalam Motif Batik	Contoh Aplikasi
Sumbu x (ruang)	Arah repetisi motif pada kain	Pola horizontal/vertikal
Nilai $\eta(x,t)$ (elevasi)	Intensitas warna/ketebalan garis	Gradasi soga-nila-putih
Fungsi $b_2(x)$ (landai)	Garis melengkung halus	Motif megamendung, lereng
Fungsi $b_4(x)$ (dinamis)	Garis tegas + elemen melengkung	Motif parang, truntum
Gradien curam	Sudut geometris tajam	Isen-isen geometris
Plateau (nilai konstan)	Area warna solid/latar	Background motif
Osilasi $\eta(x,t)$	Variasi densitas pola	Repetisi kawung/ceplok
Evolusi temporal (t)	Gradasi intensitas warna	Transisi warna batik

Prosedur Transformasi:

1. Normalisasi Domain: Ubah domain fisik $x \in [0, 110000]$ menjadi domain desain $x' \in [0, 1]$:

$$x' = \frac{x}{110000}$$
2. Mapping Elevasi ke Warna: Nilai $\eta(x,t)$ dinormalisasi ke skala intensitas 0-255 untuk representasi warna: $I(x, t) = 255 \times \frac{\eta(x,t) - \eta_{min}}{\eta_{max} - \eta_{min}}$

3. Ekstraksi Kontur: Garis level $\eta = \text{konstan}$ diekstrak sebagai garis motif utama.
4. Penerapan Simetri: Pola direfleksikan secara horizontal/vertikal untuk meniru struktur simetris batik tradisional.

Pewarnaan Batik: Intensitas dipetakan ke palet warna batik tradisional (soga, nila, putih, hitam)..

Visualisasi dan Analisis Pola

Hasil simulasi berupa fungsi $\eta(x,t)$ divisualisasikan menggunakan grafik dua dimensi serta peta kontur spasial-temporal. Representasi kontur memungkinkan identifikasi struktur repetitif, distribusi puncak dan lembah, kerapatan osilasi, serta evolusi morfologi gelombang dari waktu ke waktu.

Analisis dilakukan secara deskriptif-kualitatif dengan meninjau beberapa aspek utama. Aspek keteraturan periodik digunakan untuk melihat sejauh mana pola berulang secara konsisten, yang diindikasikan melalui jarak antar puncak dan lembah serta kestabilan amplitudo. Selanjutnya, aspek simetri spasial menilai keseimbangan pola terhadap titik atau sumbu tertentu, dengan indikator berupa perbandingan bentuk antara sisi kiri dan kanan domain.

Aspek kompleksitas morfologis mengkaji tingkat kerumitan bentuk gelombang, yang dapat diamati dari adanya puncak sekunder, variasi amplitudo, serta gradien yang tajam. Kemudian, aspek interferensi non-linear berfokus pada interaksi antar bagian gelombang, yang ditunjukkan melalui distorsi bentuk dan penajaman gelombang. Terakhir, aspek dinamika struktur menganalisis perkembangan pola seiring waktu, dengan indikator seperti propagasi, transformasi bentuk, serta kemunculan fitur-fitur baru.

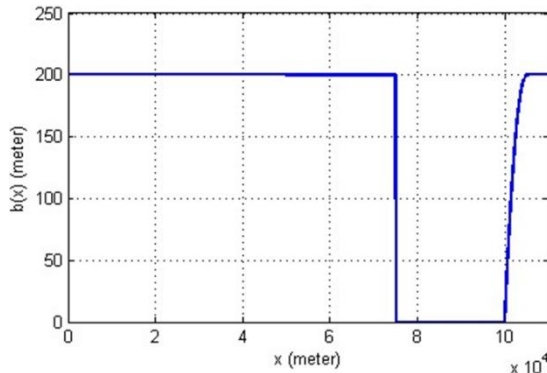
Karakteristik tersebut kemudian diinterpretasikan sebagai representasi matematis motif batik dalam kerangka abstraksi visual. Pola repetitif mencerminkan prinsip pengulangan dalam desain batik, sedangkan deformasi non-linear dan interferensi gelombang merepresentasikan dinamika visual yang terstruktur namun tidak sepenuhnya simetris, sehingga menghasilkan komposisi yang kaya dan variatif.

HASIL DAN PEMBAHASAN

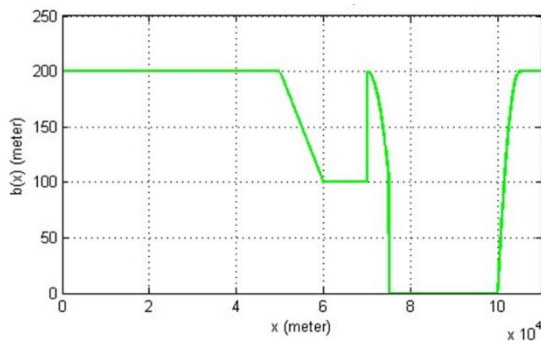
FUNGSI TOPOGRAFI DAN HASIL SIMULASI NUMERIK

Simulasi numerik dilakukan terhadap sistem persamaan gelombang air dangkal satu dimensi

menggunakan skema Lax-Friedrichs, dengan dua fungsi topografi $b_2(x)$ dan $b_4(x)$ serta variasi amplitudo awal $A = 15, 20, 25, 30$ m.



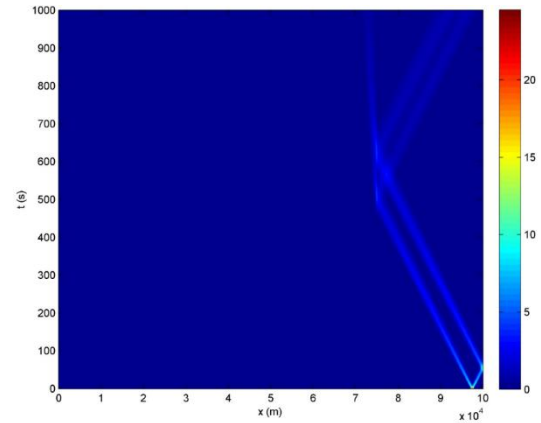
Gambar 3. Fungsi Topografi $b_2(x)$



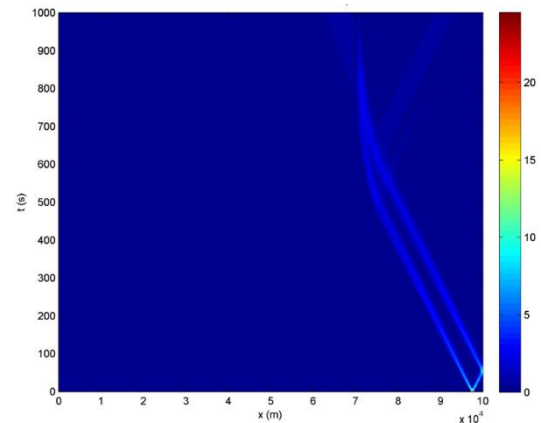
Gambar 4. Fungsi Topografi $b_4(x)$

Kedua topografi ini berperan sebagai cetakan dasar yang menentukan karakter perambatan gelombang. $b_2(x)$ didominasi lereng sangat landai, sedangkan $b_4(x)$ memiliki segmen curam, plateau, dan cekungan. Perbedaan morfologi ini menghasilkan dinamika gelombang yang berbeda.

Simulasi menghasilkan data elevasi $\eta(x, t)$ yang divisualisasikan dalam heatmap (Gambar 5 dan Gambar 6) untuk $A = 25$ m.



Gambar 5. Heatmap $\eta(x, t)$ untuk topografi $b_2(x)$ pada $A = 25$ m.



Gambar 6. Heatmap $\eta(x, t)$ untuk topografi $b_4(x)$ pada $A = 25$ m.

Dari heatmap terlihat:

1. Pada $b_2(x)$, gelombang merambat dengan perubahan elevasi yang halus tanpa diskontinuitas tajam, menampilkan jalur diagonal dengan gradasi lembut.
2. Pada $b_4(x)$, terjadi penajaman gradien di sekitar $x = 50000 - 60000$ m, menciptakan kontras yang lebih kuat dan struktur gelombang yang lebih kompleks.

Variasi amplitudo awal (tidak seluruhnya ditampilkan) menunjukkan bahwa peningkatan A memperkuat kontras warna dan kerapatan puncak gelombang.

TRANSFORMASI DATA SIMULASI MENJADI MOTIF BATIK

Data numerik $\eta(x, t)$ tidak secara langsung menampilkan motif batik. Oleh karena itu, diterapkan prosedur transformasi sebagaimana dirancang pada Tabel 2, meliputi:

1. Pemilihan *snapshot* waktu akhir $t = T$.
2. Normalisasi spasial ke domain desain.

3. Ekstraksi kontur dari $\eta(x, T)$.
4. Penerapan simetri translasi dan refleksi untuk membentuk pola berulang.
5. Pemetaan warna berdasarkan elevasi ke palet batik tradisional.
6. Penambahan isian detail (*isen-isen*) secara terkontrol.

Melalui prosedur tersebut, karakteristik dinamis gelombang—repetisi, interferensi, dan variasi elevasi—diterjemahkan menjadi elemen visual terstruktur. Hasil akhir dari proses ini disajikan pada Gambar 7, sebagai satu contoh pemodelan motif batik yang diperoleh dari data simulasi.



Gambar 7. Pola motif hasil transformasi simulasi

KEUNGGULAN PENDEKATAN MATEMATIS DALAM DESAIN BATIK

Perlu dicatat bahwa meskipun heatmap $b_2(x)$ dan $b_4(x)$ menunjukkan perbedaan karakter gelombang yang jelas (halus vs. kontras), proses transformasi yang melibatkan stilasi artistik—terutama simetri dan penambahan isen-isen—cenderung menghomogenisasi perbedaan tersebut pada produk visual akhir. Akibatnya, motif yang dihasilkan belum secara tegas memperlihatkan dua varian terpisah. Oleh karena itu, Gambar 7 merupakan representasi umum dari pendekatan pemodelan ini, yang membuktikan bahwa simulasi numerik dapat menjadi sumber pembangkitan pola repetitif menyerupai motif batik. Pemisahan karakter yang lebih spesifik antara b_2 dan b_4 masih dapat dicermati pada data simulasi asli (Gambar 5 dan 6) dan menjadi tantangan untuk penelitian selanjutnya.

INTERPRETASI POLA DAN KAITAN DENGAN TOPOGRAFI

Pola pada Gambar 7 menunjukkan kemiripan struktural dengan beberapa motif batik tradisional, khususnya pada prinsip pengulangan dan simetri. Garis-garis lengkung yang mendominasi memberi kesan aliran tenang yang dapat diasosiasikan dengan motif *lereng* atau *megamendung*, sementara variasi kerapatan di beberapa bagian mengingatkan pada dinamika *parang* atau *truntum*. Kemiripan ini bukan replikasi harfiah, melainkan pada tataran prinsip pembentukan pola.

Meskipun motif akhir belum memisahkan secara jelas sumbangan $b_2(x)$ dan $b_4(x)$, **asal-usul visualnya tetap berakar pada topografi**. Lereng landai $b_2(x)$ menjaga gelombang tetap mulus, sedangkan segmen curam $b_4(x)$ memicu kontras lokal; kedua sifat ini, walau menyatu dalam motif, menjadi bekal dasar yang membentuk karakter pola. Dengan kata lain, **motif batik ini dihasilkan dari, dan tidak terlepas dari, bentuk topografi yang digunakan dalam simulasi**.

Pengaruh Parameter dan Keterbatasan

Parameter amplitudo awal A dan bentuk topografi $b(x)$ berpengaruh langsung terhadap kerapatan kontur dan ketebalan garis pada motif. Amplitudo lebih besar menghasilkan motif yang lebih padat. Variasi topografi menentukan sifat dasar gelombang, tetapi pengaruhnya pada motif akhir masih perlu dipertajam melalui penyesuaian prosedur transformasi.

Keterbatasan utama penelitian ini:

- a. **Homogenisasi visual:** Perbedaan karakter b_2 dan b_4 yang nyata pada heatmap belum sepenuhnya terwariskan ke dalam motif akhir. Ini disebabkan oleh tahap penambahan *isen-isen* dan simetri yang mengaburkan ciri spesifik.
- b. **Validasi estetika:** Pola yang dihasilkan belum dinilai oleh ahli batik, sehingga klaim kemiripan masih bersifat kualitatif.
- c. **Dimensi model:** Penggunaan persamaan 1D membatasi variasi spasial; pengembangan ke 2D diperlukan.
- d. **Sentuhan semi-manual:** Penambahan *isen-isen* masih dilakukan secara manual, mengurangi otomatisasi penuh.

Meskipun demikian, penelitian ini telah menunjukkan bahwa **pemodelan motif batik melalui simulasi numerik persamaan gelombang air dangkal dapat dilakukan**, dengan topografi sebagai penentu karakter gelombang yang kemudian diolah menjadi pola visual. Hasil ini membuka jalan bagi pengembangan *computational batik design* yang lebih maju.

PENUTUP

SIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan, dapat disimpulkan bahwa:

1. Simulasi numerik persamaan gelombang air dangkal satu dimensi dengan fungsi topografi $b_2(x)$ (landai) dan $b_4(x)$ (modifikasi curam-landai) berhasil menghasilkan data elevasi $\eta(x,t)$ dengan karakteristik yang berbeda. Topografi $b_2(x)$ menghasilkan perambatan gelombang halus tanpa diskontinuitas, sedangkan $b_4(x)$ menghasilkan penajaman gradien dan kontras yang lebih kompleks.
2. Melalui prosedur transformasi bertahap – meliputi ekstraksi kontur, penerapan simetri, pemetaan warna, dan penambahan isian detil – data simulasi numerik berhasil dimodelkan menjadi pola visual repetitif yang memiliki kemiripan struktural dengan motif batik tradisional. Pola yang dihasilkan (Gambar 7) memperlihatkan karakteristik garis lengkung berulang yang dapat diasosiasikan dengan motif *lereng*, *megamendung*, *parang*, maupun *truntum*, meskipun kemiripan ini masih bersifat kualitatif dan belum tervalidasi secara estetika oleh ahli batik.
3. Variasi parameter amplitudo awal (A) berpengaruh terhadap kerapatan dan ketebalan garis pada motif, menunjukkan bahwa pengaturan parameter fisis dapat menjadi instrumen kendali dalam perancangan pola.
4. Meskipun heatmap simulasi menunjukkan perbedaan jelas antara karakter gelombang yang dihasilkan oleh $b_2(x)$ dan $b_4(x)$, proses transformasi artistik cenderung menghomogenisasi perbedaan tersebut sehingga motif akhir belum secara tegas

menampilkan dua varian terpisah. Pengaruh spesifik masing-masing topografi terhadap motif visual masih lebih tampak pada data simulasi asli ketimbang pada produk akhir. Hal ini menjadi catatan keterbatasan yang membuka ruang untuk penyempurnaan pada penelitian selanjutnya.

5. Secara keseluruhan, penelitian ini menunjukkan bahwa pendekatan pemodelan matematika melalui simulasi numerik persamaan gelombang air dangkal dapat menjadi alternatif inovatif dalam pengembangan motif batik berbasis sains dan teknologi (*computational batik design*). Integrasi antara dinamika gelombang non-linear dan desain visual membuka peluang eksplorasi pola generatif yang tidak dapat dicapai melalui metode manual konvensional.

REFERENSI

- [1] Setiyowati, R., & Riestiana, V. A. (2021). Simulasi numerik persamaan gelombang air dangkal 1D dengan topografi tidak datar menggunakan metode beda hingga. *Limits: Journal of Mathematics and Its Applications*, 18(2), 95–107. <http://dx.doi.org/10.12962/limits.v18i2.6170>
- [2] Huda, D. N., Kumala, S. A., Fitriani, A., Mayanty, S., & Purwanti, P. (2025). From batik to physics: Generating and analyzing fractal patterns inspired by Indonesian textile art. *Journal of Physics: Conference Series*, 3139, 012041. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/3139/1/012041>
- [3] Kumala, S. A., Huda, D. N., & Nengsih, R. (2025). Analisis fraktal untuk pengembangan motif batik Indonesia: Perpaduan fisika dan budaya. *Jurnal Riset Fisika Indonesia*, 6(1), 1–10. <https://doi.org/10.33019/jrfi.v6i01.6852>
- [4] Sari, D. K., & Wahyuni, T. (2025). From batik to physics: Generating and analyzing fractal patterns inspired by Indonesian textile art. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 1520, 012001. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/1520/1/012001>
- [5] Yulianto, R., Hariadi, M., & Purnomo, M. H. (2025). Fractal based on noise for batik coloring using normal Gaussian method. *IPTEK The Journal for Technology and Science*, 23(1), 34–40.
- [6] Kartika, D., Suwanto, F. R., & Surbakti, N. M. (2025). AMBATIG: Android application for generating batik motifs using frieze symmetry group transformations. *ZERO: Jurnal Sains, Matematika dan Terapan*, x(x), xx–xx. <https://jurnal.uinsu.ac.id/index.php/zero/article/view/26233>
- [7] Minamo, A. E., Soesanti, I., & Nugroho, H. A. (2024). Optimization of BatikGAN with gradient loss for enhanced batik motif generation. *2024 IEEE 6th Symposium on Computers & Informatics (ISCI)*, Kuala Lumpur, Malaysia. <https://ir.lib.ugm.ac.id/eprint/13588/>
- [8] Octadion, O., Yudistira, N., & Kurnianingtyas, D. (2023). Synthesis of batik motifs using a diffusion-generative adversarial network. *arXiv preprint arXiv:2310.01868*. <https://arxiv.org/abs/2307.12122>
- [9] Minamo, A. E., Antoko, T. D., & Azhar, Y. (2023). Generation of batik patterns using generative adversarial network with content loss weighting. *International Journal of Advanced Science, Engineering and Information Technology*, 13(1), 348–356.

- [10] Amiruddin, F. R., Yudistira, N., & Kurnianingtyas, D. (2023). Batik style transfer into fractal shape. *2023 IEEE 6th International Conference on Information and Communication Technology (ICOIACIT)*, Surabaya, Indonesia, 1–6. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/10330857>
- [11] Minarno, A. E., Azhar, Y., & Munarko, Y. (2023). Batik Nitik 960 dataset for classification, retrieval, and generator. *Data*, 8(3), 42. <https://www.mdpi.com/2306-5729/8/3/42>
- [12] Rahmawati, W. S., & Aziz, A. (2024). Application of the fractal geometry in development Surya Majapahit batik motif. *Desimal: Jurnal Matematika*, 7(1), 1–14. <https://doi.org/10.24042/djm.v7i1.20123>
- [13] Wijaya, R. C., & Lestari, S. (2024). Desain batik fraktal pointilis menggunakan variasi rotasi chaos game pada persegi. *Repository Universitas Jember*. <https://repository.unej.ac.id/>
- [14] Agustina, R., Dari, R. R., & Indriani, E. (2022). Geometri fraktal untuk re-desain motif batik Gajah Oling Banyuwangi. *Jurnal Axioma: Pendidikan Matematika*, 5(2), 222–231.
- [15] Prasetyo, A. B., & Firdaus, M. (2020). Fractal batik motifs generation using variations of parameters in Julia set function. *Journal of Physics: Conference Series*, 1538, 012033. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1538/1/012033>
- [16] Situngkir, H. (2008). *Deconstructing Javanese batik motif: When traditional heritage meets computation* (Working Paper No. WPM2008). Bandung: Fe Institute. <https://ssrn.com/abstract=1487164>
- [17] Situngkir, H., & Khanafiah, D. (2009). *Computational batik motif generation: Innovation of traditional heritage by fractal computation* (Working Paper No. WPF2009). Bandung: Fe Institute.
- [18] Wibawanto, W., & Nugrahani, R. (2018). Inovasi pengembangan motif batik digital bagi IKM batik Semarang. *Indonesian Journal of Conservation*, 7(2), 111–118. <https://doi.org/10.15294/ijc.v7i2.19007>
- [19] Bentley, P. J. (Ed.). (1999). *Evolutionary design by computers*. Morgan Kaufmann Publishers.
- [20] Miftahussa'adah, B. (2025). *Simulasi numerik resonansi pelabuhan menggunakan metode MacCormack dengan bottom friction* [Tesis, Universitas Hasanuddin]. <http://repository.unhas.ac.id/id/eprint/48964/>
- [21] Sari, S. (2025). *Simulasi numerik gelombang air dangkal 1D pada topografi diskontinu menggunakan metode volume hingga dengan skema Staggered Grid* [Skripsi, UIN Sunan Gunung Djati Bandung]. <https://digilib.uinsgd.ac.id/106201/>
- [22] Gaol, J. H. P. (2024). *Simulasi persamaan air dangkal terhadap gelombang tsunami menggunakan metode beda hingga* [Skripsi, Universitas Negeri Medan]. <https://digilib.unimed.ac.id/id/eprint/63384/>
- [23] Synolakis, C. E. (1987). The runup of solitary waves. *Journal of Fluid Mechanics*, 185, 523–545.
- [24] Flouri, E. T., Kalligeris, N., Alexandrakis, G., Kampanis, N. A., & Synolakis, C. E. (2013). Application of a finite difference computational model to the simulation of earthquake generated tsunamis. *Applied Numerical Mathematics*, 67, 111–125.