

ANALISIS AKURASI RUNGE-KUTTA SEBAGAI NILAI AWAL ADAMS-BASHFORTH-MOULTON PADA PREDIKSI PRODUKSI KELAPA SAWIT PROVINSI KALIMANTAN TIMUR

Dian Selasih

Program Studi Matematika , Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Mulawarman, Samarinda, Indonesia, E-mail: dianselasih4@gmail.com *

Rinancy Tumilaar

Program Studi Matematika , Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Mulawarman, Samarinda, Indonesia, E-mail: rinancytumilaar@gmail.com

Andri Azmul Fauzi

Program Studi Matematika , Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Mulawarman, Samarinda, Indonesia, E-mail: andriazmul161022@fmipa.unmul.ac.id

Abstrak

Produksi kelapa sawit merupakan salah satu sektor penting dalam perekonomian Indonesia, termasuk di Provinsi Kalimantan Timur. Namun, dalam beberapa tahun terakhir produksi menunjukkan perlambatan pertumbuhan dan fluktuasi sehingga diperlukan model prediksi yang akurat untuk mendukung perencanaan dan pengambilan keputusan. Penelitian ini bertujuan membentuk model persamaan diferensial logistik serta menganalisis tingkat akurasi metode Adams-Bashforth-Moulton orde 5 dengan metode nilai awal Runge-Kutta Klasik orde 5 dan Runge-Kutta Fehlberg 45. Data yang digunakan berupa data produksi kelapa sawit Provinsi Kalimantan Timur tahun 2015–2024 yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik Indonesia. Model yang diperoleh memiliki parameter laju pertumbuhan sebesar 0,4 dan kapasitas tampung sebesar 4.100.900 ton. Penyelesaian model dilakukan menggunakan ABM orde 5 dengan RK5 dan RKF45 sebagai metode nilai awal, di mana pada RKF45 dibatasi dengan menggunakan pendekatan orde 5. Tingkat akurasi dievaluasi menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). Hasil penelitian menunjukkan bahwa RK5 menghasilkan nilai MAPE sebesar 9,88841685%, sedangkan RKF45 sebesar 9,88841880%. RK5 dipilih sebagai metode terbaik karena menghasilkan nilai MAPE yang lebih kecil. Berdasarkan metode tersebut, prediksi produksi kelapa sawit tahun 2025–2028 berturut-turut sebesar 3.981.149,3717 ton, 4.0019.602,672 ton, 4.045.869,3641 ton, dan 4.063.720,3084 ton.

Kata Kunci: Model Pertumbuhan Logistik, Runge-Kutta, Adams-Bashfort-Moulton, Produksi Kelapa Sawit, Kalimantan Timur.

Abstract

Palm oil production is one of the important sectors in the Indonesian economy, including in East Kalimantan Province. However, in recent years, production has shown slow growth and fluctuations, so an accurate prediction model is needed to support planning and decision making. This study aims to form a logistic differential equation model and analyze the accuracy level of the Adams-Bashforth-Moulton method of order 5 with the initial value method of the Classical Runge-Kutta order 5 and Runge-Kutta Fehlberg 45. The data used are palm oil production data of East Kalimantan Province for 2015–2024 obtained from the Central Bureau of Statistics of Indonesia. The obtained model has a growth rate parameter of 0.4 and a capacity of 4,100,900 tons. The model solution is carried out using ABM order 5 with RK5 and RKF45 as the initial value method, where in RKF45 it is limited by using the order 5 approach. The accuracy level is evaluated using the *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). The results showed that RK5 produced a MAPE value of 9.88841685%, while RKF45 was 9.88841880%. RK5 was chosen as the best method because it produced a smaller MAPE value. Based on these methods, the predicted palm oil production in 2025–2028 is 3,981,149.3717 tons, 4,0019,602.672 tons, 4,045,869.3641 tons, and 4,063,720.3084 tons, respectively.

Keywords: Logistic Growth Model, Runge-Kutta, Adams-Bashfort-Moulton, Palm Oil Production, East Kalimantan.

PENDAHULUAN

Indonesia merupakan negara agraris dengan sektor perkebunan sebagai salah satu penopang perekonomian nasional, termasuk industri kelapa sawit yang menjadi komoditas strategis negara (Syahnaz *et al.*, 2022). Industri kelapa sawit berkontribusi besar terhadap perekonomian melalui penyediaan lapangan kerja bagi jutaan tenaga kerja di Indonesia (Kementerian Koordinator Bidang Perekonomian Republik Indonesia, 2024). Selain itu, kelapa sawit dan produk turunannya menjadi salah satu penyumbang ekspor nonmigas terbesar nasional (Kementerian Keuangan Republik Indonesia, 2024). Namun, pertumbuhan produksi kelapa sawit nasional dalam beberapa tahun terakhir menunjukkan perlambatan akibat penurunan produktivitas tanaman dan keterbatasan peremajaan kebun (Kementerian Pertanian, Direktorat Jendral Perkebunan, 2024).

Provinsi Kalimantan Timur merupakan salah satu daerah penghasil kelapa sawit yang memberikan kontribusi penting terhadap produksi nasional (Kementerian Pertanian, Direktorat Jendral Perkebunan, 2024). Akan tetapi, produksi kelapa sawit di provinsi ini mengalami fluktuasi dari tahun ke tahun yang dipengaruhi oleh berbagai faktor, seperti usia tanaman dan kondisi iklim (Badan Pusat Statistik Indonesia, 2025a). Kondisi tersebut menunjukkan perlunya prediksi produksi yang lebih akurat guna mendukung perencanaan dan pengambilan keputusan pada sektor perkebunan.

Salah satu pendekatan yang dapat digunakan untuk memprediksi produksi kelapa sawit adalah model persamaan diferensial logistik karena mampu menggambarkan pertumbuhan yang dibatasi oleh kapasitas maksimum sehingga sesuai dengan karakteristik produksi kelapa sawit yang tidak meningkat secara linear (Lubis *et al.*, 2025). Untuk memperoleh solusi numerik dari model tersebut digunakan metode Adams-Bashforth-Moulton yang merupakan metode multi-step dan memerlukan nilai awal dari metode single-step (Pane *et al.*, 2024). Salah satu metode yang dapat digunakan sebagai nilai awal adalah Runge-Kutta karena memiliki tingkat akurasi yang baik dalam menyelesaikan persamaan diferensial non-linear (Nurdini *et al.*, 2025).

Penelitian yang secara khusus membandingkan penggunaan metode Runge-Kutta Klasik dan

Runge-Kutta Fehlberg sebagai nilai awal pada metode Adams-Bashforth-Moulton dalam prediksi produksi kelapa sawit masih terbatas. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk menganalisis tingkat akurasi metode Adams-Bashforth-Moulton dengan nilai awal Runge-Kutta Klasik dan Runge-Kutta Fehlberg dalam memprediksi produksi kelapa sawit Provinsi Kalimantan Timur. Proses analisis dilakukan melalui pembentukan model persamaan diferensial logistik berdasarkan data produksi kelapa sawit, kemudian dilakukan prediksi produksi tahun 2016–2024 menggunakan metode Runge-Kutta Klasik orde 5 dan Runge-Kutta Fehlberg orde 5 sebagai nilai awal metode Adams-Bashforth-Moulton orde 5. Selanjutnya, hasil prediksi dari kedua metode dianalisis menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) untuk menentukan metode dengan tingkat akurasi terbaik. Metode yang menghasilkan nilai MAPE terkecil kemudian digunakan untuk memprediksi produksi kelapa sawit Provinsi Kalimantan Timur tahun 2025–2028. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan alternatif metode numerik yang akurat dalam mendukung perencanaan dan pengambilan keputusan pada sektor perkebunan kelapa sawit.

KAJIAN TEORI

MODEL PERTUMBUHAN LOGISTIK

Model pertumbuhan logistik merupakan pengembangan dari model pertumbuhan eksponensial yang diperkenalkan oleh Pierre Verhulst untuk menggambarkan pertumbuhan yang dipengaruhi oleh keterbatasan kapasitas lingkungan (Sofyan *et al.*, 2025). Berbeda dengan model eksponensial yang mengasumsikan pertumbuhan tanpa batas, model logistik mempertimbangkan adanya kapasitas maksimum sehingga laju pertumbuhan akan menurun seiring bertambahnya nilai variabel yang diamati (Saputro *et al.*, 2025). Model pertumbuhan logistik dinyatakan dalam rumus berikut:

$$\frac{dy}{dx} = ry \left(1 - \frac{y}{K}\right) \quad (1)$$

Dimana y merupakan jumlah produksi kelapa sawit pada waktu x , x menyatakan waktu (tahun), r merupakan laju pertumbuhan produksi kelapa sawit dan K merupakan kapasitas maksimum daya tampung. Dalam model pertumbuhan logistik

kapasitas daya tampung dapat dicari dengan menggunakan persamaan (Syarfiah *et al.*, 2024):

$$K = \text{Luas Lahan} \times \text{Produktivitas} \quad (2)$$

Dimana nilai produktivitas dapat dicari dengan:

$$\text{Produktivitas} = \frac{\text{Jumlah Produksi}}{\text{Luas Lahan}} \quad (3)$$

Nilai produksi yang digunakan dalam perhitungan produktivitas adalah nilai produksi maksimum yang pernah dicapai (Sofyan *et al.*, 2025). Hal ini digunakan untuk merepresentasikan kondisi optimal dari sistem produksi, sehingga nilai kapasitas tampung (K) yang diperoleh mencerminkan kemampuan maksimum lahan dalam menghasilkan produksi. Adapun untuk mencari laju pertumbuhan menggunakan persamaan (Nurdini *et al.*, 2025):

$$r = \ln \left(\frac{y(x)}{y(0)} \right) \frac{1}{x} \quad (4)$$

RUNGE-KUTTA KLASIK

Metode Runge-Kutta merupakan metode numerik *single-step* yang digunakan untuk memperoleh solusi hampiran persamaan diferensial biasa melalui perhitungan beberapa kemiringan (*slope*) pada setiap langkah iterasi sehingga menghasilkan tingkat akurasi yang tinggi (Agustin *et al.*, 2024). Rumus Runge-Kutta Klasik orde 5 dinyatakan sebagai berikut (Kurniawan & Alwan, 2023):

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{90} \left(7k_1 + 32k_3 + 12k_4 + 32k_5 + 7k_6 \right) \quad (5)$$

Dengan:

$$\begin{aligned} k_1 &= hf(x_i, y_i) \\ k_2 &= hf \left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_1}{2} \right) \\ k_3 &= hf \left(x_i + \frac{h}{4}, y_i + \frac{3k_1}{16} + \frac{k_2}{16} \right) \\ k_4 &= hf \left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_3}{2} \right) \\ k_5 &= hf \left(x_i + \frac{3h}{4}, y_i - \frac{3k_2}{16} + \frac{6k_3}{16} + \frac{9k_4}{16} \right) \\ k_6 &= hf \left(x_i + h, y_i + \frac{k_1}{7} + \frac{4k_2}{7} + \frac{6k_3}{7} - \frac{12k_4}{7} + \frac{8k_5}{7} \right) \end{aligned}$$

Dimana:

$$\begin{aligned} y_i &= \text{nilai pendekatan solusi pada titik } x_i \\ y_{i+1} &= \text{nilai pendekatan solusi pada titik berikutnya} \\ h &= \text{ukuran langkah} \\ x_i &= \text{tahun ke } i \end{aligned}$$

RUNGE-KUTTA FEHLBERG

Metode Runge-Kutta Fehlberg 45 (RKF45) merupakan pengembangan metode Runge-Kutta yang menghasilkan dua solusi pendekatan secara simultan, yaitu orde 4 dan orde 5, sehingga galat lokal dapat diperkirakan melalui selisih kedua solusi tersebut (Atkinson, 1989). Rumus RKF orde 5 diberikan sebagai berikut:

$$y_{i+1} = y_i + \left(\frac{16}{135}k_1 + \frac{6656}{12825}k_3 + \frac{28561}{56430}k_4 - \frac{9}{50}k_5 + \frac{2}{55}k_6 \right) \quad (6)$$

Dengan:

$$\begin{aligned} k_1 &= hf(x_i, y_i) \\ k_2 &= hf \left(x_i + \frac{h}{4}, y_i + \frac{k_1}{4} \right) \\ k_3 &= hf \left(x_i + \frac{3h}{8}, y_i + \frac{3k_1}{32} + \frac{9k_2}{32} \right) \\ k_4 &= hf \left(x_i + \frac{12h}{13}, y_i + \frac{1932k_1}{2197} - \frac{7200k_2}{2197} + \frac{7296k_3}{2197} \right) \\ k_5 &= hf \left(x_i + h, y_i + \frac{439k_1}{216} - 8k_2 + \frac{63860k_3}{513} - \frac{845k_4}{4104} \right) \\ k_6 &= hf \left(x_i + \frac{h}{2}, y_i - \frac{8k_1}{27} + 2k_2 - \frac{3544k_3}{2565} + \frac{1859k_4}{4104} - \frac{11k_5}{40} \right) \end{aligned}$$

Dimana:

$$\begin{aligned} y_i &= \text{nilai pendekatan solusi pada titik } x_i \\ y_{i+1} &= \text{nilai pendekatan solusi pada titik berikutnya} \\ h &= \text{ukuran langkah} \\ x_i &= \text{tahun ke } i \end{aligned}$$

ADAMS-BASHFORTH-MOULTON

Adams-Bashforth-Moulton (ABM) adalah suatu metode numerik *multi-step* yang digunakan untuk menyelesaikan PDB. Pendekatan ini menggabungkan dua metode, yaitu Adams-Bashforth sebagai prediktor dan Adams-Moulton sebagai korektor, sehingga sering disebut sebagai metode prediktor-korektor (Nasution *et al.*, 2025). Dalam penerapannya, ABM memerlukan beberapa nilai awal yang biasanya diperoleh dari metode *single-step* seperti metode Runge-Kutta. Dimana pemilihan orde dari metode Runge-Kutta sebagai nilai awal disesuaikan dengan orde dari metode ABM yang akan digunakan (Burden & Faires, 2011). Setelah nilai awal diperoleh, proses perhitungan dilakukan secara berurutan menggunakan

persamaan prediktor untuk memperkirakan nilai solusi berikutnya, kemudian disempurnakan oleh persamaan korektor untuk meningkatkan ketelitian hasil (Nasution *et al.*, 2025).

Rumus Adams-Bashforth orde 5 diberikan sebagai berikut:

$$y_{i+1}^* = y_i + \frac{h}{720} [1901f_i - 2774f_{i-1} + 2626f_{i-2} - 1274f_{i-3} + 251f_{i-4}] \quad (7)$$

Sedangkan rumus Adams-Moulton orde 5 diberikan sebagai berikut:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{720} [-19f_{i-3} + 106f_{i-2} - 264f_{i-1} + 251f_{i+1}] \quad (8)$$

Dimana:

- y_i^* = nilai prediksi solusi pada titik $i + 1$ menggunakan Adams-Bashforth
- y_i = nilai koreksi solusi pada titik $i + 1$ menggunakan Adams-Moulton
- h = ukuran langkah
- f_i = nilai fungsi turunan pada titik ke- i

(Munir, 2015)

Metode Adams-Bashforth-Moulton sebagai metode prediktor-korektor memerlukan proses iterasi pada tahap koreksi untuk memperoleh solusi yang konvergen sesuai dengan kriteria pemberhentian yang ditentukan. Proses koreksi dilakukan secara iteratif pada setiap langkah ke- i hingga memenuhi kriteria pemberhentian sebagai berikut:

$$\left| \frac{y_{i+1} - y_{i+1}^*}{y_{i+1}^*} \right| < \epsilon \quad (6)$$

Menurut Burden & Faires (2011), ukuran langkah dipilih sedemikian sehingga galat pemotongan lokal tidak melebihi nilai kriteria pemberhentian yang telah ditentukan sebelumnya. Oleh karena itu, pada penelitian ini digunakan nilai kriteria pemberhentian $\epsilon = 10^{-3}$ sebagai batas galat yang diizinkan. Nilai tersebut dipilih karena dianggap cukup kecil untuk menghasilkan hasil prediksi yang akurat tanpa menyebabkan proses perhitungan menjadi terlalu panjang. Apabila kriteria pemberhentian terpenuhi maka analisis dapat dilanjutkan. Namun, apabila kriteria pemberhentian tidak terpenuhi maka dilakukan analisis pengukuran langkah h , yaitu:

- a. h diganti dengan $\frac{h}{2}$ apabila nilai $\frac{19}{270} \times \left| \frac{y_{i+1} - y_{i+1}^*}{y_{i+1}^*} \right| > 10^{-3}$,

- b. h diganti dengan $2h$ apabila nilai $\frac{19}{270} \times \left| \frac{y_{i+1} - y_{i+1}^*}{y_{i+1}^*} \right| < 10^{-3}$

MEAN ABSOLUTE PERCENTAGE ERROR

Mean Absolute Percentage Error (MAPE) merupakan ukuran galat yang digunakan untuk mengevaluasi tingkat ketepatan suatu hasil prediksi dengan menyatakan kesalahan dalam bentuk persentase terhadap nilai (Nurdin, *et al.*, 2025). Untuk menghitung nilai MAPE menggunakan rumus:

$$MAPE = \frac{100}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{\text{Aktual} - \text{Aproksimasi}}{\text{Aproksimasi}} \right| \quad (9)$$

Nilai MAPE yang dihasilkan dari proses perhitungan dapat digunakan untuk menilai sejauh mana hasil prediksi mendekati nilai aktual. Kriteria tingkat akurasi berdasarkan nilai MAPE dapat dilihat pada Tabel 1 berikut (Wahyuli *et al.*, 2025).

Tabel 1. Interpretasi Metrik MAPE

MAPE	Interpretasi
$MAPE < 10\%$	Sangat Baik
$10\% \leq MAPE \leq 20\%$	Baik
$20\% < MAPE \leq 50\%$	Cukup Baik
$50\% < MAPE$	Buruk

METODE

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif dengan metode deskriptif komparatif untuk menganalisis tingkat akurasi metode numerik RK5 dan RKF orde 5 sebagai metode nilai awal pada ABM orde 5 dalam prediksi produksi kelapa sawit Provinsi Kalimantan Timur. Pendekatan ini dipilih karena mampu memberikan solusi numerik terhadap model persamaan diferensial logistik serta memungkinkan dilakukan perbandingan tingkat akurasi hasil prediksi berdasarkan metode nilai awal yang digunakan.

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder berupa data produksi kelapa sawit Provinsi Kalimantan Timur tahun 2015–2024 yang diperoleh melalui website resmi Badan Pusat Statistik Indonesia. Variabel penelitian berupa jumlah produksi kelapa sawit tahunan yang digunakan sebagai dasar pembentukan model pertumbuhan logistik. Data yang diperoleh selanjutnya diperiksa kelengkapannya dan dipersiapkan untuk proses analisis numerik.

Teknik analisis data dilakukan melalui beberapa tahapan. Tahap pertama dilakukan pembentukan model persamaan diferensial logistik dengan menentukan parameter kapasitas tampung (K) dan laju pertumbuhan (r) berdasarkan data produksi kelapa sawit. Tahap kedua dilakukan penyelesaian model menggunakan metode RK5 sebagai nilai awal pada ABM orde 5 untuk memperoleh hasil prediksi produksi tahun 2016–2024. Tahap ketiga dilakukan penyelesaian model menggunakan RKF orde 5 sebagai nilai awal pada metode ABM orde 5 untuk periode prediksi yang sama. Selanjutnya, hasil prediksi dari kedua metode dibandingkan menggunakan MAPE untuk mengetahui tingkat akurasi masing-masing metode. Metode yang menghasilkan nilai MAPE terkecil dipilih sebagai metode nilai awal terbaik dan digunakan untuk melakukan prediksi produksi kelapa sawit Provinsi Kalimantan Timur tahun 2025–2028.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk memperoleh hasil prediksi produksi kelapa sawit Provinsi Kalimantan Timur, digunakan data produksi kelapa sawit Provinsi Kalimantan Timur tahun 2015–2024 (Badan Pusat Statistik Indonesia, 2025a). Data tersebut disajikan dalam Tabel 2.

Tabel 2. Produksi Kelapa Sawit Provinsi Kalimantan Timur Tahun 2015–2024

Tahun	Jumlah produksi (Ton)
2015	1.586.600
2016	2.358.400
2017	2.538.700
2018	3.786.500
2019	3.988.900
2020	3.823.200
2021	3.808.700
2022	4.100.900
2023	3.853.050
2024	3.944.150

Sumber: BPS Indonesia

MODEL PERTUMBUHAN LOGISTIK

Dengan produksi maksimum sebesar 4.100.900 ton dan luas perkebunan kelapa sawit Provinsi Kalimantan Timur sebesar 1.441.493ha (Badan Pusat Statistik Indonesia, 2025b), maka kapasitas tampung produksi kelapa sawit Provinsi Kalimantan Timur yaitu:

$$K = 1.441.493 \times 2,8449 = 4.100.900$$

Selanjutnya adalah mencari laju pertumbuhan produksi kelapa sawit Provinsi Kalimantan Timur. Diperoleh:

$$r = \ln \left(\frac{2.358.400}{1.586.600} \right) = 0,3964$$

Sehingga, jika nilai K dan r disubstitusikan kedalam persamaan (1), maka diperoleh persamaan logistik produksi kelapa sawit sebagai berikut:

$$\frac{dy}{dx} = ry \left(1 - \frac{y}{K} \right) = 0,3964y \left(1 - \frac{y}{4.100.900} \right)$$

SOLUSI NUMERIK ABM DENGAN NILAI AWAL RK5

Dengan menggunakan persamaan (2), diperoleh nilai awal dengan menggunakan RK5 sebagai berikut:

Tabel 3. Solusi Nilai Awal Menggunakan RK5

Tahun	x_i	y_i	f_i
2015	0	1.586.600	385.601,7640
2016	1	1.984.856,9552	405.983,3081
2017	2	2.388.130,3182	395.377,0490
2018	3	2.766.227,8895	356.875,7249
2019	4	3.095.981,8021	300.734,7243

Tabel 3 menunjukkan nilai solusi awal menggunakan RK5, dimana $f_4 = f_i, f_3 = f_{i-1}, \dots, f_0 = f_{i-4}$. Selanjutnya dengan menggunakan nilai solusi awal diatas, dapat dicari solusi numerik produksi kelapa sawit Provinsi Kalimantan Timur Tahun 2020–2024 menggunakan ABM.

$$\begin{aligned} y_5^* &= 3.095.981,8021 + \frac{1}{720} [(251 \times 385.601,7640) \\ &\quad - (1274 \times 405.983,3081) + (2616 \times 395.377,0490) \\ &\quad - (2774 \times 356.875,7249) + (1901 \times 300.734,7243)] \\ &= 3.367.638,9111 \end{aligned}$$

Setelah diperoleh solusi prediktor Adams-Bashforth, selanjutnya dicari solusi numerik korektor Adams-Moulton, sehingga untuk $i = 4, x = 4$ dan $y_4 = 3.095.981,8021$. Diperoleh solusi numerik Adams-Moulton menggunakan persamaan (8) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f_5^* &= f_5(x_5, y_5) \\ &= f_5(5; 3.367.638,9111) \\ &= 1 \left[0,4 \times 3.367.638,9111 \times \left(1 - \frac{3.367.638,9111}{4.100.900} \right) \right] \\ &= 238.692,4185 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_5 &= 3.095.981,8021 + \frac{1}{720} [(-19 \times 405.983,3081) \\ &\quad + (106 \times 395.377,0490) - (264 \times 356.875,7249) \\ &\quad + (646 \times 300.734,7243) + (251 \times 238.692,4185)] \\ &= 3.365.658,9159 \end{aligned}$$

Selanjutnya dilakukan analisis kriteria khusus langkah awal dengan kriteria pemberhentian 5×10^{-3} . Apabila kriteria khusus langkah awal lebih kecil dari kriteria pemberhentian, maka analisis dapat dilanjutkan. Dengan menggunakan persamaan (9), diperoleh:

$$\left| \frac{y_5 - y_5^*}{y_5^*} \right| = \left| \frac{3.365.658,9159 - 3.367.638,9111}{3.367.638,9111} \right|$$

Tabel 4. Hasil Aproksimasi Produksi Kelapa Sawit Provinsi Kalimantan Timur Tahun 2015-2024 Menggunakan ABM dengan Metode Nilai Awal RK5

Tahun	x_i	y_i^*	f_i^*	y_i	f_i
2015	0			1.586.600	385.601,7640
2016	1			1.984.856,9552	405.983,3081
2017	2			2.388.130,3182	395.377,0490
2018	3			2.766.227,8895	356.875,7249
2019	4			3.095.981,8021	300.734,7243
2020	5	3.367.638,9111	238.692,4185	3.365.658,9159	239.196,2324
2021	6	3.577.120,3864	181.107,5743	3.575.244,2811	181.660,9500
2022	7	3.732.340,2836	132.966,9062	3.731.740,2586	133.161,9688
2023	8	3.844.782,6747	95.184,2782	3.845.068,3638	95.085,1686
2024	9	3.924.705,9540	66.842,5207	3.925.289,2862	66.631,1247

SOLUSI NUMERIK ABM DENGAN NILAI AWAL RKF5

Dengan menggunakan persamaan (3), diperoleh nilai awal dengan menggunakan RKF5 sebagai berikut:

Tabel 5. Solusi Nilai Awal Menggunakan RKF5

Tahun	i	y_i	f_i
2015	0	1.586.600	385.601,7640
2016	1	1.984.857,0125	405.983,3088
2017	2	2.388.130,2835	395.377,0512
2018	3	2.766.227,6981	356.875,7514
2019	4	3.095.981,6218	300.734,7608

Tabel 5 menunjukkan nilai solusi awal menggunakan RKF5, dimana $f_4 = f_i, f_3 = f_{i-1}, \dots, f_0 = f_{i-4}$. Selanjutnya dengan menggunakan nilai solusi awal diatas, dapat dicari solusi numerik produksi kelapa sawit Provinsi Kalimantan Timur Tahun 2020-2024 menggunakan ABM. Dengan menggunakan persamaan (7), diperoleh solusi numerik prediktor Adams-Bashforth sebagai berikut:

$$\begin{aligned} y_5^* &= 3.095.981,6218 + \frac{1}{720} [(251 \times 385.601,7640) \\ &\quad - (1274 \times 405.983,3088) + (2616 \times 395.377,0512) \\ &\quad - (2774 \times 356.875,7514) + (1901 \times 300.734,7608)] \\ &= 3.367.638,7319 \end{aligned}$$

Setelah diperoleh solusi prediktor Adams-Bashforth, selanjutnya dicari solusi numerik korektor

$$= 0,0006$$

Karena nilai koreksi metode ABM = $0,0006 < \epsilon = 5 \times 10^{-3}$, maka proses perhitungan dapat dilanjutkan. Adapun hasil prediksi produksi kelapa sawit Provinsi Kalimantan Timur sampai tahun 2024 disajikan dalam tabel 4.

Adams-Moulton, sehingga untuk $i = 4, x = 4$ dan $y_4 = 3.095.981,6218$. Diperoleh solusi numerik Adams-Moulton menggunakan persamaan (8) sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f_5^* &= f_5(x_5, y_5) = f_5(5; 3.367.638,7319) \\ &= 1 \left[0,4 \times 3.367.638,7319 \times \left(1 - \frac{3.367.638,7319}{4.100.900} \right) \right] \\ &= 238.692,4642 \\ y_5 &= 3.095.981,6218 + \frac{1}{720} [(-19 \times 405.983,3088) \\ &\quad + (106 \times 395.377,0512) - (264 \times 356.875,7514) \\ &\quad + (646 \times 300.734,7608) + (251 \times 238.692,4642)] \\ &= 3.365.658,7748 \end{aligned}$$

Selanjutnya dilakukan analisis kriteria khusus langkah awal dengan kriteria pemberhentian 5×10^{-3} . Apabila kriteria khusus langkah awal lebih kecil dari kriteria pemberhentian, maka analisis dapat dilanjutkan. Dengan menggunakan persamaan (9), diperoleh:

$$\left| \frac{y_5 - y_5^*}{y_5^*} \right| = \left| \frac{3.365.658,7748 - 3.367.638,7319}{3.367.638,7319} \right| = 0,0006$$

Karena nilai koreksi metode ABM = $0,0006 < \epsilon = 5 \times 10^{-3}$, maka proses perhitungan dapat dilanjutkan. Adapun hasil prediksi produksi kelapa sawit Provinsi Kalimantan Timur sampai tahun 2024 disajikan dalam tabel 6.

Tabel 6. Hasil Aproksimasi Produksi Kelapa Sawit Provinsi Kalimantan Timur Tahun 2015-2024 Menggunakan ABM dengan Metode Nilai Awal RKF5

Tahun	x_t	y_t^*	f_t^*	y_t	f_t
2015	0			1.586.600	385.601,7640
2016	1			1.984.857,0125	405.983,3088
2017	2			2.388.130,2835	395.377,0512
2018	3			2.766.227,6981	356.875,7514
2019	4			3.095.981,6218	300.734,7608
2020	5	3.367.638,7319	238.692,4642	3.365.658,7748	239.196,2683
2021	6	3.577.120,2921	181.107,6022	3.575.244,1724	181.660,9820
2022	7	3.732.340,2076	132.966,9309	3.731.740,1787	133.161,9947
2023	8	3.844.782,6150	95.184,29888	3.845.068,3070	95.085,1883
2024	9	3.924.705,9149	66.842,53489	3.925.289,2463	66.631,1391

ANALISIS NILAI MAPE

Untuk mengetahui metode nilai awal mana yang lebih baik digunakan dalam memprediksi produksi kelapa sawit Provinsi Kalimantan Timur, dilakukan pengukuran tingkat kesalahan hasil prediksi menggunakan MAPE. Perhitungan MAPE bertujuan untuk mengetahui seberapa besar persentase kesalahan antara nilai aktual dan nilai prediksi yang dihasilkan oleh metode ABM dengan nilai awal menggunakan metode RK5 dan RKF5 pada setiap

tahun pengamatan. Dengan membandingkan nilai MAPE dari kedua metode nilai awal tersebut, dapat ditentukan metode yang memiliki tingkat akurasi lebih tinggi dalam memprediksi data produksi dan akan digunakan sebagai metode nilai awal dalam memprediksi data produksi pada periode tahun berikutnya. Hasil perhitungan nilai MAPE untuk masing-masing metode disajikan dalam Tabel 7 dan Tabel 8.

Tabel 7. Nilai MAPE Metode ABM dengan Metode Nilai Awal RK5

t	Tahun	Nilai Sebenarnya	Nilai Prediksi	Nilai MAPE (%)
0	2015	1.586.600	1.586.600	0
1	2016	2.358.400	1.984.856,9552	15,83883331
2	2017	2.538.700	2.388.130,3182	5,93097577
3	2018	3.786.500	2.766.227,8895	26,94499169
4	2019	3.988.900	3.095.981,8021	22,38507353
5	2020	3.823.200	3.365.658,9159	11,96749017
6	2021	3.808.700	3.575.244,2811	6,12953813
7	2022	4.100.900	3.731.740,2586	9,00192010
8	2023	3.853.050	3.845.068,3638	0,20715112
9	2024	3.944.150	3.925.289,2862	0,47819464
Rata-rata MAPE				9,88841685

Tabel 8. Nilai MAPE Metode ABM dengan Metode Nilai Awal RKF5

t	Tahun	Nilai Sebenarnya	Nilai Prediksi	Nilai MAPE (%)
0	2015	1.586.600	1.586.600	0
1	2016	2.358.400	1.984.857,0125	15,83883088
2	2017	2.538.700	2.388.130,2835	5,93097714
3	2018	3.786.500	2.766.227,6981	26,94499675
4	2019	3.988.900	3.095.981,6218	22,38507805
5	2020	3.823.200	3.365.658,7748	11,96749386
6	2021	3.808.700	3.575.244,1724	6,12954099
7	2022	4.100.900	3.731.740,1787	9,00192205
8	2023	3.853.050	3.845.068,3070	0,20715259
9	2024	3.944.150	3.925.289,2463	0,47819565
Rata-rata MAPE				9,88841880

Dari Tabel 7 dan Tabel 8, dapat dilihat bahwa hasil nilai MAPE dengan nilai awal RK5 sebesar 9,88841685%, dan nilai MAPE dengan nilai awal RKF5 sebesar 9,88841880% yang termasuk kedalam

kriteria sangat baik. Terlihat bahwa metode nilai awal RK5 memiliki nilai MAPE yang lebih kecil dibandingkan dengan RKF5. Sehingga, metode RK5 adalah metode yang lebih baik untuk digunakan

sebagai nilai awal pada metode ABM dalam melakukan prediksi produksi Kelapa Sawit Provinsi Kalimantan Timur. Selanjutnya, metode RK5 ini akan digunakan sebagai metode nilai awal pada metode ABM dalam melakukan prediksi produksi kelapa sawit Provinsi Kalimantan Timur periode tahun 2025-2028.

PREDIKSI PRODUKSI KELAPA SAWIT PROVINSI KALIMANTAN TIMUR TAHUN 2025-2028

Hasil prediksi produksi kelapa sawit Provinsi Kalimantan Timur tahun 2025-2028 menggunakan ABM dengan metode nilai awal RK5 disajikan dalam Tabel 9 berikut.

Tabel 9. Hasil Aproksimasi Produksi Kelapa Sawit Provinsi Kalimantan Timur Tahun 2025-2028 Menggunakan Adams-Bashforth-Moulton dengan Metode Nilai Awal Terbaik

Tahun	x_i	y_i^*	f_i^*	y_i	f_i
2025	10	3.980.641,2649	46.272,6252	3.981.149,3717	46.082,9996
2026	11	4.019.288,8073	31.706,8724	4.019.602,6721	31.587,3989
2027	12	4.045.721,5275	21.578,4441	4.045.869,3641	21.521,4166
2028	13	4.063.675,2250	14.621,9583	4.063.720,3084	14.604,4114

Berdasarkan Tabel 9, diperoleh hasil prediksi produksi kelapa sawit Provinsi Kalimantan Timur untuk periode 2025–2028 menggunakan metode ABM dengan nilai awal RK5. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa produksi diprediksi mengalami peningkatan secara bertahap setiap tahunnya, yaitu sebesar 3.981.149,3717 ton pada tahun 2025, meningkat menjadi 4.019.602,6721 ton pada tahun 2026, 4.045.869,3641 ton pada tahun 2027, dan mencapai 4.063.720,3084 ton pada tahun 2028.

turut pada tahun 2025 sebesar 3.981.149,3717 ton, pada tahun 2026 sebesar 4.019.602,6721 ton, pada tahun 2027 sebesar 4.045.869,3641 ton dan pada tahun 2028 sebesar 4.063.720,3084 ton.

SARAN

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, penelitian selanjutnya disarankan untuk mencoba metode dengan orde yang lebih tinggi, seperti metode ABM orde 6, guna membandingkan tingkat akurasi dalam memprediksi produksi kelapa sawit. Selain itu, dalam penentuan nilai awal, dapat digunakan metode dengan orde yang lebih tinggi seperti RK6, karena metode tersebut berpotensi meningkatkan akurasi dan kestabilan hasil prediksi. Selanjutnya, pengembangan model juga dapat dilakukan dengan mempertimbangkan faktor-faktor lain yang memengaruhi produksi kelapa sawit, seperti kondisi iklim, penggunaan pupuk, dan faktor eksternal lainnya, sehingga model yang dihasilkan lebih mampu merepresentasikan kondisi secara realistis.

PENUTUP

SIMPULAN

Simpulan menyajikan ringkasan dari uraian mengenai hasil dan pembahasan, mengacu pada tujuan penelitian. Berdasarkan kedua hal tersebut dikembangkan pokok-pokok pikiran baru yang merupakan esensi dari temuan penelitian.

Diperoleh nilai MAPE dalam prediksi menggunakan nilai awal RK5 sebesar 9,88841685%, dan dengan menggunakan nilai awal RKF5 sebesar 9,88841880%, yang tergolong kedalam kriteria sangat baik. Hal ini menunjukkan bahwa prediksi produksi kelapa sawit Provinsi Kalimantan Timur menggunakan metode ABM dengan nilai awal menggunakan RK5 memiliki nilai MAPE yang lebih kecil, sehingga dapat disimpulkan bahwa nilai awal RK5 lebih optimal untuk digunakan sebagai nilai awal dalam meningkatkan akurasi prediksi produksi kelapa sawit Provinsi Kalimantan Timur tahun 2025-2028. Hasil prediksi produksi kelapa sawit Provinsi Kalimantan Timur tahun 2025-2028 dengan menggunakan metode awal terbaik yaitu berturut-

DAFTAR PUSTAKA

- Agustin, F., Panjaitan, T. F. B., Khairunisa, Y., & Fadilah, P. M. (2024). Modifikasi Persamaan Diferensial Biasa dengan Metode Runge Kutta Orde Lima. *Katalis Pendidikan : Jurnal Ilmu Pendidikan Dan Matematika*, 1(4), 45–52. <https://doi.org/10.62383/katalis.v1i4.855>
- Atkinson, K. E. (1989). *An introduction to numerical analysis* (2nd ed). Wiley.
- Badan Pusat Statistik Indonesia. (2025a). *Produksi Tanaman Perkebunan—Tabel Statistik*. Badan Pusat Statistik Indonesia.

- <https://www.bps.go.id/id/statistics-table/2/MTMyIzI=/produksi-tanaman-perkebunan--ribu-ton-.html>
- Badan Pusat Statistik Indonesia. (2025b). *Statistik Tanaman Perkebunan Tahunan Indonesia 2024 (Kelapa Sawit, Kopi, Kakao, Karet, Teh, dan Komoditas Perkebunan Unggulan)*. <https://www.bps.go.id/id/publication/2025/08/29/8d2a6ab3510f9828daf73191/statistik-tanaman-perkebunan-tahunan-indonesia-2024--kelapa-sawit--kopi--kakao--karet--teh--dan-komoditas-perkebunan-unggulan-.html>
- Burden, R. L., & Faires, J. D. (2011). *Numerical Analysis*. Cengage Learning.
- Kementerian Keuangan Republik Indonesia. (2024). *Industri Kelapa Sawit Berperan Strategis bagi Perekonomian Indonesia*. <https://www.kemenkeu.go.id/informasi-publik/publikasi/berita-utama/Peran-Strategis-Industri-Kelapa-Sawit>
- Kementerian Koordinator Bidang Perekonomian Republik Indonesia. (2024). *Integrasi Kebijakan Tata Kelola Kelapa Sawit yang Berkelanjutan*. <https://www.ekon.go.id/publikasi/detail/5996/integrasi-kebijakan-tata-kelola-kelapa-sawit-yang-berkelanjutan>
- Kementerian Pertanian, Direktorat Jendral Perkebunan. (2024). *Outlook Komoditas Perkebunan Kelapa Sawit*. <https://satudata.pertanian.go.id/details/publikasi/696>
- Kurniawan, T., & Alwan, H. (2023). *Buku Ajar Metode Analitik dan Numerik Teknik Kimia*. Penerbit Adab.
- Lubis, A., Ruata, L., Koesni, A., Pandei, A., Sumampouw, F. A. W., Sabe, A. M., Mangobi, J. U. L., & Maukar, M. (2025). PEMODELAN MATEMATIKA JUMLAH PENDUDUK MINAHASA UTARA DENGAN PENDEKATAN LOGISTIK. *SOSCIED*, 8(2), 376–383. <https://doi.org/10.32531/jsoscied.v8i2.1049>
- Munir, R. (2015). *Metode Numerik*. <https://online.flipbuilder.com/unindrapustaka/kzlw/>
- Nasution, F. B., Pohan, D. C. H. B., Dita, R. P., & Marpaung, R. A. (2025). Penerapan Metode Adams Bashforth Moulton melalui Persamaan Logistik dalam Memprediksi Jumlah Penduduk di Kota Medan. *Bilangan: Jurnal Ilmiah Matematika, Kebumian Dan Angkasa*, 3(1), 79–91. <https://doi.org/10.62383/bilangan.v3i1.390>
- Nurdin, Y., Saddami, K., & Nasaruddin. (2025). *Pengenalan Praktis Supervised Machine Learning: Dengan Jupyter Notebook*. USK Press.
- Nurdini, A. T. R., Amiroch, S., & Pradana, M. S. (2025). PREDIKSI HASIL PANEN PADI DI KABUPATEN LAMONGAN MENGGUNAKAN METODE ADAMS-BASHFORTH-MOULTON DENGAN MODEL VERHULST. *MATHunesa: Jurnal Ilmiah Matematika*, 13(2), 578–586. <https://ejournal.unesa.ac.id/index.php/mathunesa/article/view/70303>
- Pane, A. Cahyati sitorus, Saragih, N. B., & Ambarita, J. D. (2024). Penerapan Metode Runge-Kutta Orde 3 Untuk Penyelesaian Persamaan Diferensial Biasa: Studi Kasus di Matlab. *Algoritma : Jurnal Matematika, Ilmu Pengetahuan Alam, Kebumian Dan Angkasa*, 2(6), 10–19. <https://doi.org/10.62383/algoritma.v2i6.263>
- Saputro, D. R. S., Widyaningsih, P., Purnama, D., Utomo, P. H., Susanti, A., Sutanto, S., Kurdhi, N. A., & Setiyowati, R. (2025). *Model Matematika dan Statistika: Konsep, Program, dan Penerapannya*. Star Digital Publishing.
- Sofyan, A., Budiawan, M. A., Wunarlani, I., Jumran, Muhlis, L. O., Syafar, A. M., Agus, S., Amalia, A. I., & Dwiyanto, A. R. (2025). *Matematika Teknik*. Mega Press Nusantara.
- Syahnaz, C., Soedarto, T., & Yulianti, N. (2022). *Analisis Perkembangan dan Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Impor Gula di Indonesia*. 6.
- Syarfiah, S., Irwan, M., & Anugrawati, S. D. (2024). PENERAPAN METODE RUNGE KUTTA FEHLBERG PADA PERSAMAAN LOGISTIK DALAM MEMPREDIKSI PERTUMBUHAN PENDUDUK DI SULBAR: Application Of The Runge Kutta Fehlberg Method In Logistic Equations in Predicting Population Growth in Sulbar. *Al-Aqlu: Jurnal Matematika, Teknik Dan Sains*, 2(2), 150–158. <https://doi.org/10.59896/aqlu.v2i2.99>
- Wahyuli, D., Chamidah, N., Saifudin, T., & Herdianto, M. H. (2025). Prediksi Harga Emas dan Nilai Tukar Rupiah dengan Pendekatan Estimator Deret Fourier Birespon. *Cakrawala*, 19(1), 53–66. <https://doi.org/10.32781/cakrawala.v19i1.777>